発散のないmodelの試作(14)

Furuoya, Izumi / 古尾谷, 泉

(出版者 / Publisher)
法政大学多摩研究報告編集委員会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学多摩研究報告 / 法政大学多摩研究報告
(巻 / Volume)
27
(開始ページ / Start Page)
51
(終了ページ / End Page)
56
(発行年 / Year)
2012-05-30
(URL)
https://doi.org/10.15002/00008725

発散のないmodelの試作（XIV）

古尾谷　泉

An attempt toward a non-divergent model (XIV)

Izumi FURUOYA

Neutrinoには何故ν_Rが存在しないのか

Neutrinoは、理論的には、Spinに関してleft-handed hericity ν_Lとright-handed hericity ν_Rとの２つの状態が許される。しかし、実験では、ν_Lしか測定にかからない。この世には、ν_Rは存在しないのである。このナゾは今でも解明されていない。Neutrinoは、現在では実験でneutrino振動の存在が確かめられ、小さな質量を持つとされている。我々のmodelでは、もし、neutrionがこの様な質量をもてば、このナゾがうまく説明出来そうである。この論文では、このことについて報告する。

まず、従来の理論で、この問題の概要について述べよう。（素粒子物理学（武田暁、宮沢弘成著（しょう華房））から文章を引用。）

Dirac equationはγ-matrixの適当な表示を用いて

$$(E-\sigma\boldsymbol{p})u=mv, \tag{1}$$
$$(E+\sigma\boldsymbol{p})v=mu, \tag{2}$$

とかける。ここで、質量mが0の粒子に対しては、

$$(E-\boldsymbol{\sigma p})u=0 \tag{3}$$
$$(E+\boldsymbol{\sigma p})v=0 \tag{4}$$

となるが、u, vは相互に無関係な式とみなすことが出来るので、uまたはvのみが存在し、他方が常に0である解が存在しうる。$u\neq 0$で、$v=0$のときは、hericity $h=\boldsymbol{\sigma p}/E$は$E=|\boldsymbol{p}|$に対しては、$h=+1$, また、$E=-|\boldsymbol{p}|$に対しては$h=-1$である。すなわち、正energyの解に対しては常に正のhericity, 負energyの解は常に負のhericityとなる。一方、$u=0$で$v\neq 0$の解では$E>0$に対しては負のhericity, $E<0$に対しては正のhericityをもつ。負energyの解は正energyの反粒子をあらわすと考えられるので、これらをまとめると

uはhericity正の粒子とhericity負の反粒子を、また、
vはhericity負の粒子とhericity正の反粒子をあらわす

となる。

ところで、実験では、neutrino は常に負の hericty を持っていることが確かめられている。正の hericity をもつ neutrino は測定にかからない。従って、その波動関数は 4 成分 $\boldsymbol{u}$ と v とを持つかわりに、ただ、2 成分 v のみで記述できる。

もし、neutrino の従う方程式が空間反転に対して、不変ならば、 $v \neq 0$ 、 $u = 0$ の解に対して、 $v = 0$ 、 $u \neq 0$ の解も存在しなければならない。しかし、neutrino の関与する現象では、空間反転に対して不変性の破れていることが知られており、 $u \neq 0$ の解は必要としないようにみえる。

上述の議論を我々の model でおこなおう。我々の model space に拡張された Eq.(1) および、Eq.(2) に対する Dirac equation は、それぞれ

$$(q^0 - \boldsymbol{\sigma q})(1 + (\boldsymbol{\sigma q} - Hiq^{\xi})/(q^0 + H\mu))\,\phi = H(\mu - iq^{\xi})(1 - (\boldsymbol{\sigma q} - Hiq^{\xi})/(q^0 + H\mu))\,\phi, \tag{5}$$

$$(q^0 + \boldsymbol{\sigma q})(1 - (\boldsymbol{\sigma q} - Hiq^{\xi})/(q^0 + H\mu))\,\phi = H(\mu + iq^{\xi})(1 + (\boldsymbol{\sigma q} - Hiq^{\xi})/(q^0 + H\mu))\,\phi, \tag{6}$$

である (Eq.(A-17) および Eq.(A-18) in Appendix)。ここで、 $H = exp(\xi/a)$ であり、 $H(\mu + iq^{\xi})$ は我々の model における質量をあらわす。また、 q^0 は energy、 $\boldsymbol{q}$ は 3 次元 momentum、 ξ と q^{ξ} とは、我々の model space における extra な座標とその conjugate な momentum である。 ϕ は spin の上向き、および、下向きの 2 つの状態をあらわし、それらを、それぞれ

$$\phi(+) = \begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}(\xi) \text{ および } \phi(-) = \begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix}(\xi), \tag{7}$$

であらわすことにしよう。カッコの中の ξ は ϕ は ξ の関数であることを表す。

ここで、neutrino は小さな質量を持っていると仮定しよう。このことから、 $H\mu$ や Hq^{ξ} は q^0 や $\boldsymbol{q}$ に比べて小さいと考えられるから、Eq.(5) と Eq.(6) では、以下のように近似しよう。

$$\Sigma = (\boldsymbol{\sigma q})/q^0 \fallingdotseq (\boldsymbol{\sigma q} - Hiq^{\xi})/(q^0 + H\mu), \tag{8}$$

この近似のもとで、Eq.(5) と Eq.(6) とは、それぞれ

$$(q^0 - \boldsymbol{\sigma q})(1 + \Sigma)\,\phi = H(\mu - iq^{\xi})(1 - \Sigma)\,\phi, \tag{9}$$

$$(q^0 + \boldsymbol{\sigma q})(1 - \Sigma)\,\phi = H(\mu + iq^{\xi})(1 + \Sigma)\,\phi, \tag{10}$$

とかける。今、粒子の進行方向を z 軸にとると、 $\Sigma = \begin{vmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{vmatrix}\boldsymbol{q}^0 \Big/ \left|q^0\right|$ となるので

$q^0 > 0$ のとき

$$(1 - \Sigma)\,\phi(+) = 0, \qquad (1 - \Sigma)\,\phi(-) = 2\phi(-) \tag{11}$$

$$(1 + \Sigma)\,\phi(+) = 2\phi(+), \qquad (1 + \Sigma)\,\phi(-) = 0 \tag{12}$$

$q^0 < 0$ のとき

$$(1 - \Sigma)\,\phi(+) = 2\phi(+), \qquad (1 - \Sigma)\,\phi(-) = 0 \tag{13}$$

$$(1 + \Sigma)\,\phi(+) = 0, \qquad (1 + \Sigma)\,\phi(-) = 2\phi(-) \tag{14}$$

が成立する。上の結果と Eq.(9) とから以下の表がえられる。

	ϕ	$(1+\Sigma)\phi$	$(1-\Sigma)\phi$		
$q^0>0$	$\phi(+)$	$\phi(+)$	0	$(q^0-\boldsymbol{\sigma q})\phi(+)=0,$	(15)
	$\phi(-)$	0	$\phi(-)$	$(\mu-iq^\xi)\phi(-)=0,$	(16)
$q^0<0$	$\phi(+)$	0	$\phi(+)$	$(\mu-iq^\xi)\phi(+)=0,$	(17)
	$\phi(-)$	$\phi(-)$	0	$(q^0-\boldsymbol{\sigma q})\phi(-)=0,$	(18)

同様にして、Eq.(10) から

	ϕ	$(1-\Sigma)\phi$	$(1+\Sigma)\phi$		
$q^0>0$	$\phi(+)$	0	$\phi(+)$	$(\mu+iq^\xi)\phi(+)=0,$	(19)
	$\phi(-)$	$\phi(-)$	0	$(q^0+\boldsymbol{\sigma q})\phi(-)=0,$	(20)
$q^0<0$	$\phi(+)$	$\phi(+)$	0	$(q^0+\boldsymbol{\sigma q})\phi(+)=0,$	(21)
	$\phi(-)$	0	$\phi(-)$	$(\mu+iq^\xi)\phi(-)=0,$	(22)

以上の結果から、$q^\xi\to -i\partial^\xi$ と置き換えて

$q^0>0$, $q^0<0$, のいずれに対しても、Eq.(9) からは

$$(\mu-iq^\xi)\phi(\pm)=(\mu-\partial^\xi)\phi(\pm)=0 \tag{23}$$

をうるが、これを解いて

$$\phi(\pm)=\phi_0(\pm)\,exp(+\mu\xi) \tag{24}$$

をうる。また、Eq.(10) からは

$$(\mu+iq^\xi)\phi(\pm)=(\mu+\partial^\xi)\phi(\pm)=0 \tag{25}$$

をうるが、これを解いて

$$\phi(\pm)=\phi_0(\pm)\,exp(-\mu\xi) \tag{26}$$

をうる。

これらの結果から、Eq.(5) の方程式からは“波動関数” ϕ は、ξ の値が増大すると、すなわち、相互作用が大きくなると、いくらでも大きくなってしまうので、これは物理的にはうけいれられない。これに反して、Eq.(6) の ϕ の値は、Eq.(26) から有限であることが分かる。

我々の model space は 5 次元なのだから Dirac equation を表すには 5 個の γ -matrix が必要になる。したがって、4 次元の Minkowski space における、通常の 4 個の γ -matrix、すなはち、γ_0, γ_i, $i=1, 2, 3$, の他に、新たに、ξ 成分の γ -matrix、これを γ^ξ と書いた、を探さなければならない。この γ^ξ は 4×4 行列であって、Eq.(A-9) のanti-comutation relation を満たさなければならない。これらの条件を満たす行列としては $\gamma_5=-i\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_0$ がある。しかし、この γ_5 をそのまま使用するわけにはいかない。Eq.(A-4) における q^0 が energy であるためには、γ^ξ はantihermitianでなければならない。これらの条件を満たすためには

$$\gamma^{\xi}=i\gamma^{5}=\gamma^{1}\gamma^{2}\gamma^{3}\gamma^{0}, \tag{27}$$

と置けばよい。Eq.(A-7) の特殊な表示の γ^{ξ} は、その前の 2 つの γ^{0} とγ^{i}の具体的な表示から求めたものである。

我々の model における、ξ 方向の量子化では、momentum q^{i}，$i=1, 2, 3,$ の量子化と同様な形

$$q^{\xi}\rightarrow -i\partial^{\xi}, \tag{28}$$

と置き換をした。しかし、我々の model 内には、微分 operator の前の符号を決める条件は何もないようである。この符号が異なると、すなわち、$+i\partial^{\xi}$ とすると、事態は逆になる。すなわち、ν_R は存在するが、ν_L は存在しなくなってしまう。

我々の model では、neutrino の質量を、m とするとある ξ' が存在して

$$m^{2}=exp(2\xi'/a)\mu^{2}, \tag{29}$$

と書ける。このことから

$$\xi>\xi' \text{ ならば } \mu^{2}>exp(-2\xi/a)m^{2}, \tag{30}$$

となる。Eq.(A-4) で、$m^{2}=q^{02}-q^{i2}$ を代入し、更に、q^{ξ} に Eq.(28) の置き換えをおこなうと

$$\partial^{\xi 2}\phi(\xi)=(\mu^{2}-exp(-2\xi/a)m^{2})\phi(\xi), \tag{31}$$

をうる。ここで、Eq.(30) より、Eq.(31) の右辺のカッコ内は正であり、m^{2} 項を無視しても、その符号は変わらないから、その項を無視すれば

$$(\partial^{\xi 2}-\mu^{2})\phi(\xi)=0, \text{ すなわち、} (\partial^{\xi}-\mu)(\partial^{\xi}+\mu)\phi(\xi)=0, \tag{32}$$

をうる。Eq.(32) の解は

$$\phi=N exp(-\mu\xi), \text{ および、} \phi=N exp(\mu\xi), \tag{33}$$

である。

Appendix

我々の物理空間は 5 次元超曲面であり､この超曲面上の座礁を $(x^{0}\ \ x^{i}\ \ \xi)$．$i=1．2．3.$ で表す。また、不変線素は

$$ds^{2}=exp(-2\xi/a)(dx^{02}-dx^{i2})-d\xi^{2},\ i=1, 2, 3, \tag{A-1}$$

ある。したがって、この超曲面上の metric tensor は

$$(g_{\lambda\mu}) = \begin{bmatrix} exp(-2\xi/a) & & & & \\ & -exp(-2\xi/a) & & & \\ & & -exp(-2\xi/a) & & \\ & & & -exp(-2\xi/a) & \\ & & & & -1 \end{bmatrix}, \tag{A-2}$$

ここで、λ，$\mu=0$，1，2，3，ξ，となる。我々の model space における energy momentum を以下のように定義する

$$q^0=\mu(dx^0/ds),\ q^i=\mu(dx^i/ds),\ i=1,\ 2,\ 3,\ q^\xi=\mu(d\xi/ds), \tag{A-3}$$

ここで、μ は質量の次元を持つ量である。q^ξ は model space に新しく導入された extra な座標 ξ に conjugate な momentum である。Eq.(A-1) と Eq.(A-3) とから、これらの energy momentum は

$$\mu^2=exp(-2\xi/a)(q^{02}-q^{i2})-q^{\xi2}, \tag{A-4}$$

を満たさなければならない。我々の model space における Dirac equation を導出するためにEq.(A-4) を q^0，q^i および q^ξ の線形の和の二乗の形に表さなければならない、μ を

$$\mu=\hat{\gamma}_0 q^0+\hat{\gamma}_i q^i+\hat{\gamma}_\xi q^\xi, \tag{A-5}$$

とおく。ここで、

$$\hat{\gamma}_0=exp(-\xi/a)\gamma_0,\ \hat{\gamma}_i=exp(-\xi/a)\gamma_i,\ i=1,\ 2,\ 3,\ \text{および}\ \hat{\gamma}_\xi=\gamma_\xi, \tag{A-6}$$

である。γ_0，γ_i および γ_ξ は以下の具体的な表示を採用しよう

$$\gamma_0=\begin{vmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{vmatrix},\ \gamma_i=\begin{vmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{vmatrix},\ \gamma_\xi=\begin{vmatrix} 0 & iI \\ iI & 0 \end{vmatrix}, \tag{A-7}$$

γ_0 は hermitian, γ_i，$i=1$，2，3　および γ_ξ は anti-hermitian である。
すなわち、

$$\gamma_0^+=\gamma_0,\ \gamma_i^+=-\gamma_i\ \text{および}\ \gamma_\xi^+=-\gamma_\xi, \tag{A-8}$$

また、これらは、$\eta_{\lambda\mu}$ を 5 次元 Minkowski space における metric tensor として

$$\left[\gamma_\lambda\gamma_\mu\right]=2\eta_{\lambda\mu},\ \lambda,\ \mu=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \xi \\ \text{ただし、}\ \eta_{\lambda\mu}=sign[1\ -1\ -1\ -1\ -1\ ], \tag{A-9}$$

をみたす。この表示で Eq.(A-5) の μ を具体的にあらわすと、I を 2×2 行列として

$$\begin{vmatrix} \mu I & \\ & \mu I \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \exp(-\xi/a)q^0 I & \exp(-\xi/a)(\sigma q)+iq^\xi I \\ -\exp(-\xi/a)(\sigma q)-iq^\xi I & -\exp(-\xi/a)q^0 I \end{vmatrix}, \tag{A-10}$$

となる。これより、我々の model space に拡張した Dirac equation は

$$\begin{vmatrix} (q^0 - exp(\xi/a)\mu)I & (\sigma q) + exp(\xi/a)\, iq^{\xi} I \\ -(\sigma q) + exp(\xi/a)\, iq^{\xi} I & (-q^0 - exp(\xi/a)\mu)I \end{vmatrix} |u| = 0, \tag{A-11}$$

となる。これを書き直すと、$u = |\phi/\chi|$ として

$$\begin{aligned} &(q^0 + \mu\, exp(\xi/a))I\chi = (-)((\sigma q) - exp(\xi/a)(iq^{\xi} I))\phi, \\ &(q^0 - \mu\, exp(\xi/a))I\phi = (-)((\sigma q) + exp(\xi/a)(iq^{\xi} I))\chi, \end{aligned} \tag{A-12}$$

をうる。Eq.(A-12) の解は、第 1 式から

$$x = \frac{(-)((\sigma q) - exp(\xi/a)(iq^{\xi} I))}{q^0 + \mu\, exp(\xi/a)}\phi, \tag{A-13}$$

を得るが、これより

$$u = |\phi/\chi| = N \begin{vmatrix} \phi \\ \dfrac{(-)((\sigma q) - exp(\xi/a)(iq^{\xi} I)}{q^0 + \mu\, exp(\xi/a)}\phi \end{vmatrix}, \ , \tag{A-14}$$

となる。

しかし、Eq.(A-12) は、従来の理論における Dirac equation Eq.(1) に対応しない。それは $\gamma-$ 行列の表示が異なるからである。Eq.(A-7) の表示を以下の表示で表さなければならない。

$$\gamma_0 = \begin{vmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{vmatrix}, \ \gamma_i = \begin{vmatrix} 0 & -\sigma \\ \sigma & 0 \end{vmatrix}, \tag{A-15}$$

そのためには、Eq.(1) をUnitary 変換

$$S = (1/2)^{1/2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}, \tag{A-16}$$

を用いて、Eq.(A-12) と、その解 Eq.(A-14) とを変換しよう。このようにして、Eq.(1) に対応する、我々の model における Dirac equation は

$$\begin{aligned} &(q^0 I + (\sigma q))\phi = exp(\xi/a)(\mu + iq^{\xi})I\chi, \\ &(q^0 I + (\sigma q))\chi = exp(\xi/a)(\mu - iq^{\xi})I\phi, \end{aligned} \tag{A-17}$$

であり、また、その解は

$$\begin{aligned} U = Su = (1/2) \ &|(I - ((\sigma q) - \exp(\xi/a)(iq^{\xi} I))/(q^0 + \mu \exp(\xi/a)))\phi| \\ &|(I + ((\sigma q) - exp(\xi/a)(iq^{\xi} I))/(q^0 + \mu\, exp(\xi/a)))\phi|, \end{aligned} \tag{A-18}$$

となる。