# リカレンスプロットを用いたカオス的スパイク発振器の解析

今井, 聡志 / IMAI, Satoshi

(発行年 / Year)
2012-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)
2012-03-24

(学位名 / Degree Name)
修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

# ２０１１年度　修士論文

論文題名　　リカレンスプロットを用いた
カオス的スパイク発振器の解析

指導教授　　斎藤 利通 教授

法政大学大学院工学研究科
電気工学専攻修士課程

学生証番号：10R3107

イマイ　サトシ
氏名 **今井　聡志**

# あらまし

　本論文では様々なカオス的スパイク発振器が出力するスパイク列について考察する。カオス的スパイク発振器は線形部分回路、インパルススイッチ、電圧源により構成される。回路パラメータやインパルススイッチのスイッチングルールにより、この回路は様々なスパイク列を出力する。これらのスパイク列の違いを比較、考察する。また、スパイク列の解析方法は完全には確立されていないため、本論文ではリカレンスプロットを用いた解析方法を提案する。

　はじめに、従来のモデルである区分線形カオス的スパイク発振器と、軌道を直線的にすることでより厳密な解析を可能にしている区分定数カオス的スパイク発振器の 2 種類の回路を紹介する。そして、それぞれの回路が出力するスパイク列の違いを考察する。ここでリカレンスプロットを用いた解析手法を紹介する。

　次に 2 種類のインパルススイッチを有するカオス的スパイク発振器が出力するスパイク列を解析する。このカオス的スパイク発振器は様々な周期的やカオス的なスパイク列を出力する。本論文では回路パラメータに対するスパイク列特性の変化を考察する。また、これらの特性をリカレンスプロットを用いることで分かりやすく表現できることを示す。

# Abstract


## Analysis of Chaotic Spiking Oscillator using Recurrence Plot

This paper studies the spike-trains from various chaotic spiking oscillators. Chaotic spiking oscillators consist of 1-port circuit, voltage source and impulsive switch. Varying the switching rule and the circuit parameter values, the chaotic spiking oscillators can exhibit various bifurcation phenomena. Note that systematic analysis method of the spike-trains has not been established. We present the analysis method based on the recurrence plot.

First, we introduce two kinds of chaotic spiking oscillators and study the difference of these circuits. We then introduce the analyzing method using recurrence plot.

Second, we study chaotic spiking oscillator with impulsive switch depending on both time and state. The circuit can exhibit various periodic and chaotic spike-train. We study the characteristics of spike-train for a parameter. Using the recurrence plot, we show that the characteristics of the spike-train is visualized comprehensibly.

# 目 次

# 図 目 次

# 第1章　まえがき

生物の神経細胞であるニューロンはスパイク列というインパルス状の信号を用いて情報のやりとりを行っていることが知られている。このニューロンの簡素モデルとして積分発火系 (Integrate-and-Fire Model: IFM) がある [1]-[3]。IFM は内部状態の値が時間とともに増加し、あるしきい値に達した時、状態をリセットする。それと同時に IFM はスパイクを出力する。この動作を発火と呼ぶ。また複数の IFM を用いてパルス結合ニューラルネットワーク (Pulse-Coupled Neural Network: PCNN) を構成することで、様々な同期、非同期現象を呈し、画像処理やインパルス無線通信などへの応用が可能である [4]-[8]。そのため、IFM を解析することは、非線形問題の基礎としてだけではなく、様々な工学的応用を考える上でも重要である。

これまで我々はIFM に関係するモデルとしてカオス的スパイク発振器 (Chaotic Spiking Oscillator: CSO (図 1.1)) について考察してきた [9]。CSO は従来の IFM と違い、内部状態を複数持つため、単純な積分発火動作だけではなく複雑な振る舞いをする。そのため CSO は様々な分岐現象を呈する。また CSO は区分的に厳密解が求められるため、より厳密な解析が可能という特徴がある。

完全に厳密解を計算することが可能なモデルとして、区分定数カオス的スパイク発振器 (Piecewise Constant Chaotic Spiking Oscillatot: PWC-CSO) がある。PWC-CSO は従来の CSO と同様に振動発火動作を繰り返し、スパイク列を出力する回路だが、その軌道が直線となる [10]。本修士論文では、この 2 つの CSO についての紹介、および解析を行う。

また、これらの CSO はスイッチングルールにより現象が変化する [11]。従来の IFM と同様に、内部状態がしきい値に達したら発火する (状態依存) スイッチングルールを

用いた場合、ほとんどのパラメータにおいてカオス的なスパイク列を出力する。しかし、一定の時間間隔でスイッチを閉じる (時間依存) スイッチングルールを追加することにより、様々な周期的やカオス的なスパイク列を出力する。本修士論文ではこの時間依存のスイッチングルールを追加した CSO についても考察する。

論文 [9]-[11] などでは CSO の内部状態に注目して、いくつかの回路パラメータに対する分岐現象について解析している。しかし、内部状態から求められる一次元写像を用いた解析が主となっており、出力するスパイク列自体の解析は十分ではない。そこで本修士論文では、スパイク列特性についての解析を行う。スパイク列の解析手法はまだ完全には確立されていないため、リカレンスプロット (Recurrence Plot: RP) を用いた解析手法を提案する。

RP とは、時系列信号を 2 次元画像に変換する手法であり、特に周期性や時間相関などを可視化することができる [12]-[14]。また、非定常なデータの特徴付けも可能であり、データ列であれば作成可能なため、適用可能な問題も幅広い。またリカレンスプロットを定量化する試み（Reccurence Quantification Analysis) も盛んに行われており、今後の発展が期待されている [14]。本論文ではスパイク列から計算したスパイク間隔 (Inter-Spike Interval: ISI) を用いてリカレンスプロットを作成する。そして、CSO の回路パラメータやスイッチングルールによってどのようにスパイク列特性が変化するのかを可視化、考察する。

本論文は 4 章から構成され、以下にその概要を述べる。

第 2 章では 2 種類の CSO を紹介し、それぞれが出力するスパイク列の違いを考察する。ここで、RP を用いたスパイク列の解析法を紹介し、その有効性を考察する。

第 3 章では 2 種類のインパルススイッチを有する CSO が出力するスパイク列を解析する。この CSO が出力するスパイク列の特性により、RP 作成時に設定する必要があるパラメータを減らすことが出来る。そのため RP による比較がよりシンプルになるため、この CSO の解析に RP がより有効なものとなる。

第 4 章では、本論文の全体的な結論と今後の課題についてまとめる。

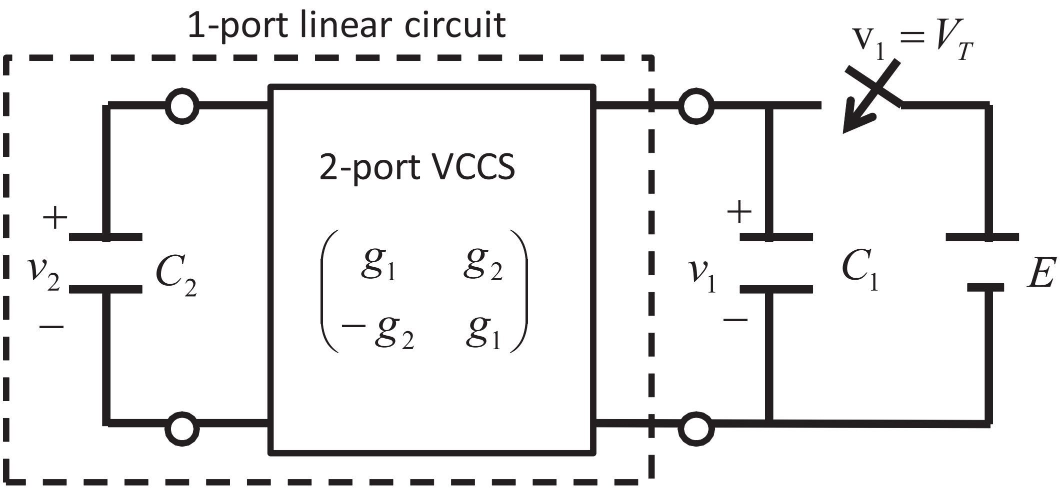



図 1.1: カオス的スパイク発振器

# 第2章　2種類のカオス的スパイク発振器の解析

## 2.1　はじめに

本章では2種類のCSOが出力するスパイク列特性の違いについて考察する。CSOはメモリ素子を含む線形部分回路、キャパシタ、リセット電圧源、インパルススイッチによって構成される。線形部分回路が複素固有値を持ち、その実数部分が正であるとき、CSOのキャパシタ電圧は振動増加する。その後、キャパシタ電圧がしきい値に達することでCSOはスパイクを出力する。そしてスイッチを瞬間的に閉じ、キャパシタ電圧をリセットする。この振動発火動作を繰り返すことにより、CSOは区分線形な軌道を描き、様々なカオス現象を呈する。また、その解軌道は区分的に厳密に計算できるため、一次元写像を作成することができる。これまで我々はこの一次元写像を用いてCSOの内部状態について解析してきた。しかし、PCNNなどの応用を考える上で、情報伝達に用いるスパイク列の特性を考えることは非常に重要である。そこで、ISIを用いて、スパイク列特性を中心に解析を行う。

従来のCSOは線形部分回路として、2ポートの電圧制御電圧源にメモリ素子を接続したものを用いていた。しかし、電圧制御電圧源ではなく、電圧制御電流源を用いることでCSOは直線的な軌道を描く。この回路をPWC-CSOと呼ぶ。PWC-CSOの基本動作は従来のCSOと同じである。しかし、直線的な軌道を描くため、より厳密な解析が可能なモデルである。これらのCSOを区別するため、従来のCSOを区分線形カオス的スパイク発振器 (Piecewise Linear Chaotic Spiking Oscillator: PWL-CSO) と定義する。

本章ではこれらの CSO の典型的な現象例を示し、スパイク列特性の解析を行う。しかし、スパイク列の解析手法は、まだ完全には確立されていない。そこで、RP を用いた解析手法を提案する。RP は時系列信号を 2 次元画像に変換する手法であり、様々な周期、非周期現象を可視化できる。RP を用いることで、カオス的なスパイク列の動的特性を可視化することができ、より分かりやすく様々なスパイク列を比較することができると考えられる。

## 2.2 区分線形カオス的スパイク発振器

PWL-CSO を図 2.1 に示す。キャパシタ電圧 $v_1$ がしきい値 $V_T$ より小さいとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\begin{bmatrix} \dot{v_1} \\ \dot{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ -g_2 & g_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{v_1 < V_T} \tag{2.1}$$

$v_1$ が $V_T$ に達したとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\left[v_1(t^+),\ v_2(t^+)\right]^T = [E,\ v_2(t)]^T \qquad \mathrm{v_1 = V_T} \tag{2.2}$$

CSO はキャパシタ電圧 $v_1$ が拡大的に振動し、しきい値 $V_T$ に達した時、即座に $v_1$ をベース電圧 $E$ にリセットする。この時、$v_2$ の値は保持され、PWL-CSO はスパイクを出力する。

$$z = \begin{cases} 1 & \mathrm{S = ON} \\ \\ 0 & \mathrm{S = OFF} \end{cases} \tag{2.3}$$

この振動発火動作を繰り返すことにより PWL-CSO はスパイク列を生成する (図 2.2)。次の無次元化変数とパラメータを用いて回路方程式を無次元化する。

$$\tau = g_2 t,\ x = \frac{v_1}{V_T},\ y = \frac{v_1}{V_T},\ \delta = \frac{g_1}{g_2},\ q = \frac{E}{V_T},\ d = g_2 T$$

これにより式 (2.1), (2.2) は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & 1 \\ -1 & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \mathrm{x < 1} \tag{2.4}$$

$$\left[x(\tau^+),\ y(\tau^+)\right]^T = [q,\ y(\tau)]^T \qquad \mathrm{x} = 1 \tag{2.5}$$

パラメータは減衰定数 $\delta$ とベース $q$ の 2 つである。また、このシステムは区分的に厳密解を求める事ができ、初期値 $x(0), y(0)$ に対する解は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} x(\tau) \\ y(\tau) \end{bmatrix} = e^{\delta\tau} \begin{bmatrix} \cos\tau & \sin\tau \\ -\sin\tau & \cos\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

本論文では、$\delta$ の値を固定し、$q$ に対する現象の変化を考察する。ここで n 番目のスパイク時間を $\tau_n$ としたとき、n 番目の ISI を $\Delta\tau_n = \tau_n - \tau_{n-1}$ と定義する。

図 2.3、2.4 に典型的な軌道と対応する ISI のヒストグラムを示す。$q = 0$ のとき、軌道はカオス軌道となる。また、ISI は複数のピークを持ち、CSO は複雑なスパイク列を出力している。$q$ が大きくなると、軌道は狭くなり、ISI の帯域幅が狭くなることがわかる。PWL-CSO はパラメータ $q$ を変化させても、ほとんどの場合においてカオス軌道となる。これは一次元写像を定義することで、証明することが可能である (図 2.5)。しかし、CSO の内部状態についてしか解析できないため、一次元写像だけではスパイク列特性の解析には用いることができない。

## 2.3　区分定数カオス的スパイク発振器

PWC-CSO を図 2.6 に示す。キャパシタ電圧 $v_1$ がしきい値 $V_T$ より小さいとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\begin{aligned} C_1\dot{v_1} &= I_2\mathrm{sgn}(v_1 + v_2) \\ & \qquad\qquad\qquad v_1(t) < V_T \\ C_2\dot{v_2} &= I_1\mathrm{sgn}(-v_1) \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\mathrm{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \tag{2.8}$$

$v_1$ が $V_T$ に達したとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\left[v_1(t^+), v_2(t^+)\right]^T = [E, v_2(t)]^T \quad v_1(t) = V_T \tag{2.9}$$

PWC-CSOの基本的な動作はPWL-CSOと同じであるが、軌道が直線的になる (図2.7)。次の無次元化変数とパラメータを用いて回路方程式を無次元化する。

$$x = \frac{v_1}{aV_T},\ y = \frac{v_2}{V_T},\ \tau = \frac{I_1 t}{C_2 V_T},\ a = \frac{C_2 I_2}{C_1 I_1},\ q = \frac{E}{V_T} \tag{2.10}$$

これにより式 (2.7), (2.9) は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mathrm{sgn}(y + ax) \\ \dot{y} &= \mathrm{sgn}(-x) \end{aligned} \qquad x(\tau) < 1 \tag{2.11}$$

$$\left[x(\tau^+), y(\tau^+)\right]^T = [q, y(\tau)]^T \quad x(\tau) = 1 \tag{2.12}$$

パラメータは減衰定数 $a$ とベース $q$ の 2 つである。このシステムは $x$ と $y$ の傾きが常に 1 か $-1$ となるため、厳密に軌道を計算することができる。PWL-CSO と同様に、$a$ の値を固定し、$q$ に対する現象の変化を考察する。

図 2.8、2.9 に典型的な軌道と対応する ISI のヒストグラムを示す。PWL-CSO と同様、軌道はカオスとなり、$q$ が大きくなるにつれて軌道が狭くなっている。しかし、ISI は幅広い値を取っており、PWL-CSO とは異なっている。$q = 0$ のとき、ヒストグラムは広帯域となり、特定のピークを持たない。$q$ が大きくなるとラインスペクトルと広帯域のスペクトルに分かれる。

このように、PWL-CSO と PWC-CSO は似た軌道を描くが、スパイク列特性が大きく異なることが分かる。しかし、ヒストグラムによる比較だけではスパイク列特性の比較には不十分である。また、PWC-CSO も一次元写像を定義することができ、内部状態についての解析が可能であるが、スパイク列特性の解析はできない。そこでリカレンスプロットを用いた解析を行う。

## 2.4 リカレンスプロットによる解析

ISI データ列から RP を作成することでスパイク列の特性を解析・分類する。N 個の ISI データ列から RP を作成するために次のような手順を行う。$N \times N$ の 2 次元平面 $P$

を用意する。$i$ 番目の ISI$\Delta\tau_i$ と $j$ 番目の ISI$\Delta\tau_j$ の差 $D(i,j)$ を計算する。

$$D(i,j) = |\Delta\tau_i - \Delta\tau_j| \tag{2.13}$$

適切なしきい値 $\theta$ を定め、$D(i,j)$ が $\theta$ 以下となる場合、2 次元平面 $P$ の $(i,j)$ 画素を黒くする。

$$D(i,j) \leq \theta \quad \Longrightarrow \quad P \text{の} (i,j) \text{画素を描画}$$

これを $N$ 個の ISI の全ての組み合わせに対して行うことで 2 次元画像を作成する。

図 2.10 に周期的なスパイク間隔とランダムなスパイク間隔を持つスパイク列から作成した RP を示す。周期的なスパイク列から作成した場合、RP は同じ画像の繰り返しとなる。それに対してランダムなスパイク列の RP は白い部分が多くなり、画像に規則性はない。このように、RP を作成することで、特に周期性を分かりやすく表現できる。

図 2.4、2.9 に対応する RP をそれぞれ図 2.11、2.12 に示す。どちらの RP も $q=0$ のときは白い部分が多く、$q$ が大きくなると全体的に黒い部分の多い RP となる。$q=0.8$ のとき、PWL-CSO に比べ PWC-CSO の RP は画像のばらつきが少ないという特徴が見られる。しかし、$q=0$ のとき、それぞれの RP は似た画像になっている。これは、ヒストグラムが大きく違っていても、スパイク列の動的特性は似ていることが理由だと考えられる。

ここで、パラメータ $q$ に対するスパイク列特性を調べるために、recurrence rate (RR) という値を用いる。これは RP を定量的に評価する手法の中でもシンプルな定量化手法として知られている。RR は RP の全画素数に対する、黒い画素数の割合を計算したもので、次の式から求められる。

$$RR = \frac{1}{N}\sum_{i,j=1}^{N} R(i,j) \tag{2.14}$$

$$R(i,j) = \begin{cases} 1 & D(i,j) \leq \theta \\ 0 & D(i,j) > \theta \end{cases} \tag{2.15}$$

PWL-CSO と PWC-CSO のパラメータ $q$ に対する RR の変化をそれぞれ図 2.13、2.14 に示す。PWL-CSO、PWC-CSO ともに、$q$ が大きくなるにつれて RR の値も大きくなる。しかし、PWL-CSO はその変化が緩やかで、大きなピークがないのに対し、PWC-CSO はピークを持っていることが分かる。ピークが最大となる $q = 0.48$ での軌道、ヒストグラム、RP を図 2.15 に示す。このとき、RP は真っ黒な画像となり、ほとんど ISI に変化がないことが分かる。また軌道は非常に狭くなり、似た軌道を描き続ける。しかし、軌道はカオスとなっており、RP のしきい値 $\theta$ を小さくした場合、画像は複雑になる。このような現象は「島」と呼ばれる。また 2 つ目のピークとなる $q = 0.65$ 付近での軌道、ヒストグラム、RP を図 2.16 に示す。これはグレーの画像となり、2 周期の島となっている事が分かる。このように、PWC-CSO は様々な周期的に近いスパイク列を出力することが分かる。

## 2.5 むすび

2 種類の CSO の紹介を行った。そしてヒストグラムと RP を用いてこれらの CSO のスパイク列特性の解析・比較を行った。PWL-CSO では $q$ を変化させても、ほとんどの場合にカオス的なスパイク列を出力する。それに対し、PWC-CSO はパラメータの値により、周期に近いスパイク列を出力する。またヒストグラムとは異なり、同じカオスとなる場合でも、RP を用いることでその動的特性の違いを視覚化することができることを示した。そして、RR を用いることで周期に近いスパイク列となるパラメータ領域を分類することを行った。

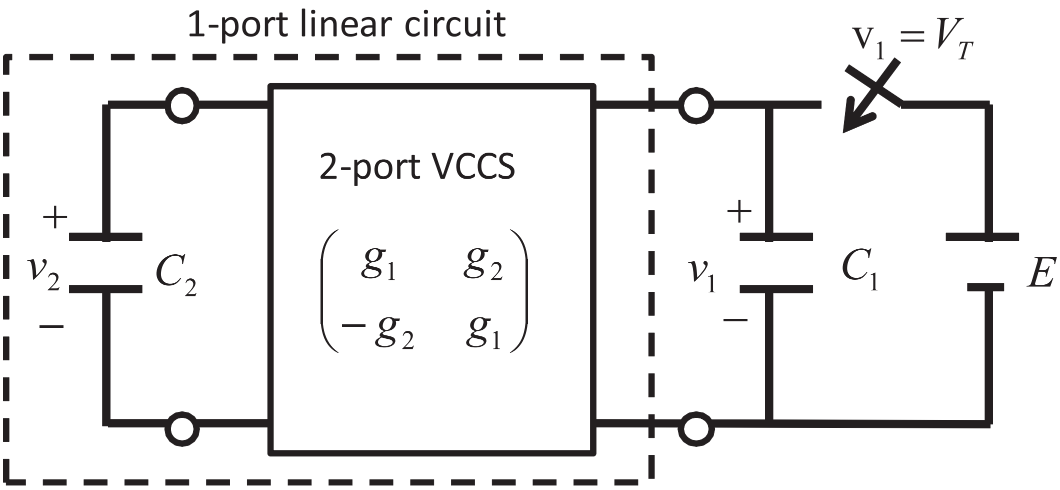



図 2.1: 区分線形カオス的スパイク発振器

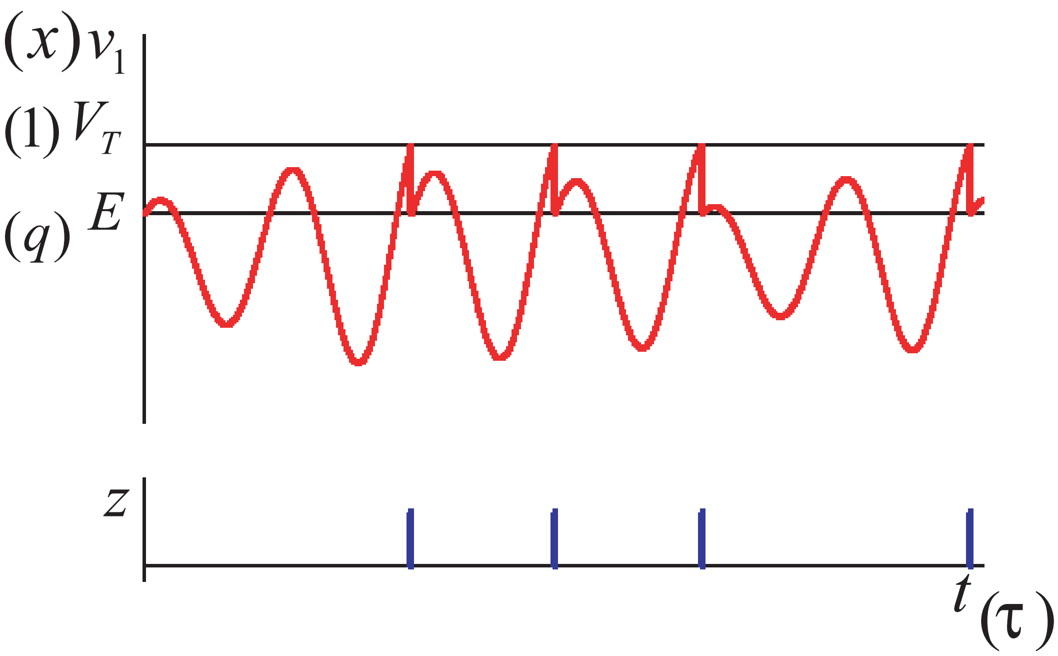



図 2.2: 区分線形カオス的スパイク発振器の時間波形

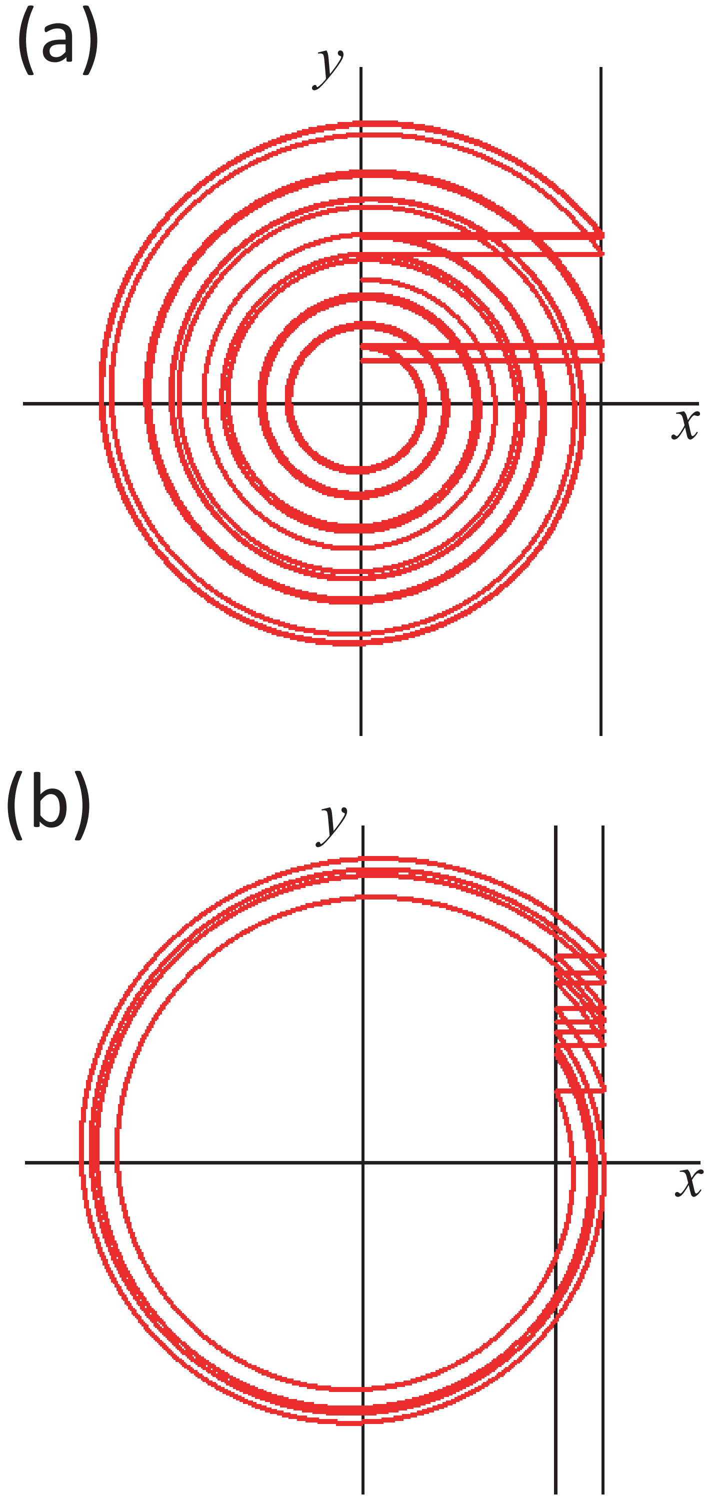



図 2.3: PWL-CSO の軌道例 ($\delta = 0.05$ (a) $q = 0$ (b) $q = 0.8$)

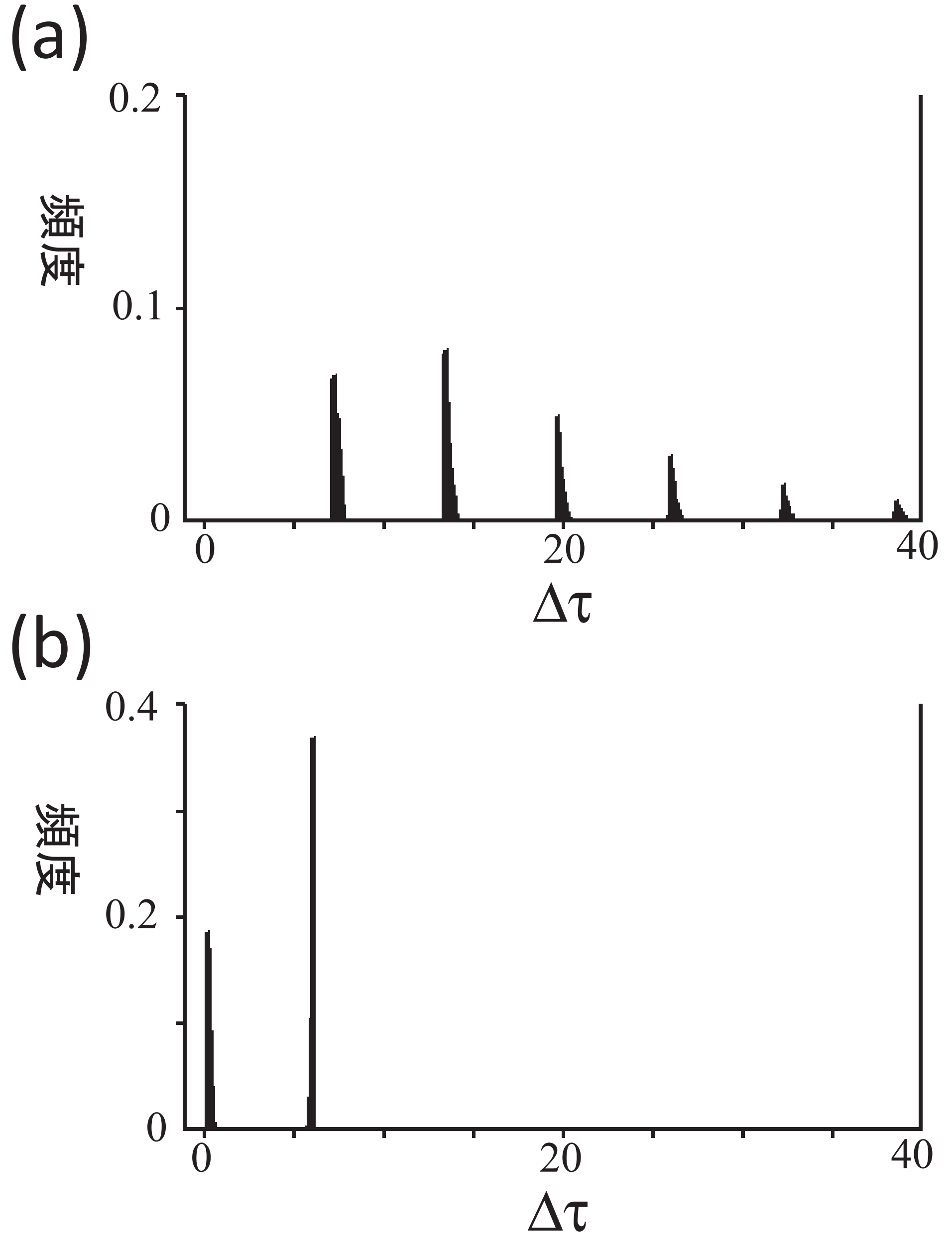



図 2.4: PWL-CSO の ISI のヒストグラム例 ($\delta = 0.05$ (a) $q = 0$ (b) $q = 0.8$)

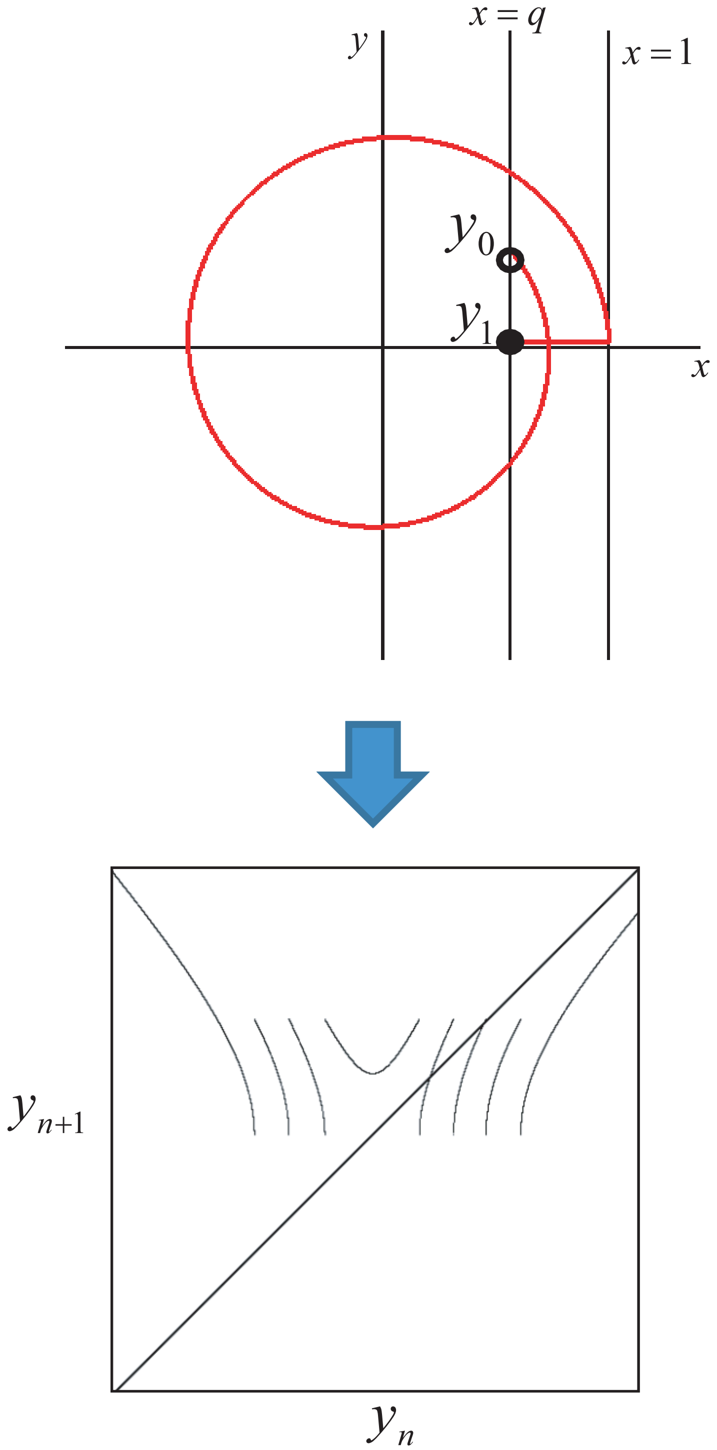



図 2.5: 一次元写像の作成例

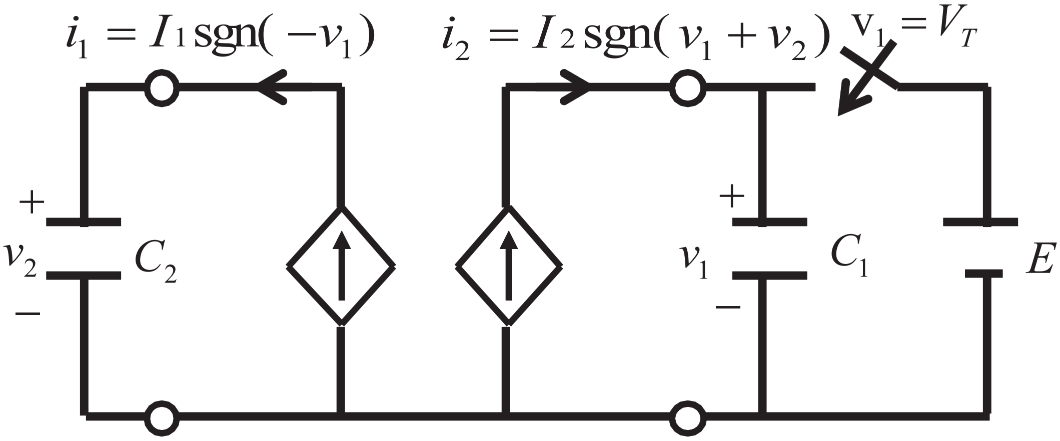



図 2.6: 区分定数カオス的スパイク発振器

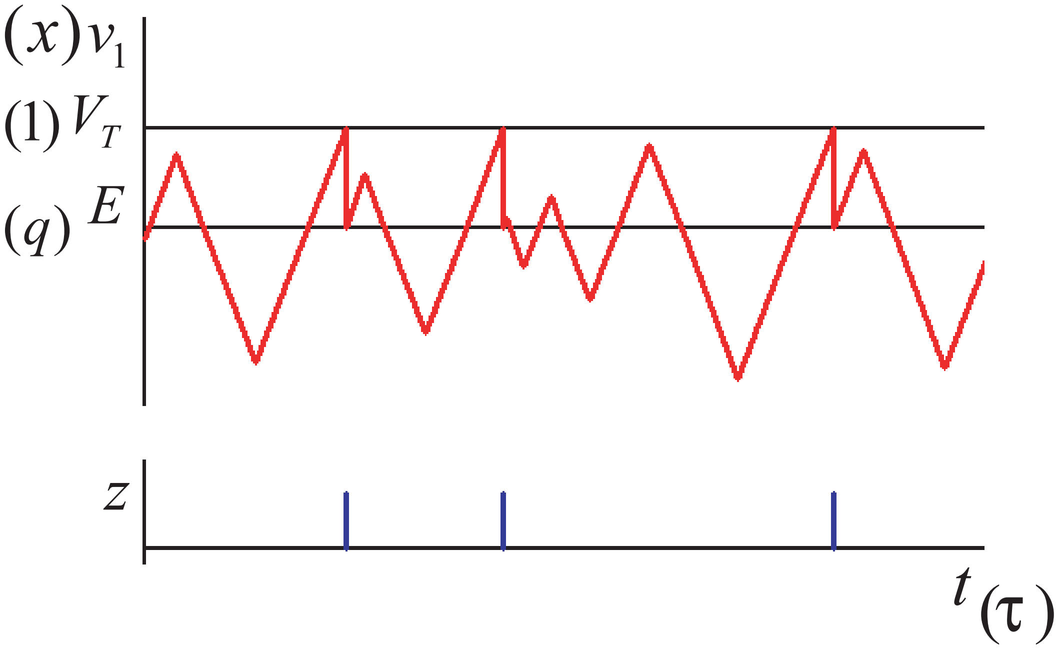



図 2.7: 区分定数カオス的スパイク発振器の時間波形

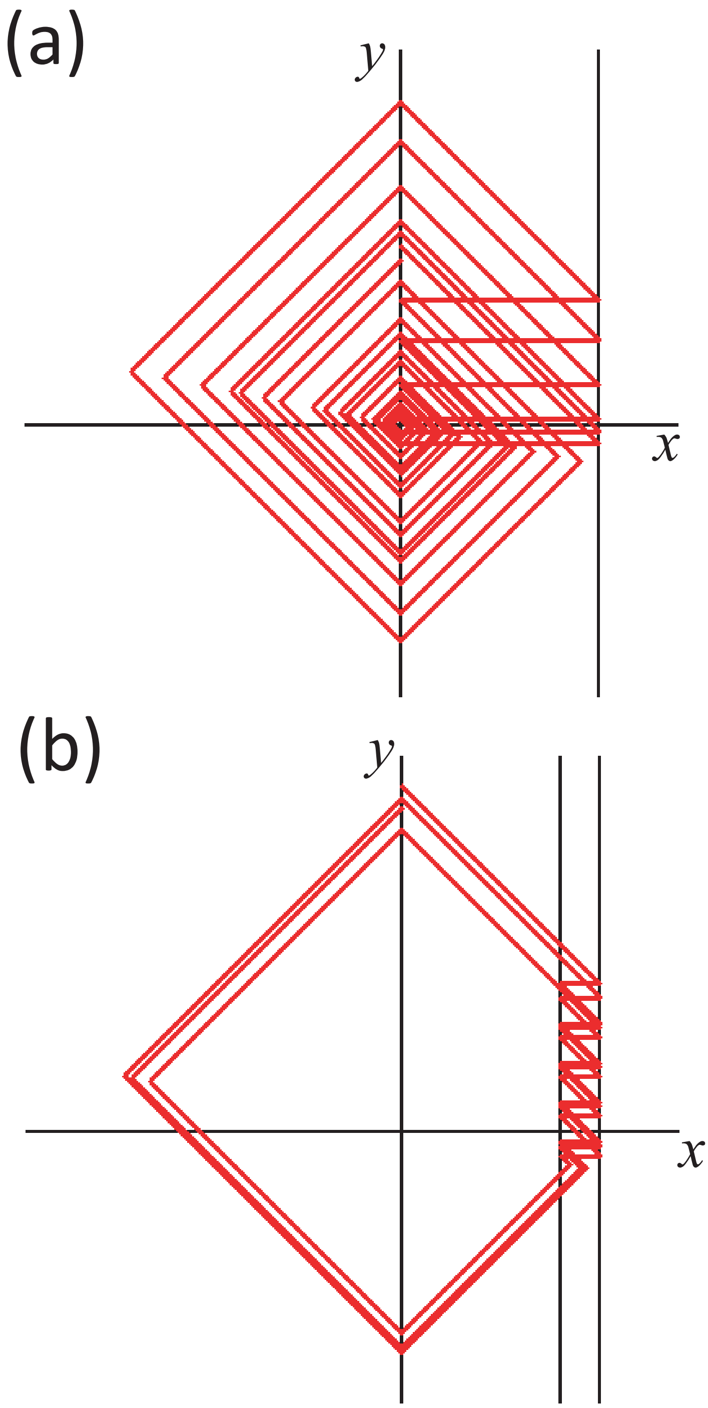



図 2.8: PWC-CSO の軌道例 ($\delta = 0.2$ (a) $q = 0$ (b) $q = 0.8$)

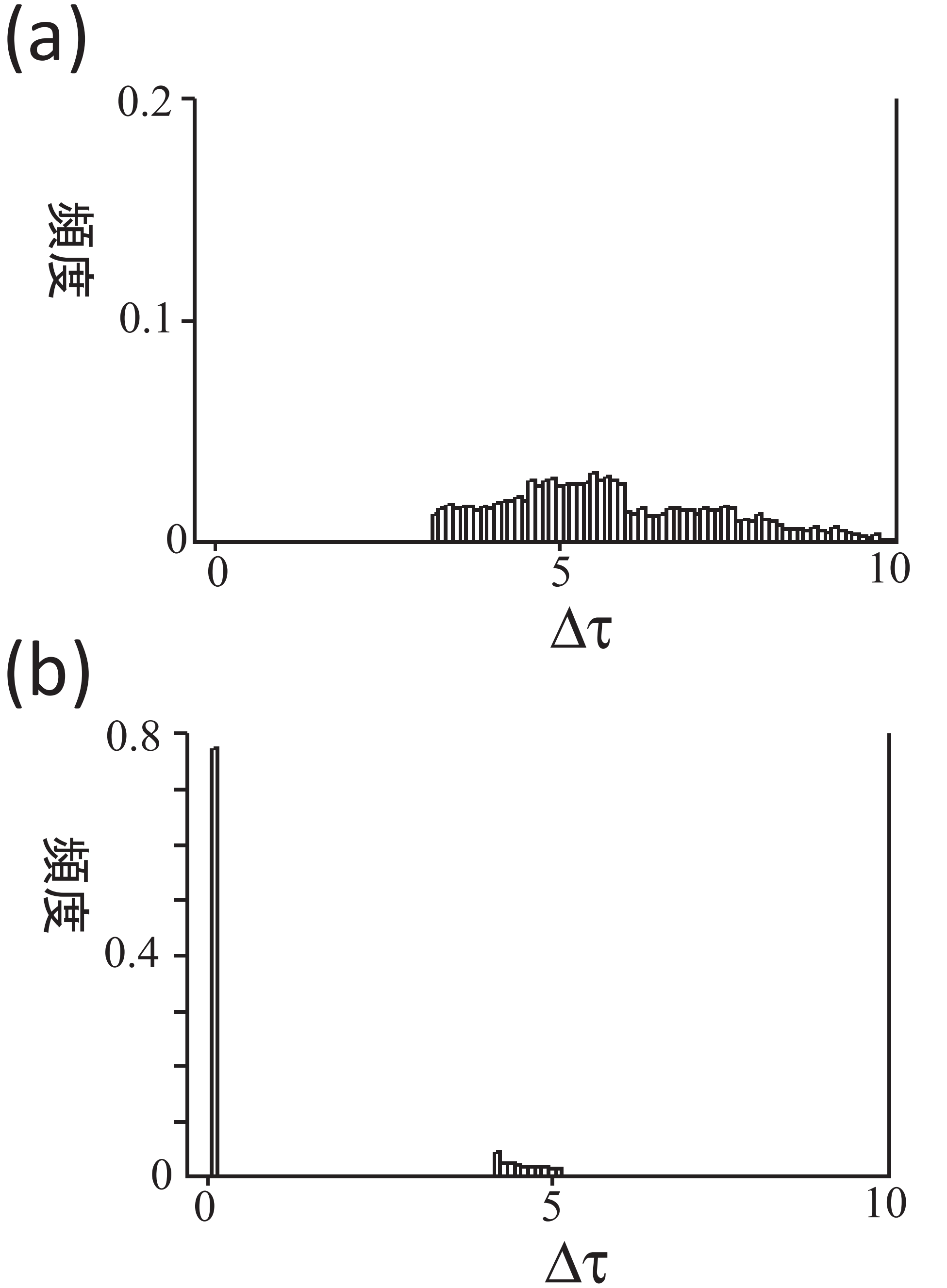



図 2.9: PWC-CSO の ISI のヒストグラム例 ($a = 0.2$ (a) $q = 0$ (b) $q = 0.8$)

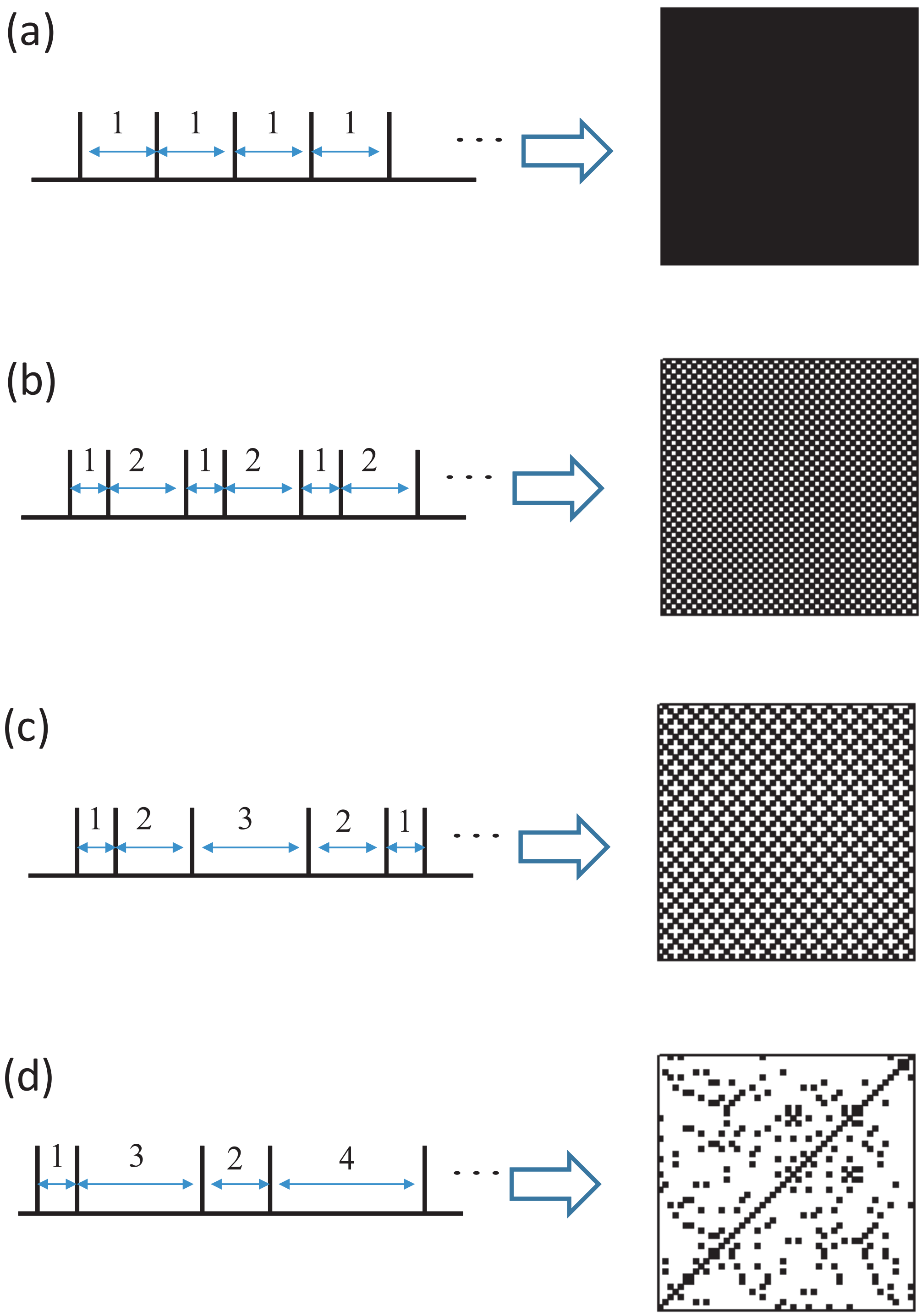



図 2.10: リカレンスプロットの作成例 (a) 一定間隔のスパイク列 (b) 2 周期のスパイク列 (c) 3 周期のスパイク列 (d) ランダムな間隔のスパイク列

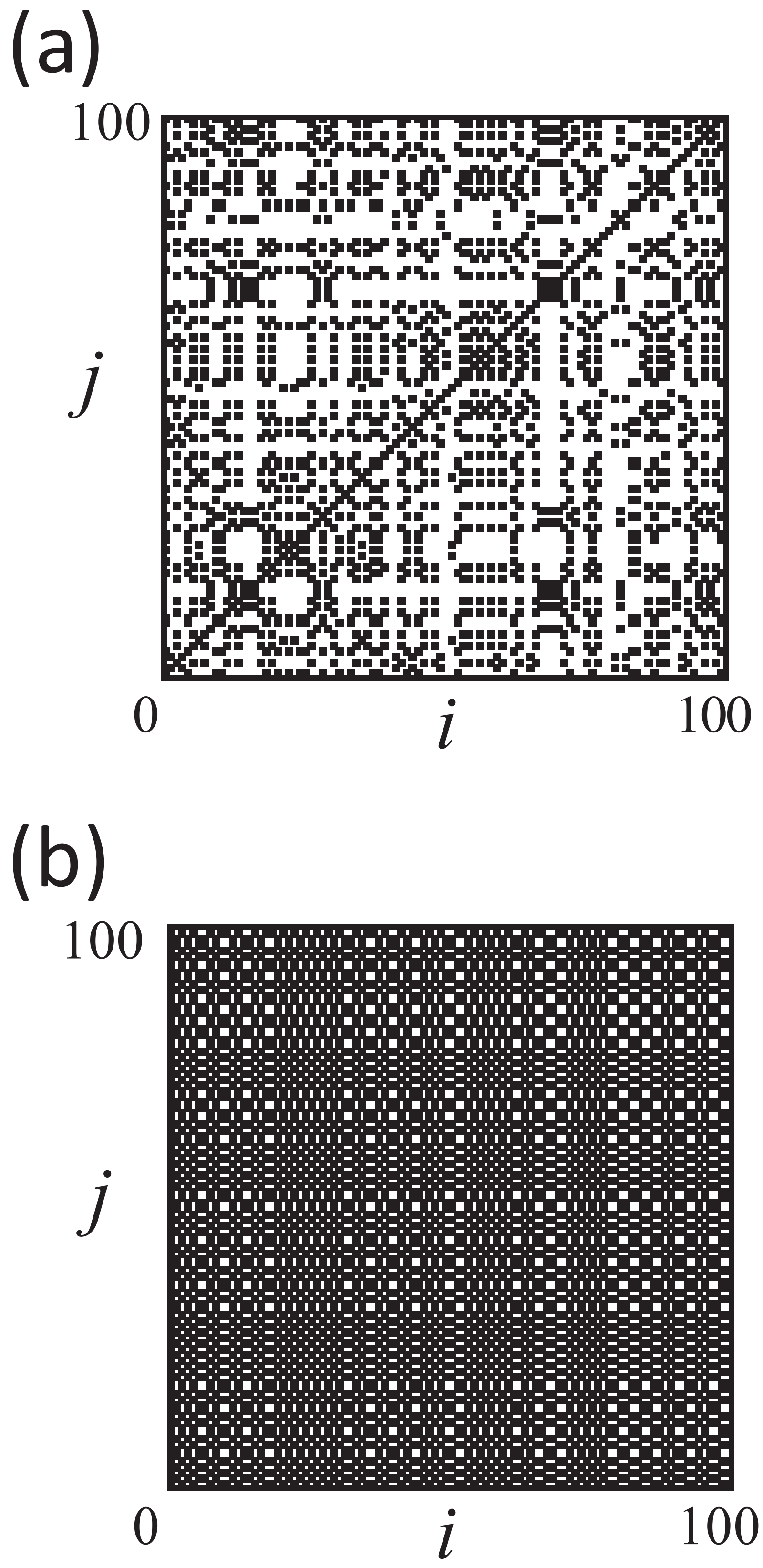



図 2.11: PWL-CSO の ISI から作成した RP ($\theta = 0.5$ (a) $q = 0$ (b) $q = 0.8$)

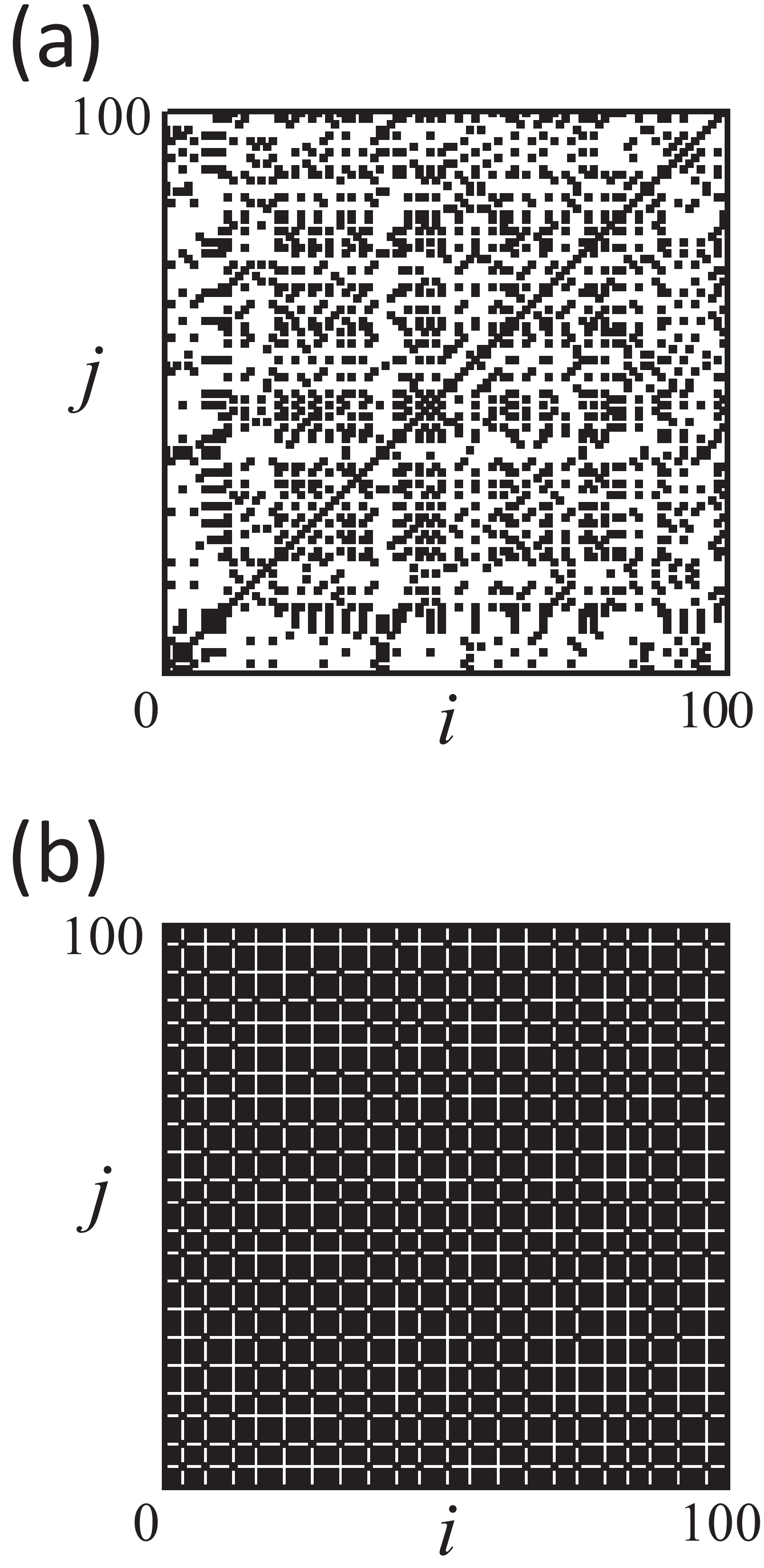



図 2.12: PWC-CSO の ISI から作成した RP ($\theta = 0.5$ (a) $q = 0$ (b) $q = 0.8$)

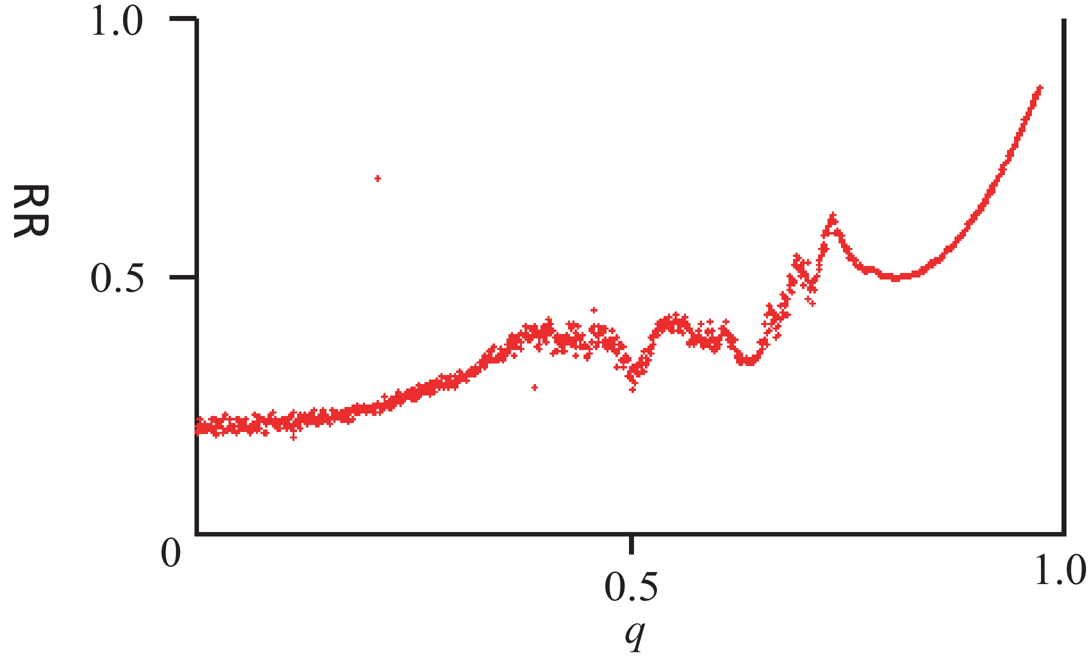



図 2.13: PWL-CSO における $q$ に対する recurrence rate の変化

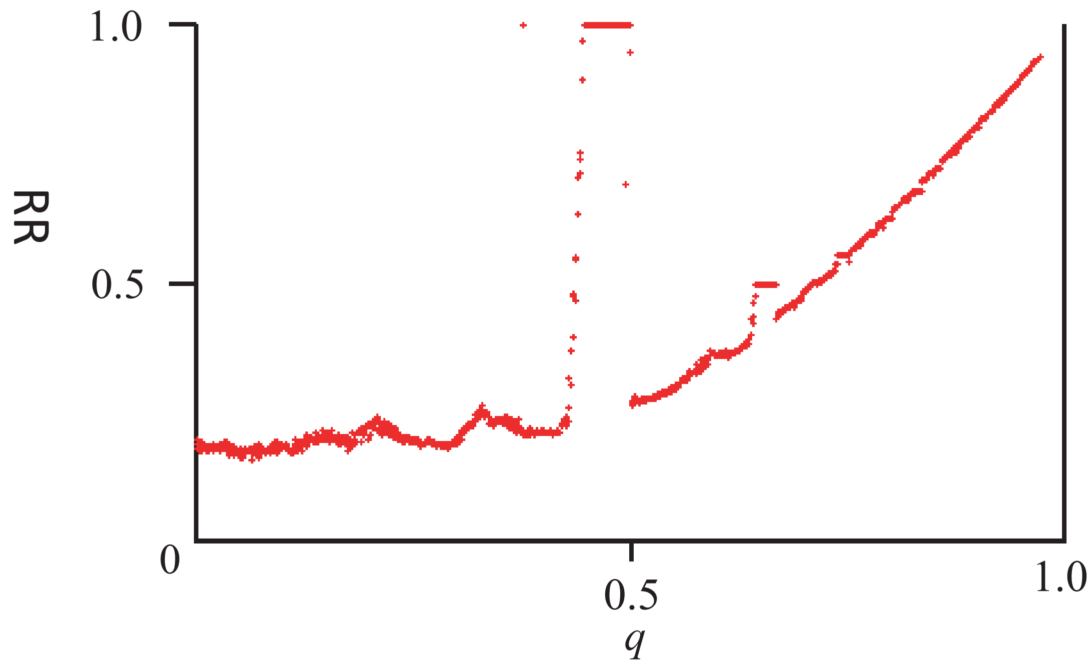



図 2.14: PWC-CSO における $q$ に対する recurrence rate の変化

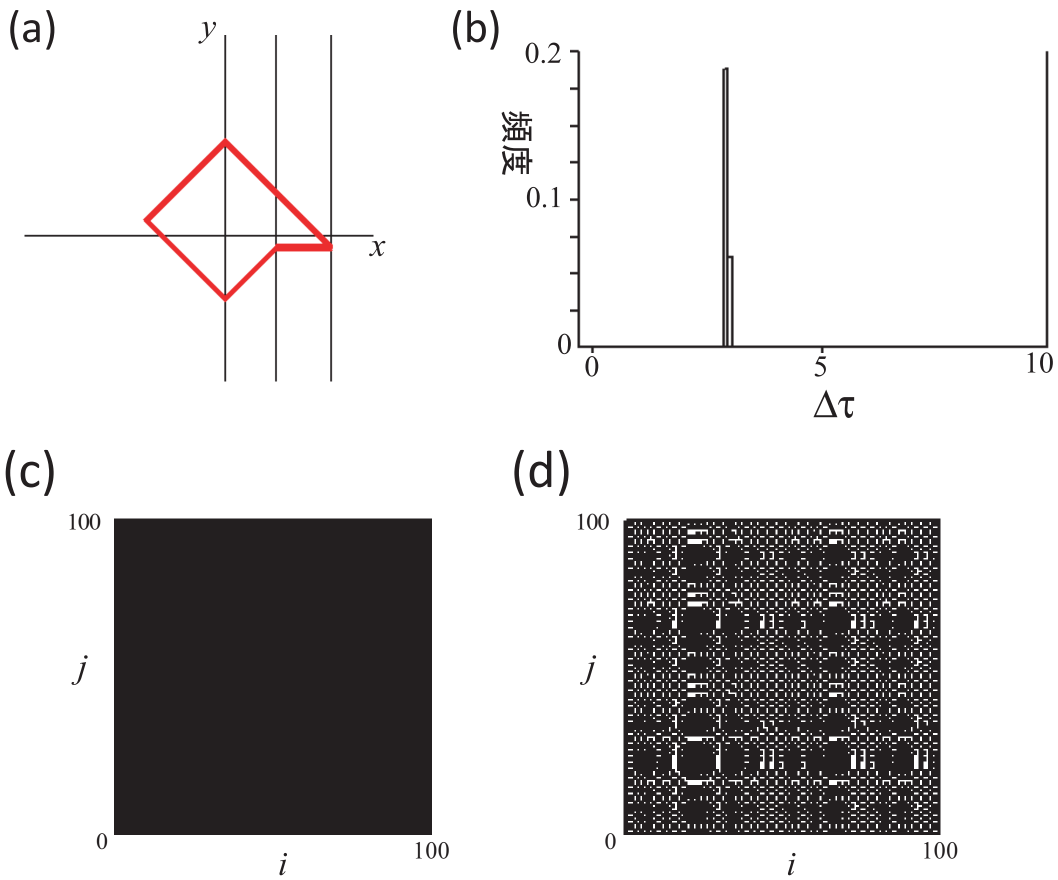



図 2.15: 1 周期の島となるときの (a) 軌道 (b) ISI のヒストグラム (c) RP ($\theta = 0.5$) (d) RP ($\theta = 0.05$)

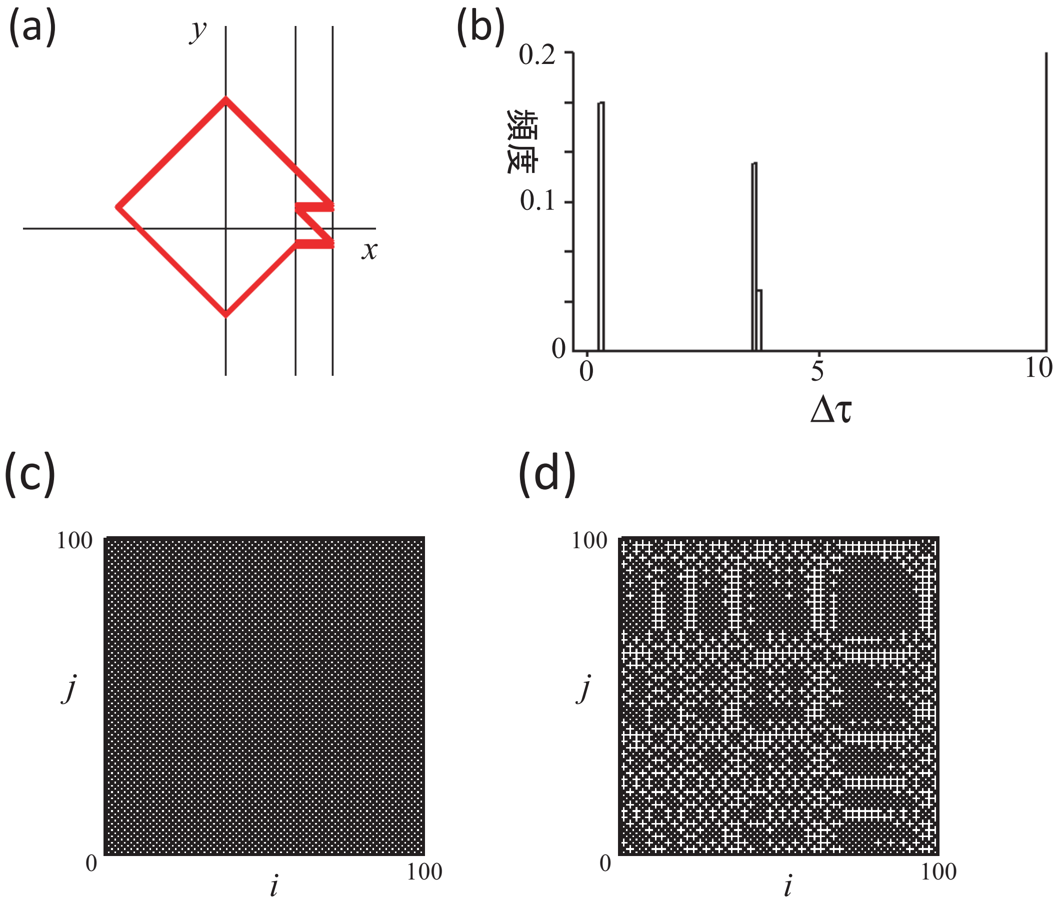



図 2.16: 2 周期の島となるときの (a) 軌道 (b) ISI のヒストグラム (c) RP ($\theta = 0.5$) (d) RP ($\theta = 0.05$)

# 第3章　2種類のスイッチを用いたカオス的スパイク発振器

## 3.1　はじめに

本章では、2種類のインパルススイッチを有するCSOについて考察する。CSOはスイッチングルールによって様々な現象を呈する。従来のCSOのように状態に依存して発火するスイッチングルールを用いた場合、ほとんどの場合においてカオス的なスパイク列を出力する。また時間に依存して発火するスイッチングルールを用いた場合、常に一定間隔のスパイク列しか出力しない (図3.1)。しかし、これらのルールを組み合わせた場合、CSOは様々な周期を持ったスパイク列や、周期に近いカオス的スパイク列を出力する。時間に依存して発火するということは、一定の時間間隔の外部入力によって強制発火することと等しい。そのためこのスイッチングルールを用いたCSOを解析することは、PCNNを構成することを考えるための基礎となる。

本章では、このスイッチングルールを用いたとき、パラメータに対してスパイク列がどのように変化するかを考察する。また、このCSOは設定した時間間隔の定数倍のスパイク間隔を持つスパイク列のみを出力する。そのためRPを作成するために必要なしきい値$\theta$を0としてもRPを作成できる。つまり、パラメータを1つ減らすことができ、よりスパイク列同士の比較を行い易くなると考えられる。2種類のインパルススイッチを有するCSOについて典型的な現象を紹介したあと、RPを用いた解析を行う。

## 3.2 回路モデルと回路方程式

2 種類のインパルススイッチを有する CSO を図 3.2 に示す。キャパシタ電圧 $v_1$ がしきい値 $V_T$ より小さい、もしくは時間間隔 $T$ の外部入力が入力されていないとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\begin{bmatrix} \dot{v_1} \\ \dot{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ -g_2 & g_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \qquad v_1 < V_T \text{ or } t \neq nT(n = 1, 2, \cdots) \tag{3.1}$$

また時間 $t = nT$ で、$v_1$ が $V_T$ 以上のとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\left[v_1(t^+),\ v_2(t^+)\right]^T = [E,\ v_2(t)]^T \qquad v_1 \geq V_T \text{ and } t = nT \tag{3.2}$$

基本的な動作は従来の CSO と同様なものであり、振動発火動作を繰り返して、スパイク列を出力する回路となっている (図 3.3)。次の無次元化変数とパラメータを用いて無次元化する。

$$\tau = g_2 t,\ x = \frac{v_1}{V_T},\ y = \frac{v_1}{V_T},\ \delta = \frac{g_1}{g_2},\ q = \frac{E}{V_T},\ d = g_2 T$$

これにより、式 (3.1), (3.2) は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & 1 \\ -1 & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad x < 1 \text{ or } \tau \neq nd(n = 1, 2, \cdots) \tag{3.3}$$

$$\left[x(\tau^+),\ y(\tau^+)\right]^T = [q,\ y(\tau)]^T \qquad x \geq 1 \text{ and } \tau = nd \tag{3.4}$$

ここで回路パラメータは減衰定数 $\delta$、ベース $q$、外部入力間隔 $d$ の 3 つである。本論文では、$\delta$ と $d$ の値を固定し、$q$ に対する現象の変化を考察する。

図 3.4-3.7 に典型的な軌道と ISI のヒストグラムを示す。従来の CSO と異なり、ISI が $d$ の定数倍の値しかとらないことが特徴である。$q = 0.1$ のとき、軌道はカオス軌道となる。ISI の取りうる値も様々であり、主に出力する ISI ($\Delta\tau = d, 2d, 6d, 9d$) 以外にも、少ない頻度ではあるものの様々な ISI($\Delta\tau = 4d, 10d, 12d, \cdots$) を出力している。$q$ が大きくなると、軌道は周期的になり、ISI の取りうる値も狭くなる。$q$ が負の値のときも、軌道は周期的やカオス的など様々な現象を呈する。しかし、$q$ が正の値の場合とは

出力するスパイク列の特徴が異なる。周期軌道となる場合には、ヒストグラムが非常に短い ISI と長い ISI の組み合わせとなる。またカオス軌道となる場合には、ISI の取るうる値が非常に少なくなっていることが分かる。

このように、2 種類のスイッチングルールを用いた場合、様々な分岐現象を呈することが分かる。特に周期的な振る舞いをすることが多いため、より分かりやすく周期性を表現するために RP を用いて解析を行う。

## 3.3 リカレンスプロットを用いた解析

ISI から RP を作成することで解析を行う。通常の場合、RP を作成するために、パラメータ $\theta$ を設定する必要がある。RP はこの $\theta$ によって画像が変化するため、適切な $\theta$ を設定することは、解析を行う上で非常に重要な要素となる。しかし、本章で用いている CSO は $d$ の定数倍の ISI のみしか出力しないため、$\theta < d$ という条件で $\theta$ の値を変化させても画像の変化は起こらない。また、同じ値の ISI を多く出力するため、$\theta < d$ という条件でも十分に画像を描くことが可能である。そこで、RP の作成のための条件を次のようにすることで、$\theta$ を用いずに RP の作成が可能となる。

$$D(i,j) = |\Delta\tau_i - \Delta\tau_j| \tag{3.5}$$

$$D(i,j) = 0 \quad \Longrightarrow \quad P \text{ の } (i,j) \text{ 画素を描画}$$

これにより、$\theta$ に影響されず、よりシンプルに現象の比較ができる。

図 3.6、3.7 に対応する RP を図 3.8、3.9 に示す。$q = 0.1$ のとき、RP は多くの斜線を含んでいる。RP において斜線は周期性を示している。そのため、このスパイク列はある程度の周期性を持っていることが分かる。しかし、完全に周期を持っているわけではないため、RP は同じ画像の繰り返しとはならない。つまり、周期信号に近いカオス的スパイク列を出力している。$q$ が大きくなると、RP は同じ画像の繰り返しとなる。これはスパイク列が周期的になっているからであり、その周期は RP の繰り返し画像の大きさで分かる。$q = 0.5$ のときは 7 周期となっている。$q = -0.3$ のときも一様な画

像となっており、周期的な振る舞い (3 周期) をしていることが分かる。$q = -0.65$ のとき、画像は非常に黒い部分が多くなる。これは全く同じ ISI を出力することが多いからである。また、ヒストグラムにより、ISI の取りうる値が 2 種類しかないことが分かるため、この RP は厳密に ISI の変化の順序関係を表していることになる。RP には 2 種類の ISI が交互に現れる画像や (RP の左下部分)、一方の ISI が現れ続ける画像 (RP の黒い四角部分) などがあり、かなり複雑なスパイク列を出力していることが分かる。

これまでの解析から、軌道がカオスとなる場合でもスパイク列が周期的に近い特性を持っていることが分かった。しかし、これらのスパイク列が本当にカオス的なのか周期的なのかを RP を見ただけで判断することは難しい。そこで、作成した RP を特定のサイズで分割し、分割した各 RP が一致するかどうかで周期性を判断する。図 3.10 に $q$ に対する、この方法による周期の計算結果を示した。ただし、分割は $1 \times 1$ から $1000 \times 1000$ までのサイズで行い、これらの分割で周期性が見つからなければカオス的であるとしている。図より、$q \geq 0.16$ ではカオス的スパイク列が出力されておらず、特定の周期を持っていることが分かり、その周期の変化パターンにも一定の法則があることが分かる。また、非常に長い周期が現れていることも特徴である。$0.36 \leq q \leq 0.16$ では、$q$ がわずかでも変化すると様々な周期的振る舞いやカオス的振る舞いに変化する。そのため、現実の回路でこれらの現象を全て見ることは困難であると考えられる。また、$q$ によって周期が変わらない部分 (図線部分) では軌道が相似となっており、スパイク列は同じものとなる (図 3.11)。

## 3.4　2 種類のスイッチを持つ区分定数カオス的スパイク発振器

CSO に時間依存のスイッチングルールを追加することで、様々な周期的なスパイク列を出力することが分かった。そこで、PWC-CSO に時間依存のスイッチングルールを追加し、同様に様々な周期的なスパイク列を出力するのかを確認する。

図 3.12 に時間依存のインパルススイッチを追加した PWC-CSO を示す。キャパシタ電圧 $v_1$ がしきい値 $V_T$ 以下、もしくは時間間隔 $T$ の外部入力が入力されていないとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\begin{aligned} C_1\dot{v_1} &= I_2\mathrm{sgn}(v_1+v_2) \\ C_2\dot{v_2} &= I_1\mathrm{sgn}(-v_1) \end{aligned} \qquad v_1 < V_T \text{ or } t \neq nT(n=1,2,\cdots) \tag{3.6}$$

また時間 $t = nT$ で、$v_1$ が $V_T$ 以上のとき、回路方程式は次のように記述される。

$$\left[v_1(t^+),\ v_2(t^+)\right]^T = [E,\ v_2(t)]^T \qquad v_1 \geq V_T \text{ and } t = nT \tag{3.7}$$

図 3.13 に時間波形を示す。次の無次元化変数とパラメータを用いて回路方程式を無次元化する。

$$x = \frac{v_1}{aV_T},\ y = \frac{v_2}{V_T},\ \tau = \frac{I_1 t}{C_2 V_T},\ a = \frac{C_2 I_2}{C_1 I_1},\ q = \frac{E}{V_T},\ d = \frac{I_1 T}{C_2 V_T} \tag{3.8}$$

これにより式 (3.6), (3.7) は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mathrm{sgn}(y+ax) \\ \dot{y} &= \mathrm{sgn}(-x) \end{aligned} \qquad x < 1 \text{ or } \tau \neq nd(n=1,2,\cdots) \tag{3.9}$$

$$\left[x(\tau^+), y(\tau^+)\right]^T = [q, y(\tau)]^T \quad x \geq 1 \text{ and } \tau = nd \tag{3.10}$$

図 3.14-3.19 に典型的な軌道と ISI のヒストグラム、および RP を示す。PWL-CSO と違い、取りうる ISI の値が非常に多くなることが分かる。また基本的にカオス的なスパイク列を出力していることが分かる。RP を見ても、$q = 0.5$ の 場合のみ周期的になっているが、それ以外の場合にはあまり画像に違いがない。つまり、PWC-CSO に時間依存スイッチを追加した場合、あまり分岐が起こらないものと推測される。図 3.20 に $q$ に対する周期を示す。図より、周期的なスパイク列を出力するのは $q = 0.5$ の場合などのごく一部に限られ、ほとんどの場合にカオス的となっていることが分かる。

これらの PWL-CSO と PWC-CSO の現象の違いは、軌道が一周するのにかかる時間が違うことにより起こるものだと考えられる。PWL-CSO の軌道が一周にかかる時間は原点に近い内側を回る場合でも、原点から遠い外側を回る場合でも等しくなる。しかし PWC-CSO はその軌道の長さが一周にかかる時間と等しいため、内側を回る場合

と外側を回る場合で時間が違う。そのため、一度発火してから次に発火するまでの時間が常に変化するため、このようなカオス的な振る舞いをするものと考えられる。

## 3.5　むすび

時間依存のスイッチングルールを追加した CSO についての解析を行った。時間依存のスイッチングルールを追加することで、従来の CSO にはない様々な周期的なスパイク列や、周期に近いカオス的なスパイク列を出力することが分かった。またこの CSO のスパイク列から、RP のしきい値 $\theta$ を使用しないで RP を作成することができることを示した。それにより、スパイク列同士の比較を行いやすくなると考えられる。また PWC-CSO に対して時間依存のスイッチングルールを追加した場合、ほとんどのパラメータにおいてカオス的なスパイク列を出力することが分かった。

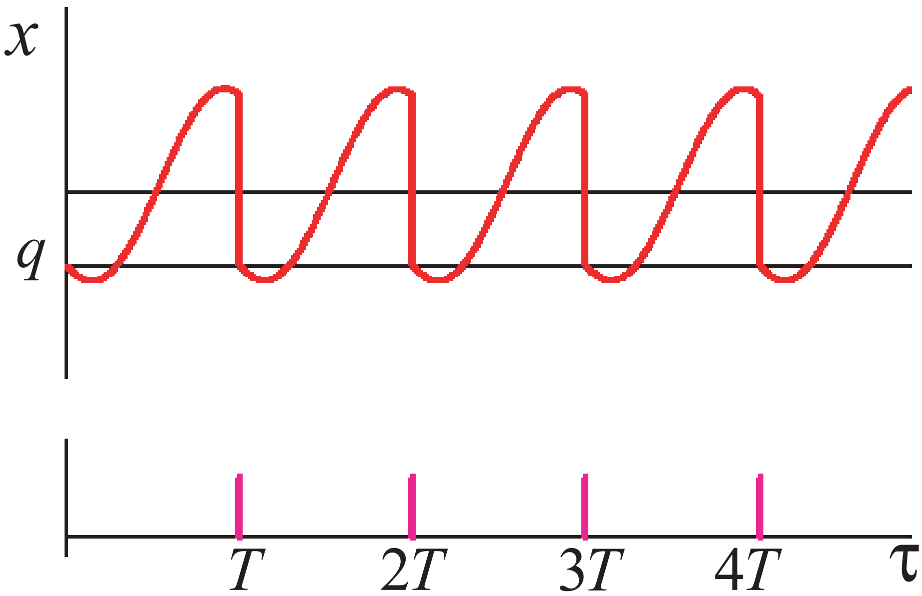



図 3.1: 時間にのみ依存するスイッチングルールを用いたときの CSO の時間波形

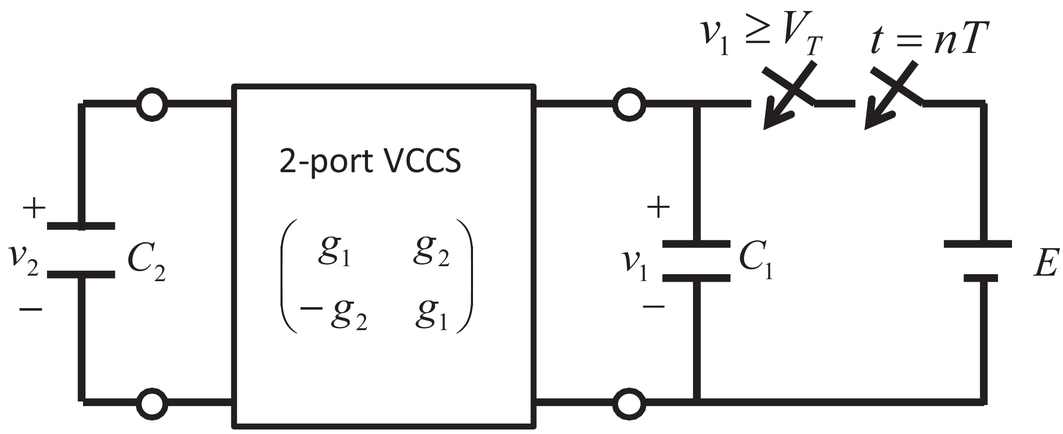



図 3.2: 2 種類のスイッチを持つ CSO

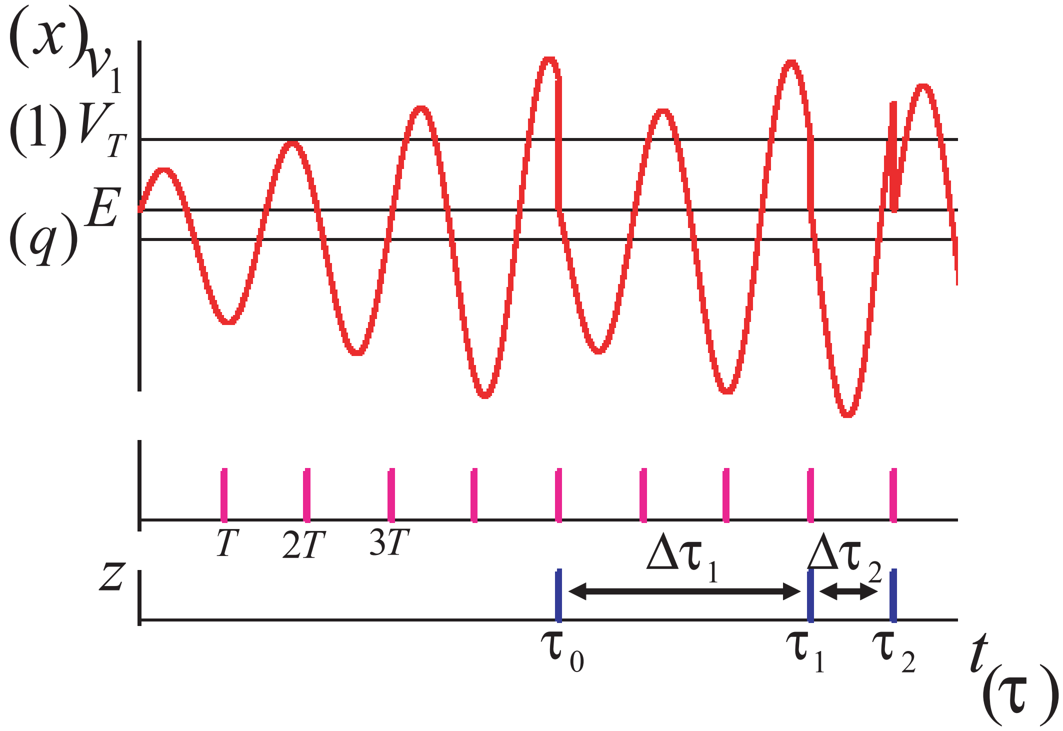



図 3.3: 2 種類のスイッチを持つ CSO の時間波形

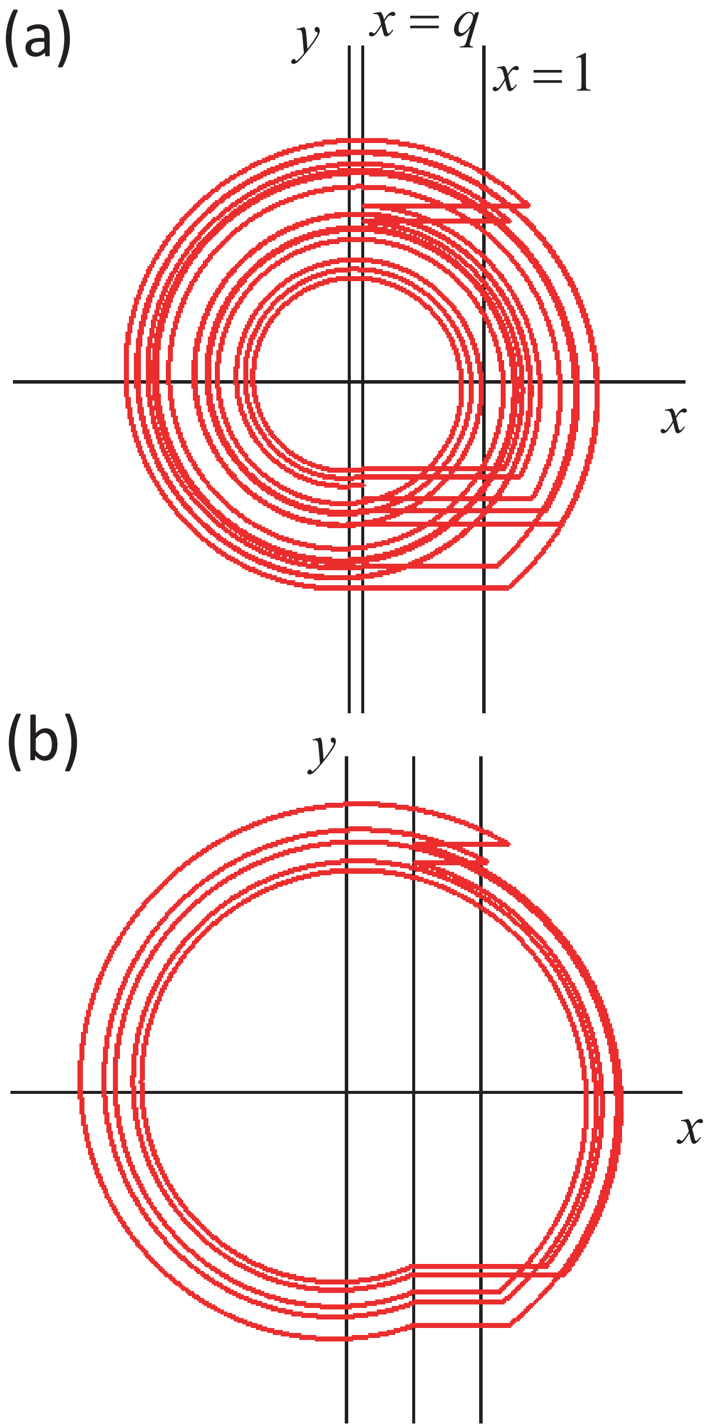



図 3.4: 2 種類のスイッチを持つ CSO の軌道例 ($\delta = 0.05$, $d = 2$ (a) $q = 0.1$ (b) q=0.5)

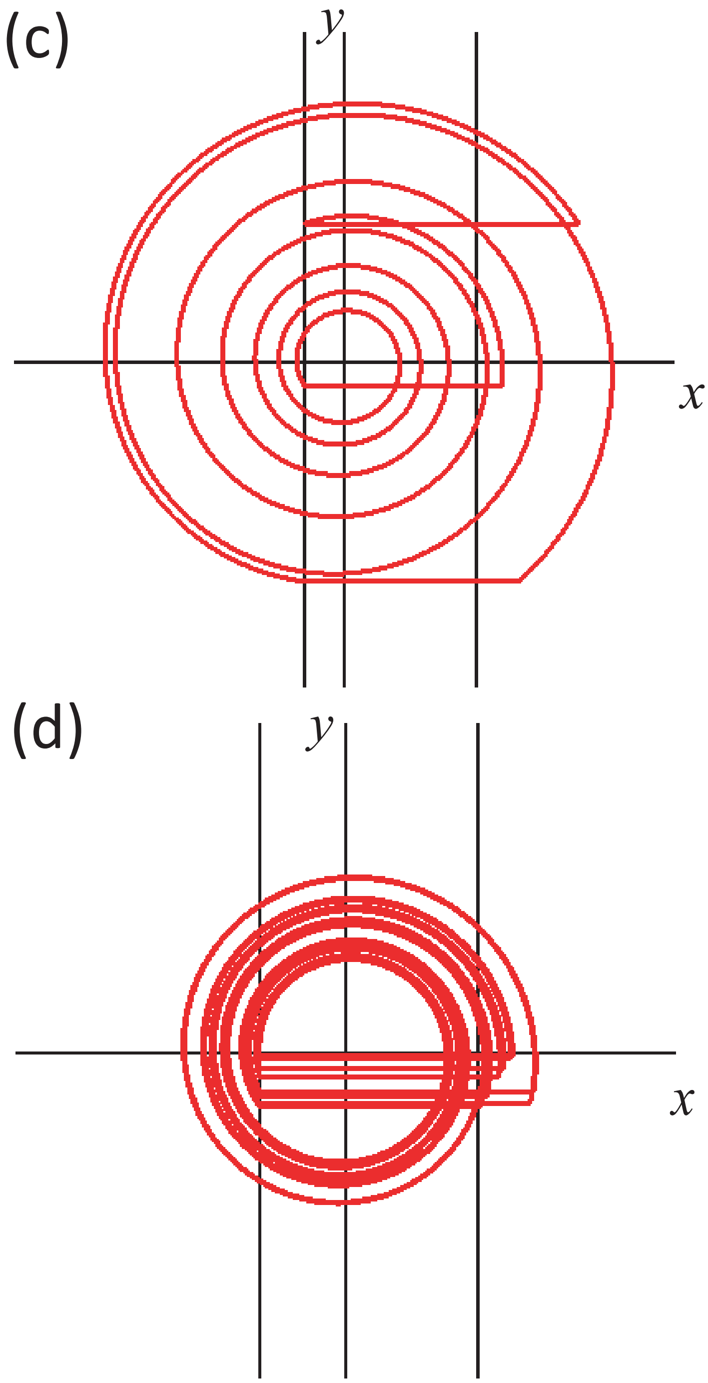



図 3.5: 2 種類のスイッチを持つ CSO の軌道例 ($\delta = 0.05$, $d = 2$ (c) $q = -0.3$ (d) $q = -0.65$)

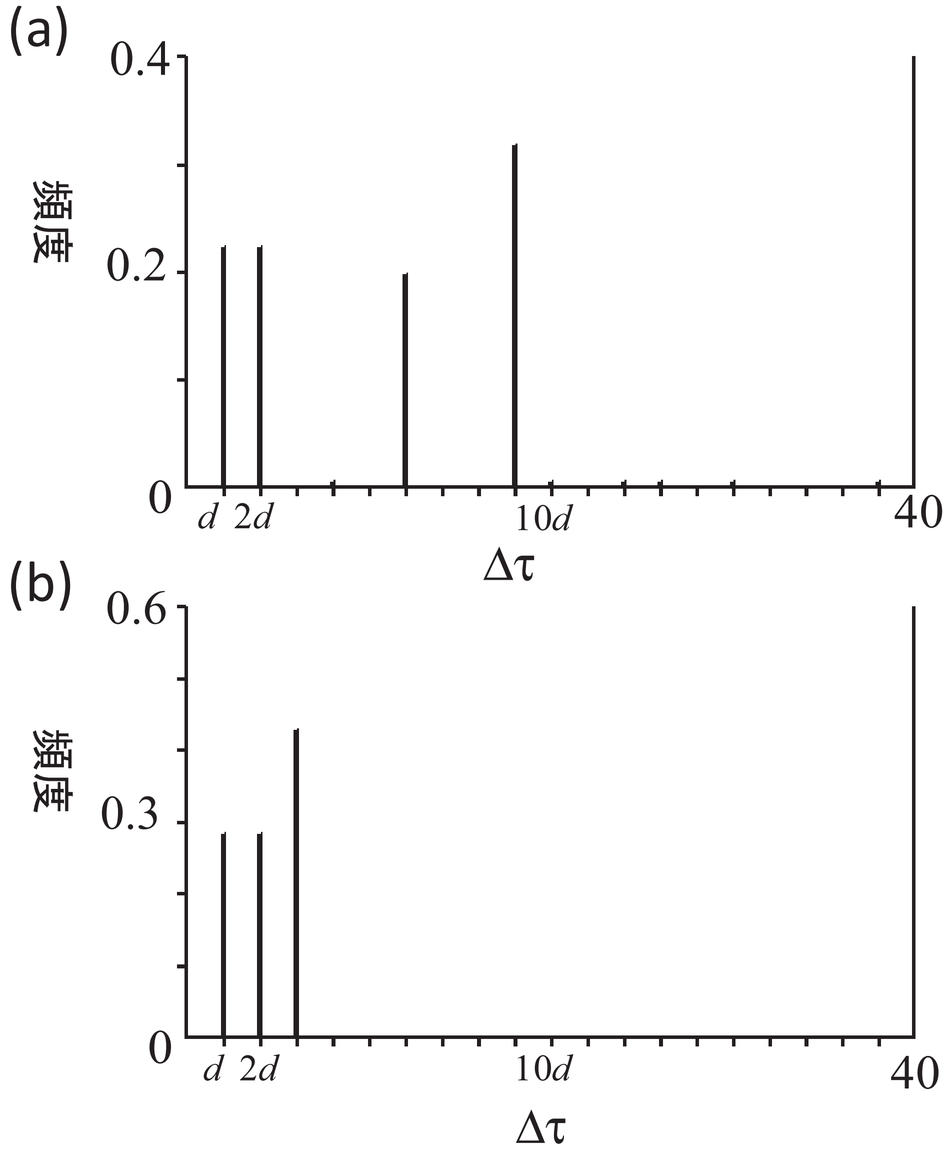



図 3.6: 2 種類のスイッチを有する PWC-CSO の ISI のヒストグラム例 (a) $q = 0.1$ (b) $q = 0.5$

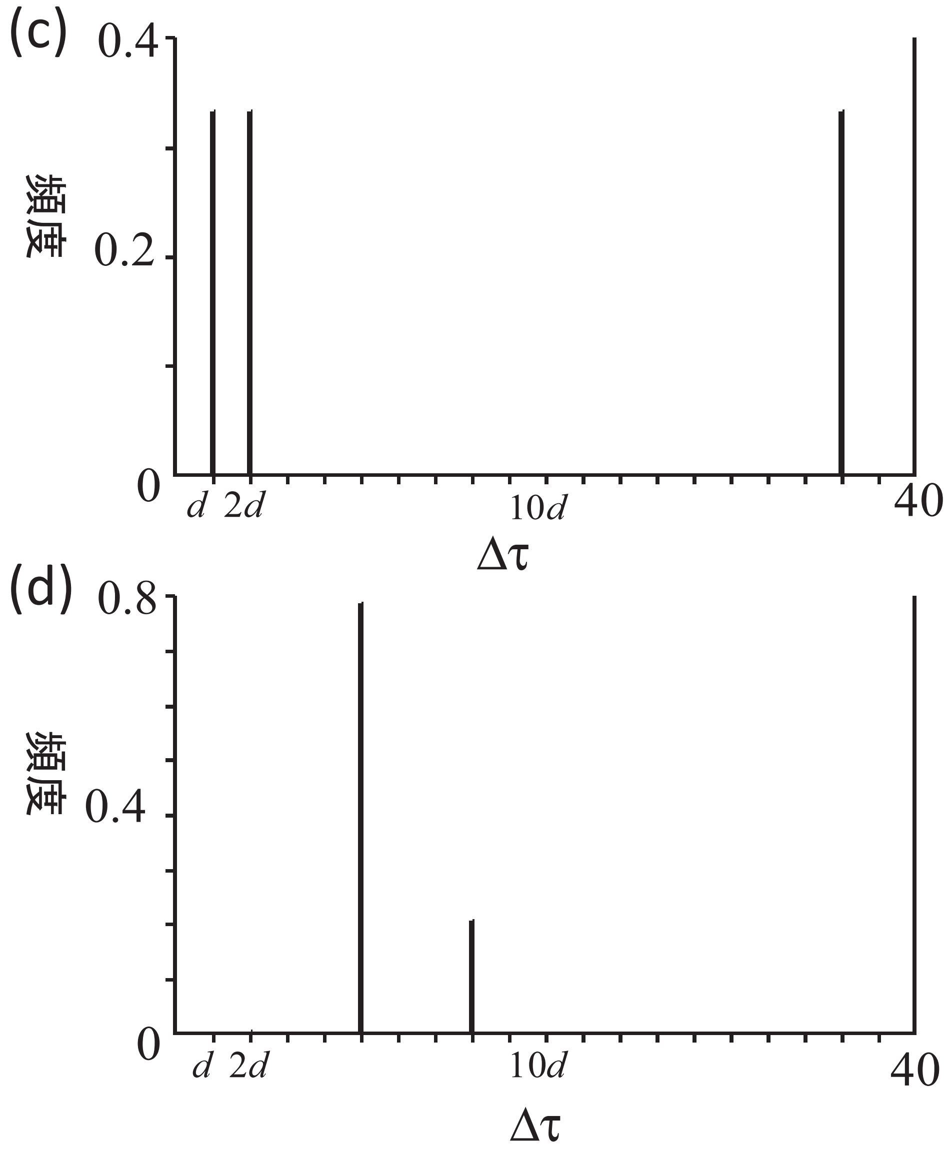



図 3.7: 2 種類のスイッチを有する PWC-CSO の ISI のヒストグラム例 (c) $q = -0.3$ (d) $q = -0.65$

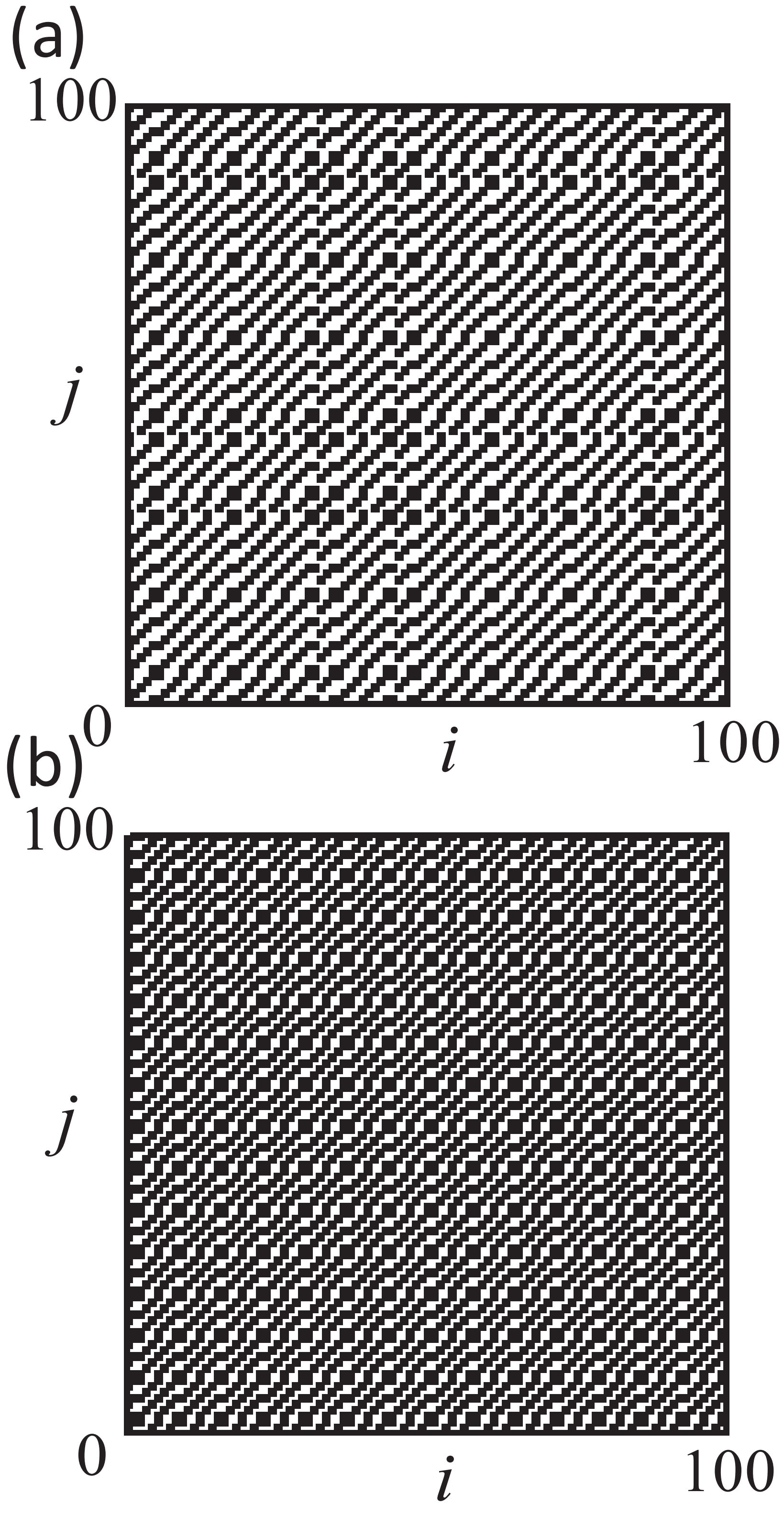



図 3.8: 2 種類のスイッチを有する CSO の ISI から作成した RP (a) $q = 0.1$ (b) $q = 0.5$

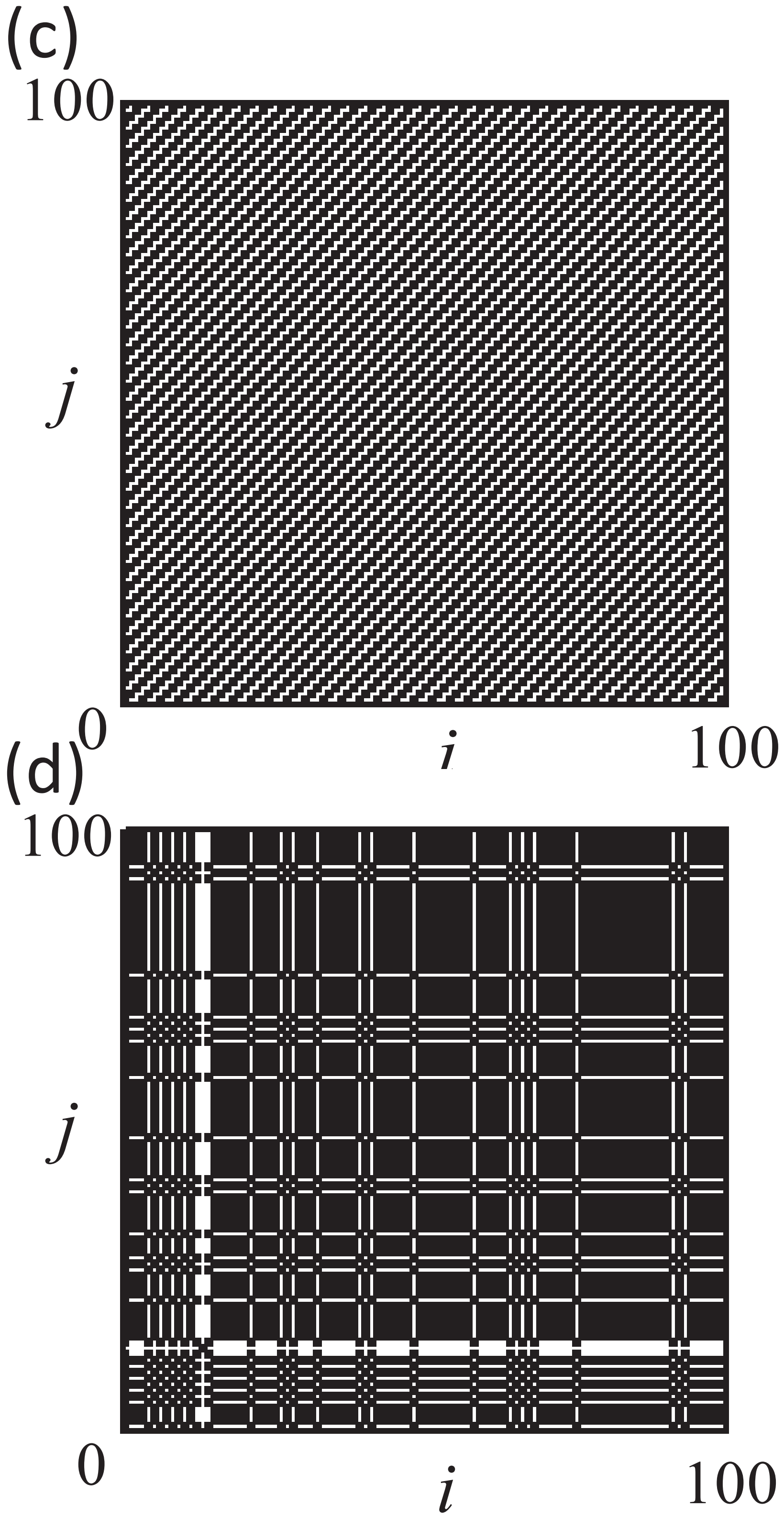



図 3.9: 2 種類のスイッチを有する CSO の ISI から作成した RP (c) $q = -0.3$ (d) $q = -0.65$

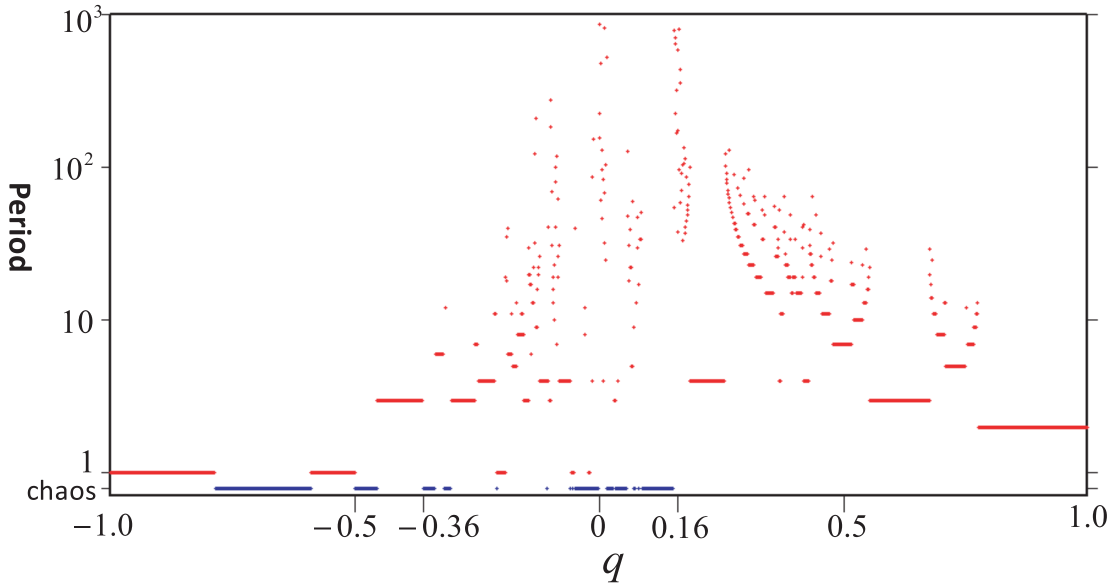



図 3.10: $q$ に対するスパイク列の周期変化 ($\delta = 0.05$, $d = 2$)

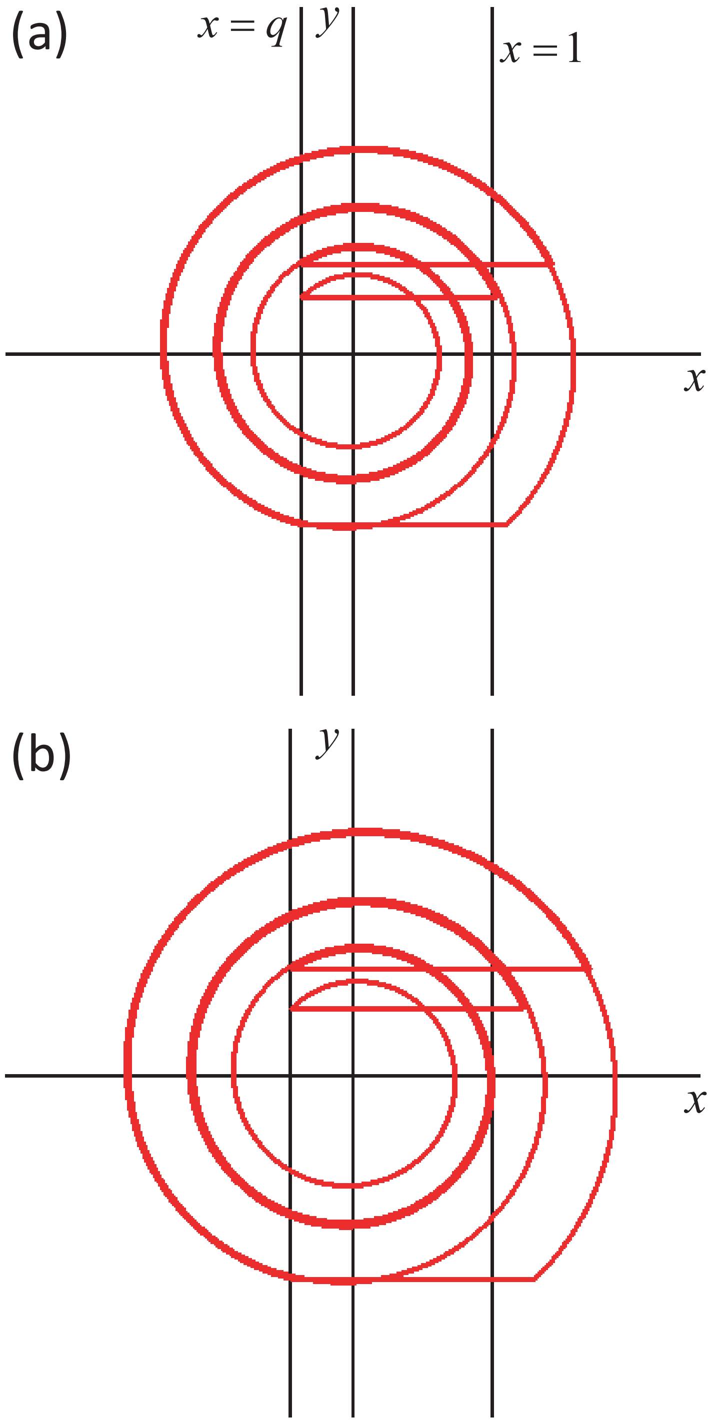



図 3.11: 相似となるときの軌道 (a) $q = -0.37$ (b) $q = -0.44$

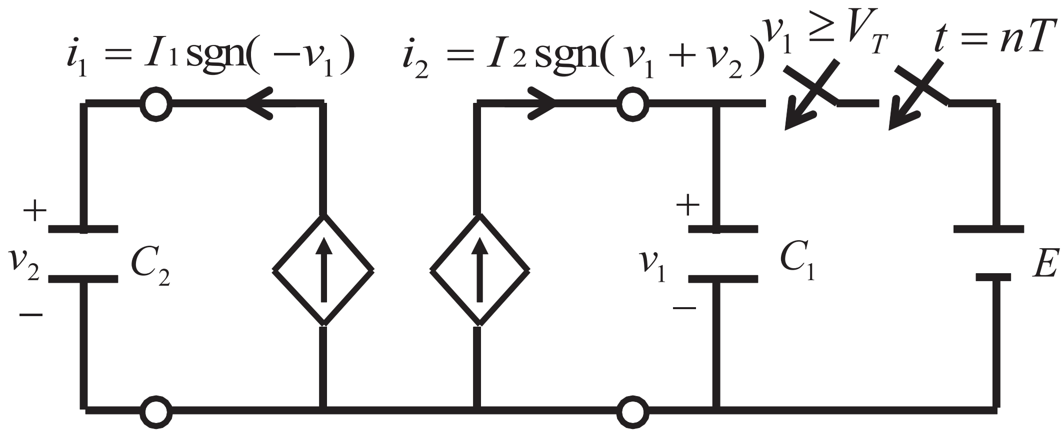



図 3.12: 2 種類のスイッチを持つ PWC-CSO

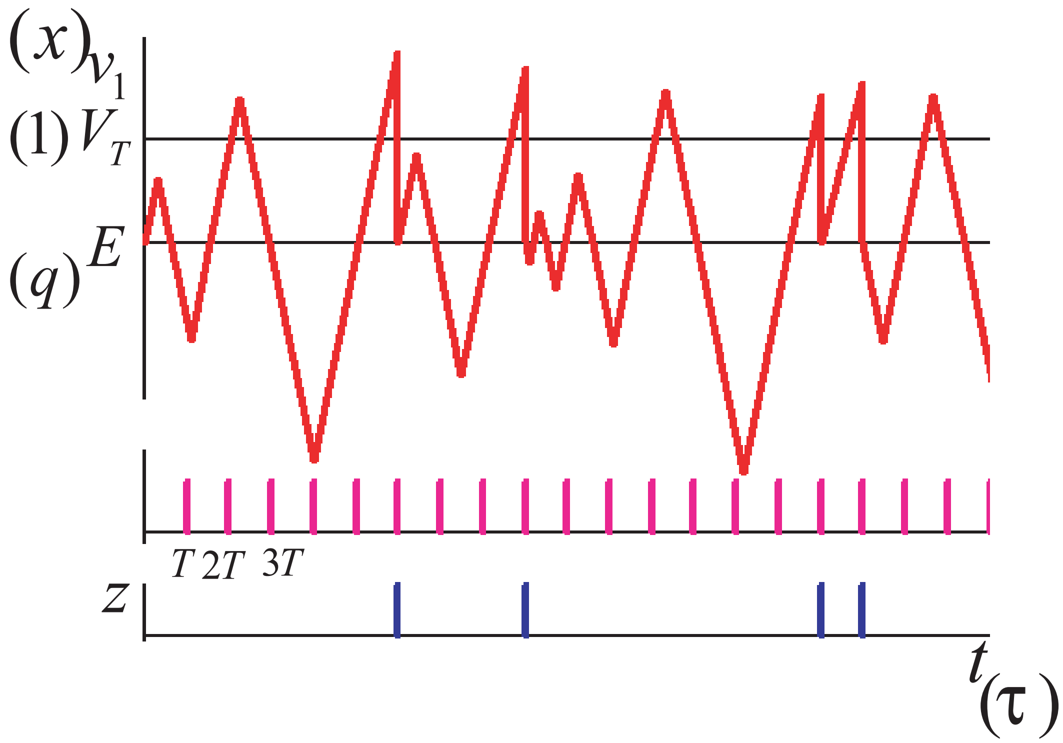



図 3.13: 2 種類のスイッチを持つ PWC-CSO の時間波形

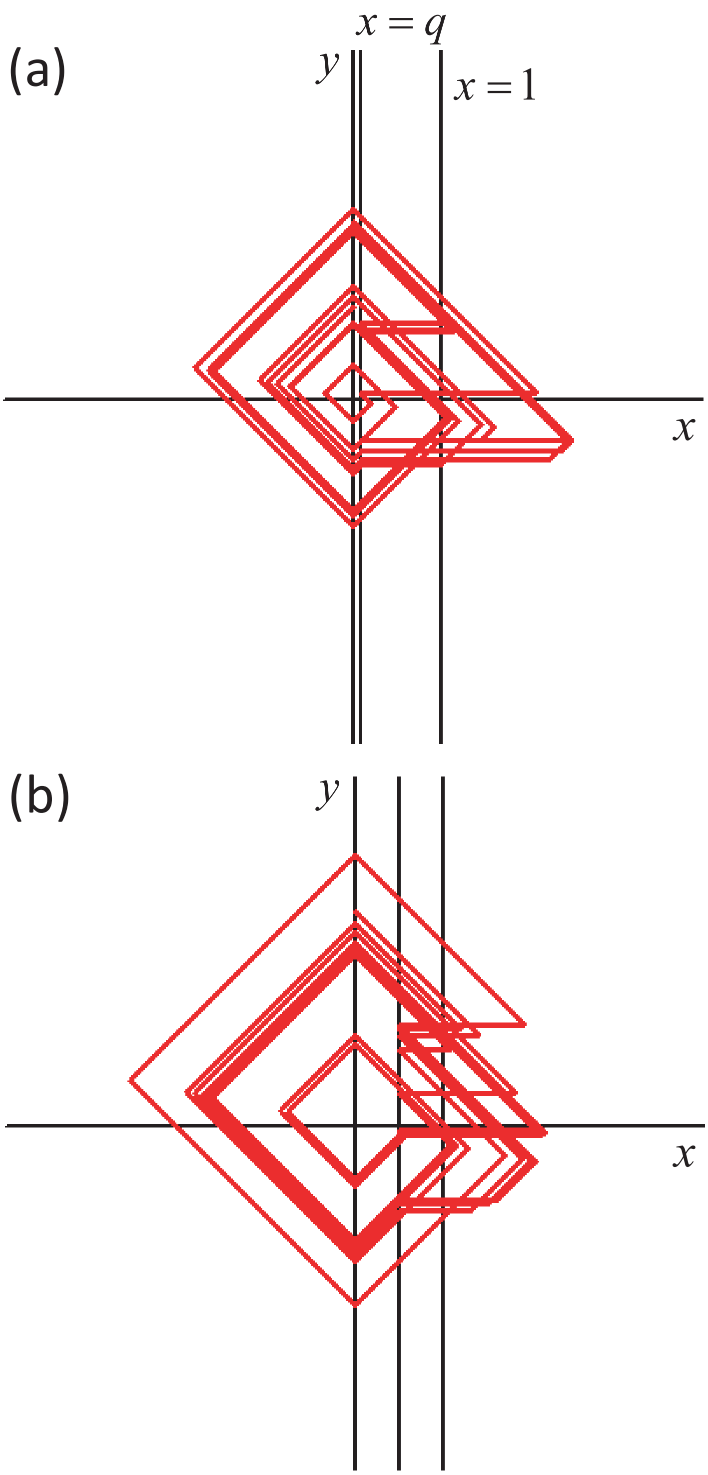



図 3.14: 2 種類のスイッチを持つ PWC-CSO の軌道例 ($a = 0.2$, $d = 2$ (a) $q = 0.1$ (b) $q = 0.5$)

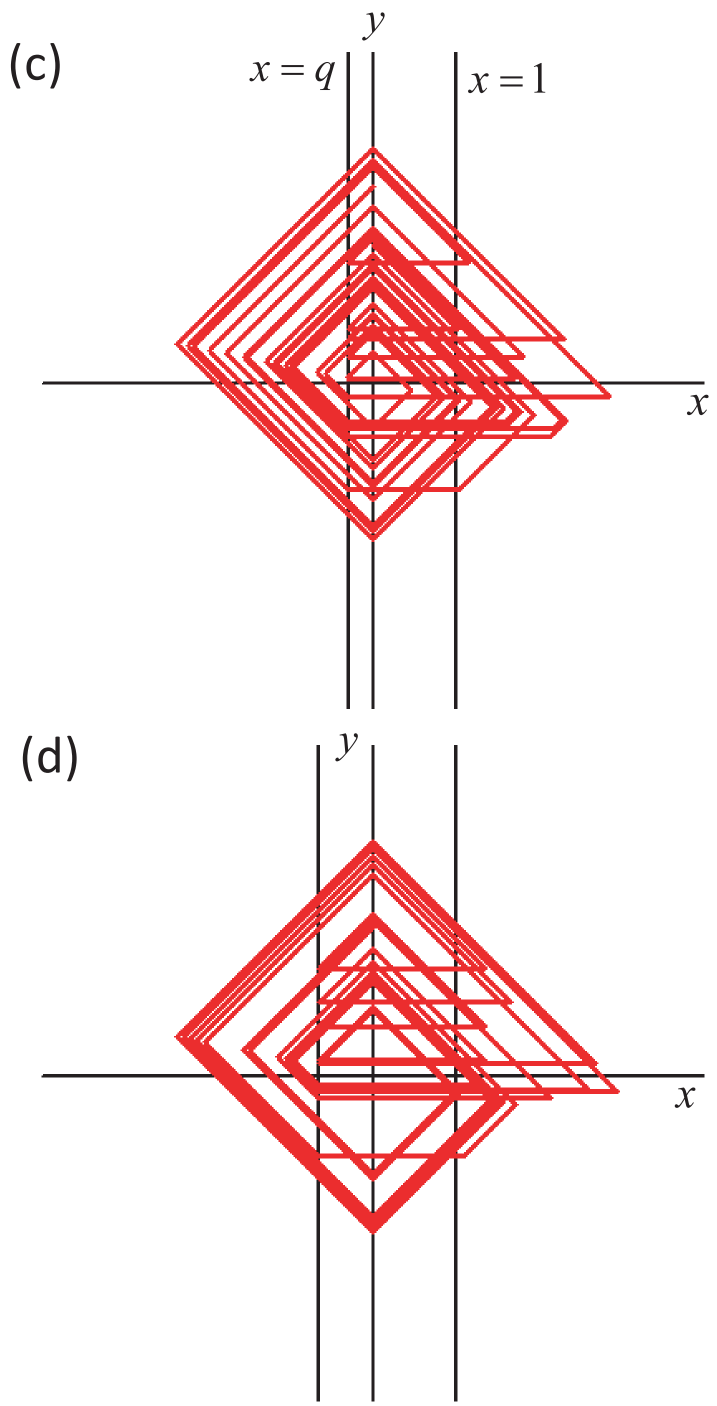
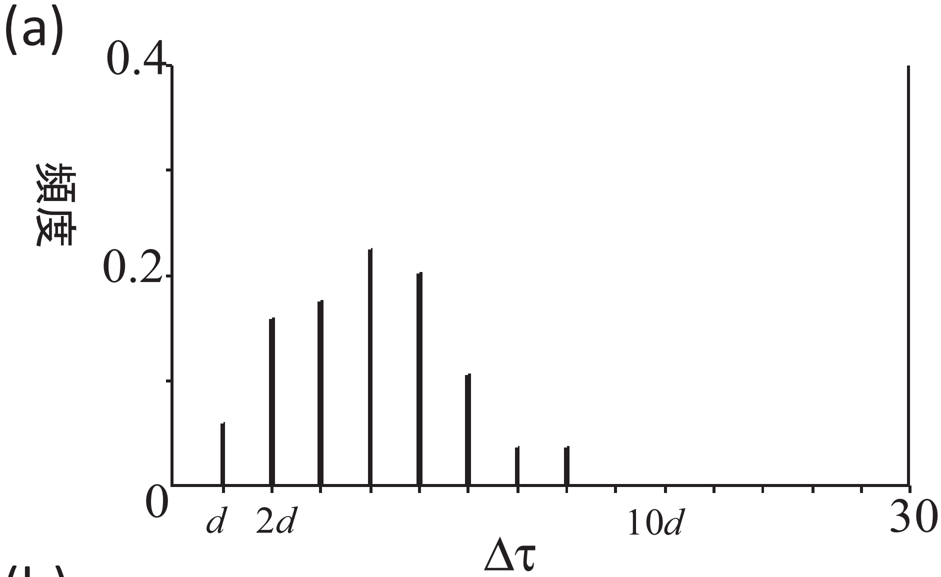



図 3.15: 2 種類のスイッチを持つ PWC-CSO の軌道例 ($a = 2$, $d = 2$ (c) $q = -0.3$ (d) $q = -0.65$)



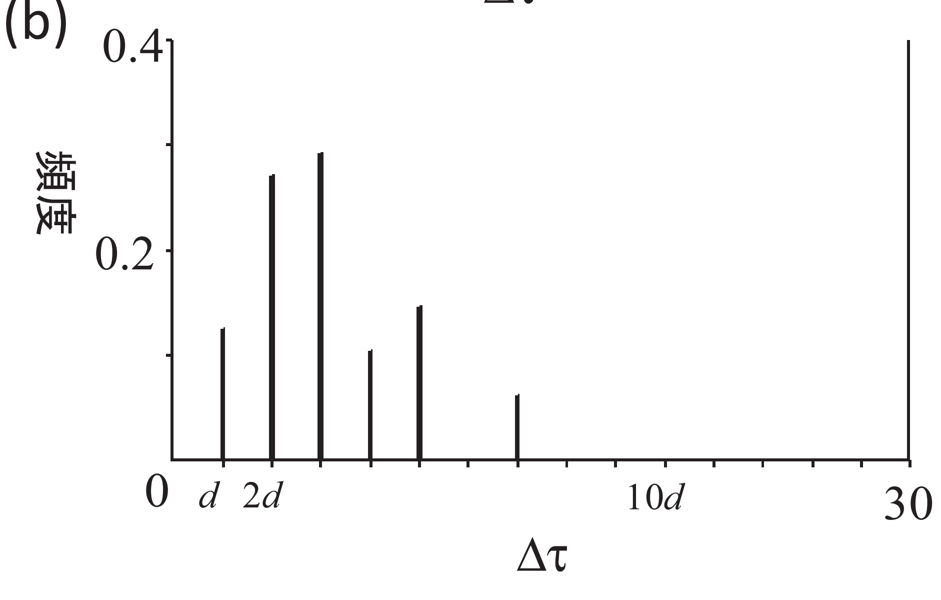




図 3.16: 2 種類のスイッチを有する PWC-CSO の ISI のヒストグラム例 (a) $q = 0.1$ (b) $q = 0.5$

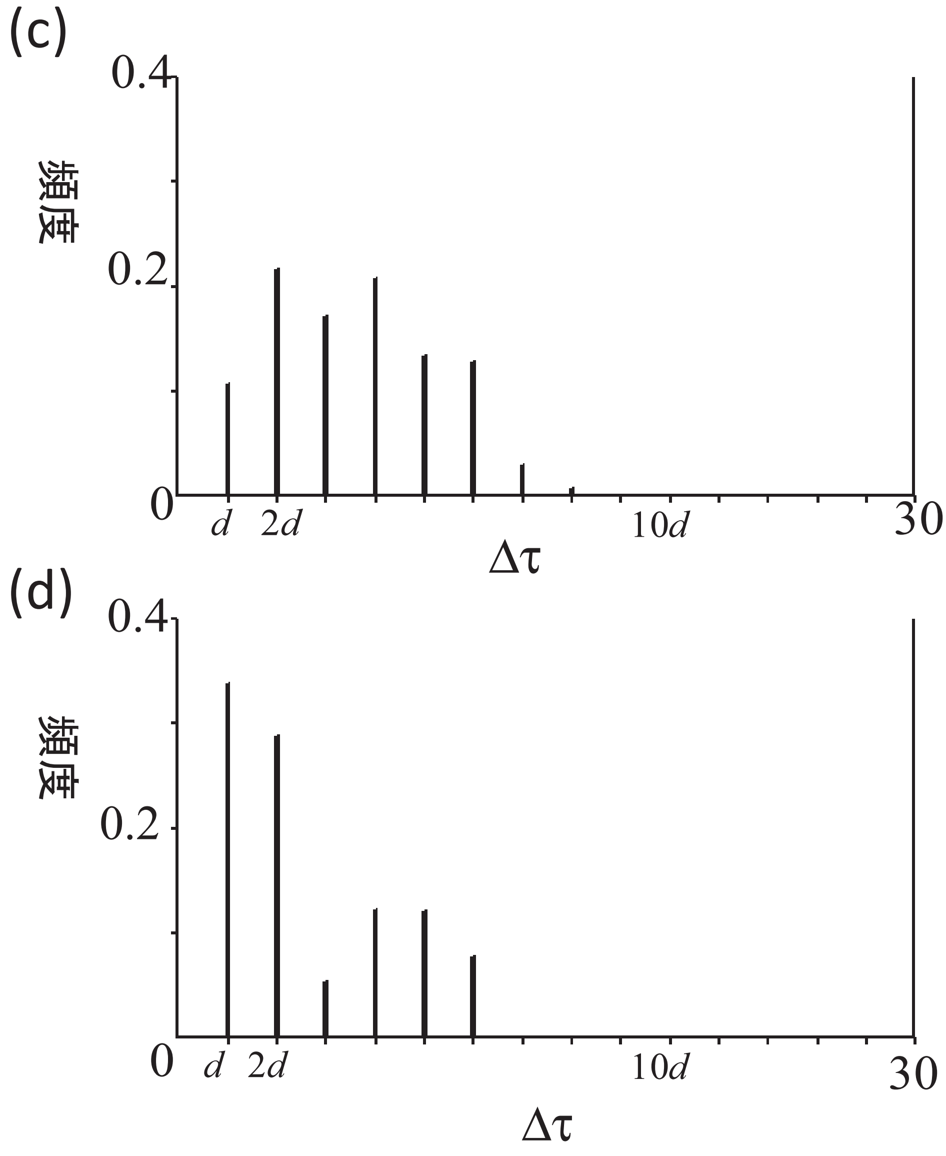



図 3.17: 2 種類のスイッチを有する PWC-CSO の ISI のヒストグラム例 (c) $q = -0.3$ (d) $q = -0.65$

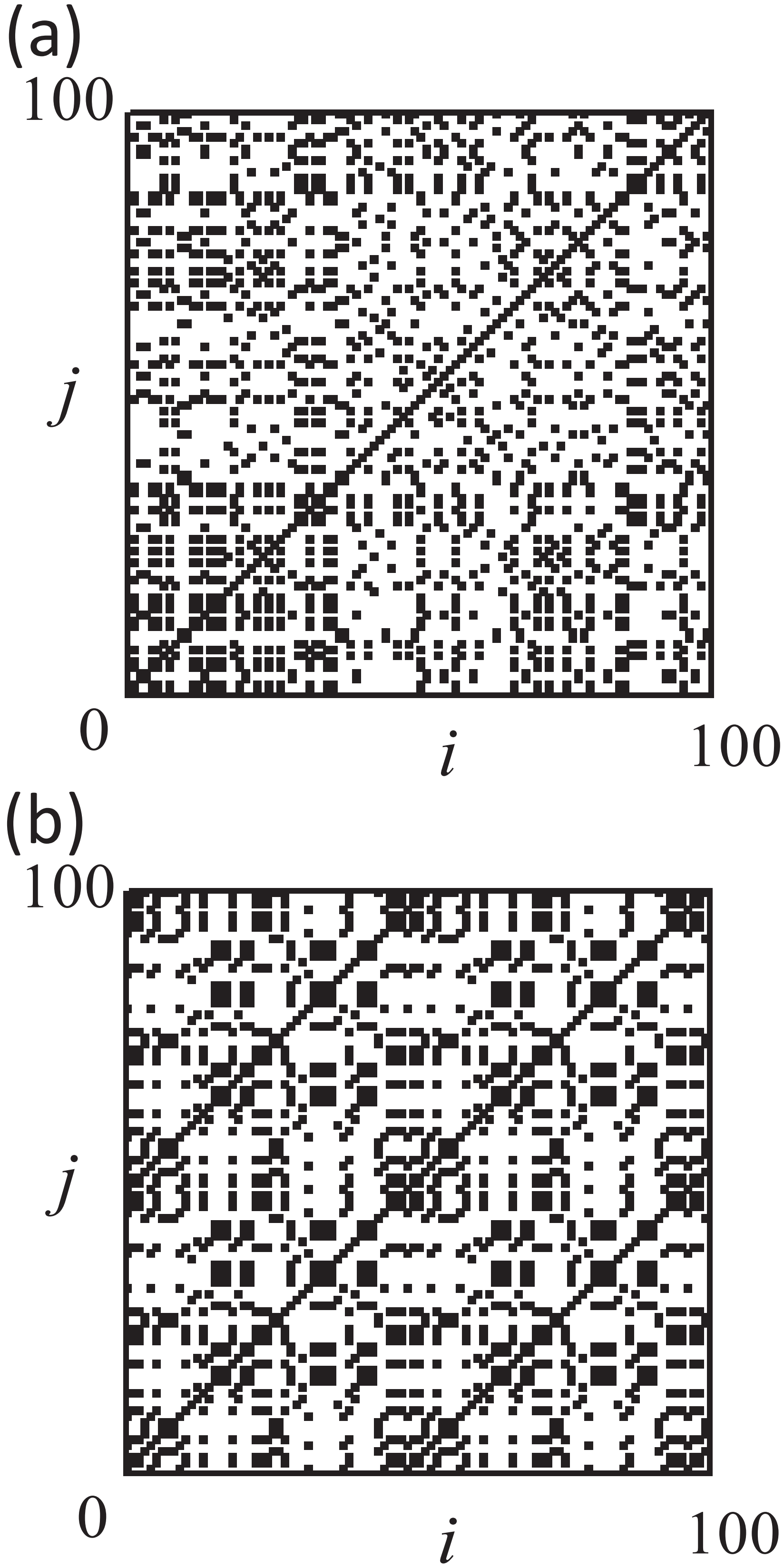



図 3.18: 2 種類のスイッチを有する PWC-CSO の ISI から作成した RP (a) $q = 0.1$ (b) $q = 0.5$

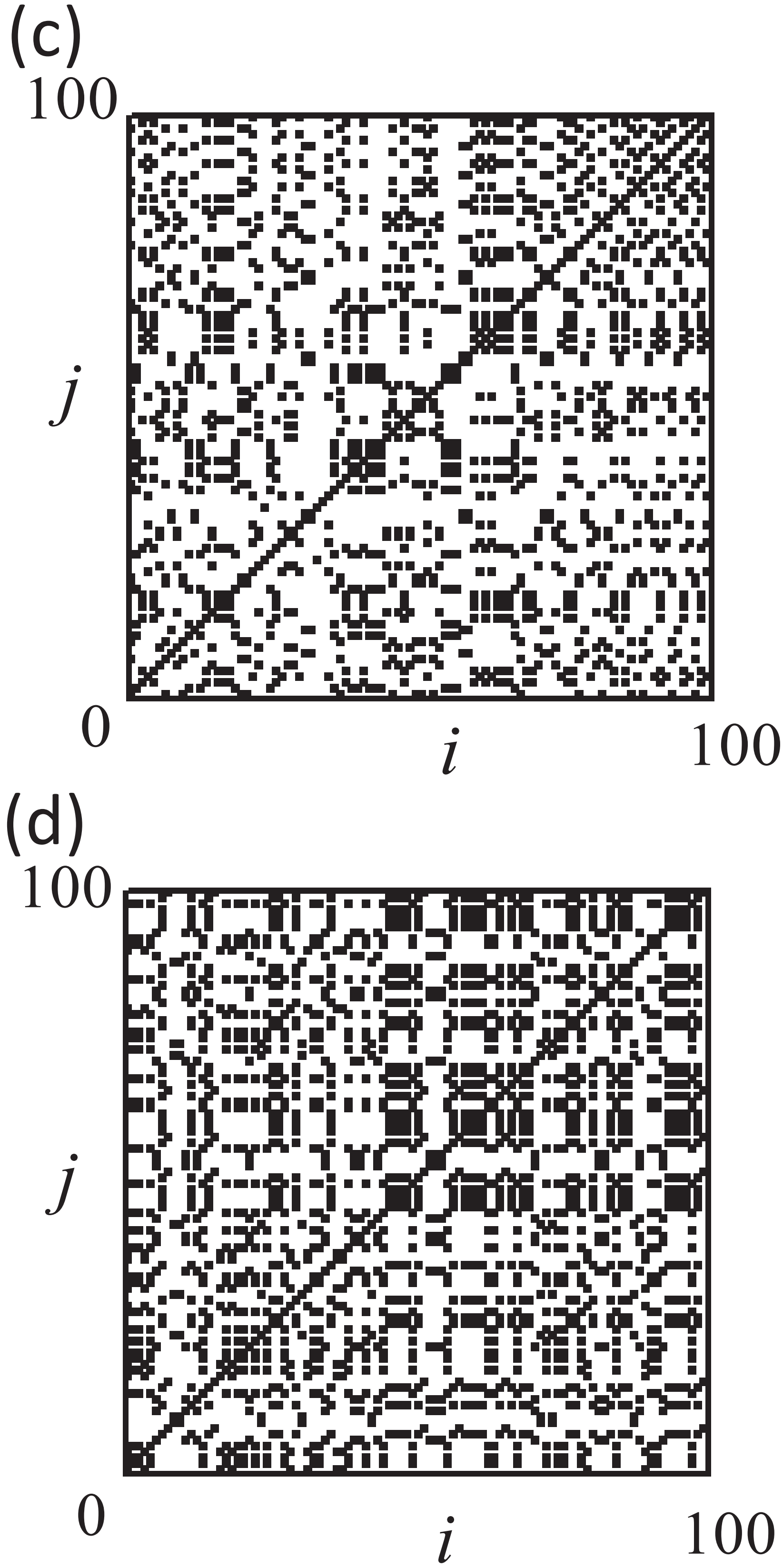



図 3.19: 2 種類のスイッチを有する PWC-CSO の ISI から作成した RP (c) $q = -0.3$ (d) $q = -0.65$

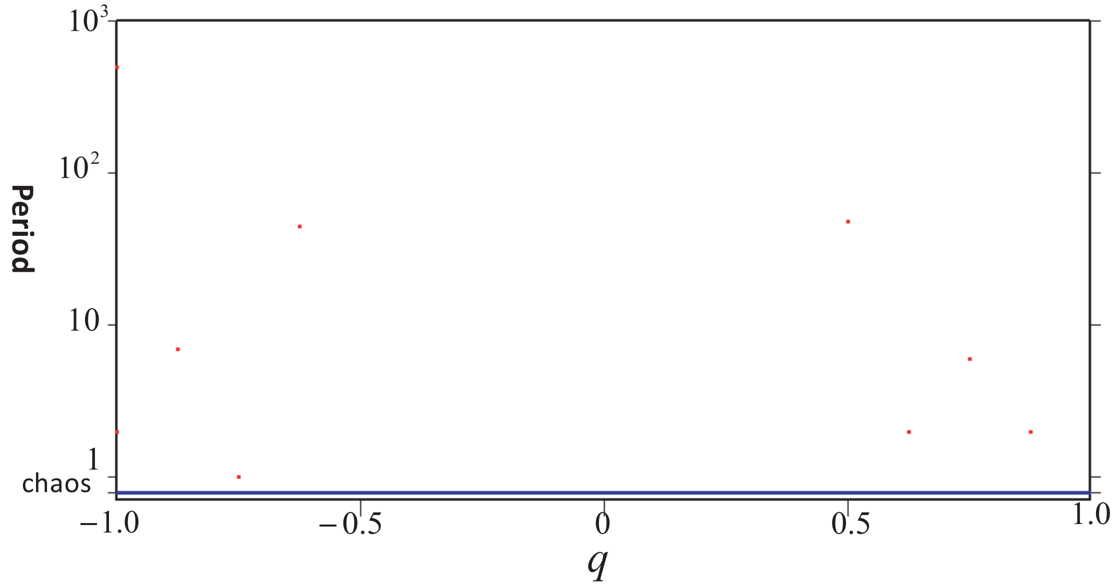



図 3.20: $q$ に対するスパイク列の周期変化 ($a = 0.2$, $d = 2$)

# 第4章　むすび

本修士論文では、様々なCSOのスパイク列特性について考察した。またRPを用いた解析法を提案し、数値実験によりその有効性を示した。

第2章では2種類のCSOが出力するスパイク列の解析を行った。PWL-CSOと比較して、PWC-CSOでは島などの周期的な振る舞いとなることが多いことが分かった。またRPにより、ヒストグラムでは表せないカオス的スパイク列の特性を視覚的に表現可能であることを示した。

第3章では2種類のスイッチを持つCSOが出力するスパイク列の解析を行った。状態依存と時間依存のスイッチを組み合わせることで、様々な周期的やカオス的なスパイク列を出力することが分かった。このスパイク列に対してRPを用いることが、解析・分類するために非常に有効であることを示した。またPWC-CSOに対して2種類のスイッチを用いた場合、ほとんどのパラメータにおいてカオス的振る舞いをすることが分かった。

今後の課題として、パラメータに対する分岐現象のより詳細な解析、本論文で用いていないモデルへのRPの適用、作成したRPの評価方法の確立などが挙げられる。

# 参考文献


[1] J. P. Keener, F. C. Hoppensteadt, and J. Rinzel, “Integrate-and-fire models of nerve membrane response to oscillatory input,” SIAMJ. Appl. Math., vol. 41, pp.503-517, 1981

[2] E. M. Izhikevich, “Resonate-and-fire neurons,” Neural Netw., vol. 14, pp. 883-894, 2001

[3] L. Glass and M. C. Mackey, “A simple model for phase locking of biological oscillators,” J. Math. Biology, no. 7, pp. 339-352, 1979

[4] S. R. Campbell, D. Wang, and C. jayaprakash, “Synchrony and desynchrony in integrate-and-fire oscillators,” Neural Comput., vol. 11, pp. 1595-1619, 1999

[5] M. Sushchik, N. Rulkov, L. Larson, L. Tsimring, H. Abarbanel, K. Yao, and A. Volkovskii, “Chaotic pulse position modulation: A robust method of communicating with chaos,” IEEE Commun. Lett., vol. 4, no. 4, pp. 128-130, 2000

[6] G. M. Maggio, N. Rulkov, and L. Reggiani, “Pseudo-chaotic time hopping for UWB impulse radio,” IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol.48, no.12, pp. 1424-1435, 2001

[7] K. Chen and D. Wang, “A dynamically coupled neural oscillator network for image segmentation,” Neural Networks, vol. 15, pp. 423-439, 2002

[8] H. Nakano, T. Saito, "Grouping Synchronization in a Pulse-Coupled Network of Chaotic Spiking Oscillators," IEEE Trans. Neural Networks, 15, 5, pp. 1018-1026, 2004

[9] K.Mitsubori and T.Saito, "Dependent switched capacitor chaos generator and its synchronization," IEEE Trans. Circuit Syst. I, 44, 12, pp. 1122-1128, 1997

[10] T. Tsubone, T. Saito, and W. Schwarz, "Probability distribution of the switching intervals in chaotic pulse stream - A comparative study," Proc. IEEE/ISCAS, pp. 471-474, 1999

[11] Y. Kobayashi, H. Nakano and T. Saito, A Simple Chaotic Circuit with Impulsive Switch Depending on Time and State, Nonlinear Dynamics, Springer, 44, pp. 73-79, 2006

[12] J. P. Eckmann, S. O. Kamphorst, and D. Ruelle, "Recurrence Plots of Dynamical Systems," Europhysics Letters, 5, pp. 973-977, 1987

[13] M. Koebbe, and G. M. Kress, "Use of recurrence plot in the analysis of Time-Series Data," Nonlinear Modeling and Forecasting, pp. 361-378, 1992

[14] Norbert Marwan, M. Carmen Romano, Marco Thiel, and Jürgen Kurths, "Recurrence plots for the analysis of complex systems," Physics Reports Vol. 438, pp. 237-329, 2007

# 研究業績

## (国際学会)

K. Yotsuji, S. Imai, K. Mitsubori, and T. Saito, “Analysis of Spike-trains from Chaotic Oscillators with State-time-controlled Impulsive switching,” Proc. of Nonlinear Dynamics of Electronic Systems(NDES), 2012, submitted

S. Imai, K. Yotsuji, and T. Saito, “Analysis of Spike-Trains from Chaotic Spiking Oscillators with two kinds of impulsive switchings,” Proc. 2012 RISP of International Workshop on Nonlinear Circuits, Communications and Signal Processing (NCSP2012), Hawaii, 2012

S. Imai and T. Saito, “Analysis of Spike-Trains from Simple Resonate-and-Fire Chaotic Circuit,” Proc. of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2010), pp. 549-552, Krakow, 2010

## (国内発表)

四辻和希, 今井聡志, 斎藤利通, “状態と時間に依存して発火するカオス的スパイク発振器の解析,” 電子情報通信学会　信学技報　NLP2011-136, pp. 69-73, 福島, 2012 年 1 月

今井聡志, 四辻和希, 斎藤利通, “2 種類のインパルススイッチを有するカオススパイク発振器の ISI 特性,” 電子情報通信学会　信学技報　NLP2011-99, pp. 43-48, 沖縄, 2011 年 11 月

四辻和希, 今井聡志, 斎藤利通, “2 種類の発火スイッチを有するカオス的スパイク発振器,” 電子情報通信学会　2011 年ソサイエティ大会, A-2-3, 北海道, 2011 年 3 月

今井聡志, 斎藤利通, “リカレンスプロットに基づくスパイク列の解析,” 電子情報通信学会　2011 年総合大会　講演論文集, A-2-5, 東京, 2011 年 3 月

今井聡志, 斎藤利通, “簡素なカオススパイキングニューロンの ISI 特性の解析,” 電子情報通信学会　2010 年総合大会　講演論文集, A-2-18, 宮城, 2010 年 3 月

# 謝辞

本研究は著者が法政大学大学院工学研究科電気工学専攻在学中に行ったものである。この研究は同大学工学部情報電気電子工学科 斎藤利通教授の指導下で行ったもので、全ての研究活動を遂行するにあたり同教授から大変御参考になる御指導・御鞭撻を沢山賜りました。ここに心から深謝いたします。

また研究活動中に貴重な御助言・御討論を賜りました工学部電子システム工学科 三堀邦彦准教授、長岡技術科学大学工学部 坪根正准教授には感謝の意を表明いたします。

最後に法政大学工学部情報電気電子工学科 斎藤利通研究室の皆様には、いろいろな有益な御討論・ご助言を戴きました。ここに感謝の意を表します。