

### 圧電素子を用いた平板の遮音システム

加藤, 真寿夫 / KATO, Masuo

---

(発行年 / Year)

2012-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)

2012-03-24

(学位名 / Degree Name)

修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)

法政大学 (Hosei University)

2011 年度 修士論文

論文題名

圧電素子を用いた平板の遮音システム

指導教授 御法川学

大学院工学研究科

機械工学専攻修士課程

学籍番号 10R1110

氏名 カトウ 加藤 マスオ 真寿夫

# 目次

## 第1章 緒論

- 1.1 緒論
- 1.2 研究目的
- 1.3 論文の構成

## 第2章 研究の流れ、実験システム

- 2.1 緒言
- 2.2 モデルベース開発について
- 2.3 研究の流れ
- 2.4 実験装置
  - 2.4.1 実験対象
  - 2.4.2 圧電素子
  - 2.4.3 PXI
  - 2.4.4 PXI-6230
  - 2.4.5 信号増幅器
- 2.5 ソフトウェア
  - 2.5.1 MATLAB
  - 2.5.2 LabVIEW
- 2.6 実験システム
- 2.7 結言

## 第3章 実験モード解析

- 3.1 緒言
- 3.2 モード解析とは
- 3.3 実験対象および実験器具
- 3.4 実験結果
- 3.5 貼り付け位置について
- 3.6 結言

## 第4章 システム同定

### 4.1 緒言

### 4.2 システム同定

#### 4.2.1 システム同定とは

#### 4.2.2 システム同定の手順

#### 4.2.3 同定入力

### 4.3 同定実験

#### 4.3.1 実験手順

#### 4.3.2 実験条件

#### 4.3.3 同定実験における実験器具

### 4.4 実験結果

### 4.5 入出力データの前処理

#### 4.5.1 時間領域における前処理

#### 4.5.2 周波数領域における前処理

### 4.6 同定結果

#### 4.6.1 時間領域における結果

#### 4.6.2 周波数領域における結果

#### 4.6.3 考察

### 4.7 結言

## 第5章

### 5.1 緒言

### 5.2 制御理論

#### 5.2.1 $H^\infty$ 制御理論

#### 5.2.2 $H^\infty$ ノルムの定義

#### 5.2.3 制御問題について

##### 5.2.3.1 外乱抑圧問題

##### 5.2.3.2 ロバスト安定化問題

#### 5.2.4 一般化プラント

### 5.3 シミュレーション

#### 5.3.1 重み関数

#### 5.3.2 シミュレーション結果

5.4 考察

5.5 結言

## 第6章 制振実験

6.1 緒言

6.2 振動制振実験

6.2.1 評価方法

6.2.2 サブウーファー・レーザードップラー振動計

6.2.3 実験システム

6.3 実験条件

6.4 実験結果

6.4.1 ひずみデータの結果

6.4.2 表面速度データの結果

6.5 結言

## 第7章 遮音実験

7.1 緒言

7.2 遮音実験

7.2.1 評価方法

7.2.2 マイクロフォン・シンサレート

7.2.3 実験システム

7.3 実験結果

7.4 結言

## 第8章 LabVIEW プログラムについて

8.1 緒言

8.2 同定実験プログラム

8.3 無制御データ計測プログラム

8.4 制御実験プログラム

8.5 結言

## 第9章 結論

### 9.1 結論

### 9.2 今後の課題

## 付録 A・B

## 参考文献

# 第1章

## 諸論

### 1.1 諸論

現在、人々の生活環境において騒音問題が深刻な問題となっている。原因は自動車や鉄道、航空、工場など様々な原因が考えられる。その騒音対策として防音壁を建てる・吸音材を使用するなどの対策がなされるが、設置スペースをとられる・コスト面の問題などがあり、また吸音材の性能として低周波に対する効果が低いなどの欠点がある。従って、騒音対策の効果が十分でない場合は別の騒音対策が必要になる。

「音を聞く」という現象は音源からの振動が空気の振動として伝わり、それが人間の聴覚器官を刺激し感知する現象である。そこで、騒音による空気の振動を壁や窓の振動を制御することで遮断し、騒音を低減する遮音壁として活用したい。

本研究ではその基礎研究として、省スペースかつ優れた応答性をもつ piezo 素子を用いることで、薄いアルミニウム製の平板の振動制御を試みる。また、実際にスピーカーによる騒音実験を行い遮音できるかどうかをテストする。本研究の流れはまず、実験モード解析によってアルミ板の振動特性を明らかにし、圧電素子の貼り付け位置を検討するところから始まる。次に、制御対象のモデル化を行う。モデル化手法として入出力データから数式モデルを導出するシステム同定法を用いる。次に、システム同定により得られた状態空間モデルを用いた制御系設計を行う。フィードバック制御系の制御手法として  $H_{\infty}$  制御理論を採用する。最後に制御器を実機に実装し、制御器の性能評価および遮音壁と

しての性能評価を行う。

## 1.2 研究目的

本研究の目的を以下のようにまとめる。

- ①平板の振動を圧電素子によって制振させる。
- ②平板の振動制振を利用して平板を遮音壁として利用する。  
ただし、本研究では吸音材が苦手であるとされる低周波に着目したため、遮音域として低周波のみを対象としている。

## 1.3 論文の構成

第1章では緒論として本研究にいたるまでの背景とその研究目的について説明する。

第2章では本研究の流れについて簡単に述べ、使用した実験対象や実験装置、ソフトウェアについて説明する。

第3章では圧電素子の貼り付け位置を検討するために行った実験モード解析について説明する。

第4章では制御対象のモデル化を行う手法であるシステム同定について説明する。また、システム同定の結果についても考察する。

第5章では第4章で得た制御対象の状態空間モデルを用いて制御系設計を行う。本研究で制御理論として用いた $H^\infty$ 制御理論について説明する。また、シミュレーションによる制御器の性能評価についても説明する。

第 6 章では第 5 章で設計した制御器を実装し、実際に制御対象の振動制御ができるかを確認する。

第 7 章では第 6 章で振動制御に成功した制御器を用いた遮音実験について説明する。

第 8 章では本研究に使用したプログラムについて紹介する。

第 9 章では本研究の結論を示す。また、今後する必要があると考えられる課題についても示す。

付録ではシステム同定における部分空間法および  $H^\infty$  制御問題の解法について記述する。

## 第 2 章

### 研究の流れ，実験システム

#### 2.1 緒言

この章ではまず、モデルベース開発について説明し、本研究の制御系開発の流れおよび実験システムについて説明する。現在、リアルタイム制御システムの構築は様々なものがパッケージ化されており、比較的容易に制御系開発が可能となっている。本研究で用いた National Instruments 社の LabVIEW もその一つであり、リアルタイムシステムを実現している。この LabVIEW についても説明する。

#### 2.2 モデルベース開発について

モデルベース開発(Model-based Development)とは、ソフトウェア開発において仕様をシミュレーション可能なモデルで表現し、各工程内でモデルのシミュレーションによる検証と修正の繰り返しを構成する開発手法である。制御におけるモデルベース開発は図 2.1 のような工程で行われる。

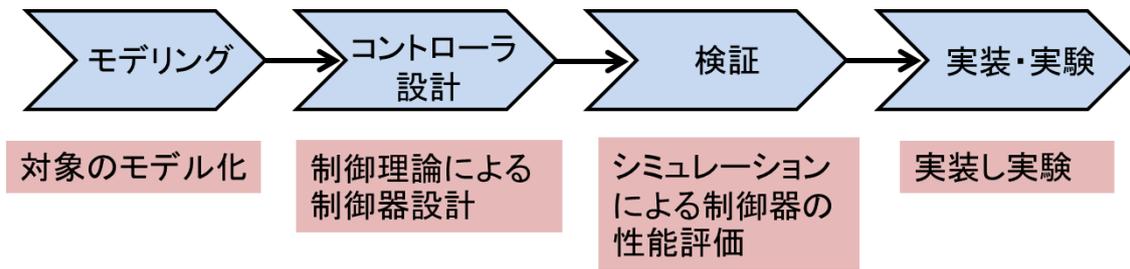


図 2.1 制御におけるモデルベース開発の流れ

## 2.3 研究の流れ

本研究では先述した通り図 2.1 の工程で制御系開発を行っていく。まず、制御対象のモデル化を行う。モデル化手法としてシステム同定を用い、センサー、アクチュエータを含めて対象をブラックボックス化し数式モデルを状態空間表現で得る。システム同定の手順などについては第 4 章にて述べる。

次に、システム同定により得られたモデルを用いて制御系設計を行う。 $H^\infty$  制御理論に基づいた制御器を設計し、シミュレーションを行う。

最後に、設計した制御器を実機に実装し、制御器の性能を確認するとともにスピーカーによる騒音実験を行い遮音壁としての性能を評価する。

## 2.4 実験装置

### 2.4.1 実験対象

本研究では実験対象として周辺を固定した平板を用いる。図 2.2 に実験対象、表 2.1 に平板の諸言を示す。圧電素子は写真のように平板の表面上に貼り付けた。貼り付け位置の検討については次章にて説明する。また、騒音実験をするため図のように箱を作成した。音圧の計測は箱内部にて行う。



図 2.2 実験対象（アルミ板）

表 2.1 アルミ板の諸言

Symbol	Quantity	Unit	Value
L	Length	mm	330
W	Width	mm	260
t	Thickness	mm	1.0

## 2.4.2 圧電素子

圧電素子は省スペースかつ応答性が速いという特徴があり、ひずみが生じることで電圧を発生させる圧電効果と、逆に電圧を与えることでひずみを生じる逆圧電効果の特性を備えた機械要素である。本研究では圧電効果をセンサーに利用し逆圧電効果をアクチュエータに利用している。図 2.3 に本研究で用いた圧電素子を示す。

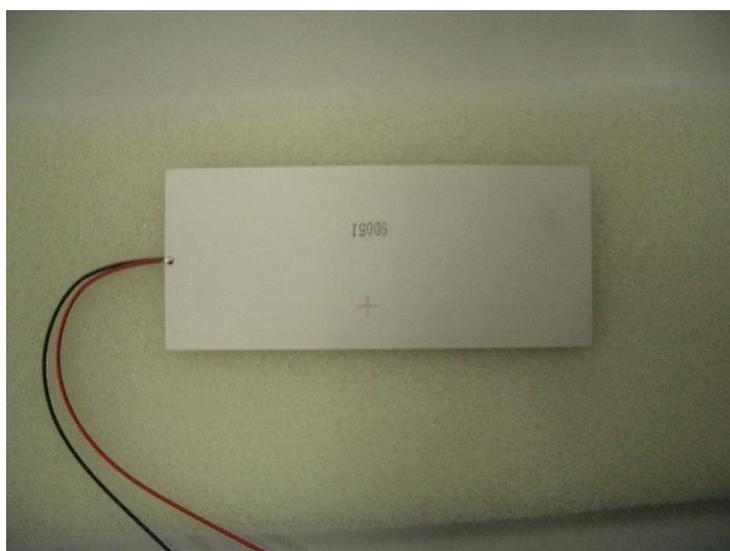


図 2.3 圧電素子

## 2.4.3 PXI

本研究ではリアルタイム制御を可能にするために NATIONAL INSTRUMENTS 社製の PXI コンピュータを用いている。PXI は計測機や A/D、D/A 変換機能を備えたリアルタイム性を保証した OS が搭載されておりリアルタイム制御を可能にする工業用コンピュータである。また、仮想計測ソフトである LabVIEW と連動しており LabVIEW プログラムをリアルタイムで実行することが可能である。図 2.4 に PXI を示す。



図 2.4 National Instruments PXI-1031

#### 2.4.4 PXI-6230

図 2.5 に本研究に用いた National Instruments PXI 用計測ボード PXI-6230 を示す。また、仕様を表 2.2 に示す。

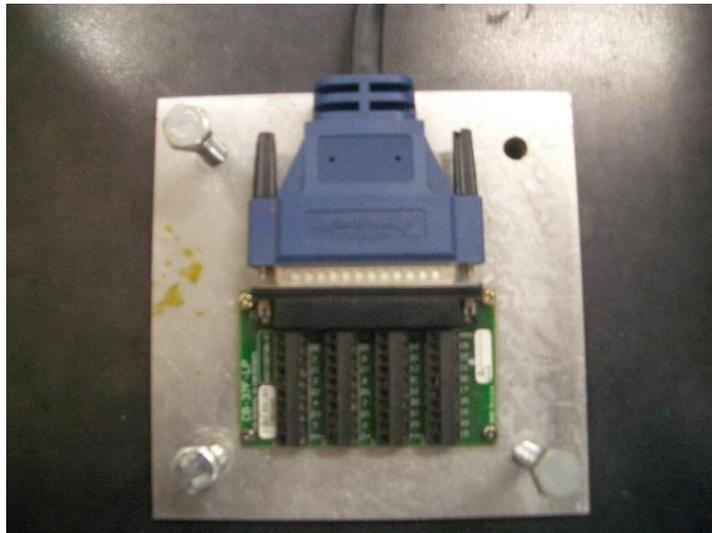


図 2.5 PXI 用計測ボード PXI-6230 (データ収録器)

表 2.2 PXI-6230 の仕様

アナログ入力		アナログ出力	
チャンネル	4	チャンネル	4
分解能	16bit	分解能	16bit
サンプリングレート	250kHz	サンプリングレート	250kHz
最大アナログ入力電圧	10V	最大アナログ出力電圧	10V
最大電圧範囲	±10V	最大電圧範囲	±10V

### 2.4.5 信号増幅器

本研究で用いた信号増幅器（アンプ）を図 2.7 に示す。

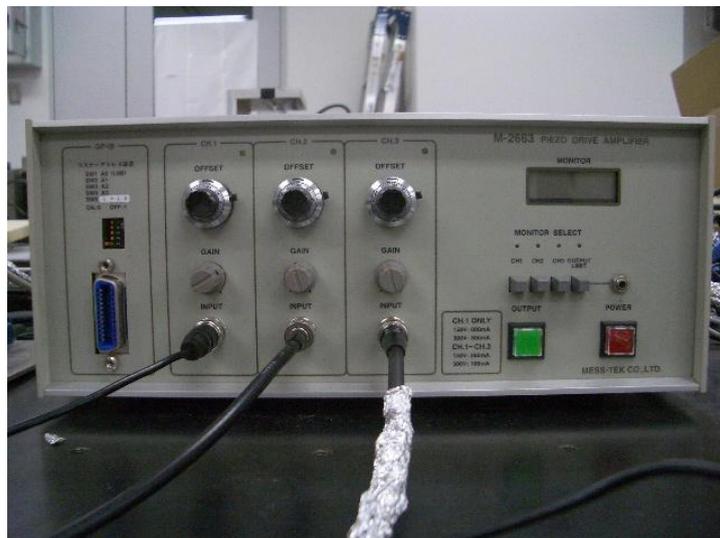


図 2.7 アンプ メステック社製 M-2663

表 2.3 に実験器具・装置をまとめる。

表 2.3 実験器具・装置

名称	メーカー	型式
圧電素子	富士セラミックス	C-82
PXI	ナショナルインスツルメンツ	PXI-1031
計測ボード	ナショナルインスツルメンツ	PXI-6230
アンプ	メステック	M-2663

## 2.5 ソフトウェア

### 2.5.1 MATLAB

MATLAB はテクニカルコンピューティング環境を提供するソフトウェアであり、データ解析のための数学的機能やグラフィカルツール、ビジュアルライゼーション機能、アルゴリズム開発、アプリケーション開発のための機能を備えている。

本研究では、主にシステム同定、制御系設計、シミュレーションを MATLAB により行っている。

### 2.5.2 LabVIEW

LabVIEW は仮想計測ソフトである。計測、制御、解析、データ表示のための様々な関数を備えており目的にあった計測器をカスタマイズすることができる。また、直感的なプログラム言語であるグラフィック型言語によるプログラミングを行うことができる開発環境である。

本研究では、この LabVIEW は制御実験において非常に重要な役割を担っている。まず、MATLAB で制御器の設計を行い、LabVIEW の言語に書き換えて、リアルタイム OS を搭載したナショナルインスツルメンツ社製の PXI コンピュータで実行するという手順を踏んでいる。

## 2.6 実験システム

図 2.8 に本研究に用いた実験システムを示す。本実験の同定実験、振動制御実験および遮音実験は基本的に同じ実験システムを用いて行う。

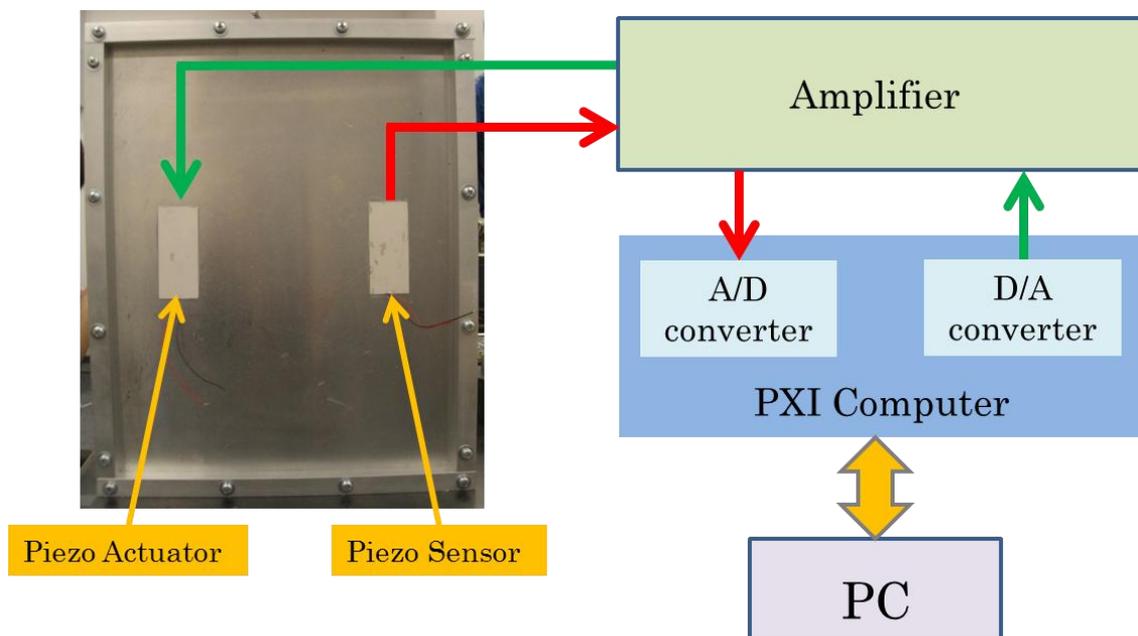


図 2.8 実験システム

図 2.8 において、緑の矢印が入力信号、赤の矢印が出力信号を示している。まず、入力信号が D/A 変換器によりデジタル信号からアナログ信号に変換され、アンプを通してアクチュエータに伝わる。センサーからの出力信号はアンプを通り A/D 変換器によりアナログ信号からデジタル信号に変換される。また、本研究の制御実験ではリアルタイムに実験を行うため、応答時間が一定の範囲内にあることを保証したリアルタイム OS を搭載した PXI を使用している。MATLAB プログラムによる解析、LabVIEW プログラムに関してはホスト PC で行う。

## 2.7 結言

この章では研究の流れと実験装置、実験システムについて説明した。以下の章より、振動特性を調査する実験モード解析、実際に行うモデル化手法や制御系設計の説明に入る。

## 第3章

### 実験モード解析

#### 3.1 緒言

この章では制御系開発に入る前段階として制御対象物の実験モード解析について説明する。その目的は主に圧電素子の貼り付け位置を検討するところにある。本研究では圧電素子のひずみを効率良く制御対象に伝えるために熱硬化樹脂であるエポキシ樹脂を用いて接着させる。従って、一度貼り付けると容易に取り外すことができないため、制御するための最適な貼り付け位置を事前に検討する必要がある。

#### 3.2 モード解析とは

振動解析には FEM 数値解析と実験解析がある。FEM 数値解析では設計図面や CAD 情報をもとにして FEM モデルを構築すれば、コンピュータ内で力のつりあいやエネルギー原理によって数式モデルに変換される。そして固有値問題を解くことでモード特性を導き、モード解析理論により周波数応答関数を求める。

一方で、実験解析は振動試験で測定した加振力と応答の結果を分析することで、その中に隠された形で混ざり合っている動特性（固有振動数、固有モード、減衰の大きさ）を明らかにする。

FEM 数値解析および実験による解析をそれぞれ理論モード解析、実験モー

ド解析と呼ぶ。本研究では後者の実験モード解析を行った。

### 3.3 実験対象および実験器具

図 3.1 に実験対象を、表 3.1 に実験条件を示す。センサーである加速度計は振動振幅が大きいと考えられる平板中央部に貼り付けた。

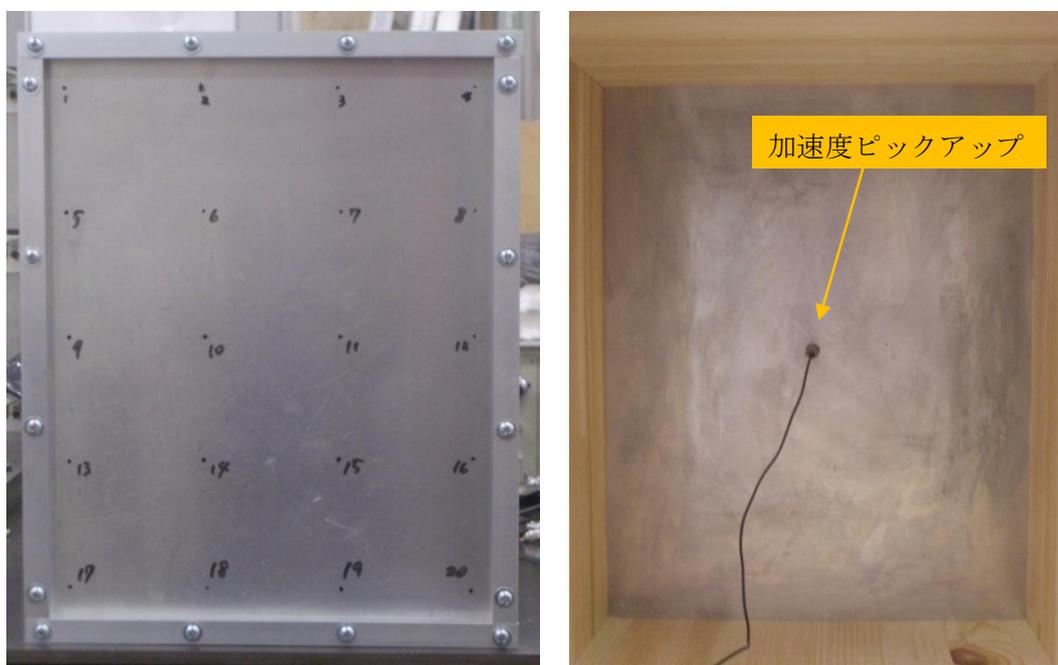


図 3.1 実験対象（圧電素子なし）

表 3.1 実験条件

打撃点数	20 点
解析周波数	5000Hz
サンプリング点数	4096 点

ただし、図 3.1 の平板上の番号は打撃点の番号を示している。  
また、加速度計は平板の裏面中央部に貼り付けた。

図 3.2 にセンサーとして用いた加速度ピックアップ、図 3.3 に入力を与えるインパルスハンマー、図 3.4 に FFT アナライザ SA02 をそれぞれ示す。周波数解析等は FFT アナライザによって行う。



図 3.2 加速度ピックアップ



図 3.3 インパルスハンマー



図 3.4 FFT アナライザ(SA-02)

表 3.2 に実験器具・装置をまとめる。

表 3.2 実験器具・装置

名称	メーカー	型式
インパルスハンマー	PCB PIEZOTRONICS	GK-3100
加速度ピックアップ	PCB PIEZOTRONICS	352B16
FFT アナライザ	RION	SA-02

図 3.5 に打撃試験の流れを示す。

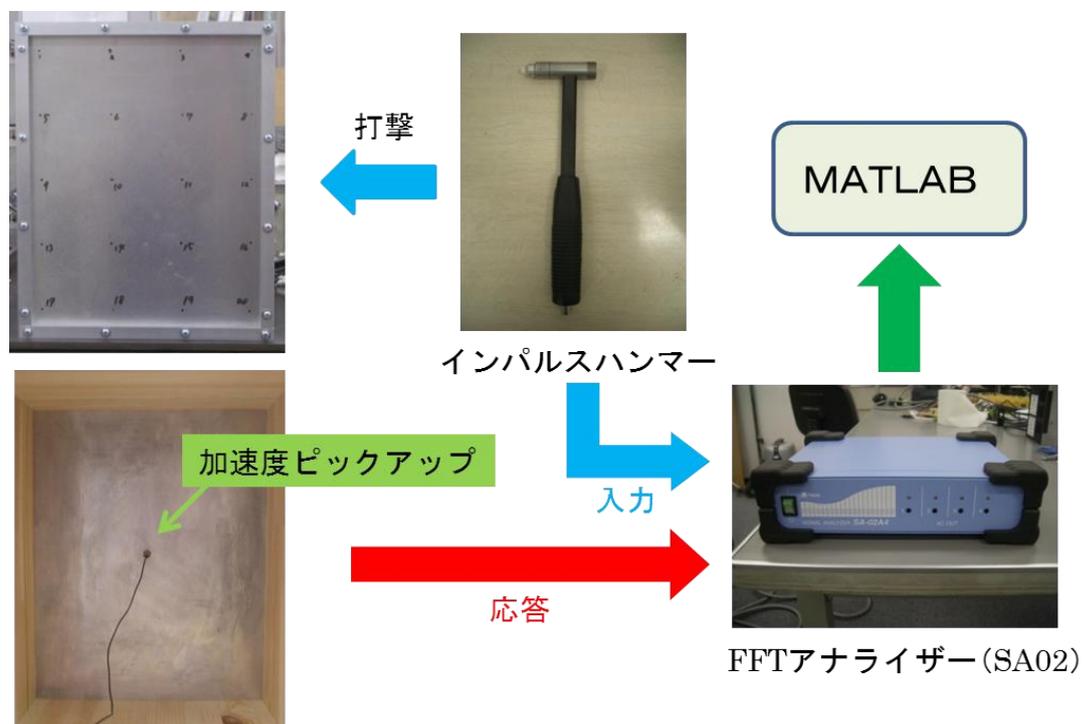


図 3.5 打撃試験の流れ

まず、インパルスハンマーで平板を打撃し入力を与える。その応答を加速度ピックアップにより得る。その後、入力と応答から FFT アナライザーにより周波数解析を行う流れとなっている。実験は平板上の 1 番から 20 番まで各点で打撃を行い、MATLAB プログラムによりモード形状を算出する。

### 3.4 実験結果

実験モード解析によって得られたモード形状を以下の図に示す。図のグラフィックは平板の振幅を示しており、赤になればなるほど振幅が大きいことを示し、青は振幅が小さくなっていることを示している。本研究では低次モードに着目するため低次3モードまで示す。

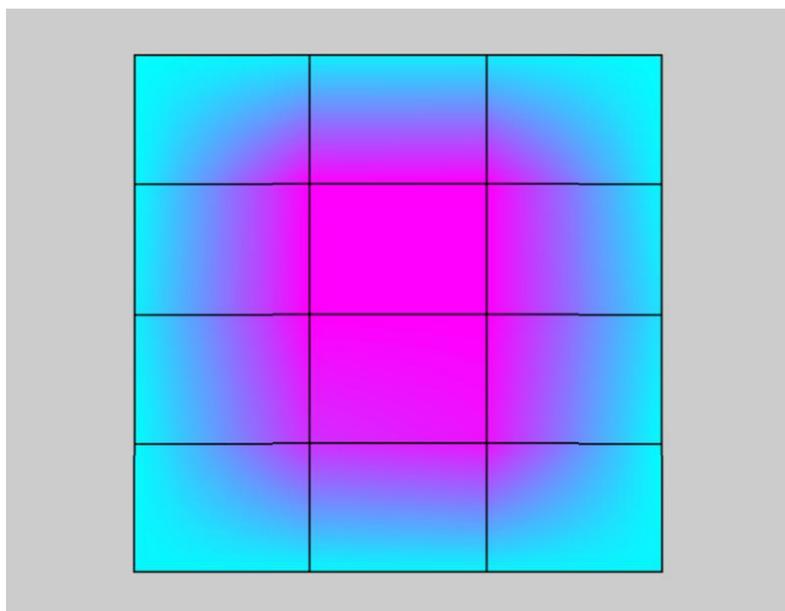


図 3.6 1次モード形状

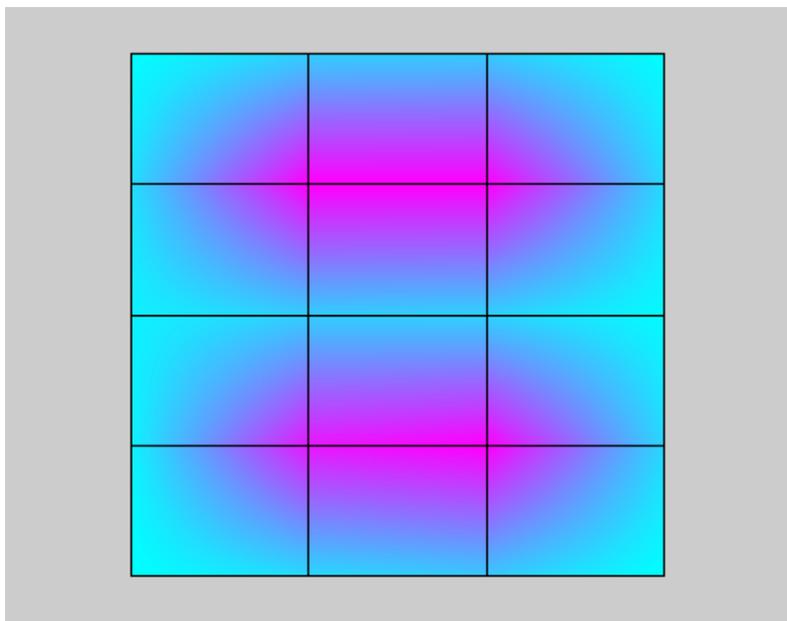


図 3.7 2次モード形状

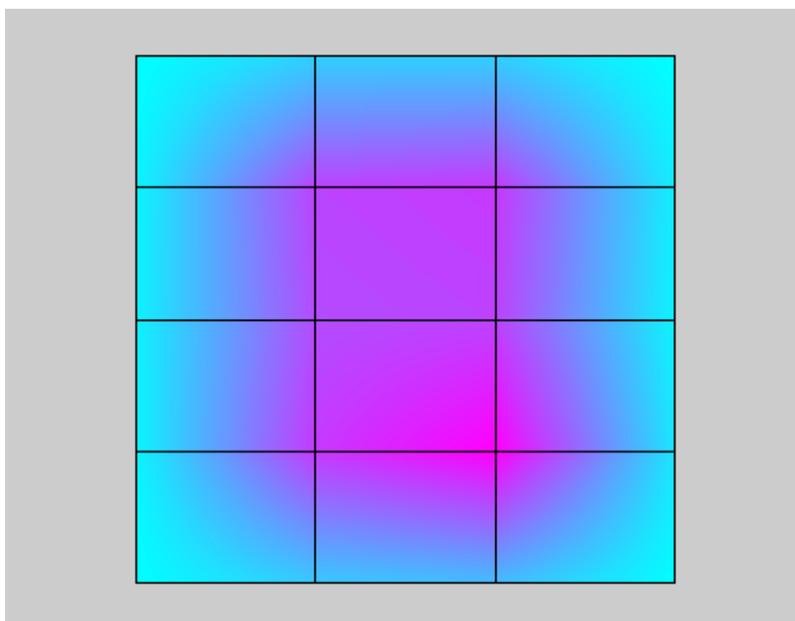


図 3.8 3次モード形状

### 3.5 貼り付け位置について

実験結果に示したモード形状を参考に圧電素子の貼り付け位置について検討する。圧電素子の貼り付け位置は各固有モードのひずみを観測することができる位置に配置するのが望ましい。ただし、本研究では低周波に対する振動制御を目的としているため低次モードを観測できればよい。

一般的にひずみが発生するのは振動の節付近であるので、モード形状の節に近い場所に圧電素子を貼り付ける。モード形状を参考にした結果、図 3.9 に圧電素子を貼り付けた実験対象を示す。

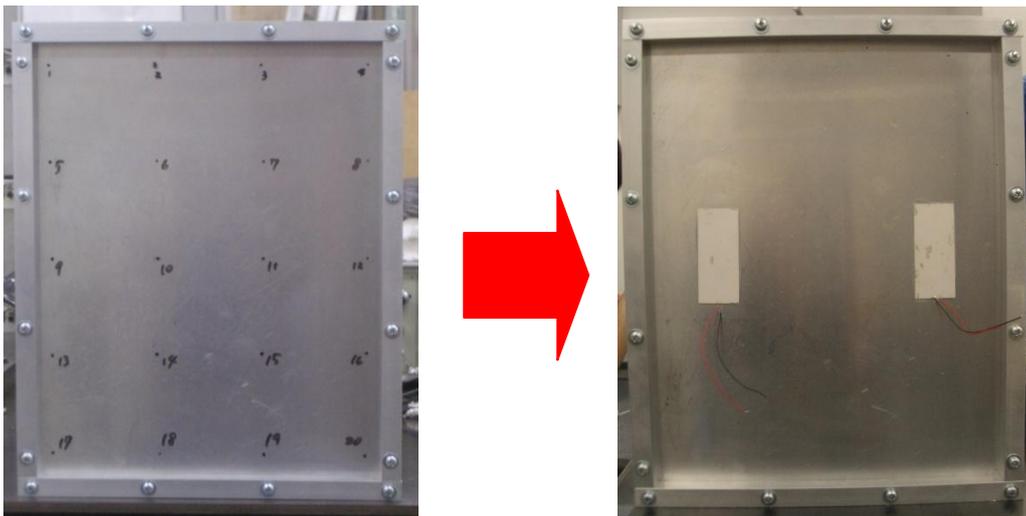


図 3.9 圧電素子貼り付け後の平板

## 3.6 結言

この章では圧電素子の貼り付け位置を検討するために行った実験モード解析について説明した。次章から本題である振動制御に入る。

## 第4章

# システム同定

### 4.1 緒言

本研究で採用した  $H^\infty$  制御理論は制御対象の数式モデルを必要とする。数式モデルの立てかたには、物理法則にのっとって立式するものや有限要素法を利用するものなどがある。ここでは最近盛んに研究されているシステム同定を採用した。システム同定は一種のモデル化手法であり、実験的に数式モデルを得るものである。本研究では、実験により得られた対象物の入出力データから数式モデルを構築する。システム同定は対象の物理的な情報を一切利用しないモデリング法であり、複雑な対象でも入出力データがわかれば数式モデルを得ることができる。一方で対象をブラックボックス化しているため、算出された数字に物理的意味はなく、モデルが正確かどうかの判断が難しいなどの難点もある。

この章では、システム同定の手順やシステム同定実験について説明し、実験結果を用いた同定結果について示す。

## 4.2 システム同定

### 4.2.1 システム同定とは

システム同定とは、対象とする動的システムの入出力データの測定値から、ある「目的」のもとで、対象と「同一である」ことを証明することができるような、なんらかの「数学モデル」を作成することをいう。ここで、注意したいことは「システム同定を行う目的」である。本研究におけるシステム同定の目的は制御器の設計に対象物のモデルを必要とするため、「制御のためのシステム同定」と言える。従って、制御器の設計をする上で重要な特性がモデルに盛り込まれ、かつ実装のことを踏まえてモデル化次数の低減を考える必要がある。以上のことを念頭に置いてシステム同定を行う。本研究ではシステム同定のアルゴリズムとして部分空間法という手法を用いた。線形システムは状態空間表現を用いて以下のように表される。

$$\begin{aligned}x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \\y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

ここで  $e(t)$  はイノベーションと呼ばれるもので、上式は雑音を考慮した線形システム表現と考えればよい。 $x(t)$  は状態量、 $y(t)$  は出力値、 $u(t)$  は入力値、 $K$  はカルマンゲインである。

部分空間法とは  $A, B, C, D, K$  を何らかの方法で推測するものである。 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $u(t)$  が既知とすると(3.1)式は線形回帰になる。これによって最小二乗法によって  $C, D$  を推測することができる。それにより  $e(t)$  が求まる。この既知の  $e(t)$  を用いて次に  $A, B$  を最小二乗法によって求めることができる。カルマンゲイン  $K$  はリカッチ方程式を解くことで求められる。

本研究では実際には MATLAB の System Identification Toolbox のアルゴリズムを用いて計算を行っている。また、部分空間法については付録 A に簡単に詳細を紹介する。

## 4.2.2 システム同定の手順

システム同定は以下の手順で行う。

STEP1 同定入力を選定

STEP2 同定実験（入出力データの取得）

STEP3 データの前処理

STEP4 MATLAB のシステム同定ツールボックスの部分空間法によるモデルの取得

## 4.2.3 同定入力

システム同定を行うには対象物の有するモードをすべて励起する必要がある。従って同定入力はすべての周波数成分を含んでいる信号が望ましい。そこで入力信号として白色信号・インパルス信号・チャープ信号と代表的な白色性信号を用いて試行錯誤しながら実験しモデル化を行った。以下の図に入力信号に用いた各種信号の時間領域、周波数領域のグラフを示す。

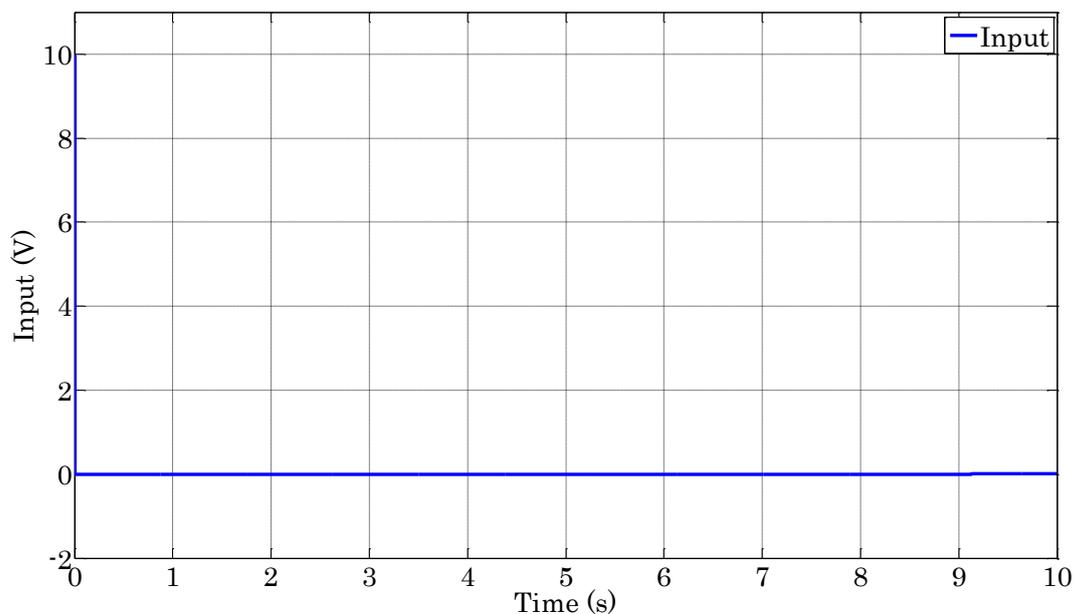


図 4.1 インパルス入力（時間領域）

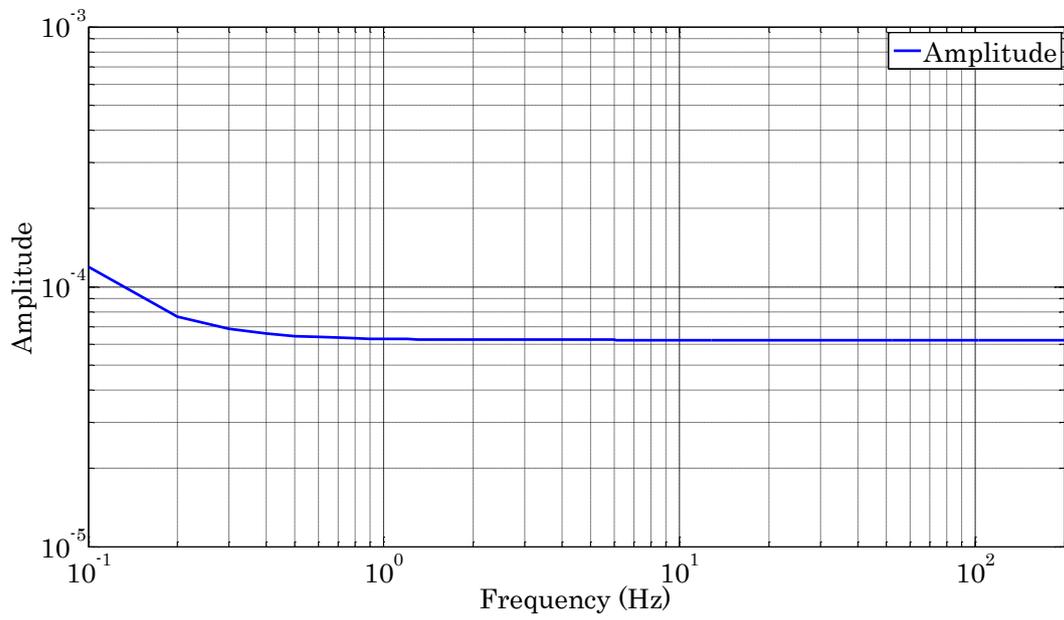


図 4.2 インパルス入力（周波数領域）

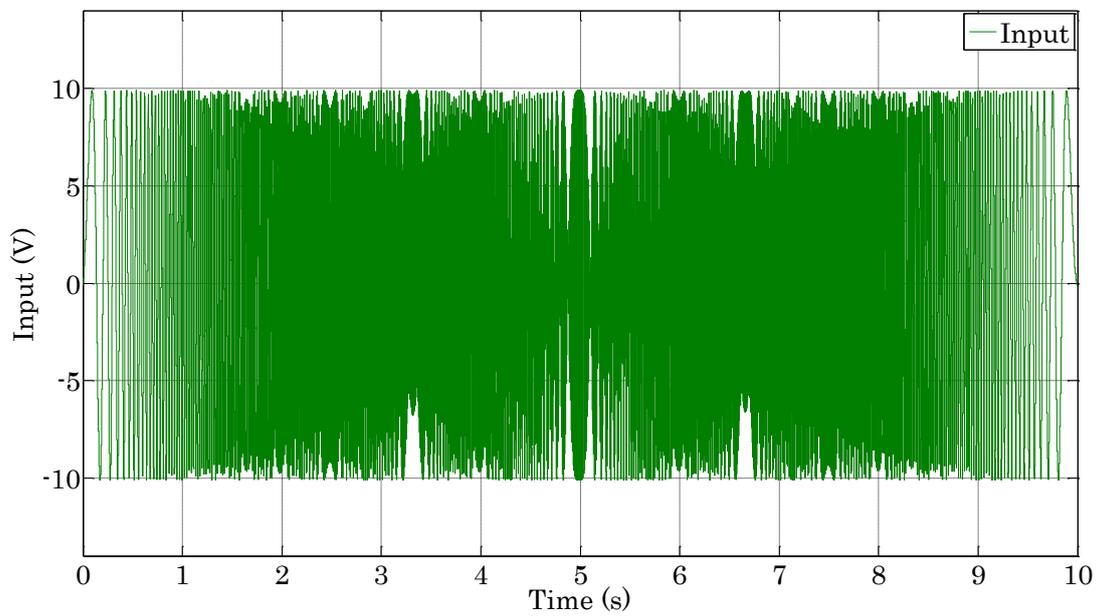


図 4.3 チャープ入力（時間領域）

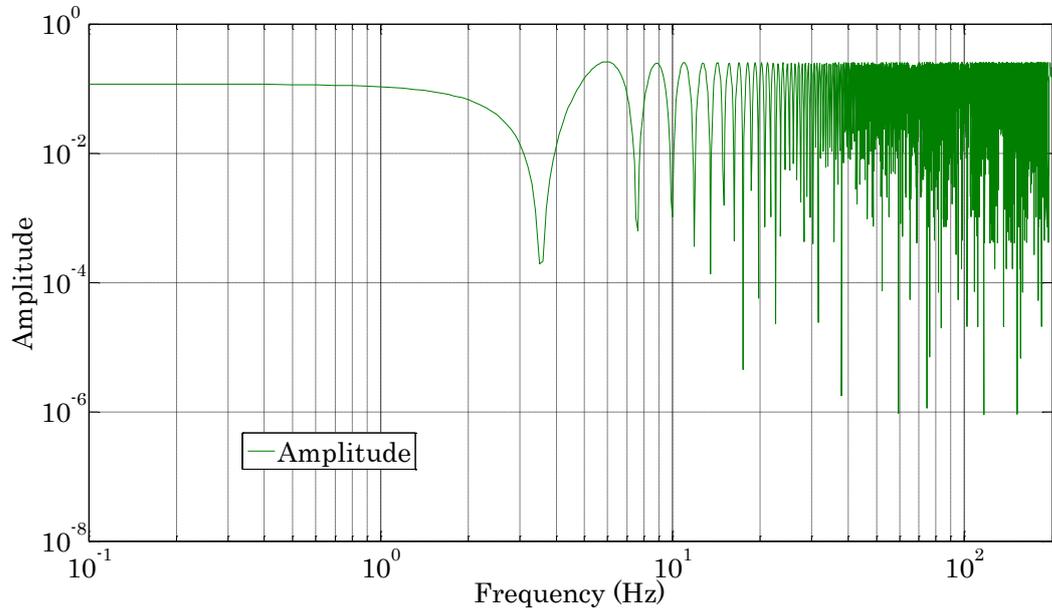


図 4.4 チャープ入力 (周波数領域)

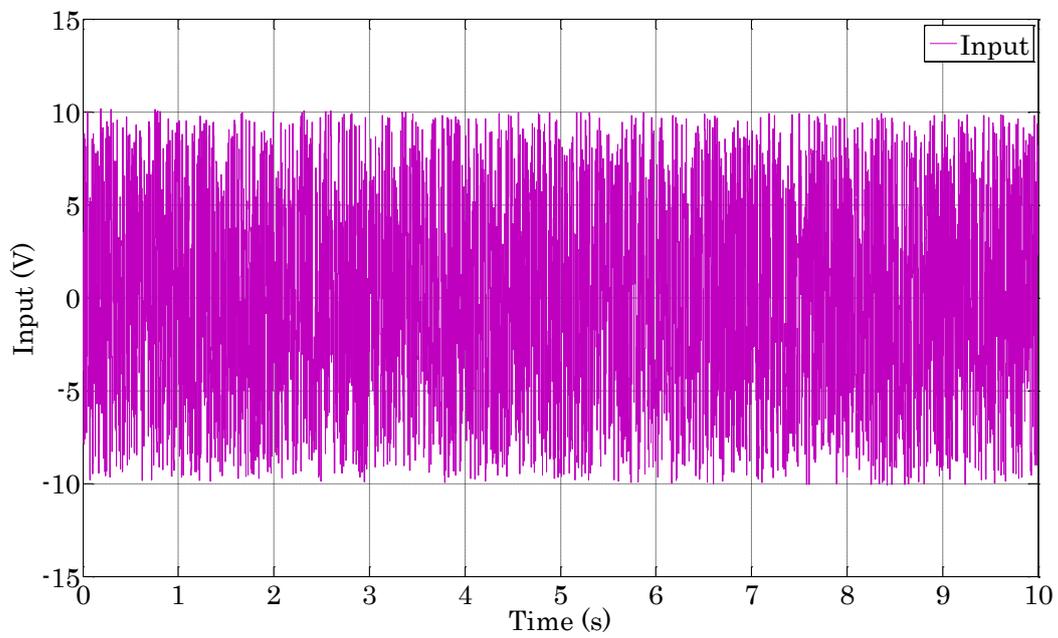


図 4.5 白色信号入力 (時間領域)

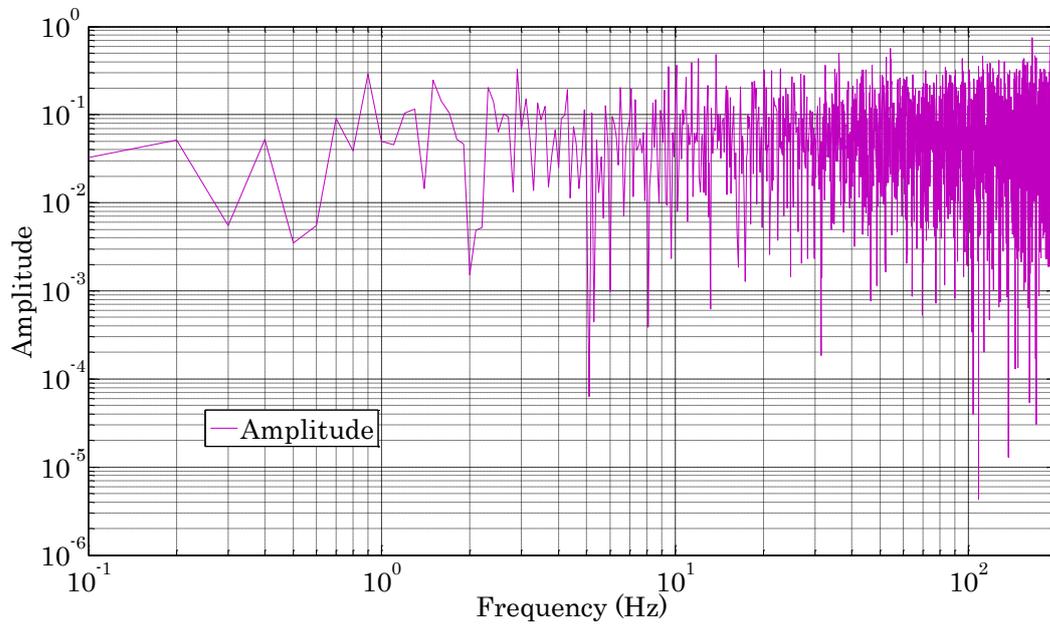


図 4.6 白色信号入力（周波数領域）

## 4.3 同定実験

### 4.3.1 実験手順

以下に同定実験の手順を示す。

- ① PXI コンピュータから入力信号をアクチュエータに与える。
- ② 応答信号をセンサーから得る。
- ③ 実験により得られた入出力データを用いてモデルを得る。

### 4.3.2 実験条件

- ① サンプリング周波数 400Hz
- ② サンプリング点数 4000 点

ここで、サンプリング周波数を 400Hz としているが、本来騒音実験を念頭に置いた研究としてはかなり低いサンプリング周波数といえる。しかし本研究では低周波を制御目的としているため、低周波に対するサンプリング周波数を設定している。

### 4.3.3 同定実験における実験器具

図 4.7 に同定実験の概略図、図 4.8 に実験器具を示す。

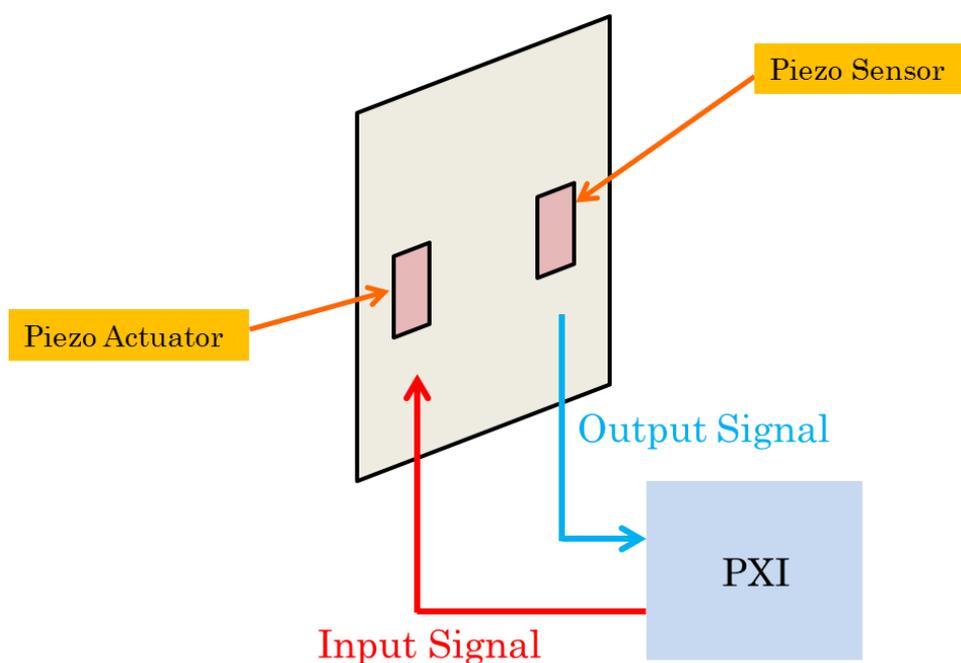


図 4.7 同定実験（概略図）



図 4.8 PXI およびアンプ

#### 4.4 実験結果（出力データ）

4.2.3 で示した入力データを平板に与えた時の応答データを以下のグラフに示す。グラフは時間領域、周波数領域の結果を示している。

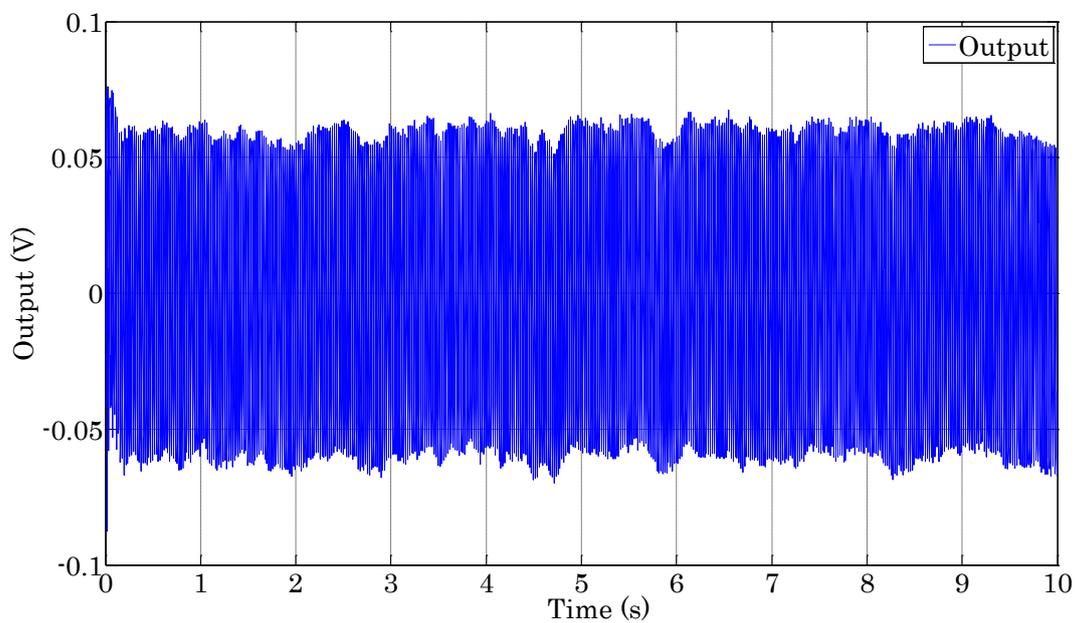


図 4.9 インパルス応答（時間領域）

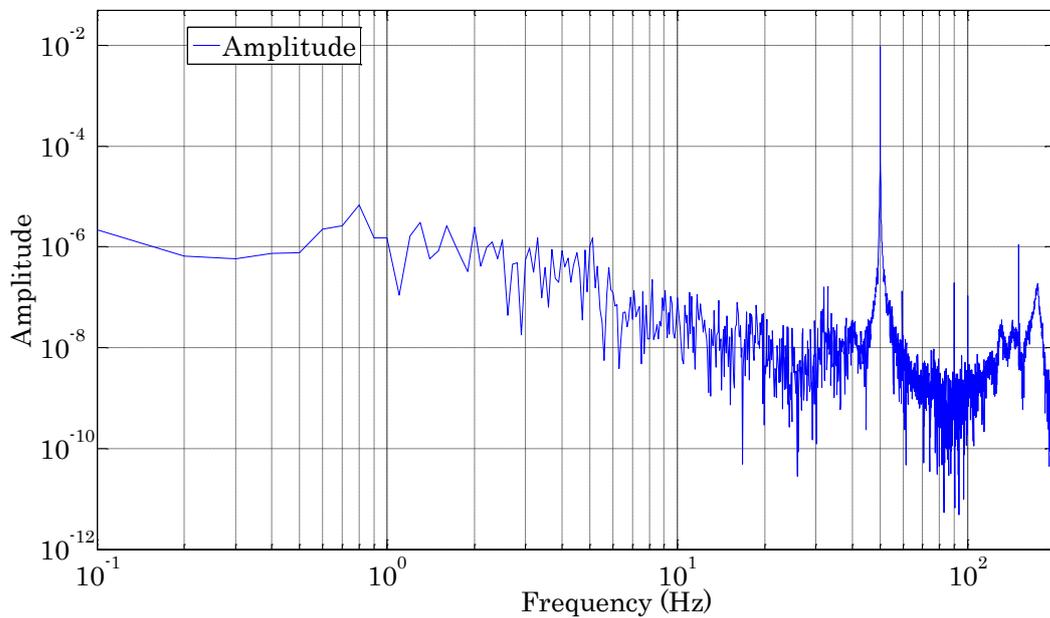


図 4.10 インパルス応答（周波数領域）

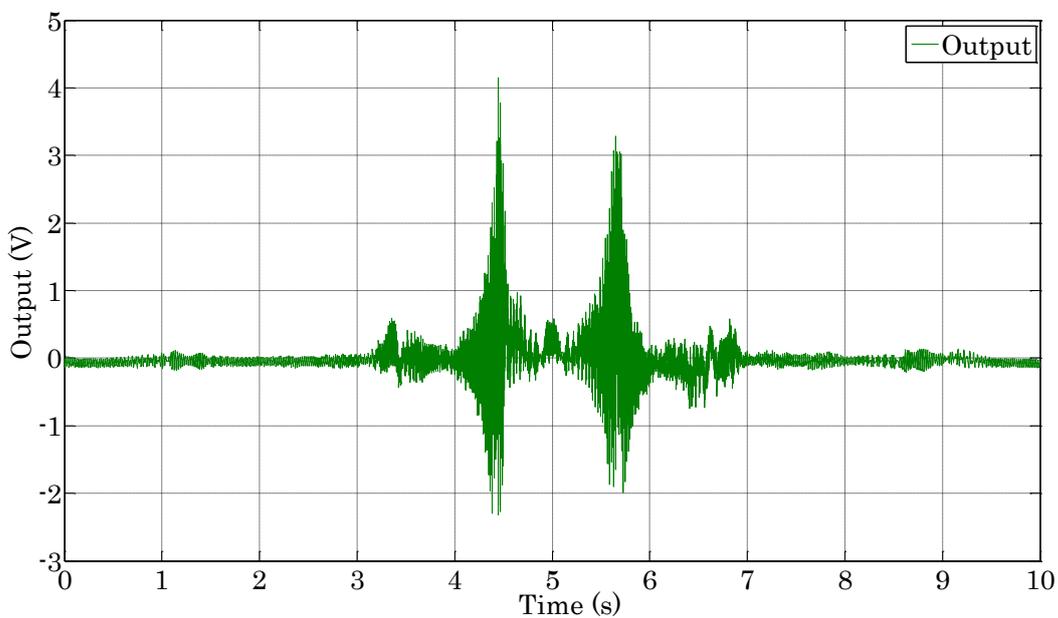


図 4.11 チャープ応答（時間領域）

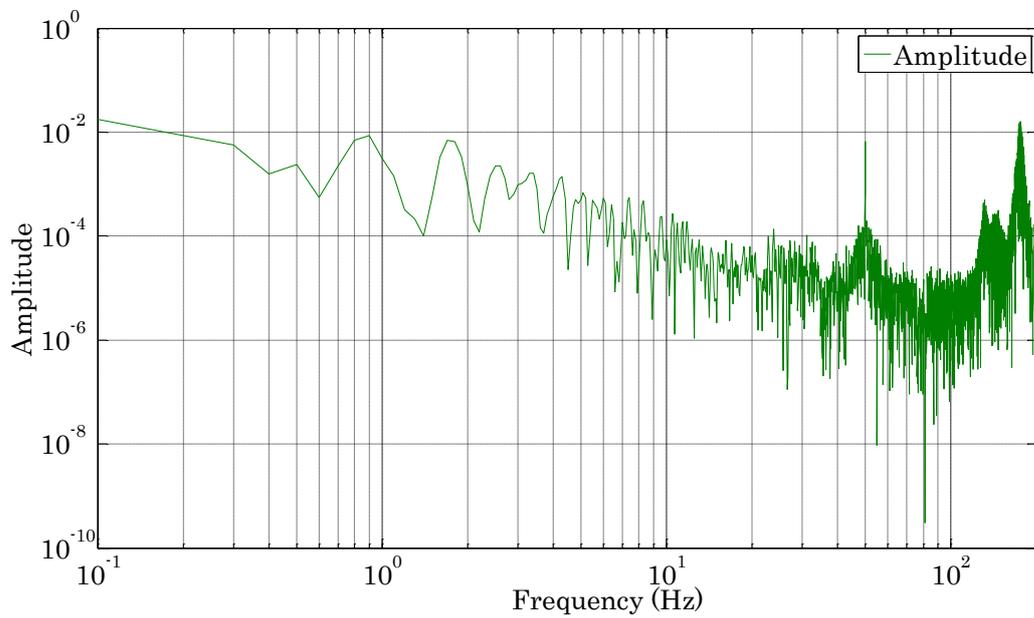


図 4.12 チャープ応答（周波数領域）

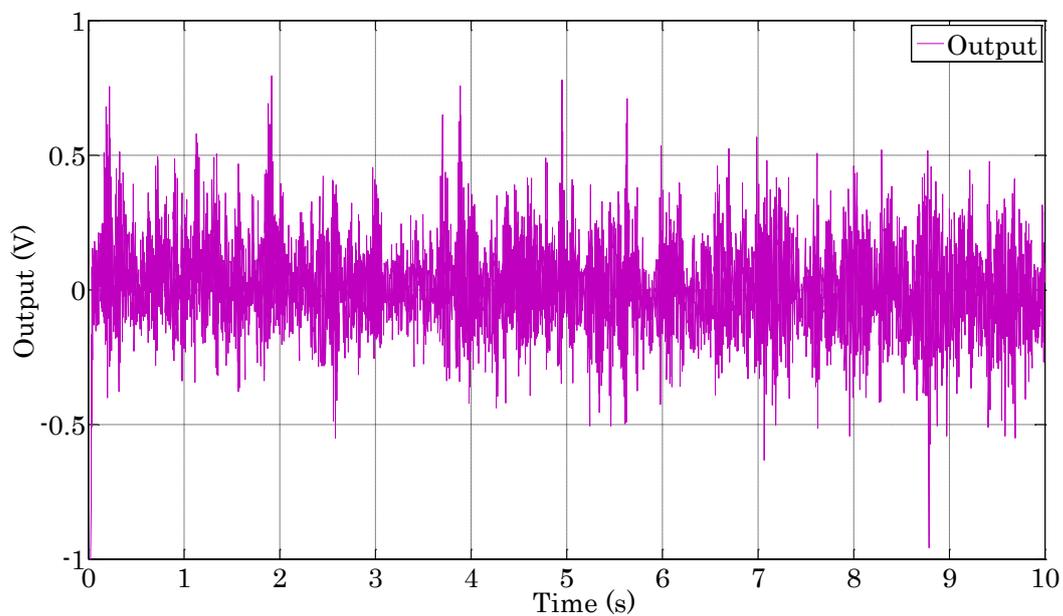


図 4.13 白色信号応答（時間領域）

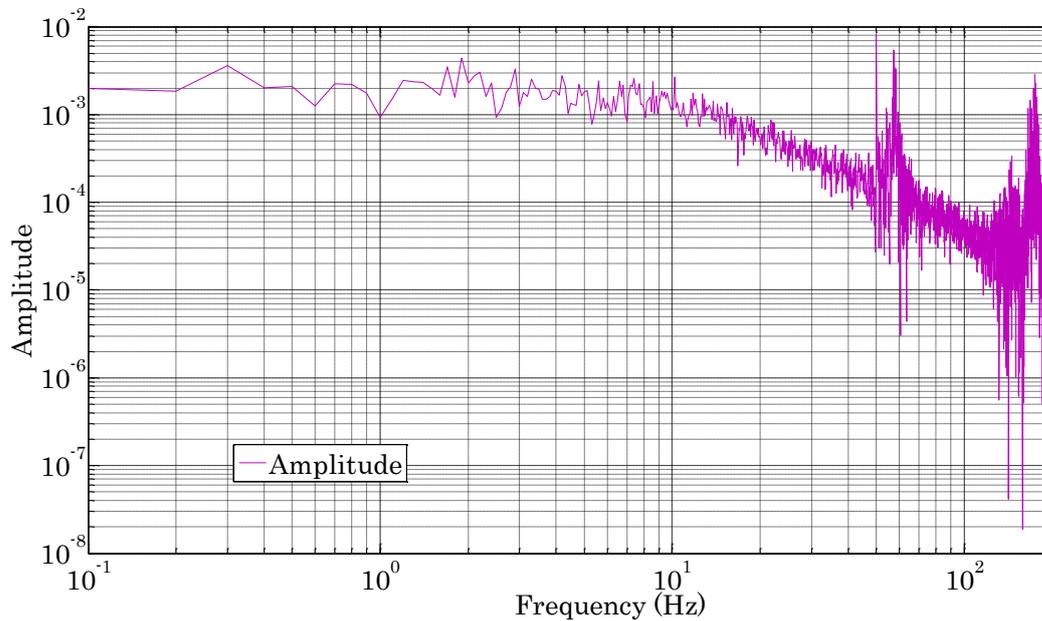


図 4.14 白色信号応答（周波数領域）

## 4.5 入出力データの前処理

### 4.5.1 時間領域における前処理

時間領域における前処理として正規分布から大きく外れた雑音であるアウトライアの除去がある。アウトライアはセンサーや変換器の一時的な故障、誤作動により生じ、これが混入しているかは時間波形のグラフを見ることで判断する。アウトライアがある場合は実験をやり直すか、異常値を取り除きその抜けた値を予測などによって補充する方法がある。

## 4.5.2 周波数領域における前処理

低周波外乱や高周波外乱は同定精度を劣化させる原因となりシステム同定にとって望ましくない。従って、これらを入出力データからあらかじめ除去しておく必要がある。低周波外乱の除去の方法としては以下のようなものがある。

- (1) サンプル平均値をデータから減じる方法
- (2) 物理的平衡点からの元差を利用する方法
- (3) オンラインで推定する方法
- (4) データを差分する方法

本研究では(1)の方法を用いている。

高周波外乱はローパスフィルタを用いることによって除去することができる。

## 4.6 同定結果

### 4.6.1 時間領域における結果

システム同定は MATLAB の System Identification Tool を用いて行った。以下の図には実験値と 10 次、15 次、20 次で同定された数式モデルの比較を時間領域グラフで示す。

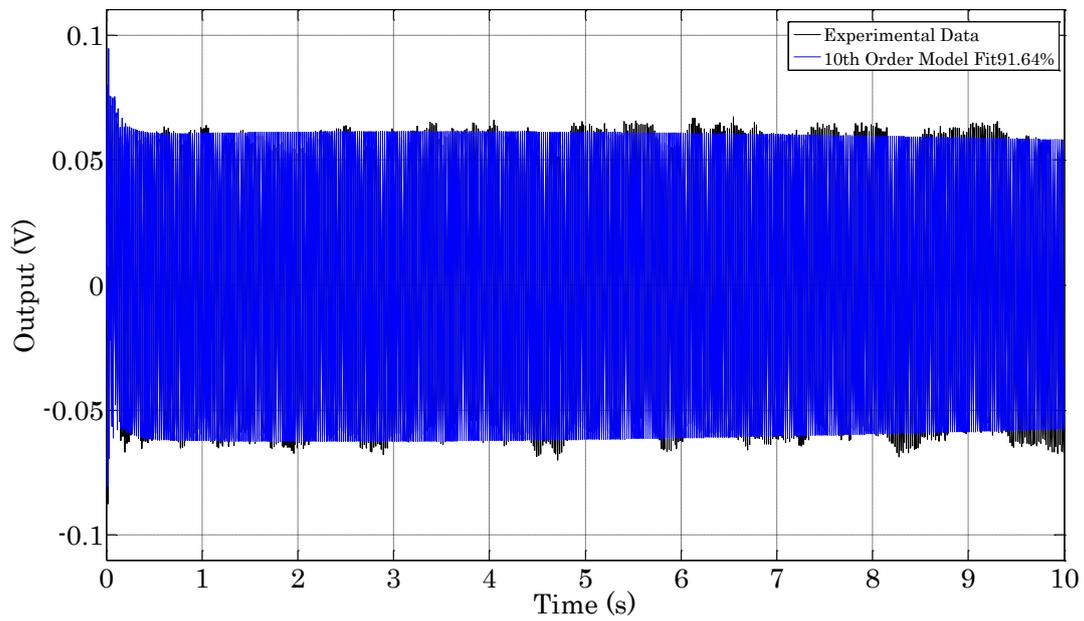


図 4.15 インパルス出力の実験値と 10 次モデルの比較 (適合率 91.64%)

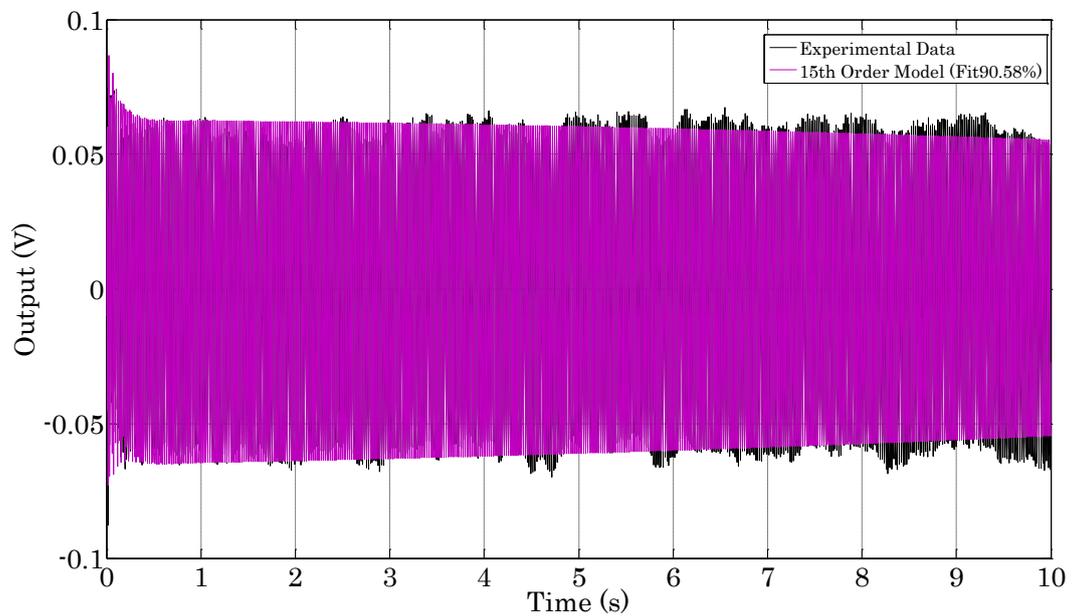


図 4.16 インパルス出力の実験値と 15 次モデルの比較 (適合率 90.58%)

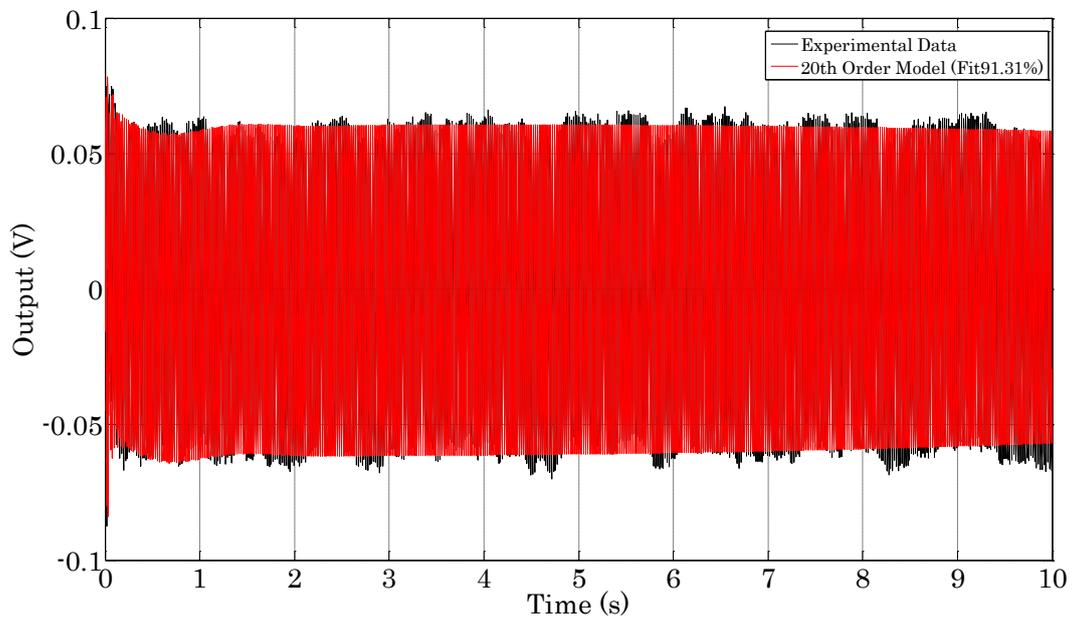


図 4.17 インパルス出力の実験値と 20 次モデルの比較 (適合率 91.31%)

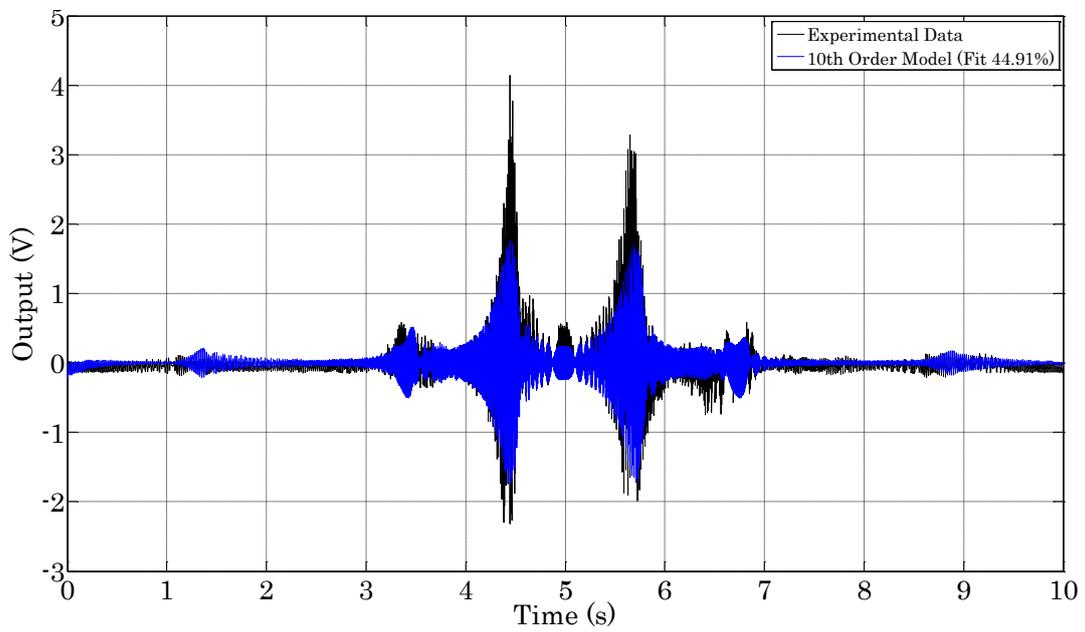


図 4.18 チャープ出力の実験値と 10 次モデルの比較 (適合率 44.91%)

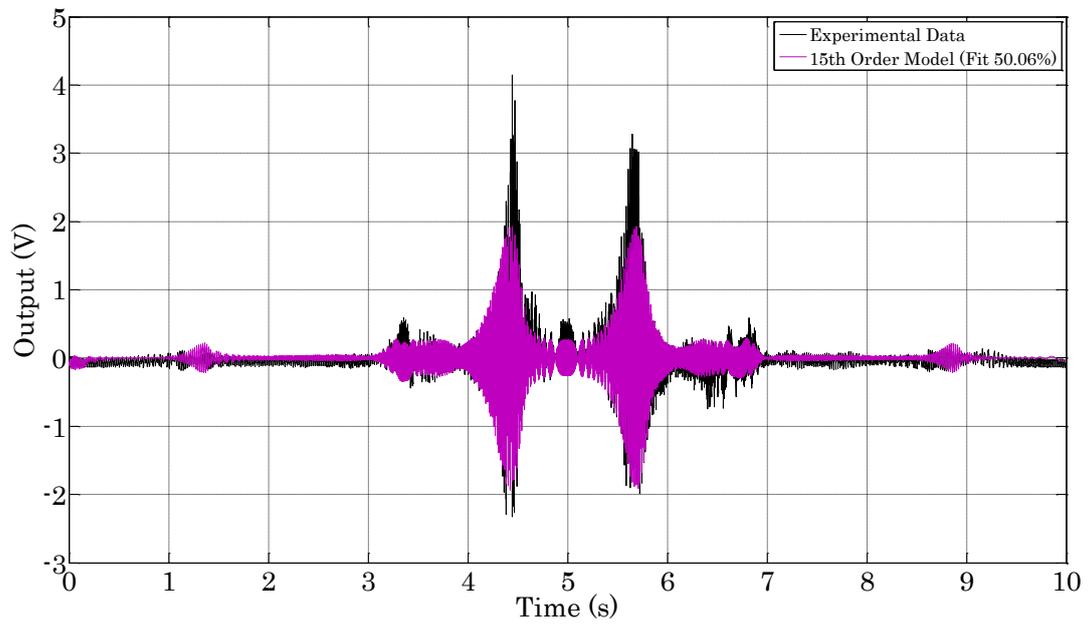


図 4.19 チャープ出力の実験値と 15 次モデルの比較 (適合率 50.06%)

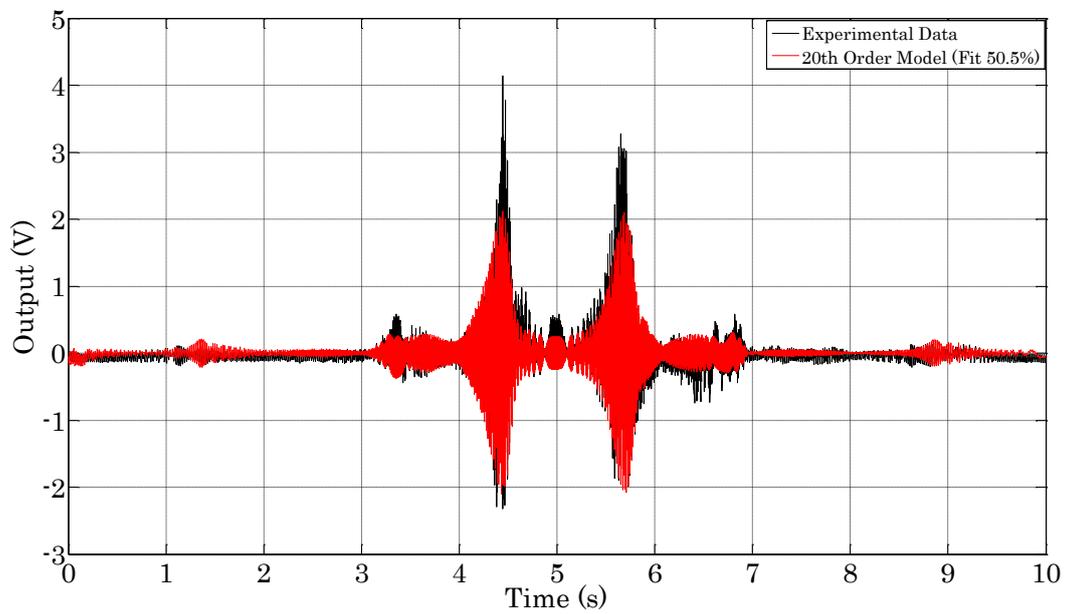


図 4.20 チャープ出力の実験値と 20 次モデルの比較 (適合率 50.5%)

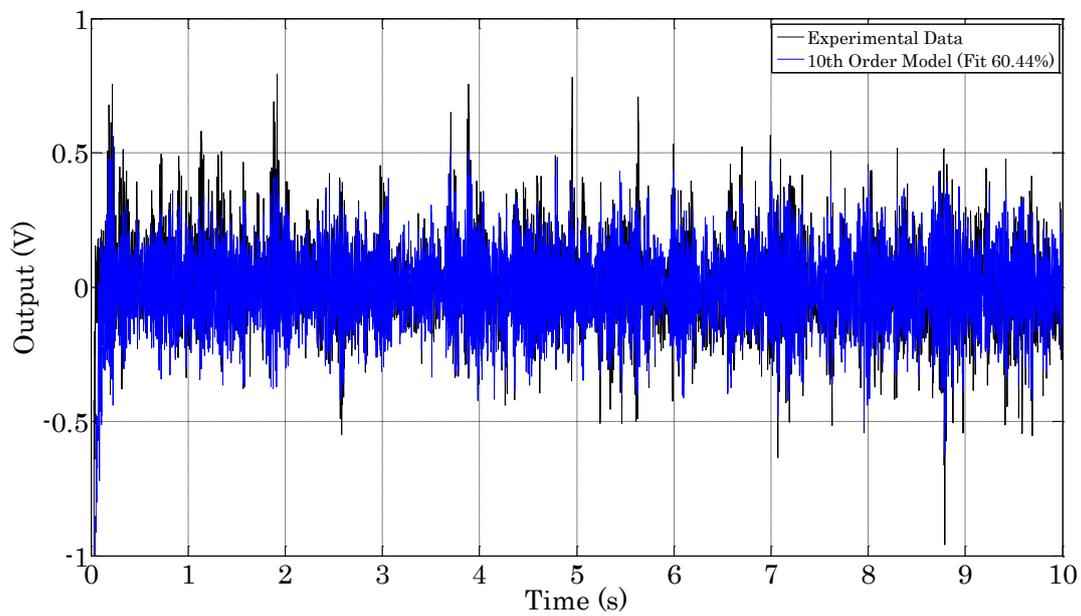


図 4.21 白色信号出力の実験値と 10 次モデルの比較 (適合率 60.44%)

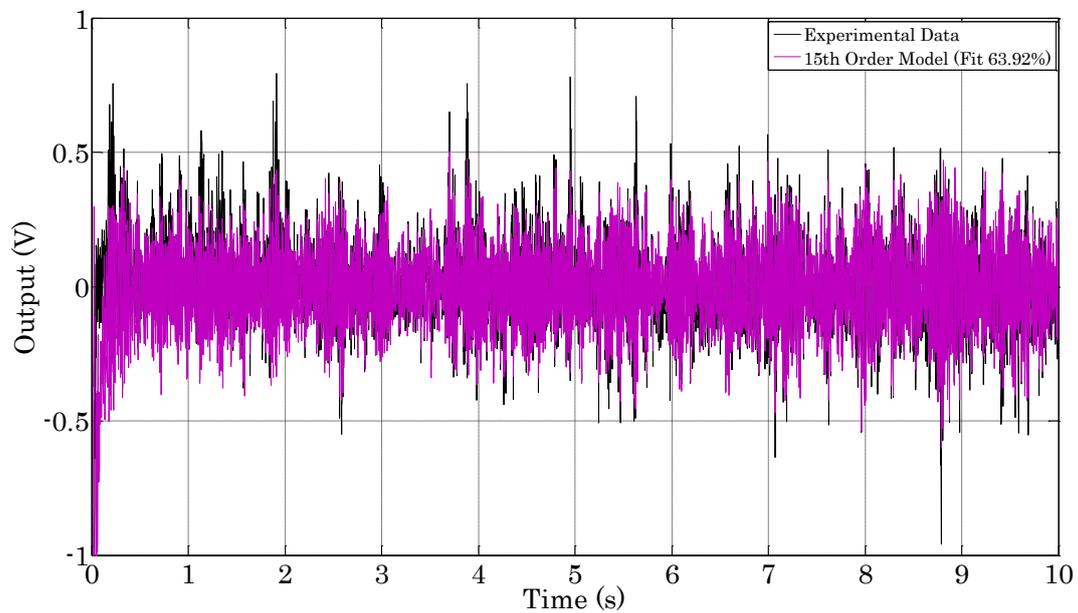


図 4.22 白色信号出力の実験値と 15 次モデルの比較 (適合率 63.92%)

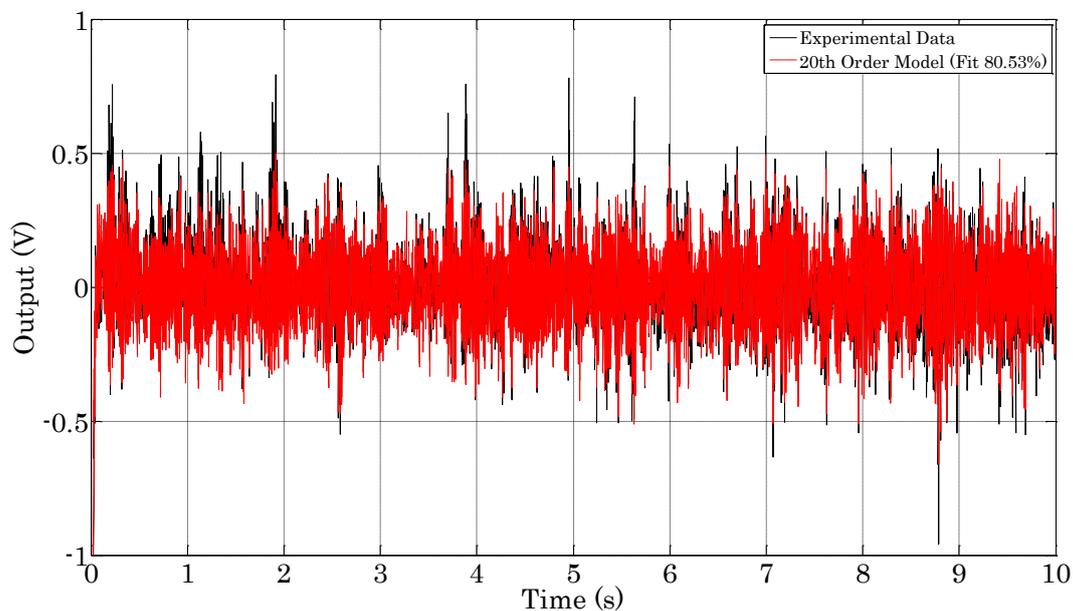


図 4.23 白色信号出力の実験値と 20 次モデルの比較 (適合率 80.53%)

グラフ中の **Fit** は次式で定義されるデータの適合率を表している。

$$Fit = \left( 1 - \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(k) - y(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y})^2}} \right)$$

ただし、 $\bar{y}$  は次式で与えられる出力の平均値である。

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k)$$

**Fit** は%で示されるため、この数値が 100 に近ければ近いほどデータとの適合率が良いことを意味する。

## 4.6.2 周波数領域における結果

以下の図に周波数領域における実験値と数式モデルの比較を示す。

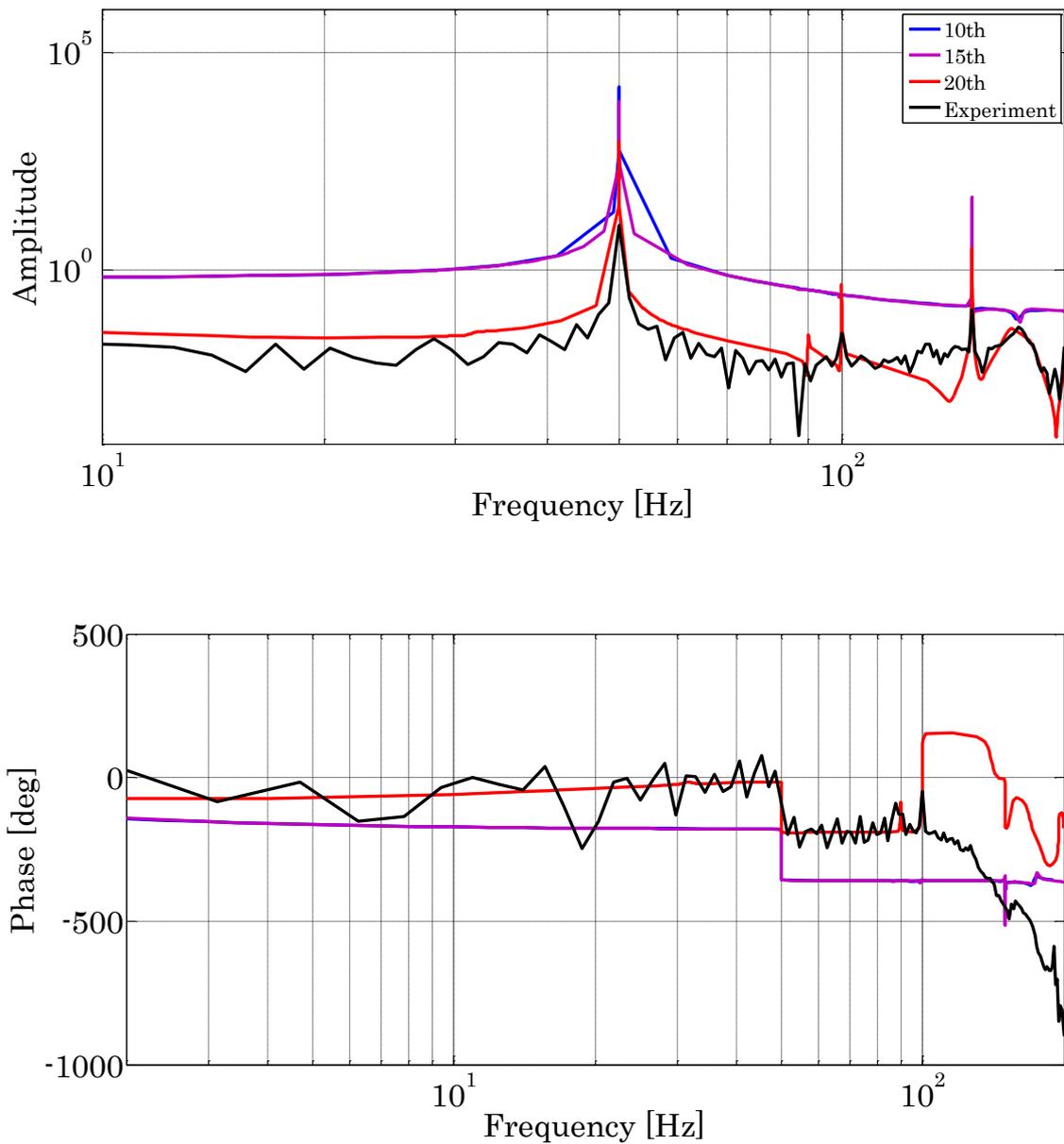


図 4.24 周波数領域における実験値とモデルの比較 (インパルス入力)

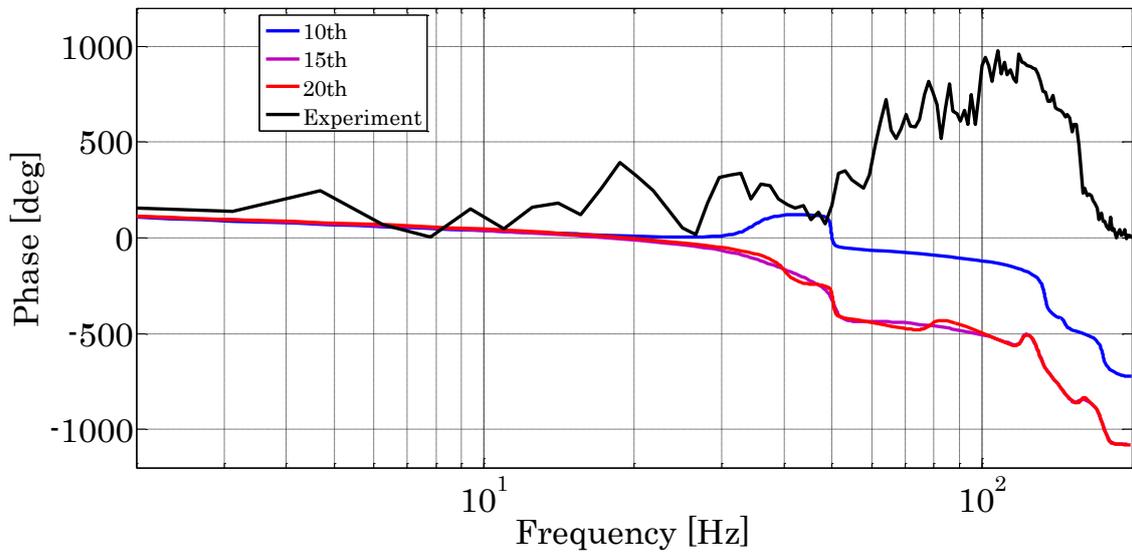
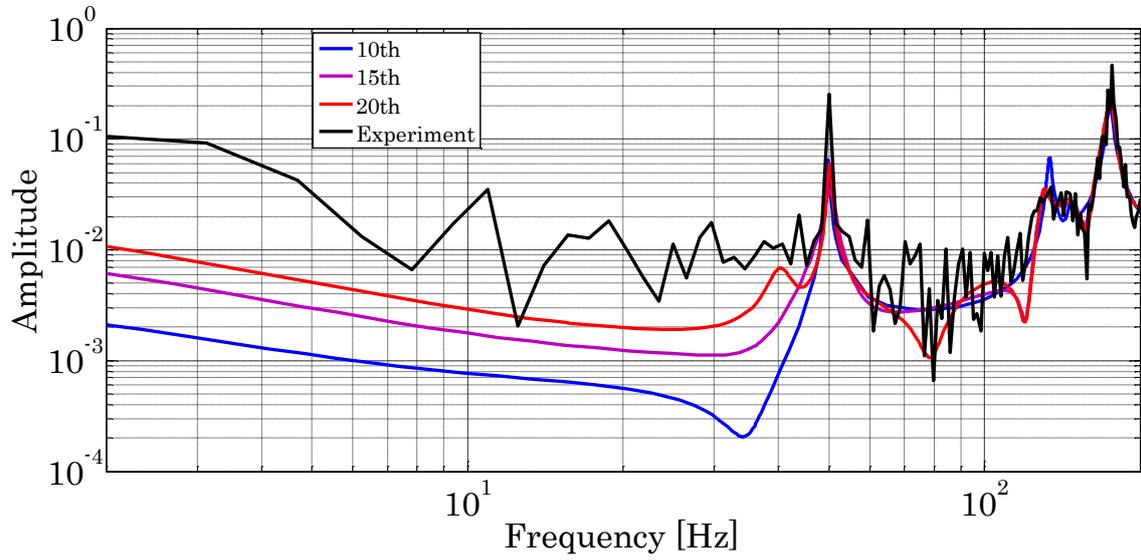


図 4.25 周波数領域における実験値とモデルの比較 (チャープ入力)

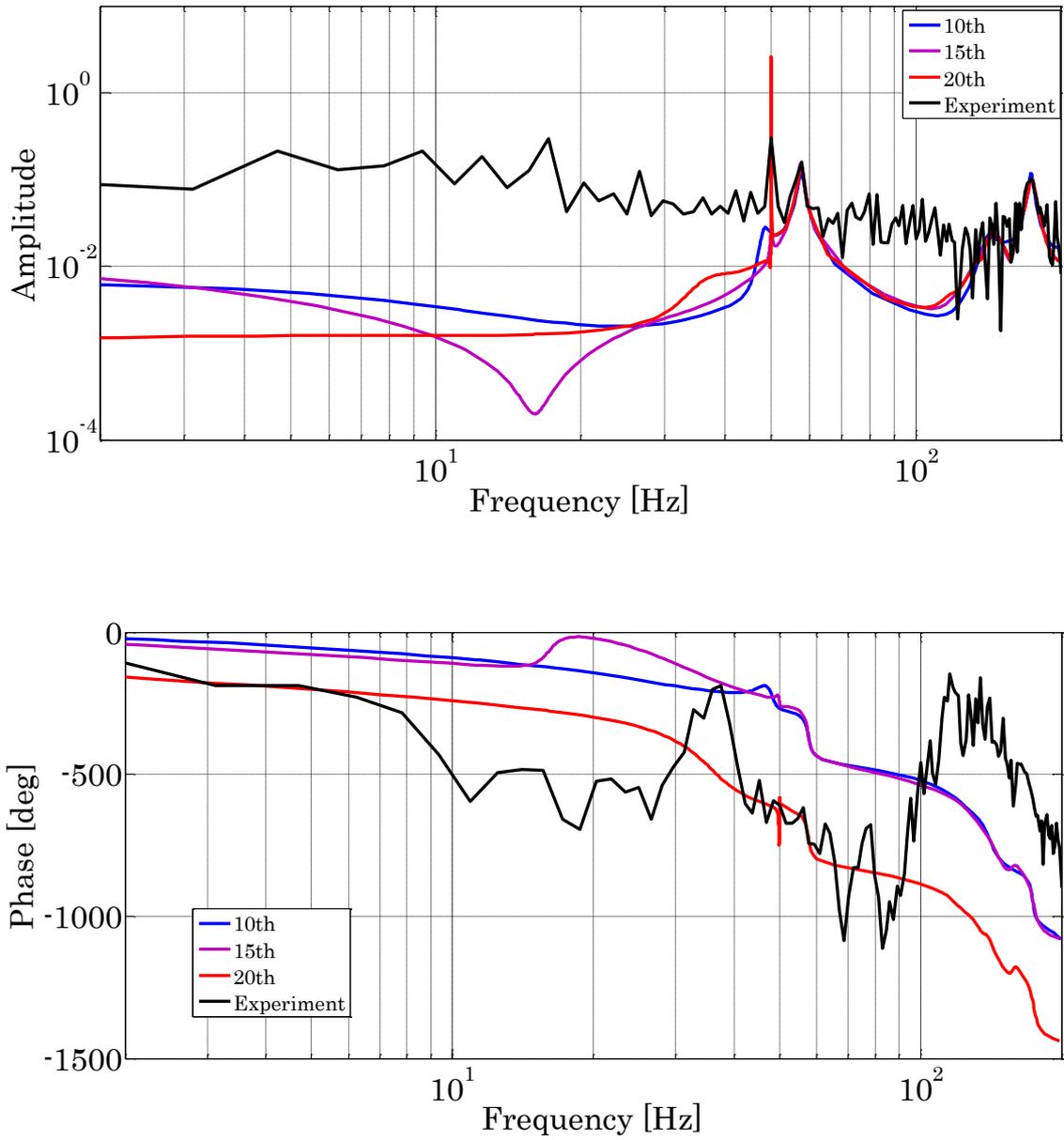


図 4.26 周波数領域における実験値とモデルの比較（白色信号入力）

### 4.6.3 考察

同定結果から以下のことが読み取れる。

1. インパルス入力を与えた結果は他と比べて実験値とモデルの適合率が良く精度よく同定できている。
2. 周波数領域の結果からどの入力を与えた場合でも制御目的である100Hz 付近までは同定できている。しかし、2 次のピークまでの同定結果はインパルス入力、チャープ入力時の結果が優れている。
3. モデル次数を増やすことで実験結果にかなり近く同定することができた。

以上より、同定結果から制御系設計に用いる数式モデルはインパルス入力を用いた結果を採用する。また、制御器を実機に実装する際はなるべく次数が小さい方が望ましい。今回のシステム同定では各々次数 20 までの結果を示し、精度の高い同定結果を得ることができたが、低次 2 つのピークまで同定できている次数 15 の数式モデルを用いて制御系設計に入る。

## 4.7 結言

本章では制御対象の数式モデルをシステム同定法により得た。以下に本章の結論をまとめる。

- ① 実験によって得られた入出力信号を用いて、部分空間法による状態空間表現を得ることができた。
- ② 様々な入力信号による実験を行った結果、インパルス入力によるシステム同定が精度よく得る結果となった。しかしながら、システム同定の実験は試行錯誤しながら結果を考察する必要がある。
- ③ 数式モデルの次数を増やすことによって実験値により近づけることができる。

## 第 5 章

# 制御系設計とシミュレーション

### 5.1 諸言

第 4 章において得られた数式モデルを用いて制御系設計に入る。本研究では、制御系設計の制御理論として  $H^\infty$  制御理論を採用している。この制御理論は制御目的に合わせて様々な制御問題を統計的に扱うことができる。

$H^\infty$  制御の本質はフィードバック制御によって与えられた伝達関数の大きさを何らかの意味である値以下にするとところにある。この大きさを測る尺度として、伝達関数の周波数応答の絶対最大値から定義される  $H^\infty$  ノルムというものが用いられる。

この章では、 $H^\infty$  制御理論と制御性能を評価するシミュレーションについて説明する。

## 5.2 制御理論

### 5.2.1 $H^\infty$ 制御理論

$H^\infty$ 制御では様々な制御問題を統一的な枠組みで扱えるように図 5.1 に示すようなフィードバック系が用いられる。

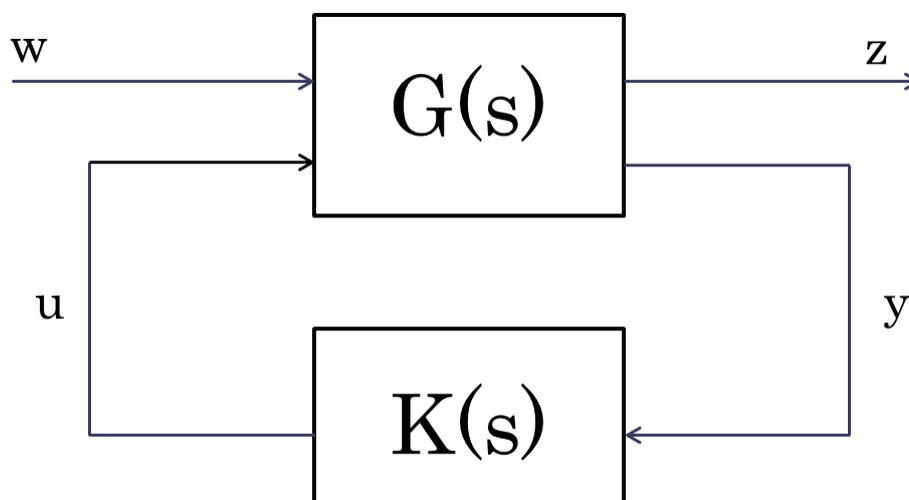


図 5.1 フィードバック系

図 5.1 の  $G(s)$  は一般化プラントと呼ばれ、対象物の数式モデルをさらに拡張させたものである。この一般化プラントは取り扱う制御問題に合わせて構成する必要がある。以下に一般化プラントの伝達関数を示す。

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

ここで、 $w \in R^m$  は外部入力と呼ばれ、参照信号や外乱、センサノイズなど、制

御系に外部から加えられる入力を表し、 $z \in \mathfrak{R}^p$ は制御量と呼ばれ、制御偏差や制御入力、制御出力など、制御によって小さくしたい量を表す。また、 $u \in \mathfrak{R}^m$ および $y \in \mathfrak{R}^2$ は、制御入力と観測出力を示しており、それぞれ制御器からの出力および入力となる量である。

一般化プラント  $G$  に対して、制御器

$$u = Ky \tag{5.2}$$

を用いてフィードバック制御を施すと、 $w$  から  $z$  までの伝達関数は(5.2)式を(5.1)式へ代入することにより、次式となる。

$$\begin{aligned} z &= G_{zw}w \\ G_{zw} &:= G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \end{aligned} \tag{5.3}$$

制御目的は外部入力  $w$  に対して制御量  $z$  をなるべく小さく抑えることである。伝達関数  $G_{zw}$  の大きさを何らかの意味で小さくする制御器  $K(s)$  すればよい。 $H^\infty$ 制御ではこの尺度として  $H^\infty$ ノルムを導入している。

### 5.2.2 $H^\infty$ ノルムの定義

$H^\infty$ 制御問題において評価関数として用いられる  $H^\infty$ ノルムは以下の伝達関数で定義される。

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty := \sup_{0 \leq \omega \leq \infty} \bar{\sigma}\{G_{zw}(j\omega)\} \tag{5.4}$$

また、 $G_{zw}$  の  $H^\infty$ ノルムは、その入出力信号を用いて以下の式で表現することができる。

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty = \sup_w \frac{\sqrt{\int_0^\infty z^T(t)z(t)dt}}{\sqrt{\int_0^\infty w^T(t)w(t)dt}} = \sup_w \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (5.5)$$

これはあらゆる入力が入ってきたときの最悪な外乱入力  $w(t)$  に対する最悪な応答  $z(t)$  の値を表している。つまり、 $H^\infty$ 制御理論は未知の外乱入力に対する最悪ケース設計となっている。

この  $H^\infty$ ノルムを用いて  $H^\infty$ 制御問題は図 5.1 の一般化プラント  $G(s)$  に対し、 $u = Ky$  のフィードバック制御により、閉ループ系を内部安定化し、かつ与えられた正数  $\gamma$  に対して、

$$\|G_{zw}\|_\infty < \gamma \quad (5.6)$$

を満たす制御器  $K(s)$  を求めることと定義される。

### 5.2.3 制御問題について

本研究では外乱に対する制御およびモデルの不確かさの保証を目的としているため、取り扱う制御問題として外乱抑圧問題とロバスト安定化を採用した。以下で各種制御問題について説明する。

#### 5.2.3.1 外乱抑圧問題

図 5.2 の  $w$  から  $z$  までの  $H^\infty$ ノルムを最小化する  $H^\infty$ 制御において、 $w$  を実外乱、 $z$  を外乱の影響を抑えたい物理量にとることで、外乱抑圧問題と考えることができる。ただし、図 5.2 の  $P$  は制御対象のモデルを表している。

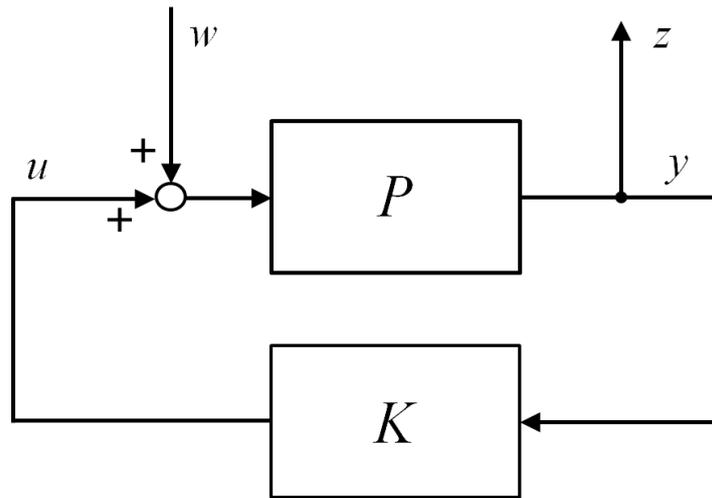


図 5.2 外乱抑圧制御

$w$  から  $z$  までの伝達関数は、

$$z = y = P(u + w), \quad u = Ky \quad (5.7)$$

これを  $z$  について解くと

$$z = (I - PK)^{-1} Pw \quad (5.8)$$

となる。従って、外乱抑圧問題はなるべく小さな  $\gamma$  に対して

$$\|(I - PK)^{-1} P\|_{\infty} < \gamma \quad (5.9)$$

を満たす制御器  $K$  を求めることになる。この評価はすべての周波数領域に対して  $\gamma$  以下に抑えることを意味しており、一般的には現実的でなく厳しい要求となる。

しかしながら、現実問題ではこのような要求はほとんど不必要であり、外乱の周波数スペクトルが大きい領域のみを小さくできれば良い。そこで、小さくしたい周波数帯域のみが大きなゲインを持つ伝達関数を導入するこ

とで重み付けを行う。従って、(5.9)式を次式として考える。

$$\|W_M M\|_{\infty} < \gamma \quad (5.10)$$

ここで、 $M = (I - PK)^{-1}P$ とする。また、伝達関数が $W_M M$ になるようにブロック線図を構成し (図 5.3)、その $H^{\infty}$ ノルムを $\gamma$ 未満にする。

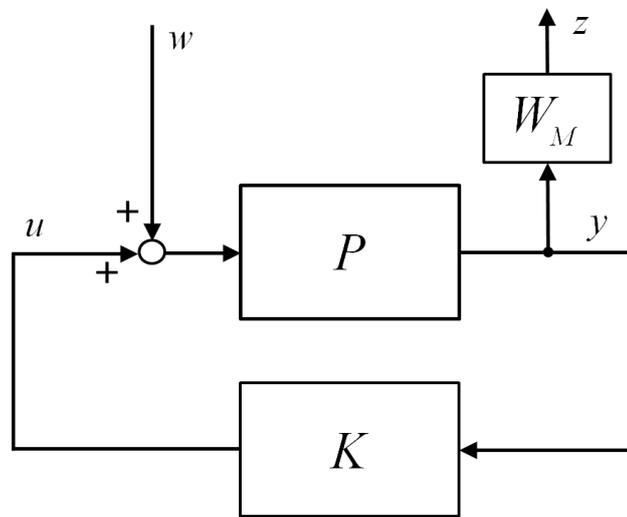


図 5.3 一般化プラント

ここで用いた $W_M$ は重み関数と呼ばれ、制御系設計において重要なパラメータとなる。そのため、制御系の良し悪しは重み関数の選択に大きく影響する。

### 5.2.3.2 ロバスト安定化問題

本研究の制御系設計では制御対象モデルを用いるが、その数式モデルにはモデルの変動や誤差が含まれており、厳密には数式モデルの挙動と現物の挙動は一致しない。従って、対象を制御する際にその誤差が原因となり系が不安定となることは珍しくはない。つまり制御系はその誤差に対してロバスト性を備えていなければならないといえる。ここで、制御器のロバスト安定性を明示的に保証することを「ロバスト安定化問題」と呼ぶ。

$H^\infty$ 制御ではロバスト安定化問題を容易に取り扱うことができる。これはスモールゲイン定理によって保証される。

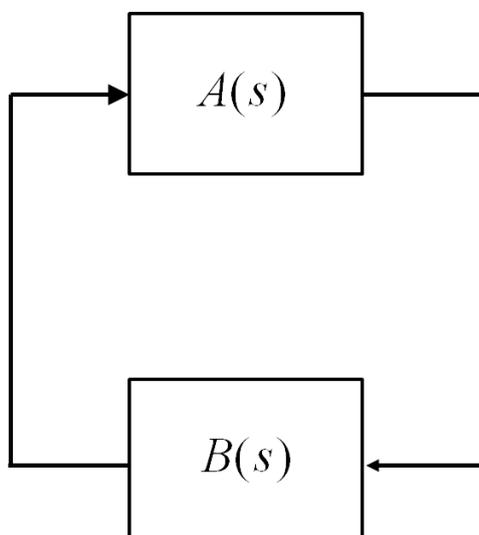


図 5.4 スモールゲイン定理

図 5.4 において、 $A(s)$  および  $B(s)$  は安定な伝達関数であるとする、

$$\|A(s)B(s)\|_\infty < 1 \quad (5.11)$$

を満たすと図 5.4 の閉ループ系は安定となる。

本研究では、この定理を利用して乗法的誤差に対するロバスト安定化を行う。

実制御対象  $\tilde{P}$  が、公称モデル  $P$  とそれに対する乗法的誤差  $\Delta_m$  を用いて

$$\tilde{P} = (I + \Delta_m)P \quad (5.12)$$

と表されるとき、図 5.5(a) に示すフィードバック系のロバスト安定化問題を考える。ただし、簡単のため  $\Delta_m$  は安定と仮定する。

図 5.5(a) において、点 a から点 b までの伝達関数を求めると、

$$T_m := (I - PK)^{-1} PK \quad (5.13)$$

となるので、図 5.5(a)は図 5.5(b)に等価となる。よって、図 5.5(b)の  $\Delta_m$  および  $T_m$  を、それぞれ、図 5.4 の  $A(s)$ 、 $B(s)$  と考えてスモールゲイン定理を適用すると、 $\Delta_m$  に対して安定となるための条件として次式を得る。

$$\|\Delta_m T_m\|_\infty < 1 \quad (5.14)$$

しかし、一般に誤差である  $\Delta_m$  を正確にモデル化することは不可能であり、式(5.13)の条件を設計に直接用いることはできない。そこで、 $\Delta_m$  の代わりに

$$\bar{\sigma}\{\Delta_m(j\omega)\} < |w_m(j\omega)| \quad \forall \omega \quad (5.15)$$

を満たす既知のスカラ伝達関数  $w_m$  を用いた次の条件を考える。

$$\|w_m T\|_\infty < 1 \quad (5.16)$$

この式が成立すれば、(5.13)式は常に満たされることになる。従って、 $w$  から  $z$  までの伝達関数が  $w_m T$  となるように構成した図 5.5(c)の一般化プラントを考え、その  $H_\infty$  ノルムを 1 未満とすることで、式(5.15)を満たす制御器  $K$  を求めることができる。

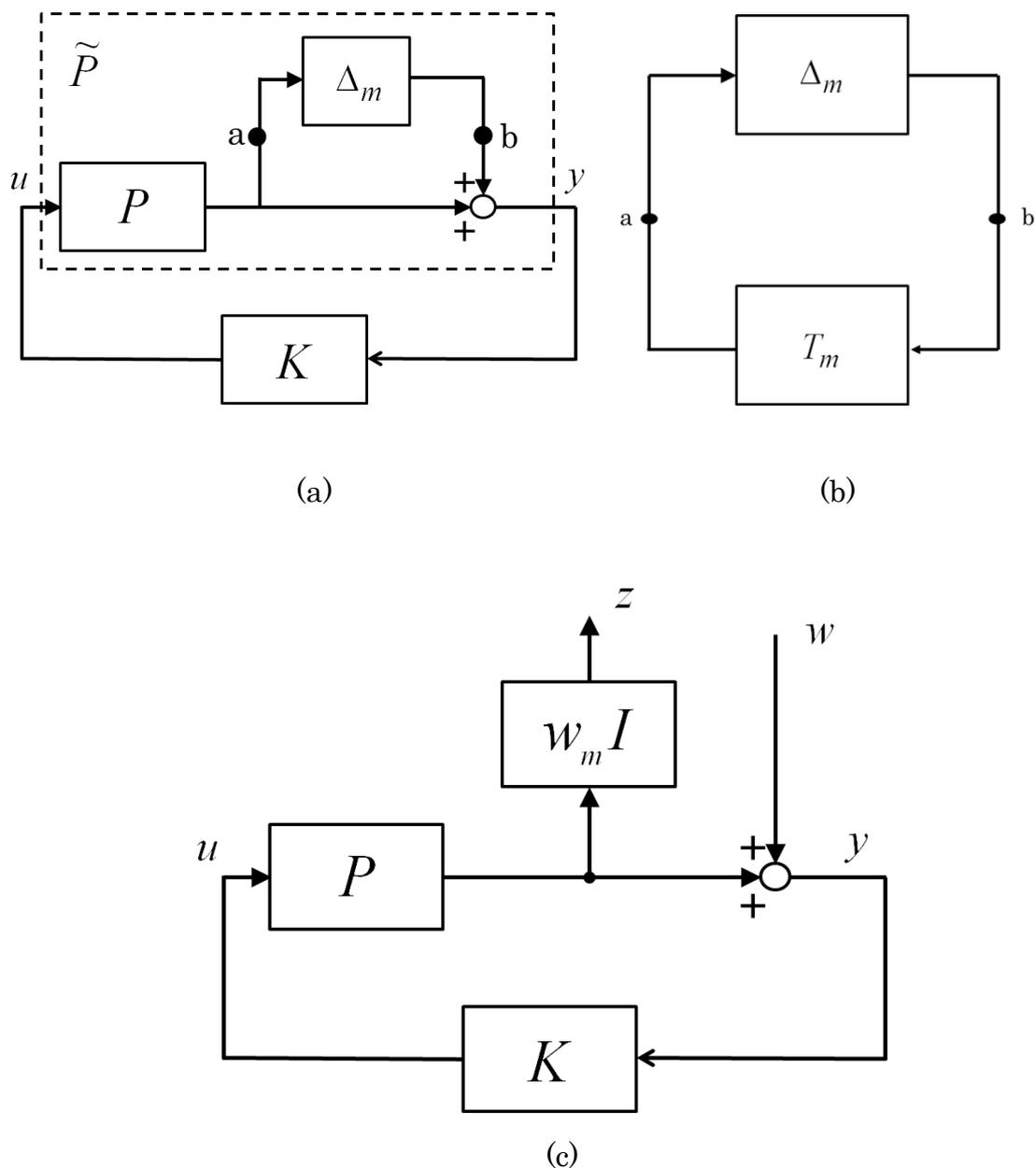


図 5.5 乗法的誤差に対するロバスト安定化

#### 5.2.4 一般化プラント

本研究では外乱抑圧問題およびロバスト安定化問題を用いて一般化プラントを構築する。図 5.6 に本研究の制御系設計に用いた一般化プラントのブロック線図を示す。まず振動制御を外乱抑圧問題としてとらえ、制御対象の入力端に加わる力外乱  $w$  を出力端  $z_1$  で抑圧する。すなわち、

$$\left\| W_M \frac{P_r}{1 - P_r K} \right\|_\infty < \gamma \quad (5.17)$$

がなるべく小さな  $\gamma$  に対して成立するように設計を行う。これにより、騒音が平板のひずみに極力影響を与えない制御系となることが期待できる。ここで、 $W_M$  は重み関数である。

また、ロバスト安定性に関しては、外乱抑圧制御と共通の  $w$  を用い、 $z_2$  へのパスで入力端における乗法的誤差を評価することにした。見積もった乗法的誤差  $\Delta_m$  に対して、

$$|\Delta_m(j\omega)| \leq |W_m(j\omega)| \quad \forall \omega \quad (5.18)$$

を満たす  $W_m$  を用いて、 $w$  から  $z_2$  までの  $H_\infty$  ノルムを 1 未満とすれば、

$$\left\| W_m \frac{P_r K}{1 - P K_r} \right\|_\infty < 1 \quad (5.19)$$

が満たされ、ロバスト安定性が確保できる。

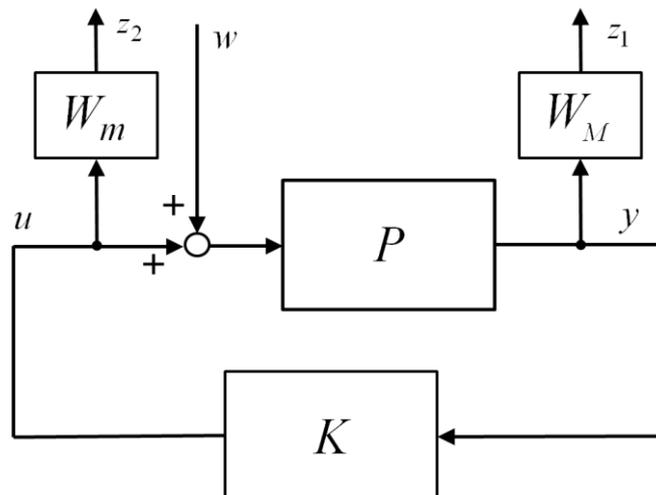


図 5.6 一般化プラント

## 5.3 シミュレーション

### 5.3.1 重み関数

制御系設計において重み関数の設定は制御性能に大きく影響するため、極めて重要である。しかし、重み関数の決め方には明確な方法がなく、重み関数の選択には少なからず試行錯誤が必要である。ここでは、3つの重み関数を一例として示し、シミュレーション結果を示す。

パターン①

$$WM = \frac{1}{0.1s+1} \quad , \quad W_m = \frac{0.5s+0.5}{0.1s+500}$$

パターン②

$$WM = \frac{5}{0.2s+1} \quad , \quad W_m = \frac{5s+200}{3s+1000}$$

パターン③

$$WM = \frac{20}{0.01s+1} \quad , \quad W_m = \frac{0.05s+0.5}{0.1s+500}$$

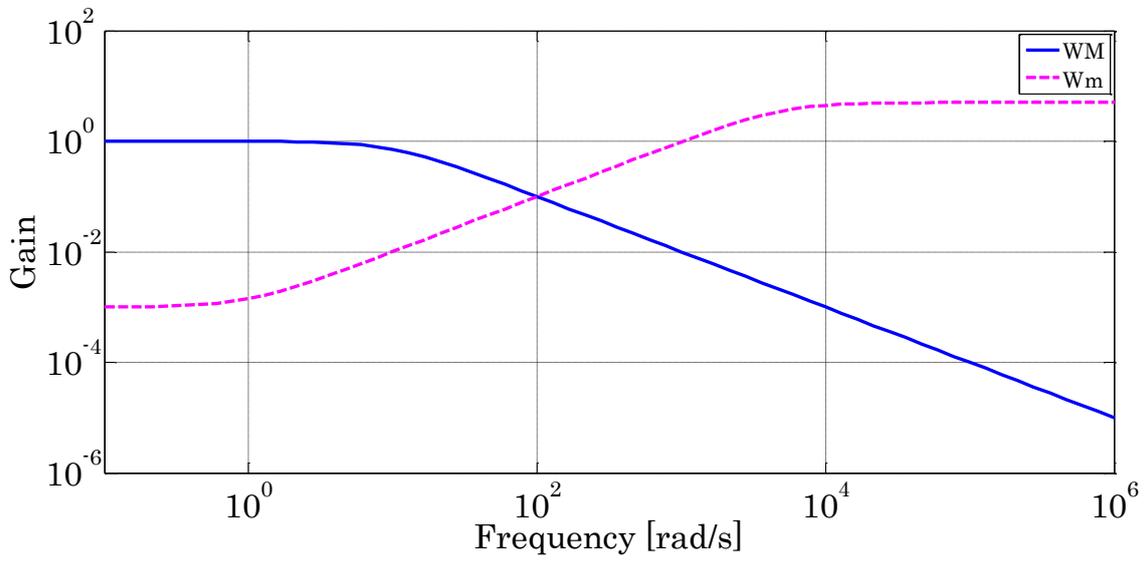


図 5.7 重み行列の周波数応答 (パターン①)

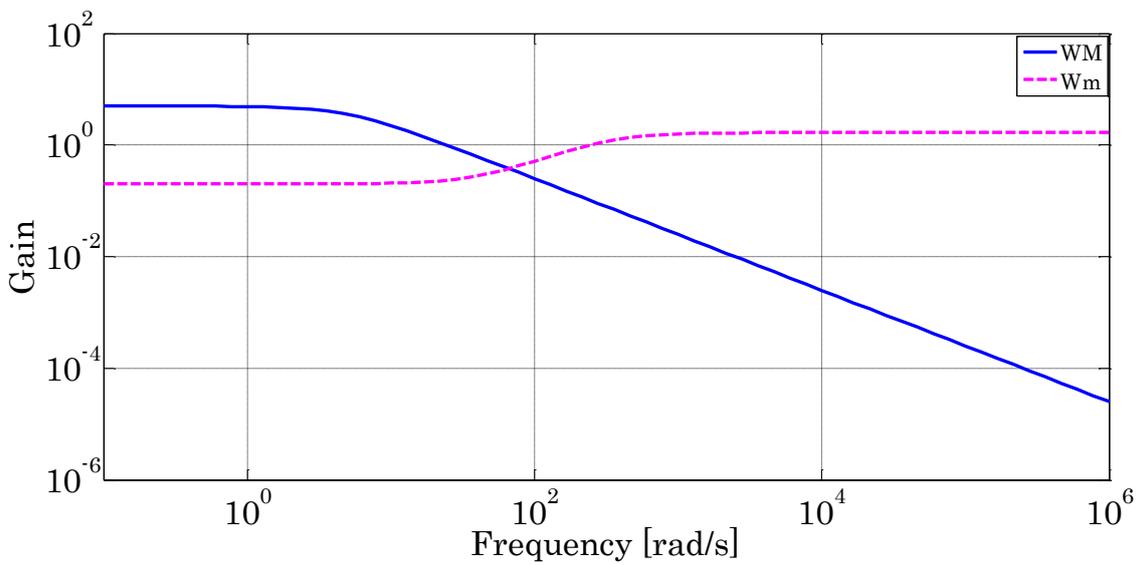


図 5.8 重み行列の周波数応答 (パターン②)

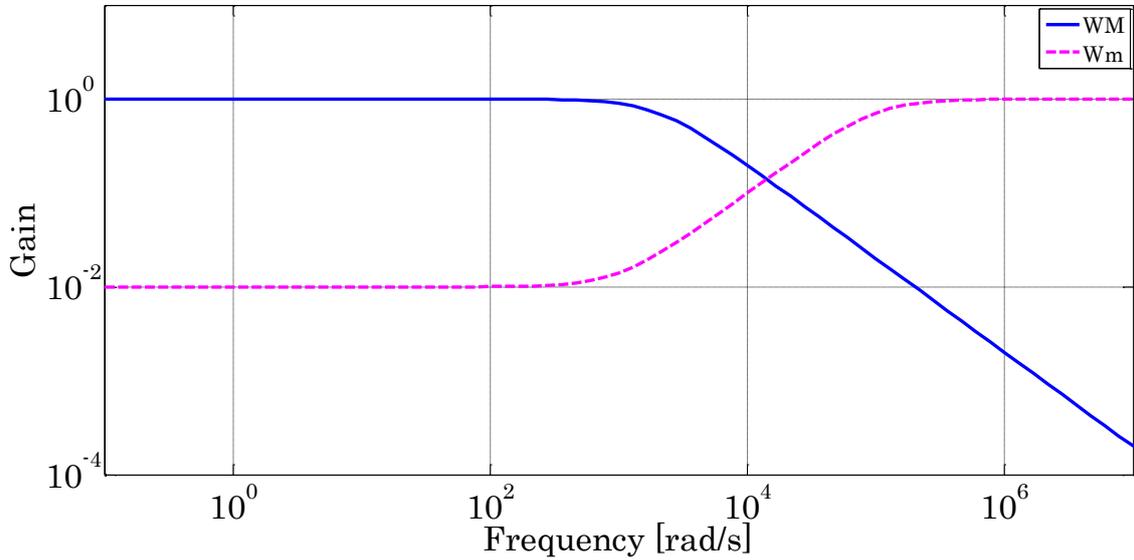


図 5.9 重み行列の周波数応答 (パターン③)

### 5.3.2 シミュレーション結果

5.3.1 で示した重み関数を用いた制御器によるシミュレーション結果を示す。以下の図は各重み関数のボード線図およびインパルス応答を比較したシミュレーション結果である。ただし、シミュレーション結果はあくまで理想状態における結果であるため、ここでは制御器の性能の参考にする程度とし実際の性能評価は次章で説明する実機による実験によって評価する。

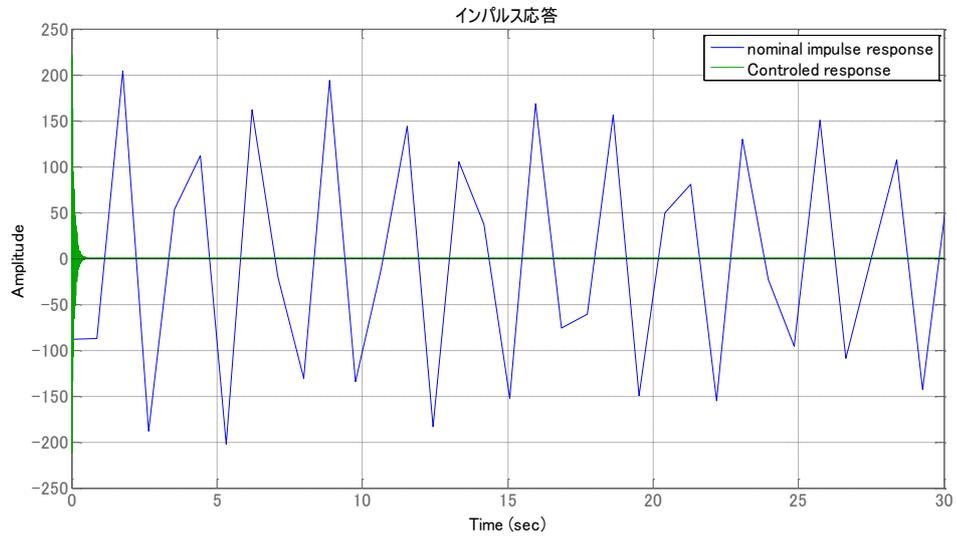


図 5.10 パターン①のインパルス応答

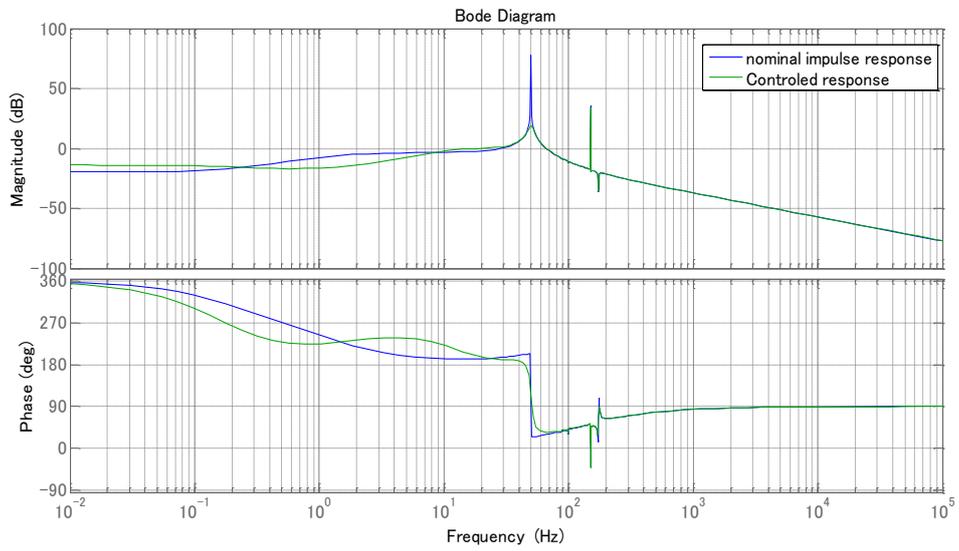


図 5.11 パターン①のボード線図

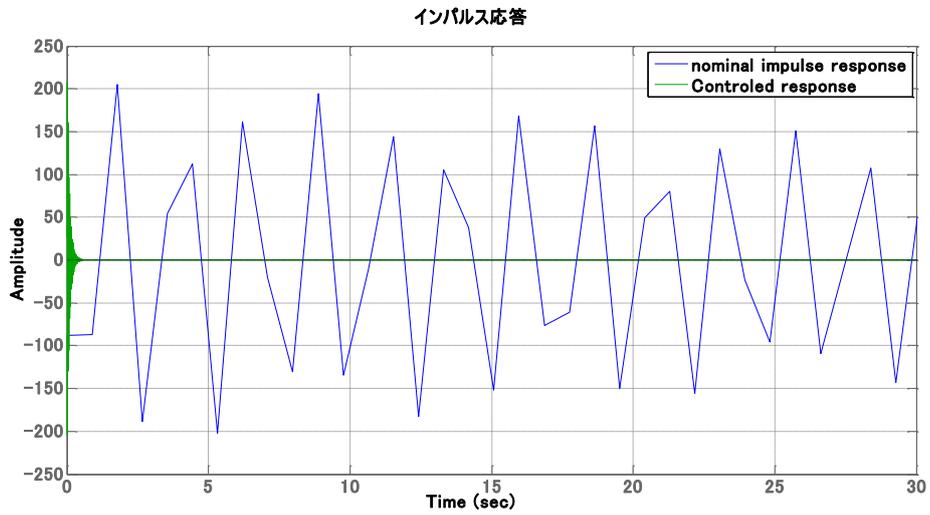


図 5.12 パターン②のインパルス応答

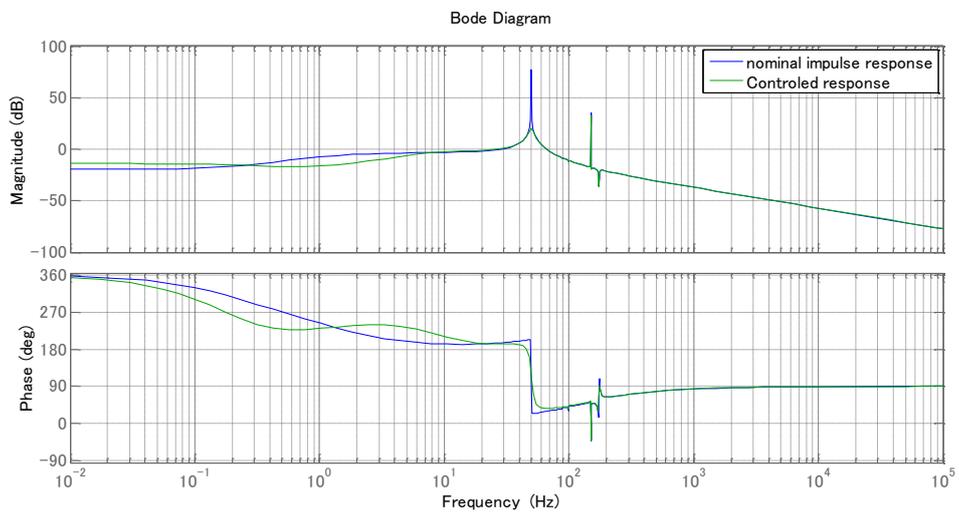


図 5.13 パターン②のボード線図

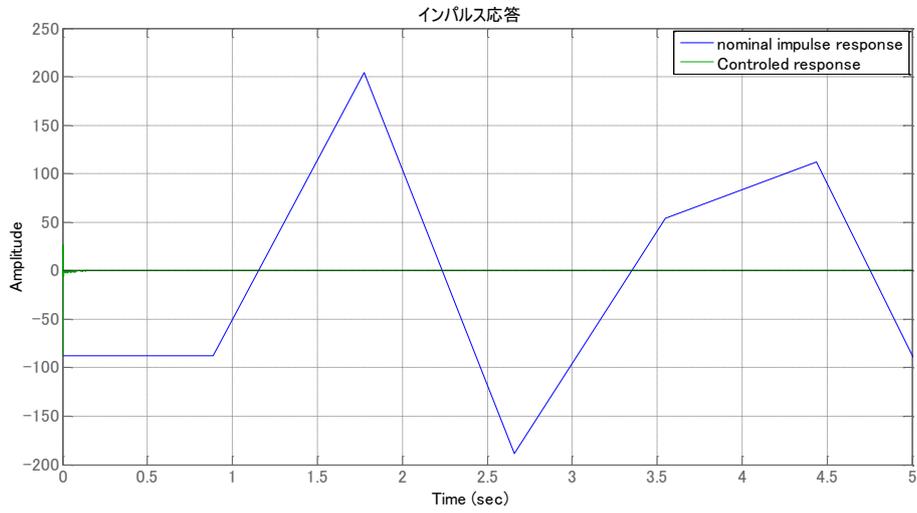


図 5.14 パターン③のインパルス応答

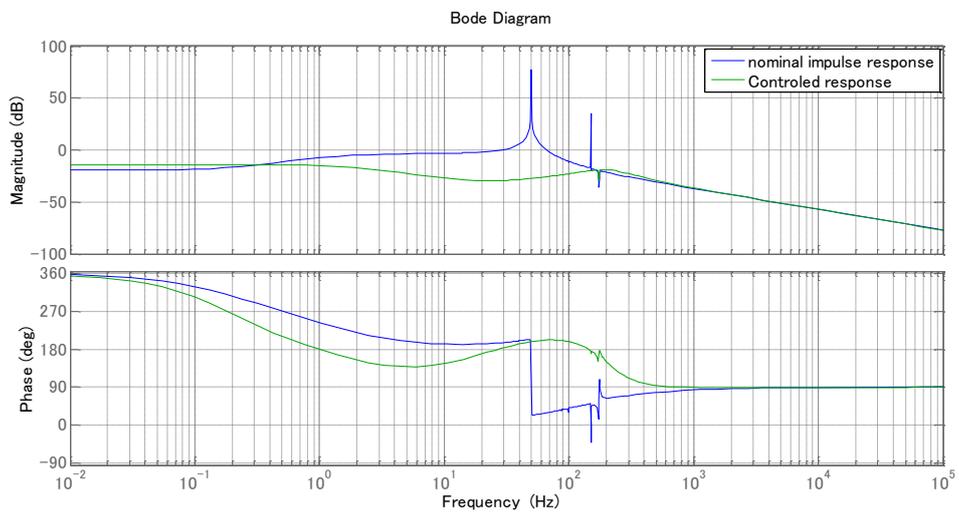


図 5.15 パターン③のボード線図

## 5.4 考察

制御性能のシミュレーションを行った結果、以下のことが読み取れる。

- ① 重み関数を変えることで制御性能は大きく変わる。
- ② 200Hz まで考慮したモデルを用いて制御器を設計したため実際には実機による実験で性能を確かめる必要がある。
- ③ 特にパターン③の結果は大きく振動を抑えられる結果となったが、圧電素子の性能を大きく上回っている可能性もある。従って、MATLAB によるシミュレーションはあくまでも参考程度にするものである。

## 5.5 結言

本章で得た結論について以下のようにまとめる。

- ① 第4章で構築した数式モデルをもとに  $H_\infty$ 制御理論によって制御器を設計した。
- ② 様々な重み関数を用いてシミュレーションを行った結果、計算上はかなりの制御性能があることを示した。しかしながら、アクチュエータに過大な性能を要求している可能性もあり、実際に実機によるテストを行い実現可能か確認する必要がある。

次章ではこの章で設計した制御器を用いて実機テストに入る。

# 第 6 章

## 制振実験

### 6.1 緒言

この章では、第 5 章の制御系設計により得られた制御器を LabVIEW のプログラムに実装し、実機による制振実験を行い、その実験結果について考察する。

### 6.2 振動制振実験

#### 6.2.1 評価方法

制振性能評価の方法は以下の通りである。

- ① 外乱による平板のひずみを圧電素子により計測し、時間領域における振幅を制御の有無で比較する。
- ② レーザードップラー振動計により平板の表面速度を計測し、時間領域における振幅を制御の有無で比較する。
- ③ 計測された平板のひずみ及び表面速度を周波数領域で示し、外乱周波数の振幅を制御の有無で比較し評価する。

## 6.2.2 レーザードップラー振動計・サブウーファー

外乱発生装置としてサブウーファー（低周波発生用スピーカー）を用いている。また、平板の表面速度の計測のためレーザードップラー振動計を用いた。図 6.1、図 6.2 に本研究で用いたレーザードップラー振動計およびサブウーファーを示す。



図 6.1 レーザードップラー振動計



図 6.2 ヤマハ社製サブウーファー（NS-SW210）

本研究では外乱として低周波音を用いている。従って、外乱発生装置として用いるサブウーファースの性能は重要であるといえる。表 6.1 にサブウーファースの仕様を示す。

表 6.1 サブウーファースの仕様

スピーカーユニット	16cm コーン防磁型
アンプ出力	50W
再生周波数帯域	30Hz～160Hz
電源/電圧	AC100V、50/60Hz
消費電力	25W
寸法(幅)×(高さ)×(奥行き)	166mm×450mm×366mm
質量	10kg

### 6.2.3 実験システム

実験システムは基本的には第 2 章で説明した通りである。ただし、本実験の振動データとして平板のひずみに加えて、表面速度も計測するため、レーザードップラー振動計を使用している。実験システムの概略図および実験風景を図 6.3、図 6.4 に示す。

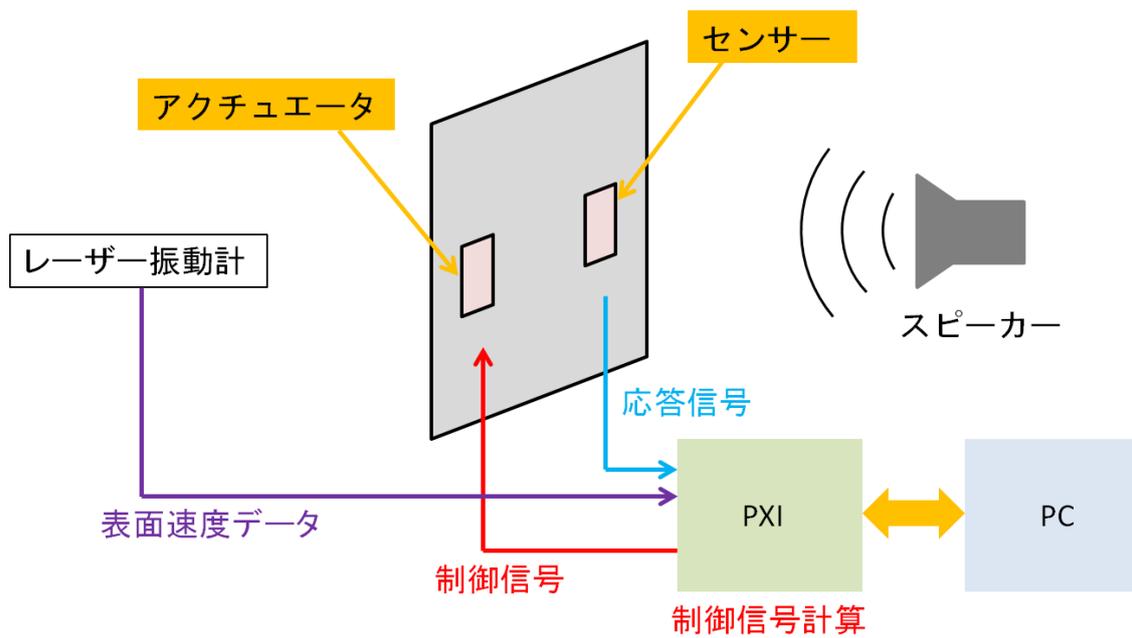


図 6.3 実験システム概略図



図 6.4 実験風景

## 6.3 実験条件

実験条件は以下のとおりである。

- ① 実験室の暗騒音はマイクロフォン計測で 60dB
- ② 外乱として 50Hz の正弦波をサブウーファーから出し、10 秒以上加振後、振動制御入力を与える。制御なしは 10 秒以上加振後、ひずみ、表面速度を計測するのみである。

※計測および制御は外乱を与え振幅が定常になった後に行っている。

※外乱として 50Hz を選んだ理由はシステム同定した際のモデルの特性に 50Hz のピークが見られたため選択した。

- ③  $H^\infty$  制御による制御器の性能を左右する重み関数は第 5 章で示した通り以下の 3 種類を用いて実験を行った。

パターン①

$$WM = \frac{1}{0.1s+1} \quad , \quad W_m = \frac{0.5s+0.5}{0.1s+500}$$

パターン②

$$WM = \frac{5}{0.2s+1} \quad , \quad W_m = \frac{5s+200}{3s+1000}$$

パターン③

$$WM = \frac{20}{0.01s+1} \quad , \quad W_m = \frac{0.05s+0.5}{0.1s+500}$$

## 6.4 実験結果

第5章で設計した制御器(3種)を用いた振動制御実験の結果を以下に示す。制御器の性能評価の方法は以下の通りである。

- ① センサーからの電圧(ひずみと速度)を時間領域で表し、振幅を制御の有無で比較する。
- ② センサーからの電圧(ひずみと速度)を周波数領域で表し、外乱周波数における振幅を制御の有無で比較する。

### 6.4.1 ひずみデータの結果

以下に圧電素子により計測した電圧の時間領域・周波数領域のグラフを示す。

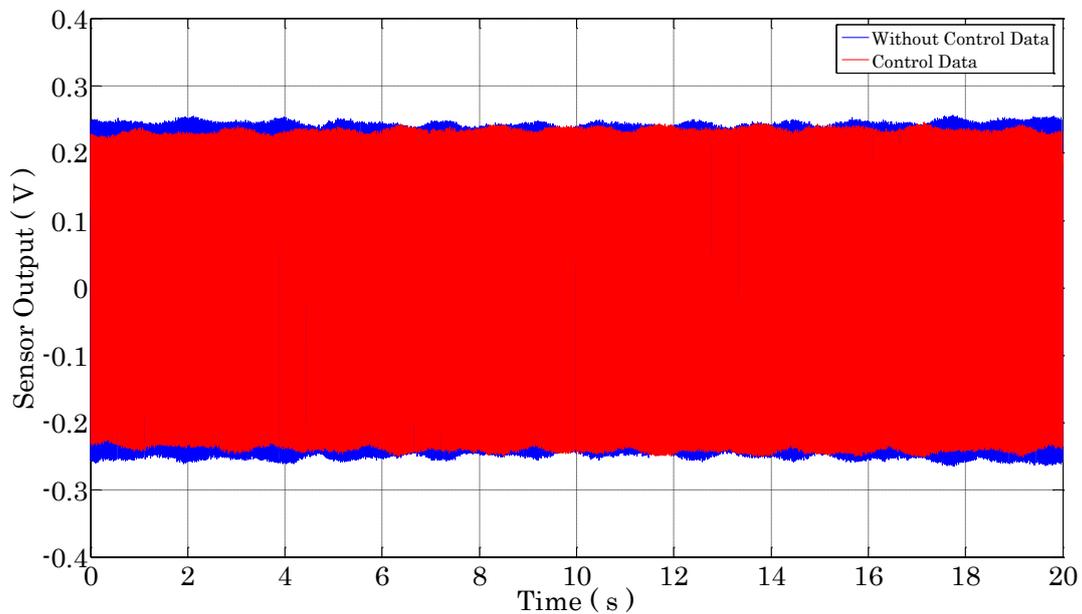


図 6.5 時間領域におけるひずみ (パターン①)

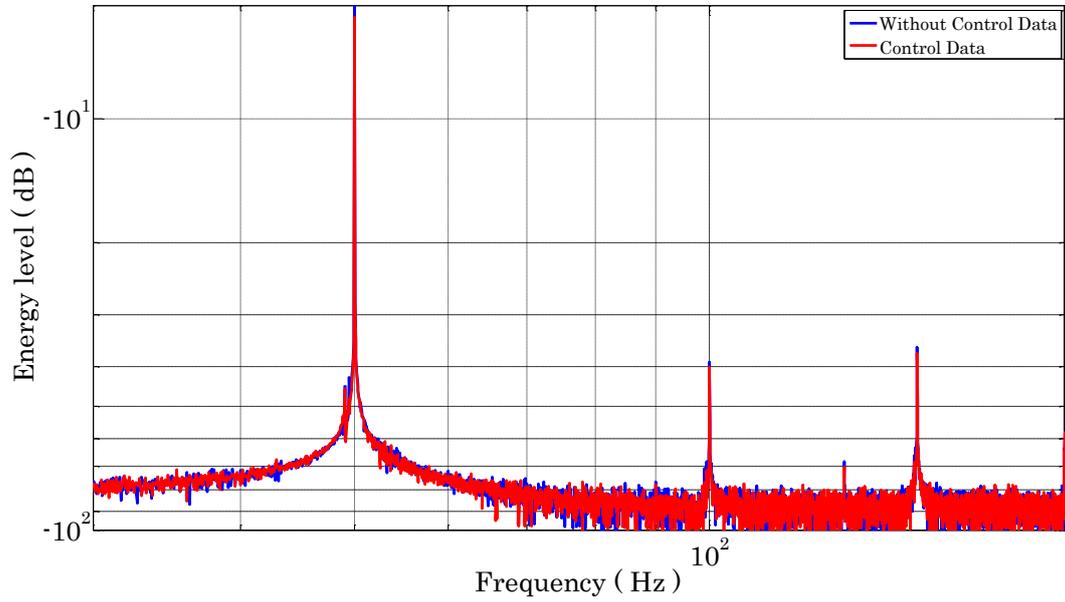


図 6.6 周波数領域におけるひずみ (パターン①)

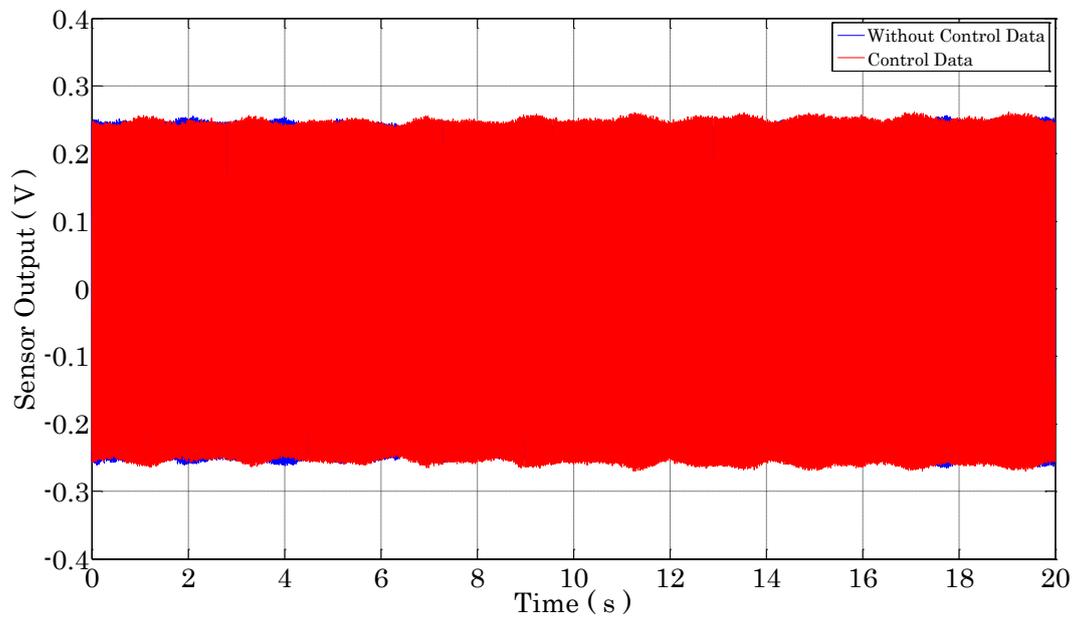


図 6.7 時間領域におけるひずみ (パターン②)

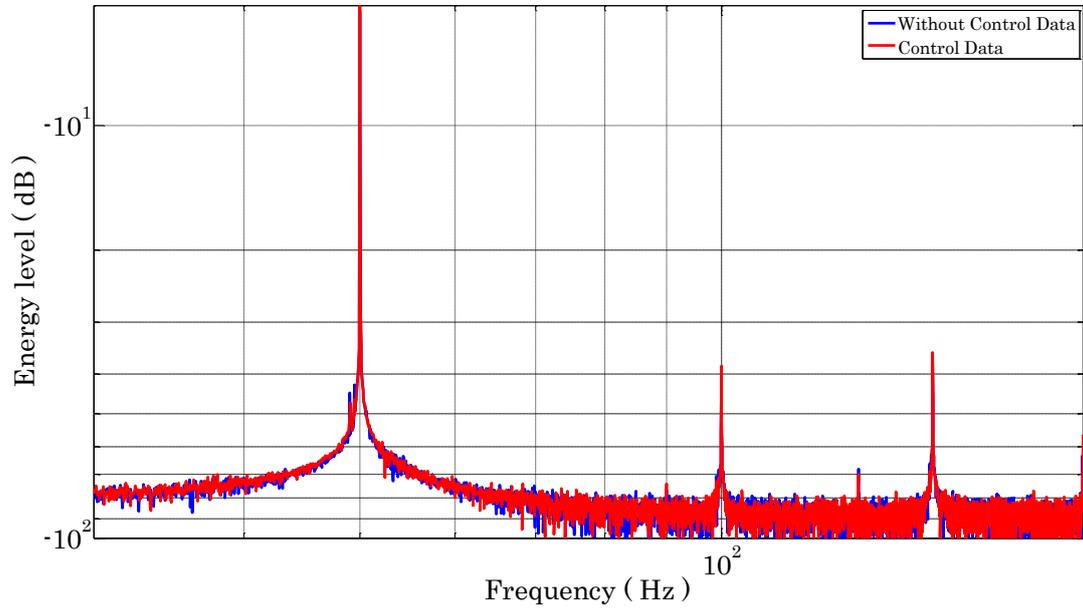


図 6.8 周波数領域におけるひずみ (パターン②)

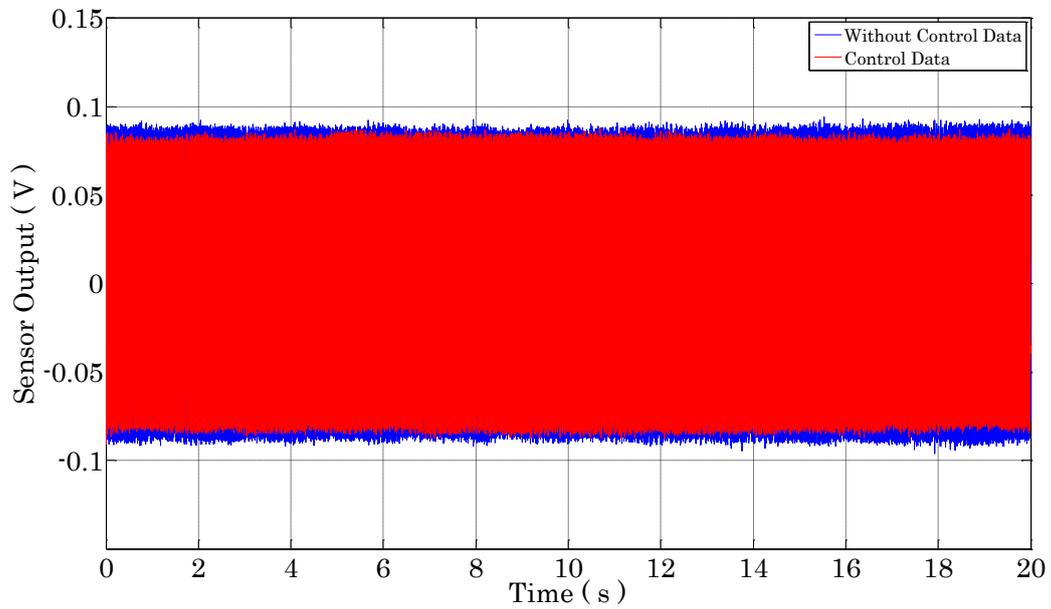


図 6.9 時間領域におけるひずみ (パターン③)

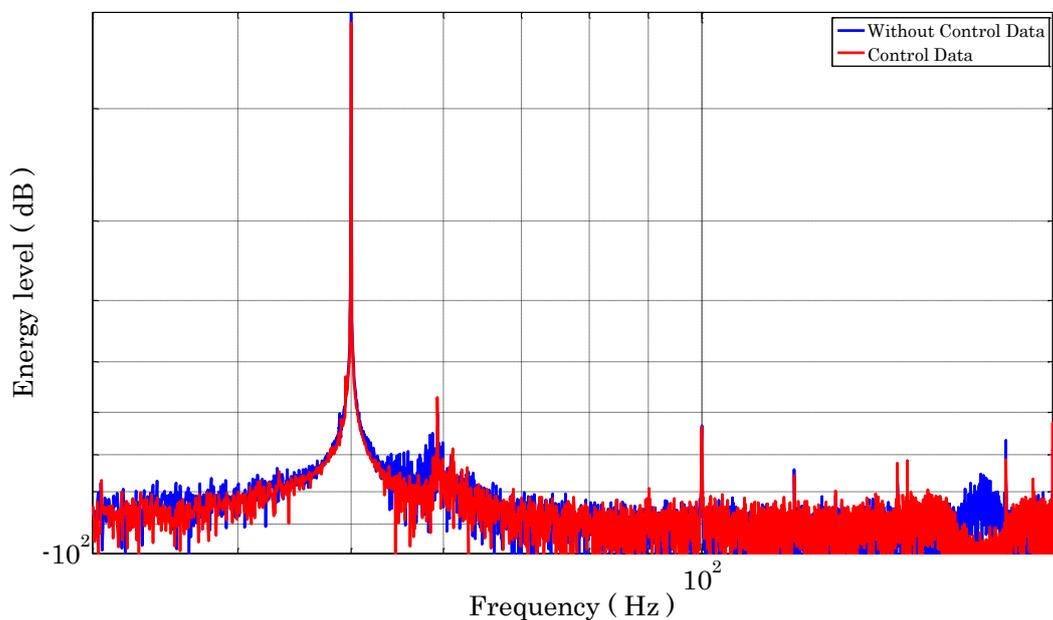


図 6.10 周波数領域におけるひずみ (パターン③)

周波数領域における振幅 (デシベル表記) の比較を表 6.2 にまとめる。

表 6.2 平板の振動制御結果 (ひずみ)

Test No.	Mode No.	Without Control [dB]	Control [dB]	Gap [dB]
Pattern 1	First mode	-5.292	-5.657	-0.365
Pattern 2	First mode	-5.292	-5.105	+0.187
Pattern 3	First mode	-14.12	-14.65	-0.53

## 6.4.2 表面速度データの結果

レーザードップラー振動計により計測した平板の表面速度の時間領域・周波数領域のグラフを示す。ただし、表面速度の計測位置は平板の中央部である。

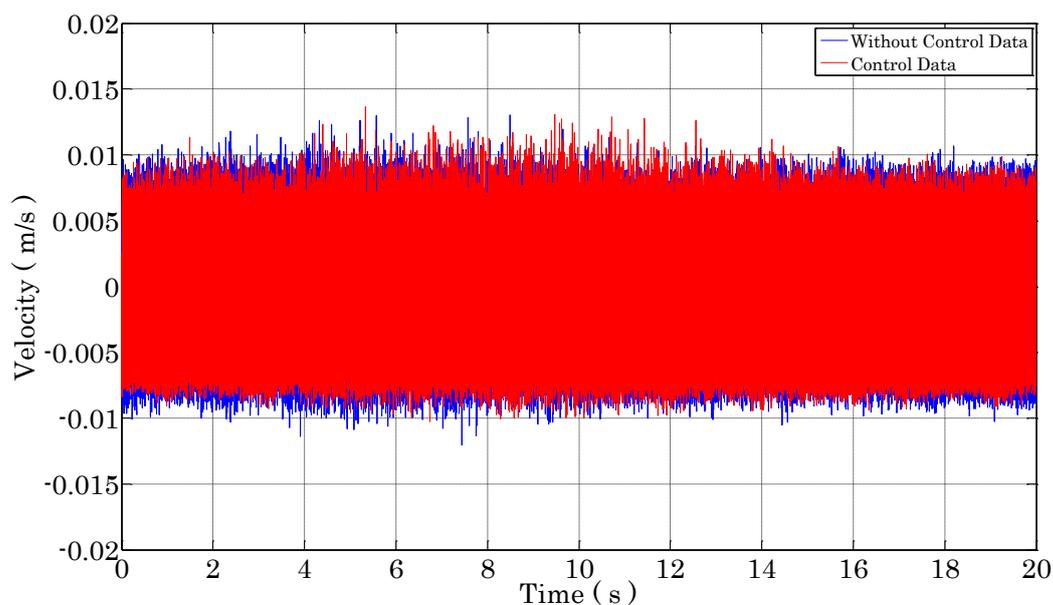


図 6.11 時間領域における表面速度 (パターン①)

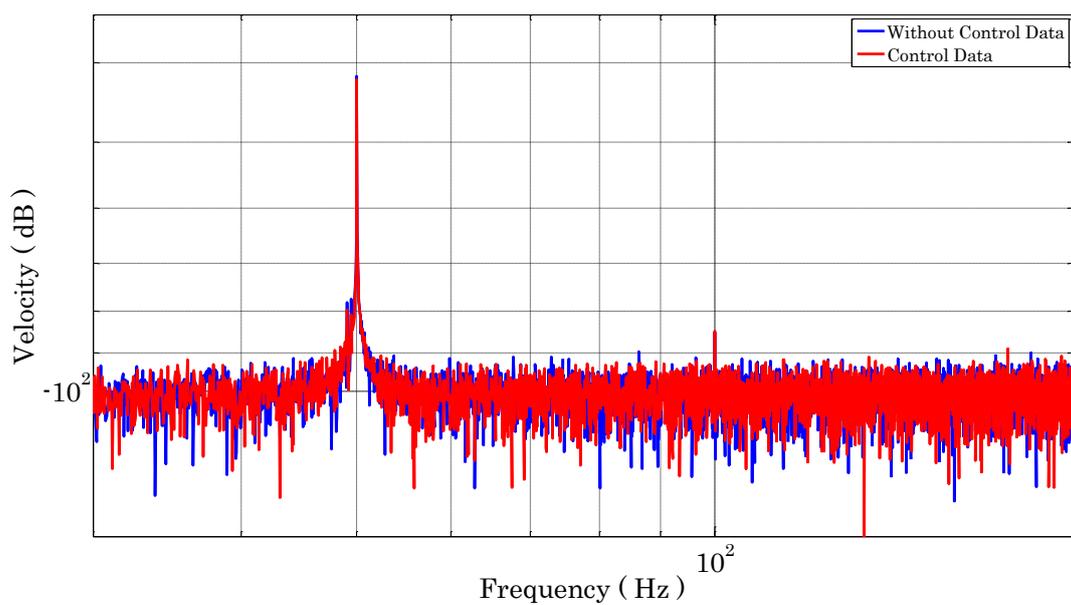


図 6.12 周波数領域における表面速度 (パターン①)

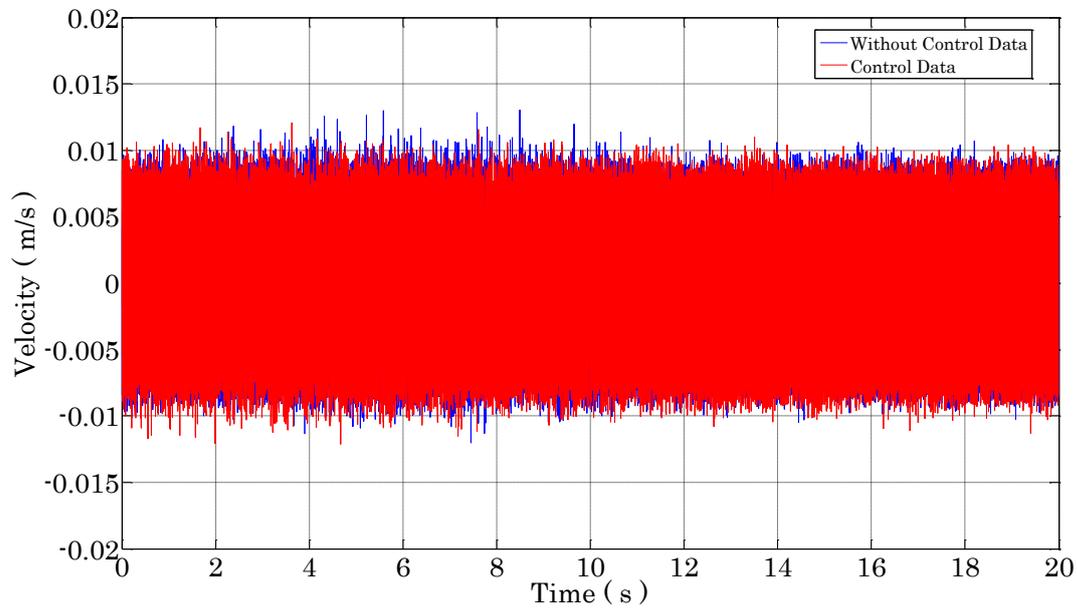


図 6.13 時間領域における表面速度 (パターン②)

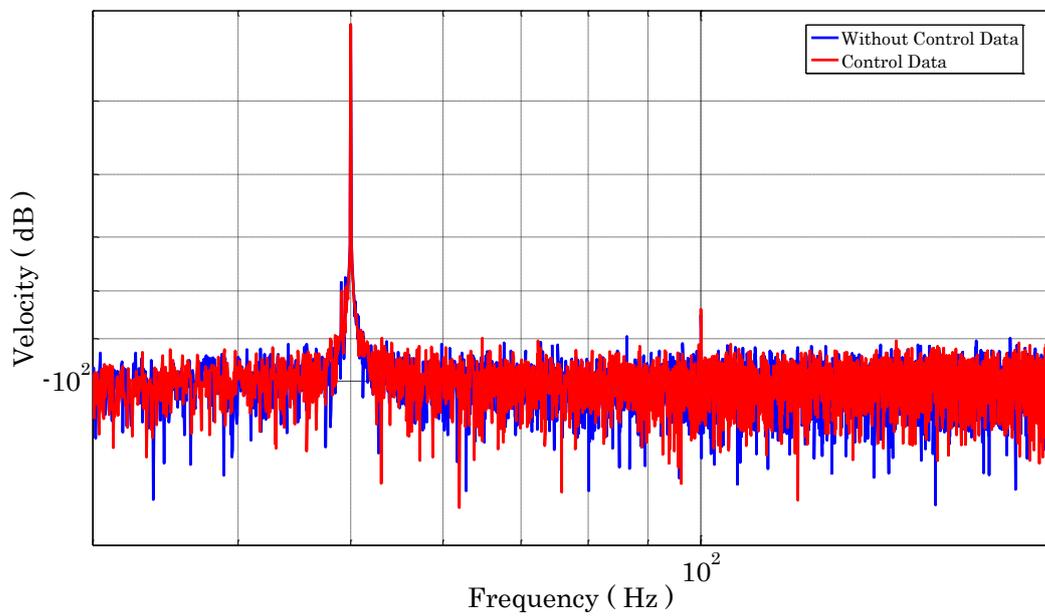


図 6.14 周波数領域における表面速度 (パターン②)

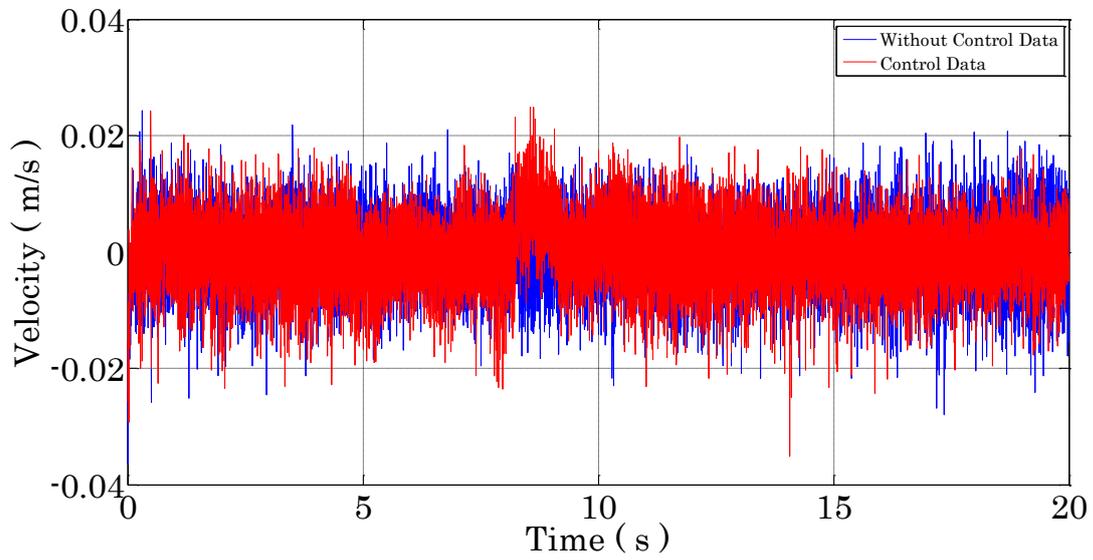


図 6.15 時間領域における表面速度 (パターン③)

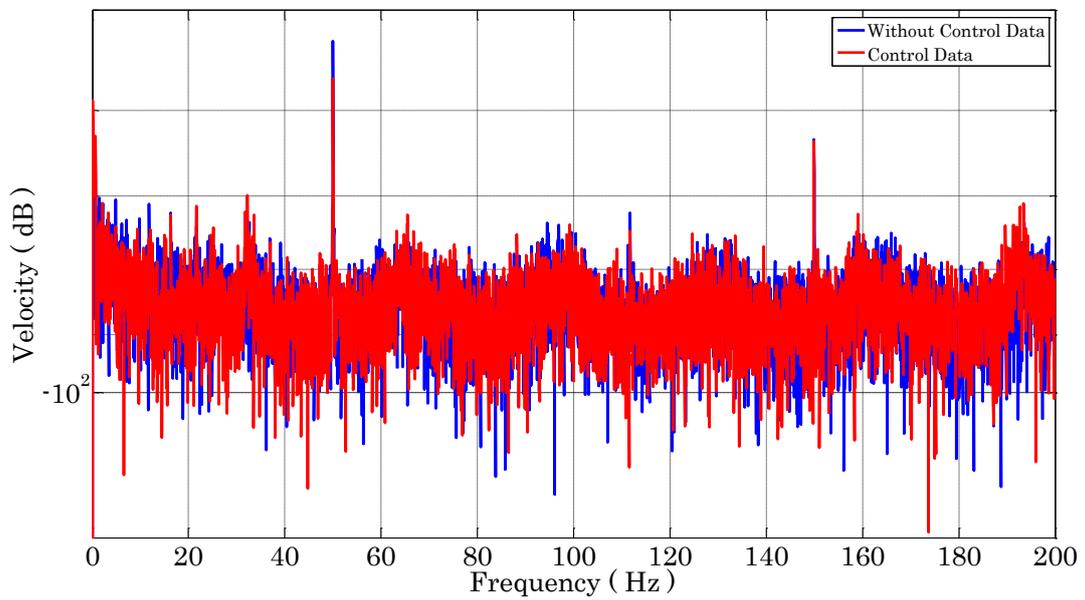


図 6.16 周波数領域における表面速度 (パターン③)

周波数領域における振幅（デシベル表記）の比較を表 6.3 にまとめる。

表 6.3 平板の振動制御結果（表面速度）

Test No.	Mode No.	Without Control [dB]	Control [dB]	Gap [dB]
Pattern 1	First mode	-41.68	-41.93	-0.365
Pattern 2	First mode	-41.68	-41.4	+0.28
Pattern 3	First mode	-52.95	-56.68	-3.73

## 6.5 結言

本章の結論を以下のようにまとめる。

- ① 第 5 章で得られた制御器を用いて実際に振動制御実験を行った。表 6.2 および表 6.3 の結果から、パターン①・③の制御器は振動を抑制することができたといえるが、パターン②の制御器はシミュレーション結果と異なり振動を抑えることができなかった。この結果から、重み関数の違いによって大きく性能が変わることがわかる。
- ② モデル化誤差に起因するスピルオーバーが発生していないことから、 $H_\infty$ 制御によるロバスト安定性が確保できたといえる。
- ③ パターン③の制御器では 1 次振動モードを他と比較すると大きく減少させている結果となった。

以上より、パターン③の制御器を用いて次章の遮音実験に入る。

# 第 7 章

## 遮音実験

### 7.1 緒言

この章では、第 6 章の振動制御実験で比較的良い結果となった制御器を LabVIEW プログラムに実装し、騒音実験を行い、遮音性能を評価する。第 6 章同様に制御の有無で性能を評価する。

### 7.2 遮音実験

#### 7.2.1 評価方法

遮音性能評価の方法は以下の通りである。

- ① 騒音計により音圧を計測し、時間領域における振幅を制御の有無で比較する。
- ② 計測された音圧を周波数領域で示し、外乱周波数の振幅を制御の有無で比較し評価する。

## 7.2.2 マイクロフォン・シンサレート（吸音材）

図 7.1、図 7.2 に本実験で用いたマイクロフォンおよびシンサレートを示す。本実験は実験システムや研究室の環境上の都合で無響室における実験を行うことができなかつた。本実験ではなるべく雑音を減らすために実験対象の箱の内側をシンサレートで保護し、雑音に対する対策を行っている。



図 7.1 マイクロフォン  
(リオン社製 NL-3)



図 7.2 シンサレート  
(住友スリーエム社製)

## 7.2.3 実験システム

実験システムは第 6 章の振動制御実験と同様であり、レーザードップラー振動計をマイクロフォンに変更したのみである。図 7.3、図 7.4 に実験システム概略図と実験風景（マイクロフォン）を示す。

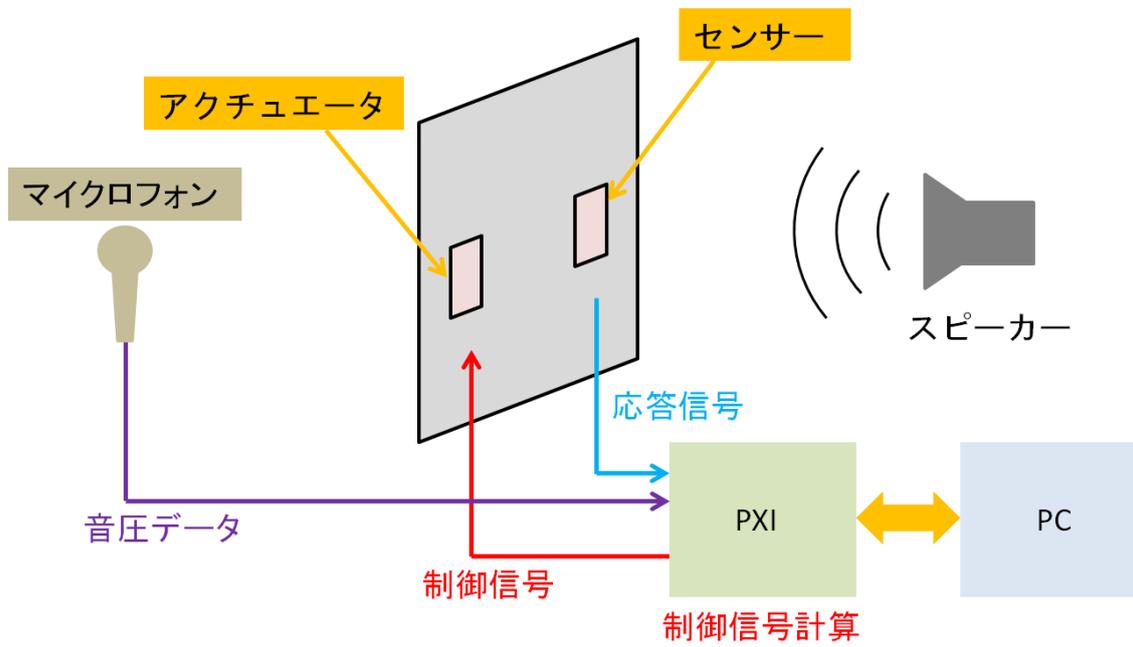


図 7.3 実験システム概略図

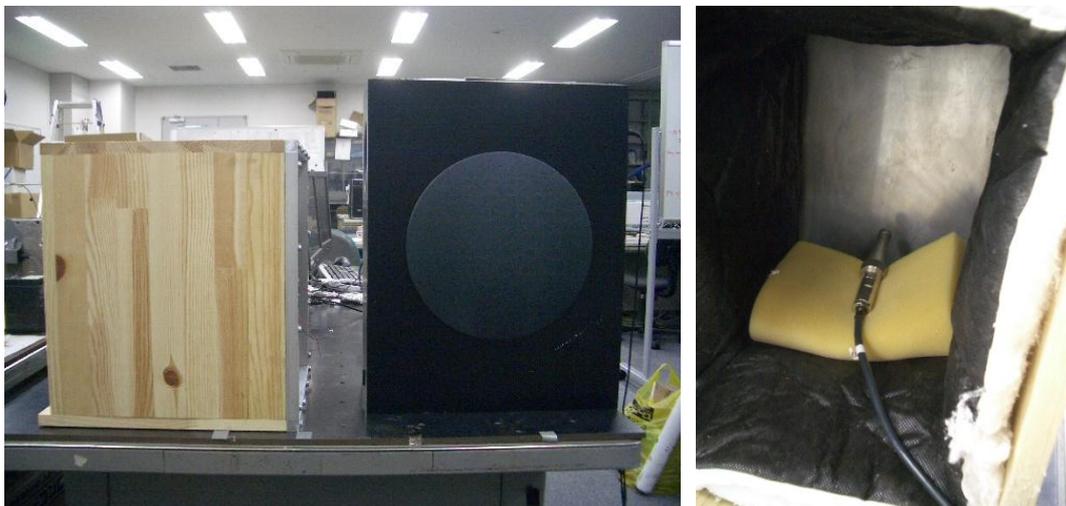


図 7.4 実験風景 (左) と箱内部 (右)

### 7.3 実験結果

第6章の振動制御実験で性能が高かったと思われる制御器を用いた遮音実験の結果を示す。性能評価の方法は以下の通りである。

- ① センサーからの電圧（音圧）を時間領域で表し、振幅を制御の有無で比較する。
- ② センサーからの電圧（音圧）を周波数領域で表し、外乱周波数における振幅を制御の有無で比較する。

以下に計測した音圧の時間領域・周波数領域のグラフを示す。

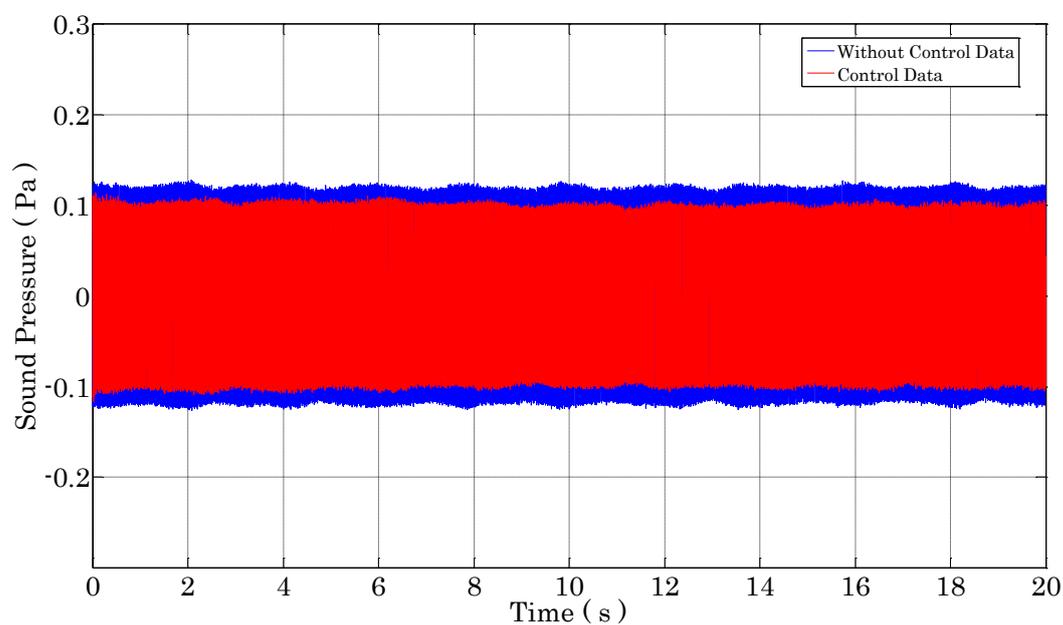


図 7.5 時間領域における音圧

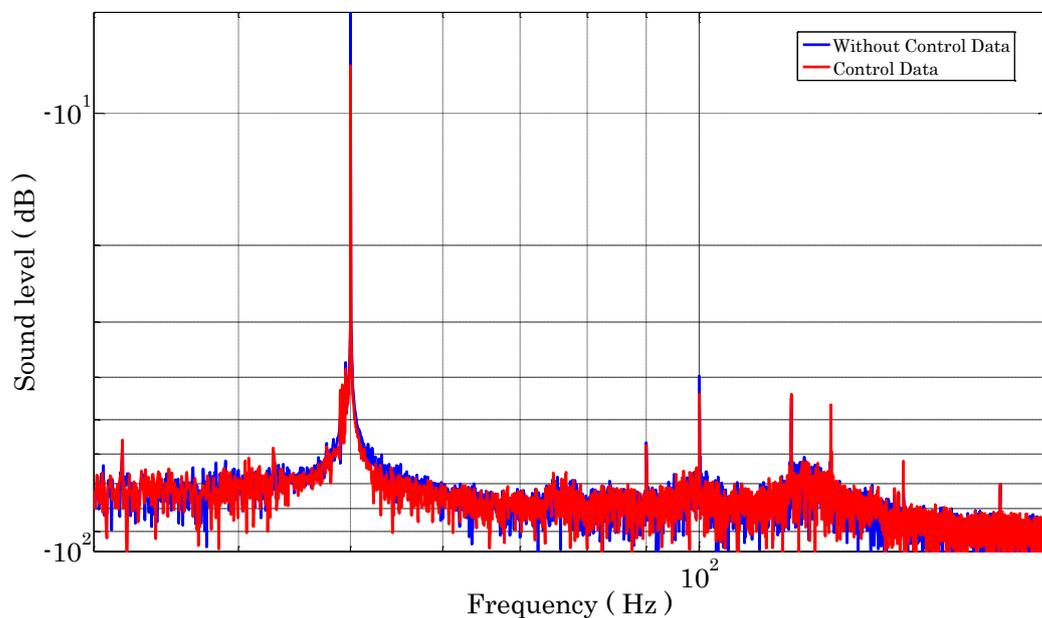


図 7.6 周波数領域における音圧

周波数領域における振幅（デシベル表記）の比較を表にまとめる。

表 7.1 遮音実験における振幅の比較

Mode No.	Without Control [dB]	Control [dB]	Gap [dB]
First Mode	-5.87	-7.764	-1.894

遮音実験の結果、制御をしたときのほうが音圧レベルを下げる事ができる結果となった。

## 7.4 結言

本章の結論を以下のようにまとめる。

- ① 時間領域波形・周波数領域波形の比較から、平板の振動を抑制することで低騒音化を実現できていることがわかる。
- ② 圧電素子を用いた遮音システムが低周波に対して有効であることを示した。

## 第 8 章

# LabVIEW プログラムについて

### 8.1 緒論

本章では、同定実験および制御実験において LabVIEW プログラムは重要であった。この章では本研究に用いた National Instruments 社製の仮想計測器プログラム LabVIEW のプログラムを紹介する。

### 8.2 同定実験プログラム

図 8.1 にシステム同定における同定実験プログラムを示す。

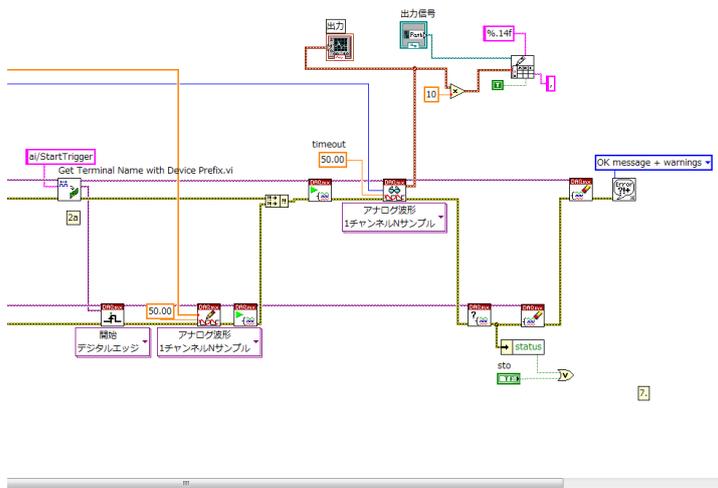
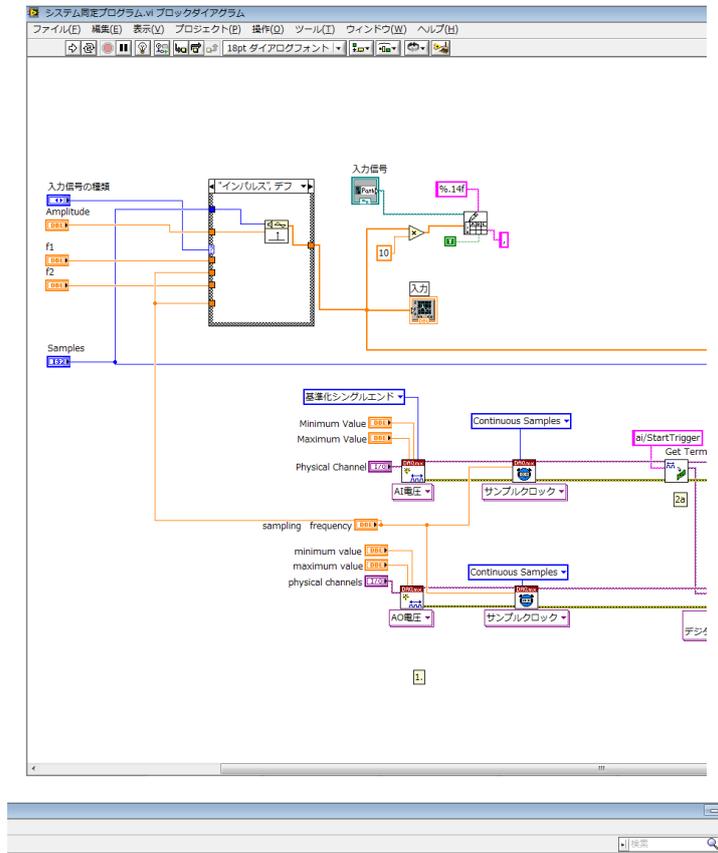


図 8.1 システム同定プログラム

### 8.3 無制御データ計測プログラム

図 8.2 に振動制御実験および遮音実験で使用した無制御データ計測プログラムを示す。

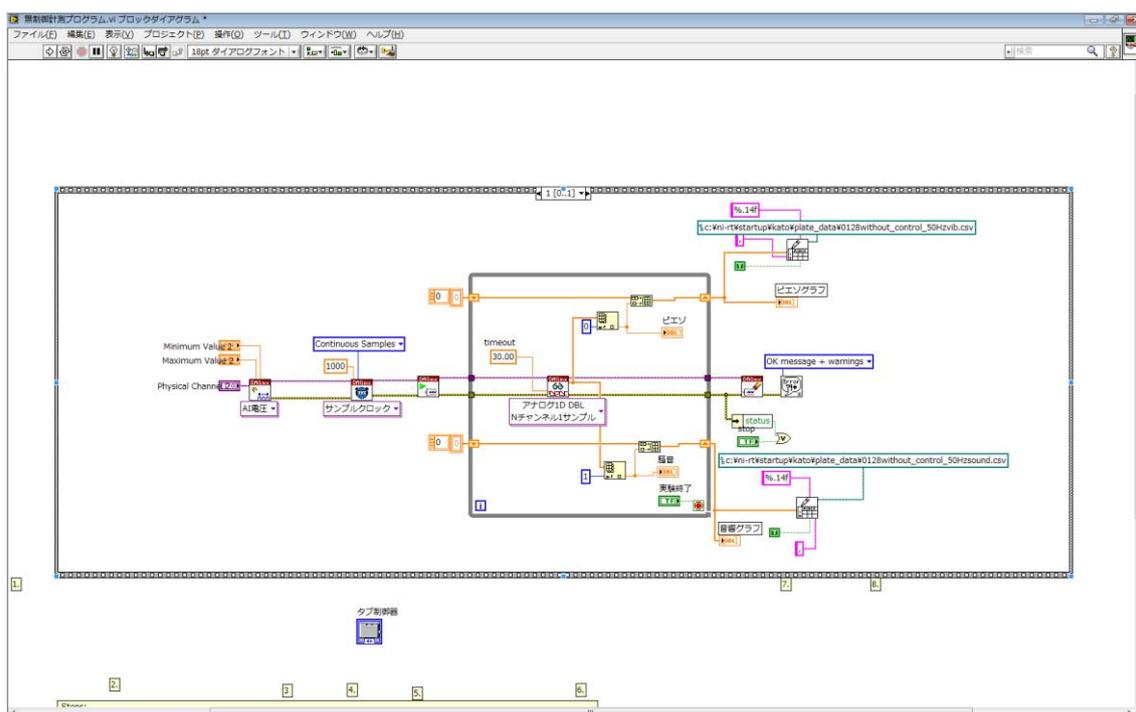


図 8.2 無制御データ計測プログラム

## 8.4 制御実験プログラム

図 8.3 に振動制御実験および遮音実験で使用した制御実験プログラムを示す。

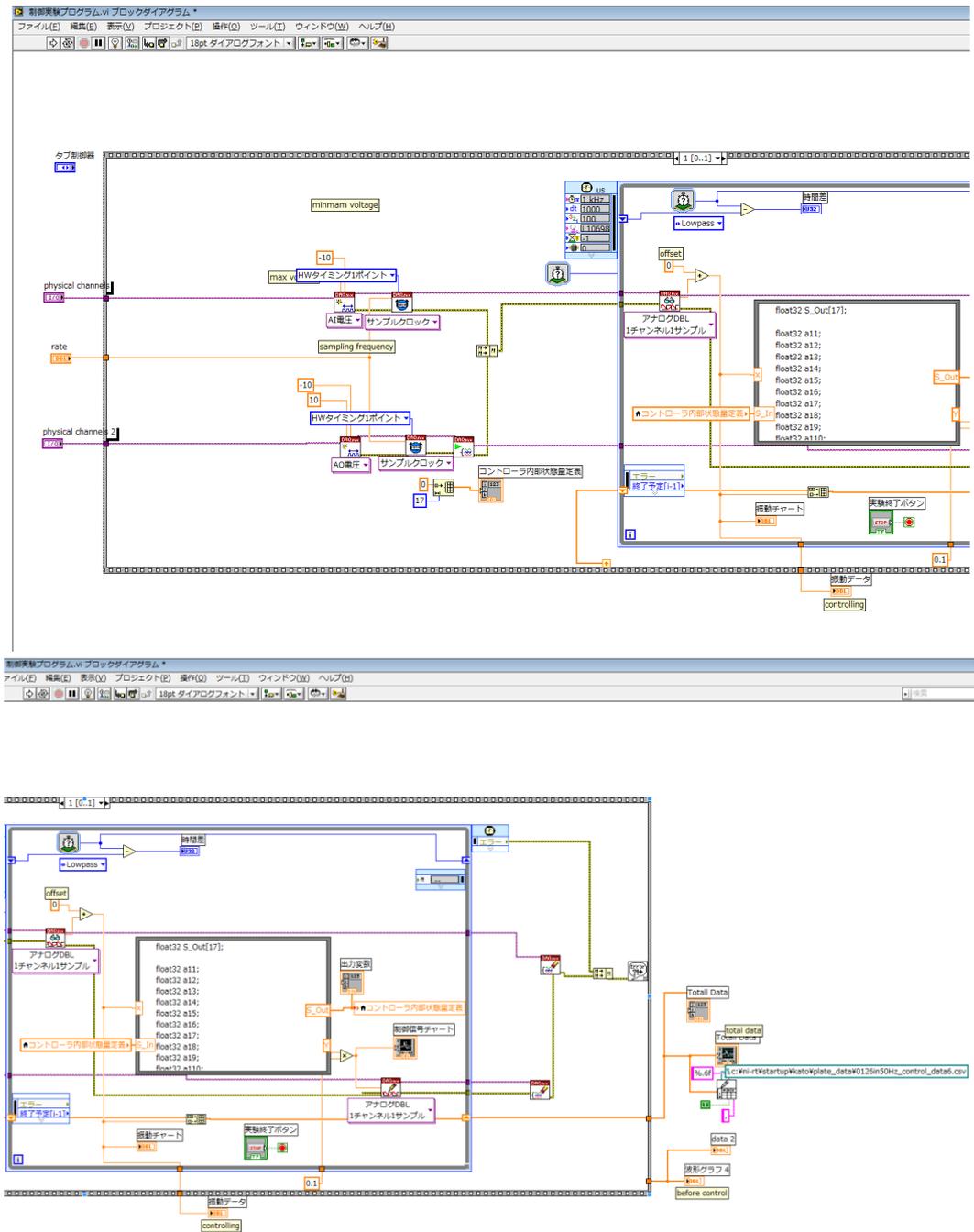


図 8.3 制御実験プログラム

## 8.5 結言

本章では実験に用いた LabVIEW プログラムについてまとめた。

# 第9章

## 結論

### 9.1 結論

本研究の結論を以下のようにまとめる。

1. 制御対象のモデル化手法に、比較的歴史の浅い時系列部分空間法のアルゴリズムを用いて実験による入出力値からシステム同定を行い、状態空間表現の数式モデルを得た。
2. 制御系設計において、 $H^\infty$ 制御理論に基づいた制御器を設計し、実機による実験により振動制御が可能であることを示した。また、モデル化誤差に起因するスピルオーバー現象が起こらなかったことから  $H^\infty$ 制御によるロバスト安定性が保証されたと言える。
3. 圧電素子を用いた振動制御を利用し、薄いアルミニウム製の平板による遮音壁を構築した。遮音が難しいとされる低周波音に対して、遮音効果があることを示した。今後は実用に向けてさらに性能を向上させる必要がある。

## 9.2 今後の課題

本研究を終えて感じた今後の課題について以下に示す。

1. 本研究では制御対象のモデル化においてシステム同定という手法を採用した。システム同定では制御対象に対する実験的入出力値だけでセンサー、アクチュエータを含めた数式モデルが得られるという利点があるが、対象物をブラックボックス化しており、導出された数式モデルには物理的意味が全くないため、モデル化が適切に行われているかの判断が困難になる短所もある。モデル化手法には物理法則にのっとった立式方法もあり、今後は制御のための最適なモデル化について研究する必要があると考えられる。

2. 本研究では1入出力の制御システムとなっていたが、多入力多出力のシステムも可能である。本研究ではアクチュエータに圧電素子を1枚のみ用いたが、複数のアクチュエータを用いることでさらに効果的に振動制御することが可能となり、また、制御可能な周波数帯の広域化への応用も可能であると考えられる。

3. 本研究では圧電素子の貼り付け位置を実験モード解析によるモード形状を見て検討した。しかし、実際にひずみを測ったわけではなく、振動特性を調べ参考にした程度に過ぎなかった。今後は圧電フィルムなど容易に取り外しが可能なセンサーを用いて事前に平板上のひずみを調べる必要がある。また、本研究では行わなかった理論モード解析による数値解析も有効な方法であると考えられる。

4. 本研究では、音圧を測定する際に、測定環境として無響室における測定が実験設備上の問題からできなかった。そのため、実験装置を改良し、音響実験を行うにあたって望ましい環境で測定することが必要であると考えられる。また、遮音効果の評価方法として透過損失を算出し、より詳細な性能評価を行うことが求められる。

# 付録 A

## 部分空間法

### A1 部分空間法と特徴と問題点

一般的にいわれる長所、短所を以下に示す。

長所

- (1) 状態空間のパラメトリゼーションによらない MIMO モデルを同定できる。
- (2) QR 分解などの数値的に安定なアルゴリズムを用いているため、計算精度が高い。
- (3) 多段先予測に基づく同定法である。

短所

- (1) 予測誤差法のように統計的な意味で最適な評価規範を持たないので、例えばパラメータ推定値の信頼区間に関する情報を提供できず、モデルの品質に関する情報を与えることができない。

## A2 最小二乗法を用いた状態空間モデルの同定

同定対象は(A.1)式の状態空間モデルで記述できると仮定する。

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + v(k)\end{aligned}\tag{A.1}$$

このとき、ここで考えるシステム同定問題は有限個の入出力データの観測値  $\{u(k), y(k) : k = 1, 2, 3 \dots N\}$  から構造を規定することなく、システムの入出力関係を記述する  $\{A, B, C, D\}$  を推定することである。N はデータ数である。

まず、入出力データ  $\{u(k), y(k)\}$  だけでなく、全ての状態量  $\{x(k)\}$  も測定可能であると仮定する。すると式(A.1)の状態空間モデルを

$$Y(k) = \Theta \Phi(k) + N(k)\tag{A.2}$$

のように書き直すことができる。ただし、

$$\begin{aligned}Y(k) &= \begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k) \end{bmatrix}, & \Phi &= \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} \\ N(k) &= \begin{bmatrix} w(k) \\ v(k) \end{bmatrix}, & \Theta &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\end{aligned}$$

ここで  $\Theta$  は未知のパラメータである。

式(A.2)は  $\Theta$  に関して線形回帰式なので、最小二乗法によって  $\Theta$  を容易に推定できる。いま最小二乗法の評価規範を

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [Y(k) - \Theta \Phi(k)]^2\tag{A.3}$$

とおくと、これを最小にする未知パラメータ行列  $\Theta$  次式から計算できる。

$$\hat{\Theta} = \left( \sum_{k=1}^N Y(k) \Phi^T(k) \right) \left( \sum_{k=1}^N \Phi(k) \Phi^T(k) \right)^{-1} \quad (\text{A.4})$$

またこのようにして推定された  $\hat{\Theta}$  を用いると、2つの雑音からなる時系列

$$\hat{N} = Y(k) - \hat{\Theta} \Phi(k), \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (\text{A.5})$$

を構成できる。これにより  $N(k)$  の共分散行列の推定値を計算することができる。さらに、共分散行列が正規性であれば、最小二乗法推定値は最尤推定値と一致する。このように対象の入出力データだけでなく、状態量も測定可能であれば、状態空間モデルの同定問題は簡単なものになる。

しかし、全ての状態量を測定可能であるという仮定は満たされない。従ってどのように状態量を推定するかが問題になる。これは実現と呼ばれる問題であり、多段予測器が必要になる。以下の理論、部分空間法のアルゴリズムについて簡単に紹介する。

### A3 多段先予測器

次式のようにシステムの入力  $y(k)$  を無限インパルス応答行列を用いて表現する。

$$y(k) = \sum_{j=0}^{\infty} [h_u(j)u(k-j) + h_e(j)e(k-j)] \quad (\text{A.6})$$

ここで、 $u(k)$  は入力、 $e(k)$  はイノベーションである。また、 $h_u(j)$  と  $h_e(j)$  はそれぞれシステムとイノベーションのインパルス応答行列である。

このシステムの多段先予測器は

$$\hat{y}(k|k-l) = \sum_{j=l}^{\infty} [h_u(j)u(k-j) + h_e(j)e(k-j)] \quad (\text{A.7})$$

で与えられる。ここで  $\hat{y}(k|k-l)$  は時刻  $(k-l)$  までに観測されたデータに基づく、

時刻  $k$  での  $y(k)$  の予測値をあらわし、ここでは  $l$  段先予測器を構成した。また、 $|$  は条件付期待値を意味する。いま、

$$\hat{Y}_r(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k|k-1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k|k-l|k-1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$\hat{Y} = [\hat{Y}_r(1) \quad \hat{Y}_r(2) \quad \cdots \quad \hat{Y}_r(N)]$$

とおくと、 $N \rightarrow \infty$  のとき、次の 2 点が成り立つ。

(1) すべての  $r \geq n$  に対して  $\text{rank} \hat{Y} = n$  のときに限り、(A.6) 式のシステムは  $n$  次最小状態空間表現を持つ

(2) イノベーション形式での任意の最小実現の状態ベクトル  $x(k)$  は  $\hat{Y}$  の行基底を形成する  $\hat{Y}_r(k)$  の線形結合で記述できる。すなわち、

$$x(k) = L\hat{Y}(k) \quad (\text{A.9})$$

以上より出力の多段階予測器から構成される行列  $\hat{Y}_r(k)$  を入出力データから計算できれば、(A.8) 式より状態  $x(k)$  を求めることができる。したがって、次の問題はどのようにして多段階予測器を構成するかである。

(A.7) 式においてイノベーション  $e(k-j)$  は過去の入出力のデータを用いて計算できるので、(A.7) 式の多段階予測器は過去の入出力の線形結合で記述できる。ここでは、有限個過去の入出力のみを用いると、

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+l-1|k-1) &= \alpha_1(l)y(k-1) + \cdots + \alpha_{s_1}(l)y(k-s_1) \\ &\quad + \beta_1(l)u(k-1) + \cdots + \beta_{s_2}(l)u(k-s_2) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

となる。これは線形予測の基本的な式である。

入出力データ上へ、直接、線形最小二乗射影を行うことにより (A.9) 式の線形予測器を効率的に決定できる。そのために、つぎのモデルを準備する。

$$y(k+l-1) = \theta_l^T \varphi_s(k) + \xi_l^T U_q(k) + \varepsilon(k+l-1) \quad (\text{A.11})$$

ただし、

$$\varphi_s(k) = [y^T(k-1) \cdots y^T(k-s_1) u^T(k-1) \cdots u^T(k-s_2)]^T \quad (\text{A.12})$$

$$\theta_l = [\alpha_1(l) \cdots \alpha_{s_1}(l) \beta_1(l) \cdots \beta_{s_2}(l)]^T \quad (\text{A.13})$$

$$\xi_l = [\xi_0(l) \quad \xi_1(l) \cdots \xi_{q-1}(l)]^T \quad (\text{A.14})$$

$$U_q(k) = [u^T(k) \cdots u^T(k+q-1)]^T \quad (\text{A.15})$$

であり、 $\varepsilon(k+l-1)$ は予測誤差ベクトルである。 $l=1,2,\dots,r$ に対する $r$ 個の(A.11)式を行列、ベクトルを用いてまとめると

$$\hat{Y}_r(k) = \Theta \varphi_s(k) + \Xi U_q(k) + E(k) \quad (\text{A.16})$$

が得られる。ただし

$$Y_r(k) = [y^T(k) \cdots y^T(k+r-1)]^T \quad (\text{A.17})$$

$$\Theta = [\theta_1 \cdots \theta_r]^T \quad (\text{A.18})$$

$$\Xi = [\xi_1 \cdots \xi_r]^T \quad (\text{A.19})$$

$$E(k) = [\varepsilon^T(k) \cdots \varepsilon^T(k+r-1)]^T \quad (\text{A.20})$$

ここで通常 $q$ と $r$ は等しく選ばれることが多い。

(A16)式は未知パラメータ $\Theta$ と $\Xi$ に関して線形回帰であるので、それらは最小二乗法によって推定される推定されたものをそれぞれ $\hat{\Theta}_N$ と $\hat{\Xi}_N$ とおくと、

$r$  段先予測器は

$$\hat{Y}_r(k) = \hat{\Theta}_N \varphi_s(k) \quad (\text{A.21})$$

で与えられる。

部分空間法の手順を以下にまとめる。

**Step1:**  $s_1, s_2, r$  を選び、(A.15)式中の  $\Theta$  と  $\Xi$  を入出力データから最小二乗法で推定し、 $\hat{\Theta}_N$  を得る。なお MATLAB の System Identification Toolbox のアルゴリズムでは  $s_1 = s_2 = r$  としている。

**Step2:** (A.21)式で  $\hat{Y}_r(k)$  を計算し、(A.8)式で  $\hat{Y}$  を構成する。

**Step3:**  $\hat{Y}$  のランク  $n$  を推定し、 $x(k)$  が良条件基底になるように (A.9)式の  $L$  を決定する。

**Step4:** (A.9)式から  $x(k)$  を計算する。

**Step5:** (A.2)式の線形回帰式に最小二乗法を適用し、 $A, B, C, D$  と雑音共分散行列を推定する。

## 付録 B

### $H^\infty$ 制御問題の解法

一般化制御対象  $G(s)$  の状態空間表現を行列  $A \in \mathfrak{R}^{2r \times 2r}$ 、 $B_1 \in \mathfrak{R}^{2r \times d}$ 、 $B_2 \in \mathfrak{R}^{2r \times p}$ 、 $C_1 \in \mathfrak{R}^{m \times 2r}$ 、 $C_2 \in \mathfrak{R}^{t \times 2r}$ 、 $D_{11} \in \mathfrak{R}^{m \times d}$ 、 $D_{12} \in \mathfrak{R}^{m \times p}$ 、 $D_{21} \in \mathfrak{R}^{t \times d}$ 、 $D_{22} \in \mathfrak{R}^{t \times p}$  を用いて次のように記述する。

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (\text{B.1})$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \quad (\text{B.2})$$

$$y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \quad (\text{B.3})$$

そして、この一般化制御対象  $G(s)$  を次のようにあらわす。

$$G(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

ここで、

$$C_e (sI - A_e)^{-1} B_e + D_e = \begin{bmatrix} A_e & B_e \\ C_e & D_e \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

という表記法を用いることとする。

また、 $B_1$ 、 $D_{11}$  および  $D_{21}$  を  $H^\infty$  ノルム  $\gamma$  により、次のように正規化しておく。

$$\frac{B_1}{\gamma} \rightarrow B_1 \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{D_{21}}{\gamma} \rightarrow D_{21} \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{D_{11}}{\gamma} \rightarrow D_{11} \quad (\text{B.8})$$

このように正規化したとき、 $H^\infty$  制御問題におけるノルム条件を次式のように記述できる。

$$\|G_{zw}\|_\infty < 1 \quad (\text{B.9})$$

(B.4)式の一般化制御対象に対して、 $H^\infty$  制御理論の仕様を満足する設計理論を示す。 $H^\infty$  制御系の解法としては Glover と Doyle による状態空間において 2 つのリカッチ方程式を解くことにより、動的補償器を設計する方法を用いる。まず、 $H^\infty$  制御系の解法において次の仮定を設ける。

A1  $(A, B_2)$  : 可安定

A2  $\text{rank} D_{12} = p$  (列フルランク)

A3  $\text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = 2r + p$  (列フルランク) ;  $\forall \omega \in \Re$

A4  $(A, C_2)$  : 可検出

A5  $\text{rank} D_{21} = t$  (行フルランク)

A6  $\text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = 2r + t$  (行フルランク) ;  $\forall \omega \in \Re$

次に、理論展開を容易にするために、一般性を失わずに以下の仮定が成立す

るものとして、 $H^\infty$ 制御問題の解を与える。

$$D_{11} = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

$$D_{21} = [0 \quad I] \quad (\text{B.13})$$

$$D_{12}^T C_1 = 0 \quad (\text{B.14})$$

$$B_1 D_{21}^T = 0 \quad (\text{B.15})$$

そして、状態空間問題で解を与えるために重要となる、リカッチ方程式に関して次のような定義を与える。次にリカッチ方程式、

$$PA + A^T P - PRP + Q = 0 \quad (\text{B.16})$$

の解  $P$  を以下のように記述する。

$$P = Ric\{H\} \quad (\text{B.17})$$

ここで、 $H$  は以下のハミルトン行列である。

$$H = \begin{bmatrix} A & -R \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

以上の前提の下で、 $H^\infty$ 制御問題が可解であるための必要十分条件は次のように与えられる。

$H^\infty$ 制御問題が可解、すなわち  $G$  を内部安定化し(B.9)式を満足するコントロ

ーラ  $K(s)$  が存在するための必要十分条件は、

$$X = Ric\{H_X\}, Y = Ric\{H_Y\} \quad (\text{B.19})$$

が存在し、

$$X \geq 0, Y \geq 0, \lambda_{\max}(XY) < 1 \quad (\text{B.20})$$

を満たすことである。ここで、 $\lambda_{\max}(\cdot)$  は行列の最大固有値を表し、 $H_X$  と  $H_Y$  は次式で与えられる。

$$H_X = \begin{bmatrix} A & B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

$$H_Y = \begin{bmatrix} A^T & C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix} \quad (\text{B.22})$$

$H^\infty$  制約を満たす補償器は唯一ではなく、フリーパラメータを用いてパラメトライズされている。通常このフリーパラメータを零と置いた中心解が採用され、次式によりコントローラ  $K(s)$  を設計する。

$$\dot{q}_{cp} = A_{cp} q_{cp} + B_{cp} y \quad (\text{B.23})$$

$$u = C_{cp} q_{cp} + D_{cp} y \quad (\text{B.24})$$

ここで、 $A_{cp}$ 、 $B_{cp}$ 、 $C_{cp}$ 、 $D_{cp}$  は次式で与えられる。

$$A_{cp} = A + B_1 B_1^T X - B_{cp} C_2 + B_2 C_{cp} \quad (\text{B.25})$$

$$B_{cp} = (Y^{-1} - X)^{-1} C_2^T \quad (\text{B.26})$$

$$C_{cp} = -B_2^T X \quad (\text{B.27})$$

$$D_{cp} = 0 \quad (\text{B.28})$$

$Ric\{H_x\}$ と $Ric\{H_y\}$ は、LQG 制御における状態フィードバックゲインとフィルタゲインを求める2つのリカッチ方程式に対応している。実際に、 $H^\infty$ 制御の中心解は、状態フィードバックとオブザーバ（最悪外乱推定を含む）という構造を持っていることが明らかにされている。

本研究では実際に上記の制御器を計算する際は MATLAB を用いて設計する。

## 参考文献

1. 長松昭男；モード解析入門，コロナ社
2. 野波健蔵；MATLABによる制御系設計，東京電機大出版局
3. 野波健蔵；MATLABによる制御系理論の基礎，東京電機大出版局
4. 足立修一；MATLABによる制御のためのシステム同定，東京電機大出版局
5. 足立修一；MATLABによる制御のための上級システム同定，東京電機大出版局
6. 背戸一登，松本幸人；パソコンで解く振動の制御，丸善株式会社
7. 木村英紀，藤井隆雄，森武宏；ロバスト制御，コロナ社
8. 藤森篤；ロバスト制御，コロナ社

# 謝辞

本研究を進めるにあたり、終始懇切丁寧な御指導、御助言を頂いた法政大学工学部教授、御法川学教授、岩原光男助手に心から感謝申し上げます。

そして共同研究者としてともに切磋琢磨できた御法川研究室久下敬史氏、御法川研究室修士2年久保田孝佑氏、斎藤圭太氏、国分圭介氏、新井研究室修士2年石井伸幸氏、山田弘晃氏に深く感謝申し上げます。

ナショナルインスツルメンツ社の佐藤政之氏には LabVIEW プログラム作成の際、大変お世話になり心から感謝申し上げます。

最後に本研究の遂行、および論文の作成にあたり協力してくださった研究室の皆様へ御礼申し上げます。ありがとうございました。