法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-05-10

歪エネルギーと冗長性を目的関数としたラチスシェル構造物の形態創生に関する研究

圓酒, 昂 / ENSHU, Noboru

(発行年 / Year)
2011-03-24
(学位授与年月日 / Date of Granted)
2011-03-24
(学位名 / Degree Name)
修士(工学)
(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

2377.5
935-2
2010-14

歪エネルギーと冗長性を目的関数とした
ラチスシェル構造物の形態創生に関する研究

Computational Morphogenesis of Latticed Shell Structures through Optimization with Objective Functions of Strain Energy and Redundancy

09R5310　円酒　昂

法政大学工学研究科建設工学専攻(建築学領域)

指導・主査　佐々木睦朗 教授

副査　坪井善隆 教授
吉田長行 教授

2010 年度修士論文

目次

第1章　序論

1.1　研究背景 1

1.2　冗長性とは 3

1.2　研究目的と既往研究 3

1.3　本論の構成 4

第2章　理論

2.1　概説 5

2.2　遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm)

2.2.1　組合せ最適化理論 6

2.2.2　多目的遺伝的アルゴリズム 6

2.2.3　並列化手法 9

2.3　冗長性 (Redundancy)

2.3.1　余裕度不足と見られる空間構造崩壊事例 12

2.3.2　余裕度を定義する概念 15

2.3.3　冗長性尺度 17

2.4　非線形問題

2.4.1　非線形解析 21

2.4.2　材料非線形性 21

2.4.3　幾何学的非線形性 25

2.4.4　増分反復法 26

2.5　結語 28

第3章　形態創生

3.1　概説 29

3.2　問題の記述と適合度評価 30

3.3　例題1：断面サイズを変数とした自由曲面ラチスシュル

3.3.1　解析概要 32

3.3.2　例題1A結果と考察　(変数：断面サイズ、目的関数：歪エネルギーと冗長性伸び率) 34

3.3.3　例題1B結果と考察　(変数：断面サイズ、目的関数：歪エネルギーと冗長性塑性率) 40

3.4　例題2：形状を変数とした自由曲面ラチスシュル

3.4.1　解析概要 46

3.4.2　例題2A結果と考察　(変数：節点Z座標、目的関数：歪エネルギーと冗長性伸び率) 48

3.4.2　例題2B結果と考察　(変数：節点Z座標、目的関数：歪エネルギーと冗長性塑性率) 54

3.6　結語 60

第4章　形態の検証

4.1　概説 61
4.2　例題1の非劣形態の検証
4.2.1　静的挙動について 62
4.2.2　動的挙動について 64
4.1　例題2の非劣形態の検証
4.3.1　静的挙動について 67
4.3.2　動的挙動について 69
4.2　今後の展望 71

第5章　結語

5.1　総括 73
5.2　今後の展望 74

附録

A.1　概説 75
A.2　非線形解析の動作確認 76

参考文献 81

謝辞

第1章
序論

1.1　研究の背景

ル・コルビュジェの提唱したドミノ・システム(図 1.1)や，ミース・ファン・デル・ローエの "less is more" (図 1.2)やユニバーサル・スペースの考えは，分かりやすく，現実性，実用性も高かった事もあり，社会や時代に広く受け入れられた。そして，幾何学的で抽象的な近代建築の大きな流れを作り出し，その近代建築の流れは今でも根強く残り現代の建築に影響を与えている。しかし一方で，近代建築の潮流からの脱却を目指し，自由，複雑，不定形，流動的，有機的といった特徴を持ち，近代建築の型にはまらない新しい建築の創造が国際的にもコンテンポラリーなテーマとなり，新たな建築の姿を模索し続けている[1]。

近年飛躍的に進化を続ける計算機の発達を背景とし，構造力学を理論的背景とした形態決定に関する一連の研究である構造形態創生[6]に注目が集まっている。構造物はその形状と力学的挙動は不可分な関係にある。その事を利用し，構造形態創生は，力学法則に基づき数学的手続きにより，形態を作り出す合理的で組織的な作業である。つまり，構造形態創生は構造合理主義の考えに基づくものである。構造合理主義は古くから挑戦されており，例えば，A.Gaudí 設計のサグラダ・ファミリアである。(図 1.3) Gaudí は計算機ではなく，吊り下げ実験によって得た合理的な形態によって設計を行った。

一方で，力学的合理性や経済性を求めて，最小限の断面で最大限の機能を求めると，一般的にそれに相反して構造物の冗長性が失われる。冗長性とは，簡単に言うと余裕度の一種であり，力学的合理性や経済性の上では無駄なものである。しかし，その冗長性こそが想定外の外乱に対して建築物の崩壊を未然に防ぐことができる可能性を秘めている。空間構造物は，一般に伝達効率の高い軸力抵抗による形態抵抗型の構造物であり，それは基本的に最小限の使用材料で最大限の空間を覆う事を目指している。逆に言えば，結果的に冗長性のない構造を目指しているとも言える。即ち，空間構造物では粘りの乏しい強度型の構造物が多く，原

屈現象のような脆性的な崩壊を本質的に内在している。

確かに解析技術も発展し，動的挙動や座屈不安定現象の挙動を追えるようになったが，しかし，実際の建築物の挙動はより複雑である。解析技術はあらゆる前提条件の上で成り立っており，不整による全ての影響までは追い切れない。よって，建築構造にはある一定の冗長性は必要である。特に，設計対象が多くの人を収容する空間構造の場合，一度の事故で多くの人命を失いかねない危険性を孕んでいることから，空間構造物は十分な冗長性を有する必要がある。

近年，佐々木睦朗は感度解析手法と進化論的構造最適化手法を実設計に取り入れ，力学的合理性のみならず意匠性を考慮した，自由で流動的な建築を生み出す事に成功している(図 1.4~1.6)。これらの建築は，簡単な幾何学的な形状ではなく，複雑な自由曲面を持った建築である。武藤・岩瀬と佐々木[22]によって，自由曲面シェルは靭性があり，荷重不整に鈍感で，動的荷重に対する耐力低下も見られない事が報告されている。

このような自由曲面を持つ形態は，必ずしも軸力抵抗のみならず曲げ抵抗もある程度許容させる事で靭性を高くしている。軸力抵抗に比べ，曲げ抵抗は損傷に至っても一定の耐力を有した状態で塑性化をするので，損傷に対し他の部材が荷重を受け持てば(荷重伝達経路を持てば)，崩壊には至らない。この事から軸力抵抗に比べ，曲げ抵抗は冗長性があると言える。よって，自由曲面シェルは EP や懸垂曲面を持った一般的なシェルに比べ，冗長性を有しており，空間構造において新たな可能性を秘めている。

このような新しい形態はまた新たな建築スタイルへの布石となり，逃れられずにいる近代建築の潮流からの脱却をし，より自由な建築を生み出してくれるであろう。

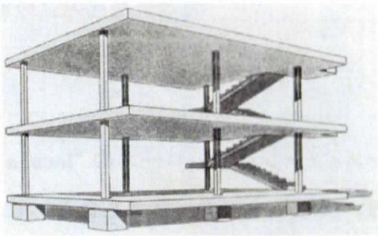


図 1.1: ドミノ・システム

図 1.2: バルセロナ・パヴィリオン

図 1.3: サグラダ・ファミリア

図 1.4: ロレックス・ラーニングセンター

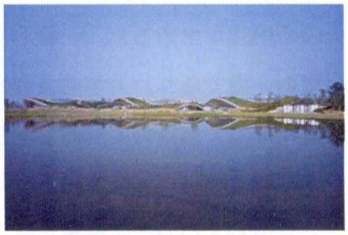


図 1.5: ぐりんぐりん[2]

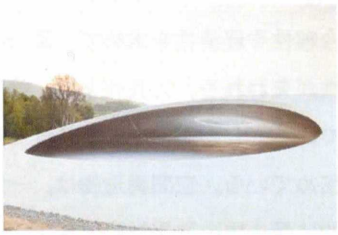


図 1.6: 豊島美術館[3]

1.2　冗長性とは

研究目的を述べる前に理解を助けるため，簡単に本論での冗長性の定義を述べる。詳しくは第2章で説明するものとする。

本論での冗長性は降伏後の荷重の伸びと変形能力から判断をするものとする。概念図を図1.7に示す。本論での冗長性は余剰強度*1の範疇であり，降伏後の荷重の伸びと変形能力の両方を十分に有しているものを冗長性に優れた形態と判断する事とする。

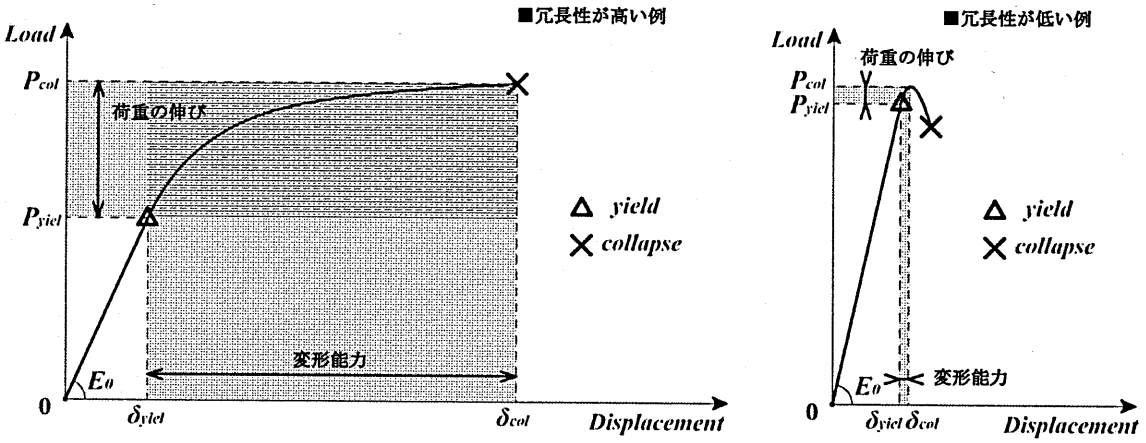


図1.7: 降伏後の荷重の伸びと変形能力

1.3　研究の目的と方法

本研究では，冗長性を定量的に評価する手法を提案し，歪エネルギーと冗長性を目的関数とした最適化問題を多目的遺伝的アルゴリズムによって扱う事により，空間構造物であるラチスシェルを対象とし，力学的合理性と冗長性を両立させた形態創生を行う。そして，合理的に冗長性を付加させた構造物の設計手法の確立を最終的な目標とする。

なお，本論では二つの例題で検討を行っている。一つ目は断面サイズを変数とした形態創生であり，二つ目は形状を変数とした形態創生である。断面サイズを変数とした場合では，歪エネルギーを小さくするような断面配置は，断面の大きい部材を選び応力の負担の小さい断面配置である。一方で，冗長性を高くするような形態は降伏後の荷重の伸びと変形能力を十分に有する(じっくりと塑性化していく)断面配置である。このような形態の違いには，どのようなトレード・オフの関係にあるのかを検証する。形状を変数とした場合では，歪エネルギーを小さくするような形状は，断面効率が良く一般的に軸力抵抗型の剛性の高い形状である。一方で，冗長性を高くするような形状は塑性化しても耐力は保持し続ける曲げ抵抗型が望ましく，軸力抵抗型に比べ剛性の低い形状である。このような形態の違いには，どのようなトレード・オフの関係にあるのかを検証する。

形態創生手法には，近年多く用いられる遺伝的アルゴリズムを用いる。理由として多目的最適化問題を扱う事ができる点と非線形問題を取り扱うため解が不連続である点から，発見的手法である遺伝的アルゴリズムを採用した。冗長性と剛性を両立させた形態創生手法を多目的最適化問題として扱うことにより，目的関数による多様性を持つ Pareto 解集合を得る事が出来る。Pareto 解集合を用いることで，選択の幅を広げることができ，必要に応じた冗長性と剛性のバランスを持つ構造形態の提案が可能となる。

*1：部材が損傷してから，全体の構造システムが崩壊するまでの強度

本研究では，冗長性を評価する際，極限解析のような線形計画法を利用した解析ではなく，非線形増分解析を行っている。遺伝的アルゴリズムは多点探索と呼ばれ，一世代で複数の個体の解析を行わなければならないが，一回の解析に時間を要する非線形増分解析を用いた場合，解析時間の増大は容易に予想される。しかし，あえて非線形増分解析を採用したのは，材料非線形性や幾何学的非線形性を考慮でき汎用性が高いからである。また，将来性という意味でも採用した。非線形増分解析ならば，様々な条件を加味する事が出来，動的検証にも用いる事ができる。

1.4 論文の構成・内容

論文の構成は以下のとおりである。

第2章では，本論で検討していく形態創生を行うために必要な理論と，その定式を示す。また，それらに関連した既往研究を紹介する。最初に，本研究で用いた最適化手法の説明を行い，並列化手法について解説を行う。次に，余裕度不足と見られる空間構造崩壊事例を挙げ，余裕度を定義する概念を取り上げ，冗長性の建築でのあり方を説明した上で，本論で検証を行う冗長性評価手法の説明を行う。最後に，非線形増分解析で用いた理論や定式について解説を行う。

第3章では，剛性と冗長性を目的関数とした多目的最適化問題の定式化を行い，多目的形態創生の例題を示し，考察を行う。目的関数として，剛性の評価関数として歪エネルギーを用いて，冗長性評価関数として冗長性伸び率と冗長性塑性率を用いて，二つ例題で形態創生を行う。例題には，自由曲面ラチスシェルを対象とし，それぞれ変数を部材断面のサイズ(例題1)と節点のZ座標(例題2)とし，検討を行う。冗長性尺度については，冗長性伸び率と冗長性塑性率の二種類で検討を行い，考察する。

第4章では，第3章の例題で得た非劣個体の形態の検証を行う。静的挙動において個材座屈の影響がどのようにあるかを考察し，動的挙動において冗長性が耐力に及ぼす影響を考察する。

第5章では，本論の総括を述べ，今後の課題を示す。

第2章
理論

2.1　概説

本章では，本論で検討していく形態創生を行うために必要な理論と，その定式を示す。また，それらに関連した既往研究を紹介する。

第2.2節では，組合せ最適化手法の遺伝的アルゴリズムについて述べる。そして，本研究で用いた多目的手法，並列化手法について解説を行う。
第2.3節では，崩壊事例を取り上げ建築構造においての冗長性のあり方をまとめる。また，冗長性尺度についての解説を行う。
第2.4節では，本研究で用いた非線形解析について述べる。また，材料非線形性，幾何学的非線形性を考慮する上で採用している方法，定式を示す。

2.2 遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm)

2.2.1 組合せ最適化理論

離散構造物の形態創生における問題の多くは，組合せ最適化問題として定式化できる。例えば，トラスのトポロジー最適化問題は，部材の配置候補位置から実際に部材を配置させる位置の最適な組合せを求める問題である。また，部材断面を設計変数とする場合にも，それらは与えられた製品リストの中から選択される場合が一般的であるため，部材の種類の組合せ最適化問題となる。このような組合せ最適化問題は，部材の種類を整数値として表す事により，整数計画問題として定式化できる。

一般的な組合せ最適化問題における定式化として，目的関数Fと制約条件が非負変数X_j $(i=1,\ldots,N)$の線形関数であるとした場合，係数行列の成分をA_{ij}, D_{ij}，定数ベクトルの成分及びコスト係数をB_i, E_i,及びC_jとし，等式及び不等式制約条件を有する整数計画問題[5]が以下で表現される。

$$Minimize \qquad F=\sum_{j=1}^{N} C_j X_j \tag{2.1}$$

$$Subject\ \ to \qquad \sum_{j=1}^{N} A_{ij} X_j \geq B_i, (i=1,\ldots,N^B) \tag{2.2}$$

$$\sum_{j=1}^{N} D_{ij} X_j = E_i, (i=1,\ldots,N^E) \tag{2.3}$$

$$X_j : \text{非負の整数} (i=1,\ldots,N)$$

本研究では構造物における部材断面寸法，節点座標値の決定問題を扱う。本研究における決定問題は，断面を離散変数，節点Z座標値を連続変数とするため混合整数計画問題に分類されるが，節点Z座標値を離散化した変数と捉える事で離散変数の整数計画問題に帰着できる。

整数計画問題は，その形式によっていくつかの典型的な問題に分類され，それぞれに対して有効な手法が提案されている。現在最も多く研究されている探索アルゴリズムの一つが遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm)である。遺伝的アルゴリズムは，適用範囲の非常に広い，生物の進化過程を模倣した学習的アルゴリズムである。以下，遺伝的アルゴリズムを必要に応じてGAと略記する。

2.2.2 多目的遺伝的アルゴリズム

本研究では，多目的最適化問題を扱う。以下に，本研究で用いた多目的最適化探索手法である多目的遺伝的アルゴリズムについて述べる。

一般に最適化とはある1つの評価（目的）に対する最適化を行う単一目的最適化の事を意味する。しかしながら，実世界に存在する様々な最適化問題を考えた場合，複数の評価基準を同時に考慮すべき問題は少なくない。このように，複数の評価基準が存在し，これらの評価基準を同時に考慮しながら最適解を探索する問題を多目的最適化問題と呼ぶ。多くの多目的最適化問題では，評価基準の間に何らかのトレードオフの関係があり，単一の最適解を得る事は難しい。そのため， 多目的最適化ではPareto 最適解という別の概念を用いて解探索を行い，そのPareto 最適解を求める事が第1の目標となる。

Schaffer[32]の研究によって始まった進化的多目的最適化に関する研究は，近年ますます盛んに行われるようになり大きな進歩を見せている。この分野では，様々な進化的なアルゴリズムが適用されているが，特に

GAを多目的最適化問題に適用した多目的遺伝的アルゴリズム(Multi-objective Genetic Algorithm) は，最も主要な研究となっている。

多目的GAでは，設計領域内に遺伝子を生成し，交叉により新たな遺伝子を発生させ何らかの方法で選択する事により，Pareto 最適解集合を探索する。探索過程における，母集団全体の中で他のどの個体と比較しても優越されていない個体を，劣っていない解という意味で非劣個体または非劣解と呼び，非劣解集合をPareto 最適解集合へ近づける事が多目的GAの目的となる。一般にPareto 最適解集合が形成する曲面の事をPareto 最適フロント(Pareto optimal front)と呼び，それと区別するためGAの各世代における探索により得られた非劣解集合が形成する面を解の近似Pareto 最適フロント(Near Pareto optimal front)と呼ぶ。(図2.1)

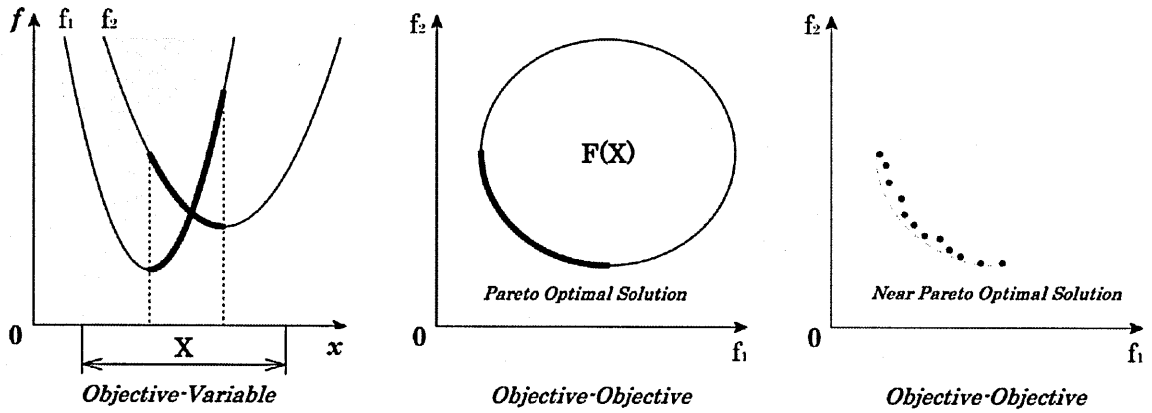


図2.1: Pareto 最適解の概念

GA を多目的最適化問題に対して適用する場合，この非劣解集合を適切に評価し，次世代に残していく事がポイントとなる。本研究では，効率の良い高性能な探索を行う事のできる SPEA2 を用いる事とし，以下に簡単に示す。

SPEA2

SPEA2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2, Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm)は，SPEA の改良アルゴリズムとしてZitzler[34][35]らによって2001 年に提案された。SPEA はZitzler らが1999 年に提案した探索性能に優れたアルゴリズムである。しかし，SPEA には幾つかの欠点がある事が指摘された。そこで，さらに効率の良い高性能な探索を行うため，幾つかの重要な改良を加え提案されたのがSPEA2 である。

以下，本研究で用いるSPEA2 のアルゴリズムの流れについて解説する。

・アルゴリズムの流れ

SPEA2 の主な特徴は，二つの母集団（アーカイブ母集団$\overline{P}$，探索母集団 P）を用いて探索を行い，アーカイブ母集団から探索母集団を選択し，また探索母集団を用いたアーカイブ母集団の更新を行う事，個体の優越度と密集度を考慮した適合度割り当てを行う事，また Pareto 解集団の各目的軸における端の個体が保存される事である。

SPEA2 の基本概念図を図 2.2 に示す。

Step1 初期化 初期母集団 P_0 とそれとは別の空のアーカイブ$\overline{P_0}$を生成する。(t=0)

Step2 適合度割当て Pt と$\overline{Pt}$における個体適合度を計算する。

Step3 環境選択 Pt における全ての非劣個体を$\overline{Pt}$へコピーしアーカイブ母集団$\overline{Pt+1}$とする。

$|\overline{Pt+1}| \neq \overline{N}$の場合は Pt における優良個体もしくは端切りオペレータを用いて個体数を$\overline{N}$にする。

Step4 終了判定 t が終了ステップに至った場合，もしくはその他の終了条件が満たされた場合，$\overline{Pt+1}$の中の非劣個体群が最終的な非劣解として出力され探索は終了する。そうでなければ Step5 へ進む。

Step5 メイティング選択 $\overline{Pt+1}$からバイナリトーナメント選択によって N 個分の探索母集団 Pt+1 を選択する。

Step6 変化 Pt+1 に対して交叉と突然変異オペレータを実行し Step2 へ戻る。(t=t+1)

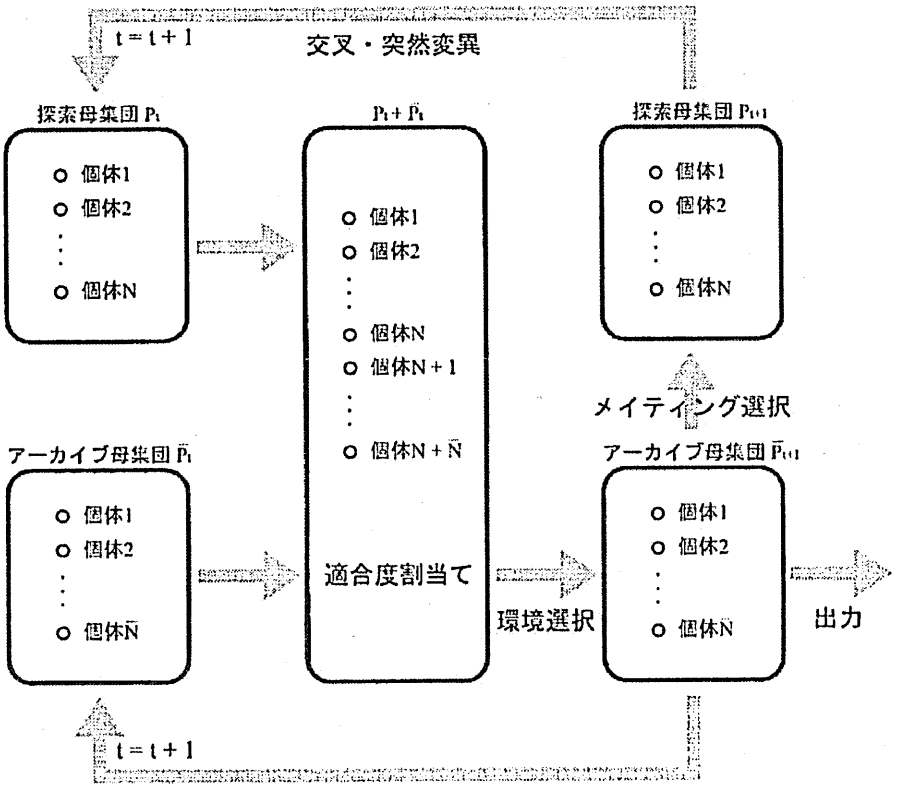


図 2.2: SPEA2 の基本概念図

2.2.3　並列化手法

GA は数多くの個体に対して遺伝的操作を並列に適用する事ができるので，本質的には並列化に向いた手法であるといえる。そのため，これまでに数多くの並列化手法が提案されてきた[37]。実用的な観点からも大規模な問題を高速に解く必要があるため，効率的な並列化が必要である。特に，使用するプロセッサ数に比例した高速化を達成できるかという，スケーラビリティ(scalability)の実現が重要である。並列化すべき対象に応じて，以下のような方針が考えられる。

(1) 適応度の計算を並列化する。
(2) GA 自体(遺伝的操作など)を並列化する。
(3) 問題自体を分割する事により並列化する。
(4) 確率モデルの構築過程を並列化する。

適応度の計算を並列化するという事が最も単純な並列化であり，その場合には特に GA に依存した処理を行う必要はなく，通常の並列化手法を用いる事で対応が可能である。

次に GA 自体を並列化するというアプローチが，自然な並列化の手法として考える事ができ，島モデル(island model) にもとづく並列 GA では，集団を複数の部分集団に分割する事で GA を複数同時に実行し，遺伝的操作の並列処理を実現している。

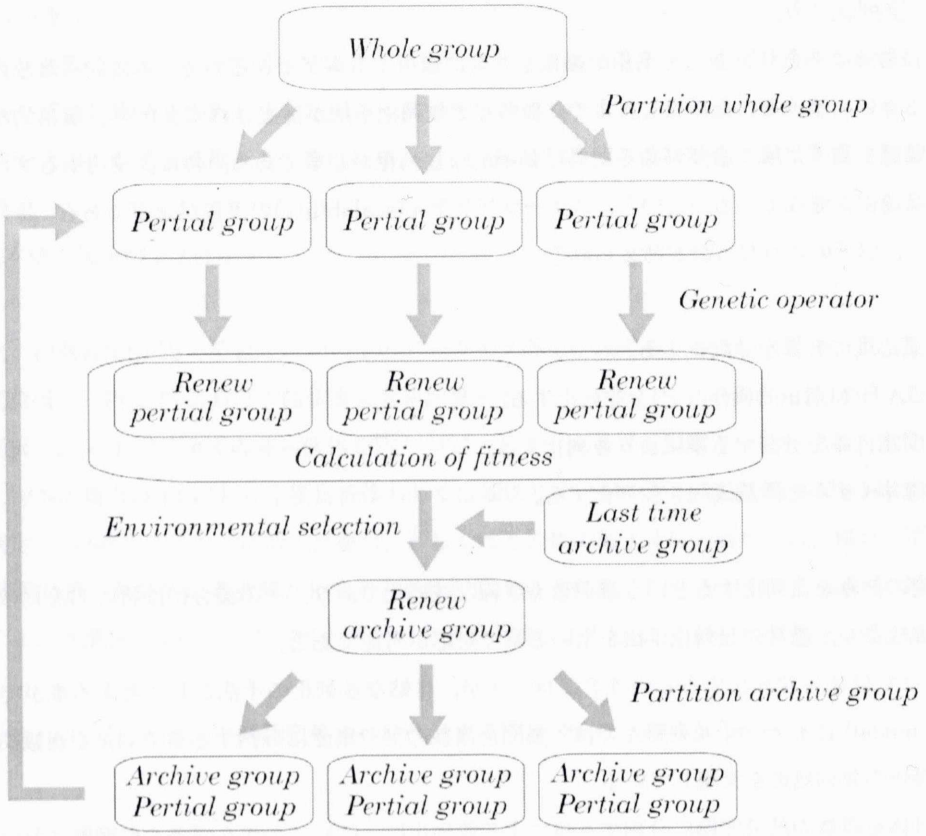
問題自体を複数の部分問題に分割する事による並列化は，GA にかぎらず多くの問題において行われている並列化のアプローチであるが，問題によっては必ずしも部分問題への分割が事前にできない事が考えられる。分割が問題に依存する事が考えられるが，リンケージ固定手法を用いる事で，問題に依存しない一般化された手法として問題の分割を行える事が期待されている。

分布推定にもとづく手法においては，確率モデルを構築する過程に多くの計算量を必要とする。そのため，モデル構築を並列化するための手法が提案されている。

本研究で用いる並列遺伝的アルゴリズム(重み付け島モデル)

本研究で用いる並列化は，筆者らが 2009 年に考案したもので，多目的 GA による探索を行うために島モデルによる並列 GA を応用した，重み付け島モデルである。従来の並列島モデルで用いられる部分集団間での個体交換を行わず，代わりにアーカイブ母集団内で個体交換を行うものとした。そして，アーカイブ母集団から部分集団へ分割する際の方法を，個々の重みを付けた目的関数値に依存するものとし，ステップ毎にアーカイブ母集団を部分集団に再分割しなおすものとした。その概要を図 2.3 に示す。それぞれの部分集団において並列に遺伝的オペレータを実行し，それらの部分集団を合わせた新たな全体集団からアーカイブ母集団を選択する事で，アーカイブ母集団内での個体の交換を行う。

重みを付ける基準として二目的最適化問題の場合では，部分集団を三つに分割する。二つの部分集団は二つの目的関数に対して，それぞれ別の目的関数に重きを置いた適合度割り当てを行い，Pareto 解集団の端部を探索する。そして，もう一つの部分集団は環境選択による適合度割り当てを行い，Pareto 解集団の中央部を探索する。つまり，簡単に言ってしまうと，アーカイブ母集団を共用した二つの単一目的最適化と多目的最適化を並列に行っているのと同様である。これには，各目的軸における端の部分の探索効率の向上させる狙いがある。



以下にそのフローを示す。

① 全体集団から無作為に選択し，部分集団へ分割する。

② 部分集団内で重みをつけた適合度割り当てを行う。

③ 部分集団内で遺伝的オペレータ(淘汰・交叉・突然変異) を実行する。

④ 新たに生成された複数の部分集団を1つの新たな集団として，全体で環境選択を行い，アーカイブ母集団を作成，アーカイブ母集団から Pareto 解を生成する。

⑤ 終了条件を判断し，満たされない場合はアーカイブ母集団を部分集団に分割し直し②へ戻る。

この手法は島モデルによる他の並列 GA 同様に並列化手法という側面を持ち，また個体の多様性を維持するためのニッチング手法としての側面も持つ。部分集団への分割方法を，重みをつけた目的関数に依存させる事で，より部分集団でそれぞれ異なる方向に探索が進む可能性が高くなり，多様性維持の効果が期待できる。そして，適応度の評価方法を部分集団毎に変化させる事により，多目的 GA において Pareto 解の探索をより広域に亘って行う事ができる。目的関数空間において，Pareto 最適フロントと各部分集団の探索領域の概念を図 2.4 に示す。

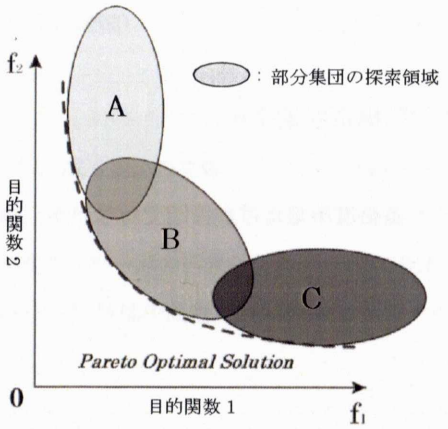


図 2.4: 目的関数空間における部分集団の探索領域

図 2.4 では，部分集団 A では目的関数 1 の値が小さい個体を探索し，逆に部分集団 C では目的関数 2 の値が小さい個体を探索している。部分集団 B は A と C で補えない部分を探索する。

実際に同じ条件, 同じ世代数時の目的関数空間内の解集合を並列化の有無で比較したものが図2.5 である。SPEA2 単体でもアーカイブ端切り手法で各目的軸における端の個体を残しているが, 端部の探索効率は良くはないので，図から分かるように並列化を行った場合には大域的に解を探索し，並列化を行っていないものに比べ多様な解が得られている。しかし，一方で部分集団と部分集団の間が上手く探索できていない事が欠点に挙げられる。

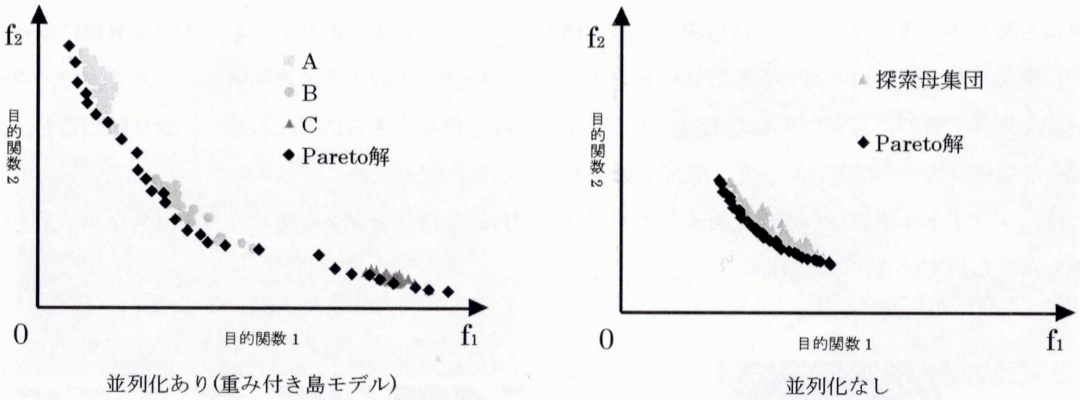


図 2.5: 並列化有無での Pareto 解集合の比較

2.3 冗長性 (Redundancy)

2.3.1 余裕度不足と見られる空間構造崩壊事例

以下に取り上げるのは，必ずしも余裕度不足だけが原因ではないが，余裕度不足が一因となったと思われる空間構造の崩壊事例を挙げる[38]。

ブカレストドーム（ルーマニア）

□建物概要

屋根はライズ：スパンが 1：5 で，平面形状は円形であり，直径 93.5m の鉄骨パイプドームである。またそのドーム頂部には直径 16.8m，高さ 3m の明かり窓で覆われていた。

3 層のパイプから成り立っており，中間パイプはドームのフープ，その中間パイプを挟んでいる上と下のパイプはそれぞれ経線に対して線対称になるように配置され，全体でほぼ等辺三角形の網目を作り出していた。また，3 層の交差する点はブライドル*1 で緊結されていた。(図 2.6)

□崩壊原因

1963 年 1 月 30 日設計上安全とされた積雪荷重の 1/3 にも満たない積雪で崩壊した。このドームでは局所および全体座屈の耐力を現実的に評価もせずに薄膜理論を使っていたのである。また設計最大荷重の約 2 倍の重量もある非一様な雪が 5 本の放射線に沿って積もったことから緯度線パイプを 5 本の放射線に沿って局部的に座屈させ，緯度線と直角の放射状の谷を生じさせていた．このように波形に曲がったことで，フープは経線を拘束するのに必要な圧縮力を起こすことが出来なくなり，さらにドームが反り返り始めると，波形の撓みの振幅は大きくなり，いっそう強度が減少していったのである。

また，ブライドル接点結合がそこで交わるパイプの相対的な滑りを完全に防ぐことが出来なかったという理由もあげられている。(図 2.7)

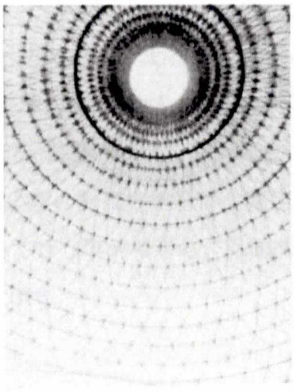


図 2.6: ブカレストドーム　内観

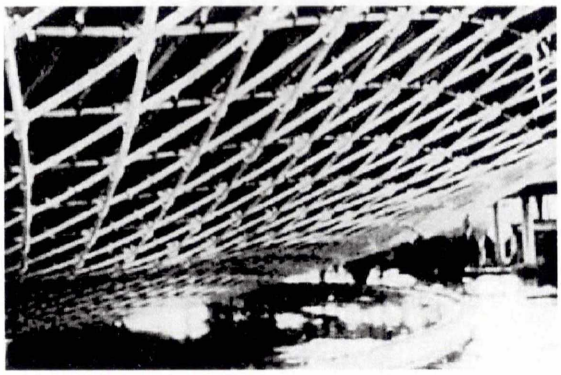


図 2.7: 崩壊後のドーム

*1：パイプが滑らない様に締めている細長い金属片

ハートフォード・アリーナ（アメリカ合衆国）

□建物概要

91m×110mの大きさの屋根を持ち，成6.4mの立体架構として建設された。芯々9mの水平鋼材が接合部を介して正方形格子面を上下に持ち，それぞれ上下の格子の水平に千鳥になっている接合部間が斜材で接合されていた。そのため立体架構は連結された一連の四角錐トラスの様に見えた。9mの長さの上部水平材は中間の斜材によって筋違いがかけられ，主斜材は中間層の水平材によってその中央点で筋違いがかけられていた。(図2.8)

□崩壊原因

構造モデルでは上部水平材はすべて，傾斜した2次斜材によって横方向に対して筋違いがとられるという仮定をしていたが，この仮定は斜材が形成する角錐からなる立体架構の内部においてのみ成り立つもので，架構の外周部では上部水平材と斜材は傾斜平面内にあり，面外の座屈は防げないことになる。上部水平材はその面に直行する方向に外側に曲がる，つまり座屈することができたのである。座屈の防止には，外周部の上部水平材は標準となる内側の上部水平材よりも4倍の剛性が必要と考えられる。上部水平材はすべて内側の水平材と同じ寸法で設計されており，それらは座屈する運命にあったことになる。ハートフォード・アリーナでは約5000本からなる架構に，外周部の上部水平材に筋違いをかけるため50本にも満たない部材を増やすことで部材の座屈を防止することができたのである。すなわち，余裕度の不足による崩壊と考えられる。(図2.9)

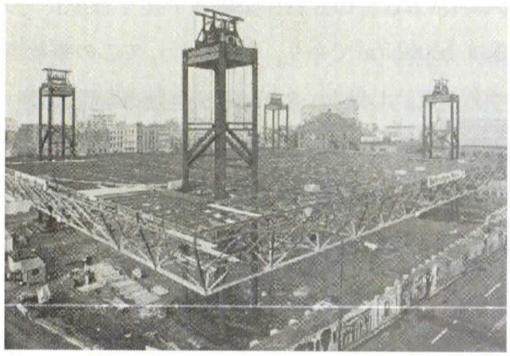


図2.8: ハートフォード・アリーナ　架構

図2.9: 崩壊状況

ミラノスポーツパレス（イタリア　ミラノ）

□建物概要

アリーナの屋根である鞍の形をしたケーブルネットは，直径138mで，38個の鉄製の腕木と構造体に組み込まれた鉄筋コンクリートリブに連結されたピンと外側の斜材に支持された外周の箱型梁に固定され，放射状の変位を許容する4つの球状の荷持ちは，最も高い点と低い点の梁と腕木の間に設置されていた。梁と腕木のピンをつなげていた対をなすブレースアームはこれらの点で非対称のねじりに対して付加抗力を示すように設計され，他の荷持ちも全て球状で，放射状の水平変位を許容するスライド板につなげられていた。リング状の梁は，2.6×6.525mの長方形断面を持ち，152の溶接されたユニットからなり，長さが2.5m，ウェブとフランジの厚さが12mmであった。梁に沿って起こる軸力や曲げやねじれが変化しやすかったにもかかわらず全てのユニットのウェブとフランジの厚さ，剛性が同じであった。引っ張り構造のネットは，10.7mたわみ，7.8m反る設計で，鞍のカーブに沿ってかけられていた。屋根の固定荷重は，断熱材，防水補強を含めて約500N/㎡で放射状のリング梁であるために全ての鉛直荷重がたわみのケーブルの大きな変形によって釣合うこととなっていたのである。(図2.10)

□崩壊原因

1985年1月17日の午前2時に屋根の崩壊は起こった。この崩壊は西側の鞍の上がった部分にあるリング梁の3ユニットが座屈したのに始まる。そして屋根の中央部が10m下がり，RCリブが2.5m滑ったのである。他の部分の梁はねじれ，西側のほとんどの支持部が完全に壊れてしまった。また座屈が起こったユニット付近や，崩壊した梁の接合部では全てのケーブルが降伏していた。

国際的にも認められた規定で計算された許容最大雪荷重は1600N/㎡であり，それに対してこの事故当時記録されている量は1400N/㎡で，最大値に対して87.5%であった。しかし，1400N/㎡の分布荷重がかけられていたとき鞍中央部でのたわみの積算値は約1.6mで西と東の頂部でのリング梁の放射変形は約0.4mであり，荷持ちの最大変形に達していた。これらの変形値は，屋根の形や風による雪の偏荷重のため増加していたと考えられる。一般的な見解としては，リング梁の高い部分では元々大きな応力がかかっており，それに加えて雪荷重がかかったため荷持ちがバランスをとれなくなってしまったのである。

この建物の場合，線形理論でしか設計されておらず，非線形を考慮した建物全体の耐力や建設の終局耐力まで考えられていなかったために結果として崩壊してしまったのである。(図2.11)

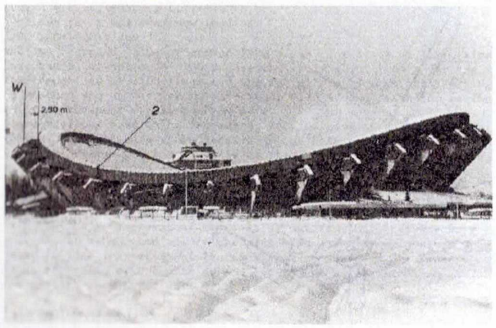


図2.10: 崩壊状況　外観

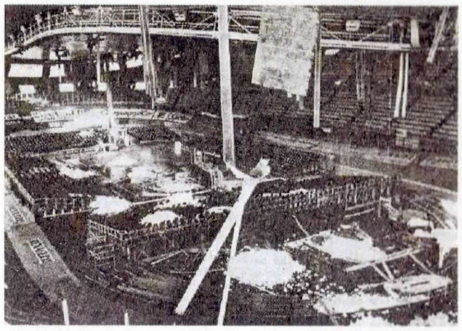


図2.11: 崩壊状況　内観

2.3.1　余裕度不足と見られる空間構造崩壊事例

構造物に関する余裕度に関する言葉は，冗長性やロバスト性が代表的である。ここで，冗長性やロバスト性について説明を行う。

冗長性 (Redundancy)

冗長性もしくは冗長度の意味を広辞苑で調べてみると，「ぐだぐだしく長い事。」や「伝達される情報に含まれる余分な部分の割合。リダンダンシー。」という意味で載っている。また，Redundancy をリーダーズ英和辞典で調べてみると，「余剰，余分，重複，余りある事。」などの意味で載っている。

冗長性の概念は主に情報工学の分野で用いられていた概念であり，情報工学では，何らかの情報を伝送，記録する際，その情報の表現に最低限必要な情報量よりも，実際に伝送，記録するのに使われる情報量がどのくらい多いかを冗長性という。効率的に伝送，記録するために冗長性を排するのがデータ圧縮であり，伝送，記録の際に生じる誤りを検出，訂正するために冗長性を付加するのが誤り訂正符号である。この事から分かるように，冗長性には除かれるべき無駄な余分を意味する場合と，何かに備えてあえて付加した余裕を意味する場合がある。本論で述べたい冗長性とは後者の意味である。

本研究では，冗長性を「構造物に想定外の荷重がかかり，部材に損傷が発生したとしても，残りの部材で応力を負担する事で，瞬時に崩壊せず，一定期間構造を保つ事のできる能力」[27]と定義する。この事から，損傷部材を補って負担する事が可能な構造部材が多数存在する構造物は冗長性を持つと判断される。しかし，経済性の観点から過剰な構造部材の付加は不利益となり，それ故「無駄」として認識されるが，安全性の観点からは「無駄」とされる要素こそが想定外の荷重に対して冗長性を発揮する事となる。
ここで，冗長性を有する構造とはどのようなものか，列挙しておく。

- 構造部材の塑性変形能力を確保している。(塑性履歴エネルギーへの期待)
- 力の伝達経路を複数確保している。(不静定次数の確保)
- 決して損傷してはならない部材に十分な強度がある。(脆性的崩壊の回避)
- 損傷したとしても，次の損傷につながらない部材である事が確認できる。(進行性崩壊の回避)

このように建築構造において冗長性は多義的であり，これらの事が満足されているものを冗長性があるという。また，この多義性こそが冗長性を分かりづらくさせており，建築において浸透していかない理由の一つである。何故ならば，多義的故に冗長性尺度も複数定式化，報告されているが，決定的に有効性のある評価関数がないのである。

一般的なフレーム構造において，ブレース構造を導入する事で水平荷重を負担させる場合が多い。このような構造形態をとる場合，ブレースが破断した後も柱と梁が剛接合されていれば，バックアップ機構として働き，崩壊を免れる事が可能である。こういったフェイルセーフ構造(fail-safe structure)も冗長性と同様な意味を持つ。フェイルセーフ構造の場合，固有周期がブレースを有する場合の固有周期と破断してラーメンとして働いた場合の固有周期とで異なる。そのため，ブレースを有する場合に地震の卓越周期と共振してブレースが破断したとしても，ラーメンとして働く事で固有周期がずれ，崩壊を免れる事が出来る。

ロバスト性(Robustness)

冗長性と近い意味で，ロバスト性という概念がある。Robustness をリーダーズ英和辞典で調べてみると，「強壮さ，強さ，丈夫さ」などの意味で載っている。

ロバスト性は主に機械工学の分野で用いられていた概念であり，いわゆるロバスト制御という形で使われ，車両，鉄鋼プロセス，モーター，その他様々なシステム制御に利用されている余裕度を考慮した設計法である。言い換えれば，制御したい特性がある程度変化しても，安定に動作する事を保証する制御の事を指す。

この概念と近い意味を持つ，フォルトトレランス(Fault Tolerance)という言葉がある。フォルトトレランスとは，システムのある部分が故障して機能を失った際に，その機能を補う装置を予め用意しておく事である。不測の事態が発生し，システムの機能をある程度損なわれたとしても安全だけは確保しようとする事がフェイルセーフに対し，不測の事態が発生したとしてもシステムの機能を損なわないで安全を確保しようとする事がフォルトトレランスである。例として，複数のエンジンを搭載した大型の航空機は，何れかが故障しても残りのエンジンだけでもある程度は飛び続けられるように設計されている。コンピュータシステムで言えば，電源の多重化や，定期的にデータのバックアップを取る事，電源に無停電電源装置を用いる事などがフォルトトレランスにあたる。

建築分野でのロバスト性とは，「構造物が損傷を受けた場合，構造物が機能的な要求を損なわない，入力に対する応答を小さくする能力」[36]の事である。ロバスト性を求めた設計では損傷による応力や変形のばらつきを抑えた，強度的に影響が小さく，損傷に対し鈍感な構造形態を求める事になる。例えば，損傷を補える部材が多く存在し，多くの不静定次数を確保している構造である。しかし，このような設計をした場合，余裕度が過大なものとなり，経済性からかけ離れたものになる可能性がある。

本研究で求めるもの

冗長性とは，「構造物に想定外の荷重がかかり，部材に損傷が発生したとしても，残りの部材で応力を負担する事で，瞬時に崩壊せず，一定期間構造を保つ事のできる能力」[27]であるのに対し，ロバスト性とは，「構造物が損傷を受けた場合，構造物が機能的な要求を損なわない，入力に対する応答を小さくする能力」[37]である。即ち，冗長性が損傷によるある程度の破壊を許容しているのに対し，ロバスト性ではそれを許容していない。以上から，建築構造において冗長性とロバスト性は以下の図 2.12 の関係になると考えられる。

したがって，ロバスト性の大きい構造物では余裕度が過多になり，経済性から実現するのが困難であるが，冗長性の大きい構造物ならば余裕度もある程度確保し，経済性からも無理のない設計ができると考えられる。

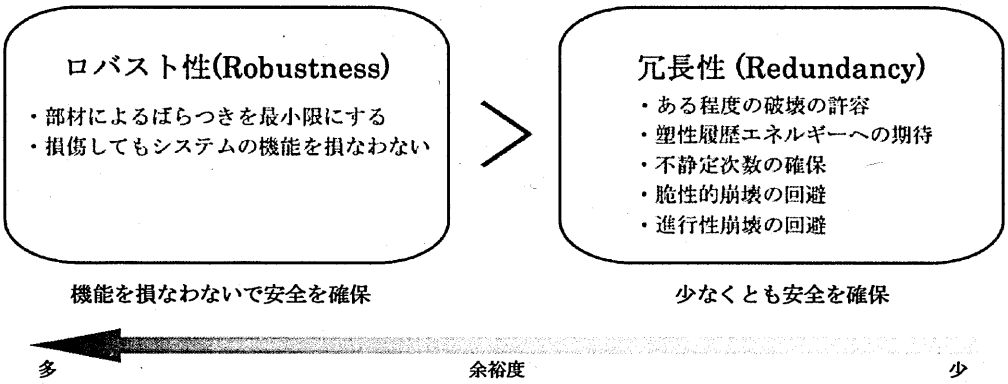


図 2.12: 各語の関連性

2.3.3　冗長性尺度

構造物における冗長性は，不静定次数を意味する尺度から Lloyd と Clawson(1984)による次式に示す尺度のように多く存在する。

$$Redundant\ factor = \frac{intact\ strength}{intact\ strength - damaged\ strength}$$
$$Reserve\ resistance\ factor = \frac{environmental\ load\ at\ collapse(undamaged)}{design\ environment\ load} \tag{2.4}$$
$$Residual\ resistant\ factor = \frac{environmental\ load\ at\ collapse\ (damaged)}{environmental\ load\ at\ collapse\ (undamaged)}$$

しかし，冗長性の尺度は統一化されておらず，各研究がそれぞれの研究において独自の評価を行っている段階に留まっている。

以下では，決定論的冗長性の尺度を挙げて紹介する[39]。これらには，必ずしも有効性があるわけではなく，一つの方法として据えるべきであり，今後考察，発展させるべきものである。

既往の決定論的冗長性尺度（Deterministic Redundancy Measure）

構造上の冗長性の概念は，不静定という枠組みの研究から始まっている。最初冗長性は構造システムの不静定の度合いによって定義される。

$$R_1 = N - 1 \tag{2.5}$$

R_1：冗長性　　N：不静定次数

上式の冗長性尺度は単純で直接的なものだが，以下の(1)から(3)のことが言える。

(1)　式(2.5)の定義はそれぞれの部材間の相互関係を考慮する事ができない。

(2)　不静定の度合いは複雑な構造システムにおいて定量化できない。

(3)　冗長性の測定はシステムの観点から定義されるべきである。

また，同様に次式で表すことができる。

$$R_2 = F - E \tag{2.6}$$

F：未知反力数　　E：独立した釣合式の数

Frangopol と Curely [40]は，損傷の影響と構造信頼性における研究で，例を示し，この尺度について以下のように注釈している。

(a)冗長性は，部材の動きや全体強度の両方の見地から考慮されるべきである。

(b)不静定次数は，全体システム強度の十分な尺度を構成しない。それ故，システム信頼性や損傷評価概念に基づいた構造冗長性の問題という新しい見地が，過去数年で分かってきた事は特に重要である。

このような伝統的な定義は，構造物の損傷評価や信頼性研究に向いていない。

一般的に冗長性と言うと，予備強度(Reserve Strength)と余剰強度(Residual Strength)の二つの範疇に分けられる。予備強度というのは設計荷重と建物における構造システムの終局強度との間で決められている安全余裕として定義できる。また余剰強度というのは，いくつかの部材が損傷したためにその能力を失った際に，全体の構造システムが崩壊しない能力と定義できる。予備強度と余剰強度は非常に関連しており，二つは異なった状況における構造システムの終局強度を表していると言える。

予備強度を評価するものとしての予備強度因子(予備冗長性因子)R_3は次式のように定義される。

$$R_3 = \frac{P_{intact}}{P_{nominal}} \tag{2.7}$$

P_{intact} ：損傷を受けていない構造システムの終局強度

$P_{nominal}$：システムにおける名目上の適用荷重

予備強度因子R_3は完全な構造物(要素)が荷重を持たないとき($P_{nominal}=0$)無限大の値をとり，完全な構造物(要素)にかかる荷重がその能力に等しいとき($P_{nominal}=P_{intact}$)，R_3は1.0の値をとる。

また現在，システムの冗長性を評価する一般的で決定的な尺度には，Residual Resistance Factor(RIF)やDamaged Strength Ratio(DSR)がある[39]。これは余剰強度因子R_4であり，次式のように定義される。

$$R_4 = \frac{P_{damaged}}{P_{intact}} \tag{2.8}$$

$P_{damaged}$ ：損傷を受けた構造システムの終局強度

静定構造物では，一つでも損傷を受けたときは不安定なので$R_4=0$，不静定構造物では，$P_{damaged}>P_{intact}$なので$R_4>0$となる。余剰冗長性因子R_4は，損傷を受けた状態でのシステム強度に言及される。この因子は，損傷を受けた構造物がシステム崩壊に至るとき0の値をとる。また，構造内の損傷が構造物の荷重伝達能力に影響を与えないとき($P_{damaged}=P_{nominal}$)，R_4は1.0の値をとる。

より実用的な冗長性尺度としてYoshida[41]は次式のように定義した。

$$R_5 = \frac{P_{col}-P_{yiel}}{P_{col}} \tag{2.9}$$

P_{col} ：構造システムの崩壊荷重　　P_{yiel}：降伏荷重

静定構造物や応力再配分されずに崩壊するとき$R_5=0$ ($P_{col}=P_{yiel}$)となり冗長性がないと評価できる。逆に，不静定構造物の1つの部材が降伏した場合，必ずしも構造物の荷重伝達能力が全て失われるとも限らないと述べている。

別の決定論的な冗長性基準がFrangopolとCurely[40]によって紹介されている。これを冗長性因子R_6(Redundant Factor)と呼び，次式のように定義される。

$$R_6 = \frac{P_{intact}}{P_{intact}-P_{damaged}} = \frac{1}{1-R_3} \tag{2.10}$$

冗長性因子R_6はR_3からわかるように1.0から無限大の値をとる。

これらの定義の中で，R_1とR_2は全体のシステム強度の尺度を考えていない。他の因子は，完全な構造物(R_3)，または損傷を受けた構造物(R_4とR_5)の全体システムの強度の尺度としては有用性がある。しかし，Fu[42]やFeng[43]による結果から考えると，式(2.7)，(2.8)が構造物の最適化を行うときに使われるとき，構造的成分の次元の増加は必ずしも構造システムの冗長性の改善とはならない。この矛盾の主な理由として，完全な構造物の終局強度に対する損傷を受けた構造物の終局強度の割合は余剰強度がどれくらいあるかではなく，システムの積載能力がどれくらい小さくなるかを表しているという事実からくる。それ故，Feng[43]は次式のように修正した。

$$R_7 = \frac{P_{damaged}}{P_{design}} \tag{2.11}$$

P_{design}：設計荷重

決定論的冗長性尺度は，上記で示したものだけではないが，構造物のおかれた状態の強度によって簡単に定量的な解を得る事ができる反面，冗長性と言った多義的な問題において，構造物の強度の変化だけでは明確な解を得るのは困難である。

本研究の冗長性尺度

本研究では二つの冗長性尺度R_AとR_Bを用いて検証を行う。まず，一つ目の冗長性尺度R_Aは，式(2.9)で示した既往の冗長性尺度R_5を採用する。

$$R_A = \frac{P_{col} - P_{yiel}}{P_{col}} \tag{2.9'}$$

P_{col}：構造システムの崩壊荷重，P_{yiel}：降伏荷重

冗長性尺度R_Aとは，すなわち降伏後の荷重の伸び率であり，P_{yiel}は最初に個材の降伏もしくは座屈が発生した時の荷重を示し，P_{col}は構造物の最終的な崩壊荷重を示している。本冗長性尺度は余剰強度(損傷後)に着目した決定論的冗長性評価手法であり，構造物に対する強度によって簡単に定量的な解を得る事が出来るという利点がある。この冗長性尺度は高野[31]や船橋[27]らの論文でも採用されおり比較的扱いやすい冗長性尺度である。本論では，冗長性尺度R_Aを「冗長性伸び率」と呼ぶ事とする。

二つ目の冗長性尺度R_Bは，塑性履歴消費エネルギー[11][15]に着目したもので，次式のように定義する。

$$R_B = \frac{E_{pl}}{E_{st}} \tag{2.12}$$

E_{pl}：塑性履歴消費エネルギー，E_{st}：弾塑性歪エネルギー

弾塑性歪エネルギーとは，弾性歪エネルギーと塑性履歴消費エネルギーの和である。塑性履歴消費エネルギーとは，構造部材が塑性化することによって，荷重と変形が描く軌跡(履歴ループ)の面積の事であり。このエネルギーは地震時の構造物の応答を低減する働きをもっている。

弾塑性歪エネルギーE_{st}と塑性履歴消費エネルギーE_{pl}は，次のように増分荷重をかけて崩壊するまでのエネルギーを，台形公式を用いて数値積分で求める。

$$E_{st,t} = \sum_{n=1}^{nod} \int_0^t \{u_n\}^T \{F_{n,t}\} = \sum_{n=1}^{nod} \sum_{t=0}^{t} \frac{1}{2} \{\Delta u_n\}^T (\{F_{n,t}\} + \{F_{n,t+\Delta t}\}) \tag{2.13}$$

$$E_{pl,t} = \sum_{n=1}^{nod} \int_0^t \{u_n\}^T \{F'_{n,t}\} = \sum_{n=1}^{nod} \sum_{t=0}^{t} \frac{1}{2} (\Delta u_n)^T (\{F'_{n,t}\} + \{F'_{n,t+\Delta t}\}) \tag{2.14}$$

nod：節点数　t:増分ステップ　u_n：n 節点変位ベクトル　Δu_n：n 節点増分変位ベクトル

F_n：n 節点荷重ベクトル　F'_n：n 節点の塑性化した要素材端力ベクトル

即ち，冗長性尺度R_Bとは，弾塑性歪エネルギーの中の塑性エネルギーの割合である。こちらも余剰強度(損傷後)に着目した決定論的冗長性評価手法である。冗長性を有する構造とはどのようなものか示した際に，塑性変形能力を確保している事を挙げたが，冗長性を考える上で塑性変形能力は重要な要素の一つである。動的な場合において，塑性履歴消費エネルギーは減衰で消費されるエネルギーよりも多くの外力エネルギーを吸収してくれる事が出来るので，塑性履歴消費エネルギーを多くする事は耐震性を向上させる事に繋がる。本論では，冗長性尺度R_Bを「冗長性塑性率」と呼ぶ事とする。

図 2.13 に冗長性伸び率と冗長性塑性率の概念図を示す。

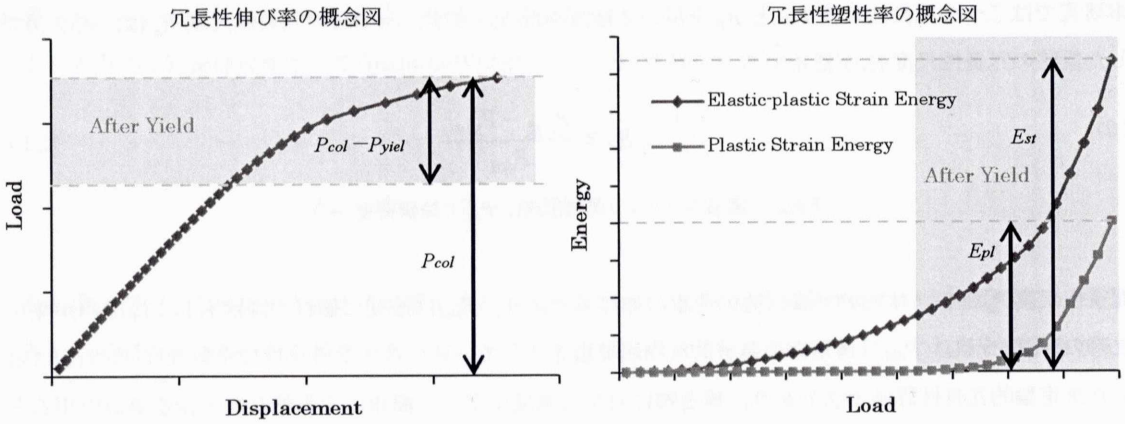


図 2.13: 冗長性伸び率と冗長性塑性率の概念図

2.4　非線形問題

2.4.1　非線形解析

構造物に線形解析を行うというのは，変位と荷重が比例関係であるという仮定の下で解析を行う事を意味する。このような仮定は載荷される荷重に対して材料の応力-歪関係が線形で，荷重が構造物の剛性に比べて比較的小さく，生じる変位も微小である事から，幾何学的変形を無視できる場合に対して適用可能である。通常の多くの構造物の場合は線形仮定を前提に解析を行うが，大空間構造や橋梁のように大変形が予測される場合や応力が許容値を超える恐れのある場合には必ず非線形解析を行う必要がある。

本研究で扱う非線形性は下記の二つに分ける事ができる。

一つ目は，構造物に比較的大きい荷重が載荷されて応力が大きくなると，部材の応力-歪関係が非線形に変わり構造物が非線形的挙動をするようになる，材料非線形性である。材料非線形の場合には，荷重の載荷方法と材料によって，様々な応力-歪関係が存在する。

二つ目は，構造物に比較的大きい変形が生じて幾何学的形態が変わり，歪-変位関係が非線形となる，幾何学的非線形性である。何学的非線形性を扱う場合，微小変形解析で無視した歪-変位関係の高次項を含んだ解析を行わなければならない。幾何学的非線形は材料が線形状態であっても生じる事が出来，変位が大きくなって構造物の座標が変化する場合や付加荷重が生じる場合には必ず考慮しなければならない。

これら二つの非線形性を同時に取り扱う解析を複合非線形解析と呼ぶ。

本研究では，形態創生に用いるため，出来るだけ複雑な計算を行わないように静的荷重増分解析を行った。以下に本研究で扱った非線形性の説明を行う。

2.4.2　材料非線形性

本研究では，崩壊荷重を求めるため，部材が降伏後の挙動を調べている。以下に本研究で考慮した材料非線形性について述べる。

今回用いた解析は，塑性ヒンジ法を用いた弾塑性増分解析である。外力を少しずつ増加させて，降伏した部材に塑性ヒンジを作り，要素剛性マトリクスを作り替える事によって解析を進め，骨組が崩壊したと見なされるまで繰り返し計算を行うというものである。応力-歪関係は完全弾塑性として扱った。

塑性ヒンジを表す要素剛性マトリクスの作成もいくつか方法があるが，今回用いたのは要素内に弾塑性バネを設け降伏したら逐次バネ剛性を変える方法にした。今回の場合は完全弾塑性型なので降伏したらバネ剛性を0にする事で塑性ヒンジを作っている。この方法であれば今後バイリニア型やトリリニア型にも発展可能であり採用した。

また，本来弾塑性解析では曲げモーメントの降伏条件式を用いて解析を行うが，今回はラチスシェル構造物を扱う事もあり，軸力の座屈後，引張降伏後の挙動も追跡したかったので軸力の降伏条件式も取り入れた。ただし，曲げや引張であれば完全弾塑性型でも良いが，圧縮については冗長性を考える上で座屈現象は座屈後に耐力が低下するので，無視できないと考え，図2.14のような応力-歪関係で座屈後の挙動を追った。

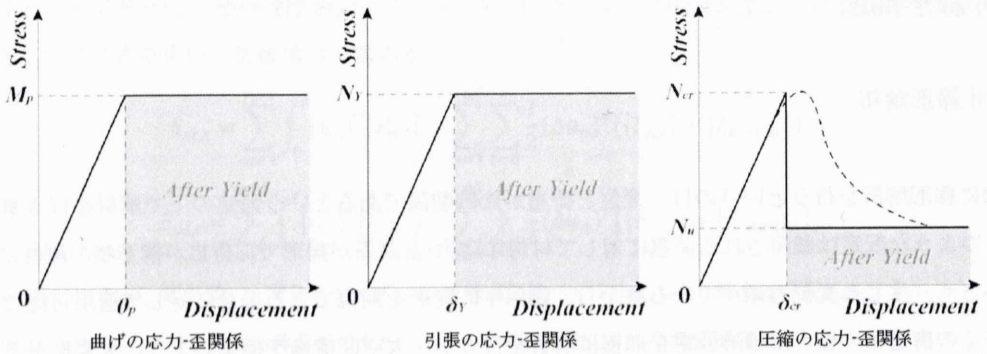


図 2.14: 応力-歪関係

図からも分かるように，圧縮の応力-歪関係では座屈後，安定耐力 N_u まで耐力が低下する。実際には図の点線のような挙動を示すが，解析では簡単に扱うために図の実線の挙動で解析を行っている。

降伏条件式 (Yield Criterion)

本研究で使用する断面は鋼管なので，円形中空断面の全塑性モーメントから曲げモーメントの降伏条件式を導く。また二軸曲げを考慮し，円形中空断面は全塑性モーメントに方向性がないため円の方程式としている。

$$\Phi = \sqrt{\left(\frac{M_y}{M_{pc}}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_{pc}}\right)^2} - 1 \tag{2.15}$$

Φ: 降伏関数，M_{pc}: 軸力を考慮した全塑性モーメント

降伏関数 Φ は 0 以上となった場合に降伏と見なす。なお，この関数では捩りモーメントによる寄与は小さいものとして無視している。鋼管を薄肉の円形中空断面と見なした場合，軸力 N を考慮した全塑性モーメント M_{pc} は次式から求められる。なお，次式は塑性設計指針[20]から参照している。

$$M_{pc} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N}{N_Y}\right) \cdot M_p \tag{2.16}$$

この時，全塑性モーメント M_p と降伏軸力 N_Y は以下の通りである。

$$M_p = 4 \cdot {R_m}^2 \cdot t \cdot \sigma_Y \tag{2.17}$$

$$N_Y = A \cdot \sigma_Y \tag{2.18}$$

σ_Y: 降伏応力度，A: 断面積，R_m: 厚み中心における半径，t: 厚み

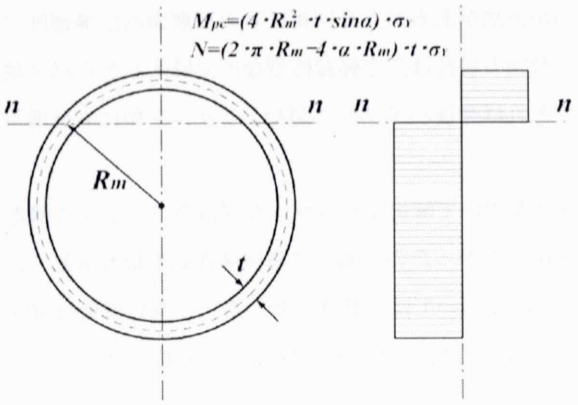


図 2.15: 鋼管の全塑性モーメントに及ぼす軸力の影響

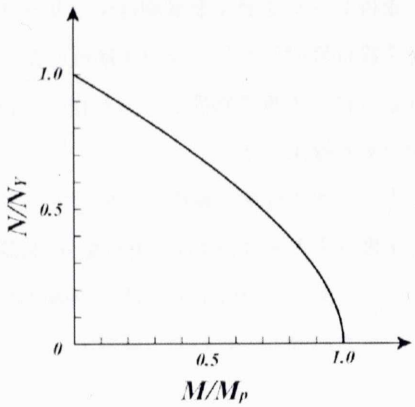


図 2.16: 鋼管の M-N 相関関係

次に，円形中空断面の軸力の降伏条件式を導く。引張の降伏条件式は以下の通りである。

$$\Phi_t = \left(\frac{N}{N_y}\right)^2 - 1 \tag{2.19}$$

Φ_t: 引張の降伏関数，N_Y: 降伏軸力

圧縮の降伏(座屈)条件式は，中心圧縮柱の座屈強度を用いて，以下の通りである。

$$\Phi_c = \left(\frac{N}{N_{cr}}\right)^2 - 1 \tag{2.20}$$

Φ_c: 圧縮の降伏関数，N_{cr}: 中心圧縮柱の座屈強度

理想中心圧縮柱の弾性座屈強度はオイラー座屈強度式から与えられるが，座屈現象は構造物の崩壊に及ぼす影響が大きいため，実際の部材に見られる元たわみ，残留応力などの不可避の欠陥を評価に含めた(安全率が含まれた)耐力とするのが合理的である。本研究では塑性設計指針[20]に掲載されている座屈強度式を採用した。SN400 材の中心圧縮柱の座屈強度 N_{cr} は，次式から求められる。

$$\begin{aligned} 0 \le \lambda \le 30 \quad &\text{の場合} \quad N_{cr} = N_Y \\ 30 < \lambda \le 120 \quad &\text{の場合} \quad N_{cr} = (1.0 - 0.006 \cdot (\lambda - 30)) \cdot N_Y \\ 120 < \lambda \quad &\text{の場合} \quad N_{cr} = N_E / 1.3 \end{aligned} \tag{2.21}$$

N_Y: 降伏軸力，N_E: オイラー座屈

座屈後安定耐力

先に述べたように，座屈した圧縮材は耐力が低下する。ただし，耐力低下は徐々に緩慢になり，やがてある一定値に漸近するような応力-歪関係を示す(図 2.14)。座屈して耐力低下が始まる変形は，引張材や曲げ材が終局耐力に達する時の変形に比べて小さいので，圧縮材を含む構造物の終局耐力を評価する際には，圧縮材の座屈後の耐力低下を考慮に入れておく必要がある。座屈してほぼ一定値と見なせる値に漸近した耐力を座屈後安定耐力と言い，N_u で表す。この耐力式についてはいくつかの提案があるが，本研究では建築鋼構造-その理論と設計-[15]に掲載されている耐力式を採用した。

$$N_u = 1/\sqrt{1 + 0.005\lambda^2} \cdot N_Y \tag{2.22}$$

λ: 細長比(l_k/i)

弾塑性バネを設けた要素剛性マトリクス

要素の塑性化を表すために，剛性低下するバネを有する要素の剛性マトリクスを導く。塑性化の多くは，部材端部の曲げモーメントによって生じる。このような場合，要素の両端に回転バネを有する要素を用いる。また，本研究では軸力降伏も再現するために並進バネも含めた要素で解析を行った。

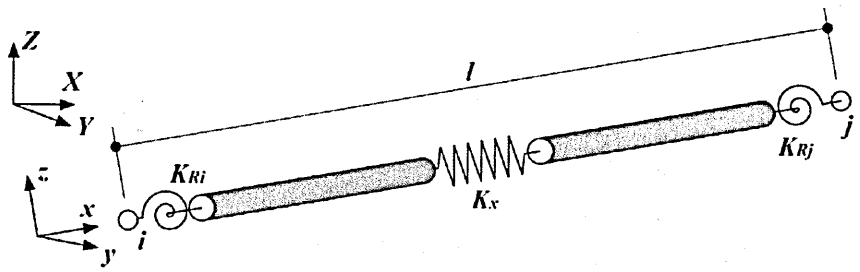


図 2.17: 弾塑性バネを有する要素

図2.17に示すように，両端にバネ剛性K_{ri}，K_{rj}の回転バネと中に並進バネを有するものとする。ここでZ軸まわりの回転バネ剛性を表すと以下のようになる。なお，回転バネの長さは0とし，回転バネ剛性は次式のように剛性パラメータλを使い，$0 \le \lambda \le 1$で与えるものとする。

$$K_{Ri} = \frac{\lambda_i}{1-\lambda_i}\frac{6EI_z}{l} \quad , \quad K_{Rj} = \frac{\lambda_j}{1-\lambda_j}\frac{6EI_z}{l} \tag{2.23}$$

この時，λ=0の場合に回転バネ剛性は0となり，λ=1の場合に回転バネ剛性は∞となる。したがって，λ=1の場合は剛接合，λ=0の場合はピン接合，その間では半剛接合となる。並進バネについても，長さは0とし，剛性パラメータλ_xを使い，$0 \le \lambda_x \le 1$で与えるものとする。

次式に3次元梁要素の回転バネと並進バネを入れた要素剛性マトリクスを示す。また，要素座標系は図2.17に示す座標系を用いている。

$$\{F\} = [K_e]\{D\} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned} \{F\} &= \{P_{xi} \quad Q_{yi} \quad Q_{zi} \quad M_{xi} \quad M_{yi} \quad M_{zi} \quad P_{xj} \quad Q_{yj} \quad Q_{zj} \quad M_{xj} \quad M_{yj} \quad M_{zj}\} \\ \{D\} &= \{u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi} \quad \theta_{zi} \quad u_j \quad v_j \quad w_j \quad \theta_{xj} \quad \theta_{yj} \quad \theta_{zj}\} \end{aligned} \tag{2.25}$$

$$[K_e] = \begin{bmatrix}
\frac{EA}{l}\lambda_x & & & & & & & & & & & \\
0 & \frac{12EI_z}{l^3}\lambda_{b1} & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3}\lambda_{b1} & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & \frac{GK}{l} & & & & & sym. & & & \\
0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2}\lambda_{b2} & 0 & \frac{4EI_y}{l}\lambda_{b4} & & & & & & & \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2}\lambda_{b2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l}\lambda_{b4} & & & & & & \\
-\frac{EA}{l}\lambda_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l}\lambda_x & & & & & \\
0 & -\frac{12EI_z}{l^3}\lambda_{b1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2}\lambda_{b2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3}\lambda_{b1} & & & & \\
0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3}\lambda_{b1} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2}\lambda_{b2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3}\lambda_{b1} & & & \\
0 & 0 & 0 & -\frac{GK}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GK}{l} & & \\
0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2}\lambda_{b3} & 0 & \frac{2EI_y}{l}\lambda_{b6} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2}\lambda_{b3} & 0 & \frac{4EI_y}{l}\lambda_{b5} & \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2}\lambda_{b3} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l}\lambda_{b6} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2}\lambda_{b3} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l}\lambda_{b5}
\end{bmatrix} \tag{2.26}$$

ここで，

$$\begin{aligned} \lambda_{b1} &= \frac{\lambda_i + \lambda_j + 4\cdot\lambda_i\cdot\lambda_j}{1+\lambda_i+\lambda_j}, \quad \lambda_{b2} = \frac{\lambda_i\cdot(1+2\cdot\lambda_j)}{1+\lambda_i+\lambda_j}, \quad \lambda_{b3} = \frac{\lambda_j\cdot(1+2\cdot\lambda_i)}{1+\lambda_i+\lambda_j} \\ \lambda_{b4} &= \frac{3\cdot\lambda_i\cdot(1+\lambda_j)}{2\cdot(1+\lambda_i+\lambda_j)}, \quad \lambda_{b5} = \frac{3\cdot\lambda_j\cdot(1+\lambda_i)}{2\cdot(1+\lambda_i+\lambda_j)}, \quad \lambda_{b6} = \frac{3\cdot\lambda_i\cdot\lambda_j}{1+\lambda_i+\lambda_j} \end{aligned} \tag{2.27}$$

λ_x: 並進バネ剛性パラメータ，λ_i: i端回転バネ剛性パラメータ，λ_j: j端回転バネ剛性パラメータ

E: ヤング係数，G: せん断弾性係数，l: 要素長さ，A: 断面積，I_y, I_z: 断面二次モーメント，K: 捩り定数

2.4.3　幾何学的非線形性

本研究では，大変形や全体座屈等が予想される形態の崩壊荷重を求める際，幾何学的非線形性を考慮している。特に形状を変数とした形態創生の場合には，形態によって幾何学的非線形性の高い解が出る可能性がある。以下に幾何学的非線形性について簡単に述べる。

幾何学的非線形を考慮するには増分理論を適用し，ある荷重レベルまで荷重をかけた段階を基準段階（tステップ)とし，さらに荷重レベルが増加した状態（t+1 ステップ)を考える。基準となる tステップの釣合い状態は既に十分な精度で求められているとすれば，tステップから t+1 ステップへの移行する段階の平衡方程式は以下のようにテイラー展開を用いて線形化される。

$$R(u_t)+\frac{\partial R(u_t)}{\partial u}\Delta u+\cdots-(f_t+\Delta f)=0 \tag{2.28}$$

R: 内力ベクトル，u: 変位ベクトル，f: 荷重ベクトル

$\Delta()$は tから t+1 ステップ間での増分量を表す。上式を次のように書き改める。

$$\Delta f+f_t-R(u_t)=\frac{\partial R(u_t)}{\partial u}\Delta u+\cdots \tag{2.29}$$

ここで，tステップでは内力ベクトルRと荷重ベクトルfが釣合っているという条件，

$$f_t-R(u_t)=0 \tag{2.30}$$

を考慮し，さらに変位ベクトルuが微小であると仮定すれば，変位ベクトルuに関する二次以降の高次項を省略し，マトリクス計算に置き換えると次式のような線形方程式が得られる。

$$\{\Delta F\}=[K_T]\{\Delta u\} \qquad ここで, K_T=\frac{\partial R(u_t)}{\partial u} \tag{2.31}$$

ここで，$\{\Delta F\}$と$\{\Delta u\}$は節点における力と変位の増分マトリクスであり，$[K_T]$は接線剛性マトリクスと呼ばれ，幾何学的関係と共に変化する。接線剛性マトリクス$[K_T]$は，二つのマトリクスの和として表される。

$$[K_T]=[K_e]+[K_g] \tag{2.32}$$

ここで，$[K_e]$は要素の弾性剛性マトリクスであり，$[K_g]$は幾何剛性マトリクスである。$[K_g]$は，構造物における変形後の幾何学的寸法と要素に生じる応力の関数で表される。変位は，節点の位置を変化させるため，$[K_e]$も解析中に変化する。

即ち，幾何学非線形解析は簡潔に述べると，接線剛性マトリクスを求め，増分荷重をかけ，変位と応力を求め，再び接線剛性マトリクスを求める事を繰り返すだけである。ただし，変位と応力が変わる度に接線剛性マトリクスは変わるので，これをただ繰り返すだけでは常に僅かな誤差を生じてくる。この誤差は累積していき大きくなると解析の精度が失われる。誤差をなくすためには反復計算のような誤差を小さくする作業が必要である。

式(2.32)で示したように接線剛性マトリクスを求めるためには，幾何剛性マトリクスが必要である。幾何剛性マトリクス$[K_g]$は仮想仕事の原理を用いて求める事が出来る。次式に 3 次元梁要素の幾何剛性マトリクス$[K_g]$を示す。要素座標系は図 2.17 に示す座標系を用いている。ここで，P_xは部材に発生している軸力，M_{yi}，M_{zi}は i 端に生じている曲げモーメント，M_{yj}，M_{zj}は j 端に生じている曲げモーメントである。

$$
[K_g]=\begin{bmatrix}
\frac{P_x}{l} & & & & & & & & & & & & \\
0 & \frac{12P_xI_z}{Al^3}+\frac{6P_x}{5l} & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & \frac{12P_xI_y}{Al^3}+\frac{6P_x}{5l} & & & & & & & & & & \\
0 & \frac{M_{zl}}{l} & \frac{M_{yl}}{l} & \frac{P_x(I_y+I_z)}{Al} & & & & & & & & & \\
-\frac{M_{zl}}{l} & 0 & -\frac{6P_xI_y}{Al^2}-\frac{P_x}{10} & \frac{M_{yl}+M_{yl}}{l} & \frac{4P_xI_y}{Al}+\frac{2P_xl}{15} & & & & & & & & \\
-\frac{M_{yl}}{l} & \frac{6P_xI_z}{Al^2}+\frac{P_x}{10} & 0 & -\frac{M_{zl}+M_{zl}}{l} & 0 & \frac{4P_xI_z}{Al}+\frac{2P_xl}{15} & & & & & & & \\
-\frac{P_x}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{M_{zl}}{l} & \frac{M_{yl}}{l} & \frac{P_x}{l} & & & & & & \\
0 & -\frac{12P_xI_z}{Al^3}-\frac{6P_x}{5l} & 0 & -\frac{M_{zl}}{l} & 0 & -\frac{6P_xI_z}{Al^2}-\frac{P_x}{10} & 0 & \frac{12P_xI_z}{Al^3}+\frac{6P_x}{5l} & & & & & \\
0 & 0 & -\frac{12P_xI_y}{Al^3}-\frac{6P_x}{5l} & -\frac{M_{yl}}{l} & \frac{6P_xI_y}{Al^2}+\frac{P_x}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{12P_xI_y}{Al^3}+\frac{6P_x}{5l} & & & & \\
0 & \frac{M_{zl}}{l} & \frac{M_{yl}}{l} & -\frac{P_x(I_y+I_z)}{Al} & -\frac{M_{yl}+M_{yl}}{l} & \frac{M_{zl}+M_{zl}}{l} & 0 & -\frac{M_{zl}}{l} & -\frac{M_{yl}}{l} & \frac{P_x(I_y+I_z)}{Al} & & & \\
-\frac{M_{zl}}{l} & 0 & -\frac{6P_xI_y}{Al^2}-\frac{P_x}{10} & -\frac{M_{yl}+M_{yl}}{l} & \frac{2P_xI_y}{Al}-\frac{P_xl}{30} & 0 & \frac{M_{zl}}{l} & 0 & \frac{6P_xI_y}{Al^2}+\frac{P_x}{10} & \frac{M_{yl}+M_{yl}}{l} & \frac{4P_xI_y}{Al}+\frac{2P_xl}{15} & & \\
-\frac{M_{yl}}{l} & \frac{6P_xI_z}{Al^2}+\frac{P_x}{10} & 0 & \frac{M_{zl}+M_{zl}}{l} & 0 & \frac{2P_xI_z}{Al}-\frac{P_xl}{30} & \frac{M_{yl}}{l} & -\frac{6P_xI_z}{Al^2}-\frac{P_x}{10} & 0 & -\frac{M_{zl}+M_{zl}}{l} & 0 & \frac{4P_xI_z}{Al}+\frac{2P_xl}{15} &
\end{bmatrix}
$$

(2.33)

また，以下に増分反復解法での幾何学的非線形解析の流れを示す。

(1) 弾性剛性マトリクス$[K_e]$，幾何剛性マトリクス$[K_g]$を作成し，接線剛性マトリクス$[K_T]$の作成

(2) 増分荷重$\{\Delta F\}$をかけ，増分変位$\{\Delta u\}$の計算

（ア）増分要素材端力の計算

（イ）材端力・座標・方向余弦の更新

（ウ）不平衡力の計算

（エ） $[K_e]$と$[K_g]$を更新し，$[K_T]$の作成

(3) 収束計算

収束していれば(2)へ，収束していなければ不平衡力をかけ，増分変位の計算(ア)へ

終了条件を満たすまで増分解析を行う。

2.4.4 増分反復法

材料非線形や幾何学非線形の問題では，構成方程式や問題の支配方程式を増分形に記述して解く増分解法が，現在では主流を占めるに至っている。各増分区間において方程式を線形とすれば，非線形問題の解析は，線形解析の繰り返しに過ぎないものとなる。

しかし，荷重を増分し，式(2.31)のような線形方程式を解いて，得られた近似解をそのまま増分間における解としても，非線形性が強い場合には累積誤差が大きくなる。このような場合には，増分区間を小さくする事によって精度を上げる事が考えられるが，増分区間の縮小化は計算時間を著しく増大させるという実用上の問題点がある。そこで，一般的には，Newton-Raphson 法などを併用し，不平衡力が十分に小さくなるまで反復計算を行い，各平衡状態における収束解を求めてから次の増分ステップの計算に進む方法が採られる事が多い。

本研究でも，解析時間や汎用性を考慮し，Newton-Raphson 法を用いた増分反復法で解析を行っている。以下で Newton-Raphson 法と収束判定基準について説明を行う。

Newton-Raphson 法

非線形の平衡方程式は式(2.30)で示したが，一般的には次のように書ける。

$$\{G(u_t)\} = \{R(u_t)\} - \{F_t\} \tag{2.34}$$

$\{R\}$: 内力ベクトル，$\{F\}$: 荷重ベクトル，$\{u\}$: 変位ベクトル

ここで，$\{G\}$は不平衡力ベクトルである。$\{G\}$は本来，$\{0\}$になるべきベクトルであるが，高次項を無視したために生じる残差ベクトルである。すなわち，荷重ベクトル$\{F\}$に対し，不平衡力ベクトル$\{G\}$を$\{0\}$にするような変位ベクトル$\{u\}$を求める事が，反復計算の目的である。

次のような反復近似を考える。

$$\{G(u_{t+1}^{i+1})\} \fallingdotseq \{G(u_{t+1}^{i})\} + \left[\left(\frac{\partial G}{\partial u}\right)_{t+1}^{i}\right]\{\delta u_t\}^i = \{0\} \tag{2.35}$$

ここで，

$$\{u_{t+1}\}^1 = \{u_t\}, \quad \left[\frac{\partial G}{\partial u}\right] = \left[\frac{\partial F}{\partial u}\right] = [K_T] \tag{2.36}$$

である。すなわち i 回目の反復計算は次のようになる。

$$-\{G(u_{t+1}^{i})\} = [K_T]^i\{\delta u_{t+1}\}^i \tag{2.37}$$

これを繰り返すことにより，t+1 ステップの変位ベクトル$\{u\}$が次のように求まる。

$$\{u_{t+1}\}^{i+1} = \{u_t\} + \{\Delta u_t\}^i = \{u_{t+1}\}^i + \{\delta u_t\}^i \tag{2.38}$$

ただし，この方法では反復計算の度に$[K_T]$を何度も作り直さなければならない。

図 2.18 に Newton-Raphson 法の概念図を示す。

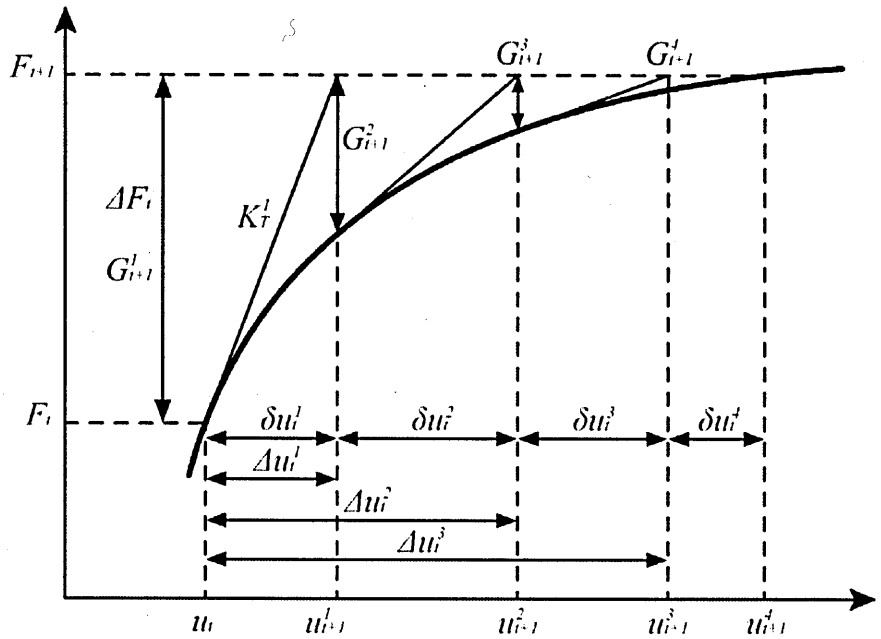


図 2.18: Newton-Raphson 法の概念図

収束判定基準

反復計算は次の条件を満足した段階で，得られた解が十分な精度に達したと判断し終了する。

$$\frac{\sqrt{\{G^i\}^T\{G^i\}}}{\sqrt{\{R(u_{i+1}^i)\}^T\{R(u_{i+1}^i)\}}} \leq Tolerance \tag{2.39}$$

式(2.39)は不平衡力ベクトルのノルムと内力ベクトルのノルムの比による判定条件である。なお，上式中の *Tolerance* は収束精度の許容値であり，通常 10^{-4} から 10^{-10} という値が用いられる。この値を大きくし過ぎると累積誤差が大きくなり，逆に必要以上に小さくすると反復回数が増え計算時間が増大する。本研究では，*Tolerance*=10^{-4} で解析を行っている。

2.5 結語

本章では，本論で検討していく形態創生を行うために必要な理論と，その定式を示した。また，それらに関連した既往研究の紹介を行った。

本章でのポイントをまとめると次のようになる。

1) 剛性と冗長性を多目的最適化問題として扱う。
2) 多様性のある Pareto 解集合を得るために，SPEA2 と並列化(重み付け島モデル)を用いている。
3) 冗長性とは「構造物に想定外の荷重がかかり，部材に損傷が発生したとしても，残りの部材で応力を負担する事で，瞬時に崩壊せず，一定期間構造を保つ事のできる能力」と定義する。
3) 冗長性とは建築において多義的な意味合いを持つ。
4) 冗長性尺度については，冗長性伸び率と冗長性塑性率について検討を行う。
5) 崩壊荷重を求める方法として非線形静的増分解析を用いる。
6) 大変形や全体座屈等が予想される形態の場合には幾何学的非線形性を考慮する。

第3章
形態創生

3.1　概説

本章では，剛性と冗長性を目的関数とした多目的最適化問題の定式化を行い，例題を示し，考察を行う。

第2章までに述べたように，冗長性の目的関数だけで最適化を行う事は，経済性の点からあまりにも不合理である。そのため冗長性を目的関数として最適化に用いる場合，力学的に合理性のある目的関数と共に多目的最適化問題として冗長性を扱うのが合理的である。剛性を表す目的関数として，歪エネルギーの最小化を用いて，二つの例題で形態創生を行った。例題には，自由曲面ラチスシェルを対象とし，それぞれの変数を部材断面のサイズ(例題1)と節点のZ座標(例題2)とし，検討を行った。

冗長性尺度については，冗長性伸び率と冗長性塑性率の二種類で検討を行い，考察する。

第3.2節では，適合度関数と多目的最適化問題を定式化する。

第3.3節では，例題1として歪エネルギーと冗長性を目的関数とし，部材断面のサイズを変数とした，多目的最適化問題を扱う。そして，荷重伝達経路を変える事で冗長性にどのような変化があるか検証を行う。

第3.3節では，例題2として歪エネルギーと冗長性を目的関数とし，節点のZ座標を変数とした，多目的最適化問題を扱う。そして，形状によって冗長性にどのような変化があるか検証を行う。

第3.5節では，本章における結語を述べる。

3.2 適合度関数と多目的最適化問題の定式化

本論では目的関数を，力学的な合理性を表す歪エネルギーと構造物の余裕度を表す冗長性の二つの目的関数により形態創生を行う。以下で適合度関数の定式化を行っていく。

まずは，歪エネルギーの定式化を行う。歪エネルギーE_sは次式から求める。

$$E_s = \sum_{n=1}^{nod} \int \{u_n\}^T \{F_n\} = \sum_{n=1}^{nod} \frac{1}{2} \{u_n\}^T \{F_n\} \tag{3.1}$$

u_n: n 節点変位ベクトル　F_n: n 節点荷重ベクトル　nod: 節点数

本論での歪エネルギーは，節点の変位ベクトルと荷重ベクトルから求められ，全ての節点の合計を構造物に蓄えられている歪エネルギーとする。なお，本研究では同時に非線形増分解析を行っているが，歪エネルギーを求める際には弾性状態のモデルに一定の荷重をかけて，線形解析から求めている。

次に，二種類の冗長性尺度の定式化を行う。第2章で冗長性尺度の求め方は示したが，確認のためもう一度示す。冗長性伸び率R_Aは，次式のように最初に降伏した時の荷重と構造物が崩壊した時の荷重から求める。

$$R_A = \frac{P_{col} - P_{yiel}}{P_{col}} \qquad (0 \le R_A \le 1) \tag{2.9'}$$

P_{col} ：構造システムの崩壊荷重　　P_{yiel}：降伏荷重

また，冗長性塑性率R_Bは次式のように塑性履歴消費エネルギーと弾塑性歪エネルギーから求まる。

$$R_B = \frac{E_{pl}}{E_{st}} \qquad (0 \le R_B \le 1) \tag{2.12'}$$

E_{pl} ：塑性履歴消費エネルギー　　E_{st}：弾塑性歪エネルギー

よって，設計変数ϕ_1を部材断面性能ベクトルとし，設計変数ϕ_2を節点位置ベクトルとすると，本研究で行う歪エネルギーと冗長性を目的関数とした多目的最適化問題は次のように帰着される。

例題1A　$$minimize \quad f(\phi) = \begin{cases} f_1(\phi_1) = E_s(\phi_1) \\ f_2(\phi_1) = 1 - R_A(\phi_1) \end{cases} \tag{3.2}$$

例題1B　$$minimize \quad f(\phi) = \begin{cases} f_1(\phi_1) = E_s(\phi_1) \\ f_2(\phi_1) = 1 - R_B(\phi_1) \end{cases} \tag{3.3}$$

例題2A　$$minimize \quad f(\phi) = \begin{cases} f_1(\phi_2) = E_s(\phi_2) \\ f_2(\phi_2) = 1 - R_A(\phi_2) \end{cases} \tag{3.4}$$

例題2B　$$minimize \quad f(\phi) = \begin{cases} f_1(\phi_2) = E_s(\phi_2) \\ f_2(\phi_2) = 1 - R_B(\phi_2) \end{cases} \tag{3.5}$$

崩壊条件

本研究では崩壊形を決める際の崩壊条件として次の三つの条件を設けている。

$$Condition\ of\ collapse: \begin{cases} R_m \geq \dfrac{1}{20} \quad (m = 1,2,\cdots,nel) \\ Instability\ structure \\ Not\ satisfy\ convergence\ criterion\ of\ Newton's\ method \end{cases} \tag{3.5}$$

R_m: m 部材変形角　nel: 部材数

一つ目の条件は部材の変形角の制約，二つ目は不安定構造，三つ目は反復限界回数を超えても収束条件を満たさない場合の三つの条件である。この三つの条件の内，一つでも満たせばその構造物の崩壊と見なす。なお，エネルギーを求める際に考慮する増分ステップは，崩壊条件を満たした増分ステップまでではなく，一つ前の増分ステップまでとする。これは，崩壊条件を満たした増分ステップのエネルギー値は信頼性に欠けるからである。

3.3 例題 1: 断面サイズを変数とした自由曲面ラチスシュル

3.3.1 解析概要

本節では，歪エネルギーと冗長性を目的関数とし，部材断面のサイズを変数とした，多目的最適化問題を扱う。先に述べたように，冗長性尺度については 2 種類の検討を行うので，冗長性伸び率を目的関数としている問題を例題 1A とし，冗長性塑性率を目的関数としている問題を例題 1B とする。なお，GA 解析の収束性向上，Pareto 解集団傾向の考察の為，特に制約条件は設けていない。

簡単にまとめた解析概要を表 3.1 に示す。

解析モデル

本節で扱う解析モデルとして，正方形平面，スパン 20m×20m，支持条件は周辺ピン支持，剛接合の自由曲面単層ラチスシェルを想定している。部材の接合はスパンを 8 分割した点を節点として剛接合し，節点以外で交差して見える部材は接合されていないものとした。曲面形状は，平板の 3 次振動モード形状とし，ライズを±2m とした。(図 3.1)

本例題では，幾何学的非線形性は考慮しない。それは，3 次振動モードという形状は比較的に材料非線形性が強いからである。参考のために，φ144.3×4.5 の鋼管を用い，断面を一様とした 3 次振動モードモデルを幾何学的非線形解析と材料非線形解析でそれぞれ行った結果を図 3.2 に示す。幾何学的非線形解析に比べ，材料非線形解析では比較的早い段階で非線形性が表れる。よって，3 次振動モードモデルは幾何学的非線形性が比較的低いと判断できる。また，幾何学的非線形性を考慮した場合，反復計算の度に剛性マトリクスを作り直す必要があるが，もし材料非線形性だけならば，降伏した場合にのみ剛性マトリクスを作り直せばいいので，解析時間が短縮できる。

部材断面については，SN400 材の鋼管とし，使用される部材断面の諸元を表 3.3 に示す。本例題では，表の 4 種類の鋼管断面の中から選択をする事とした。なお，部材の座屈長さは面外方向の固定度は低いと考え，接合条件に関係なく全て部材長とした。

荷重条件

荷重は拘束されていない全ての節点に等しく鉛直下向き集中荷重をかけている。増分荷重に関しては，節点荷重を 2kN ずつ増加させている。歪エネルギーの計算は，10kN の節点荷重をかけた状態で行った。

GA 条件

本例題では，断面選択の際に最適解の収束性向上のため対称性を考慮している。図 3.1 の鳥瞰図で色のついた 1/4 の部分で断面選択を行い，対称な部材に反映させ，組合せ数を減少させている。再生(淘汰)はトーナメント戦略，交叉は一様交叉，突然変異は多点突然変異とし，世代数を 1000 世代で最適化を行った。また，個体遺伝子の配列には 2 進コードではなく Gray コード[37]を用い，本例題では遺伝子長を 152bit とした。よって，断面選択の組み合せ数は $2^{152} \fallingdotseq 5.7 \times 10^{45}$ 通りである。GA のパラメーターを表 3.2 に示す。

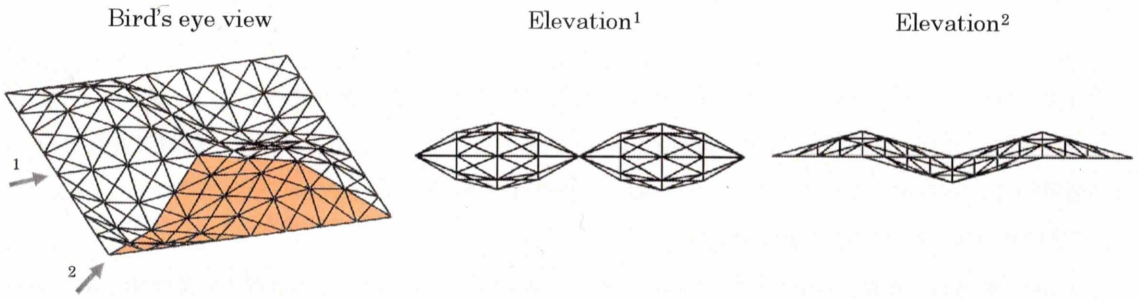


図 3.1: 解析モデルの形状

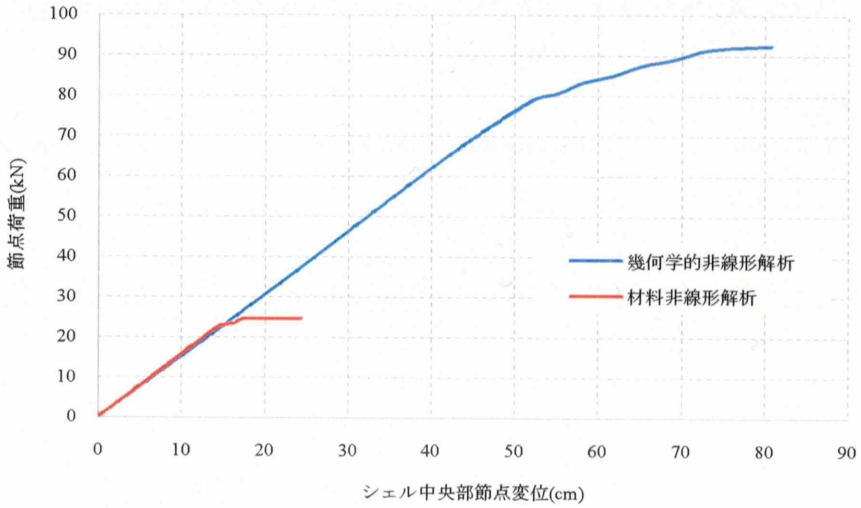


図 3.2: 幾何学的非線形解析と材料非線形解析での比較

表 3.1: 解析概要

形状	正方形平面20m×20m　ライズ±2m
支持、接合条件	周辺ピン支持　剛接合
荷重条件	鉛直等節点荷重(増分-2kN, 線形-10kN)
変域	断面サイズ4種類
鋼材緒元	$E=2.05\times10^5 N/mm^2$, $\nu=0.3$ $G=7.94\times10^4 N/mm^2$, $\sigma_y=235 N/mm^2$

E:ヤング係数,　ν:ポアソン比,　G:せん断弾性係数,　σ_y:降伏応力度

表 3.2: GA パラメーター

母集団個体数	90
Pareto解個体数	30
交叉率	95%
突然変異率	0.5~5%
世代数	1000
個体遺伝子長	152bit

表 3.3: 断面諸元

No.	$\varphi(mm)$	$t(mm)$	$W(kg/m)$	$A(cm^2)$	$I(cm^4)$	$i(cm)$	$Zp(cm^3)$
1	114.3	4.5	12.2	15.52	234	3.89	54.3
2	139.8	4.5	15.0	19.13	438	4.79	82.4
3	165.2	5.0	19.8	25.16	808	5.67	128.3
4	165.2	6.0	23.6	30.01	952	5.63	152.1

φ:直径,　t:厚み,　W:長さ当り重量,　A:断面積,　I:断面二次モーメント,　i:断面半径,　Zp:全塑性断面係数

3.3.2 例題1A結果と考察 (変数：断面サイズ，目的関数：歪エネルギーと冗長性伸び率)

例題1Aで得られた近似Pareto個体の断面配置図を図3.3に示す。色は断面番号を表し，表3.3で示した断面番号で表す。また，目的関数空間での近似Pareto個体の存在位置を図3.4に示す。なお，近似Pareto個体の番号は歪エネルギーの小さいものから，即ち冗長性伸び率の小さいものから順に若くなっている。図3.4は冗長性伸び率の他に冗長性塑性率も示している。

近似Pareto個体群が綺麗な曲線を描いていない原因で考えられるものは，目的関数の冗長性伸び率が連続性のない関数であり解の集合がきれいな形を形成しない事，また，連続性のない事によって解の探索があまり上手く収束していない事が考えられる。冗長性伸び率は一つの断面サイズが変更されるだけでも荷重伝達経路が変わり，大きく変動するので，GAの積木仮説[7]が成立しなく，ランダム探索のようになっていて収束が難しい可能性が考えられる。

得られた近似Pareto個体から六つの代表個体を選び，図3.6に示す。また代表個体の荷重-変位曲線を図3.5に示す。図3.5は，縦軸を節点荷重とし，横軸に拘束されていない節点の平均変位としている。また，◆は，最初に降伏し始める荷重点を表している。図3.7には代表個体の崩壊プロセスの一部を示す。また，図3.8～3.11には，鉛直節点荷重10kNをかけた状態の線形解析の結果で，それぞれ変位図，軸応力度図，面内曲げ応力度図，面外曲げ応力度図を示す。なお，変位図と曲げ応力度図に関しては見やすいよう，数値をスカラー量にしている。

図3.6に示す代表個体の特徴として，歪エネルギーが小さい個体1では，断面の大きなNo.4の部材がほとんどを占めている。図3.7の崩壊プロセスを見ると個体1は山と谷の部分が降伏すると全体崩壊につながり，進行性崩壊をする事が分かる。冗長性伸び率の高い個体30では，3次振動モード形状の山の中央部と谷の中央部と谷と谷を結ぶ部分で断面の小さなNo.1の部材が使われている事が分かる。実際に崩壊プロセスで，断面の小さな部材付近からじわじわと降伏している事が分かる。図3.9の軸応力度図から，3次振動モード形状は山のアーチ部分と谷の吊りアーチ部分で変形を抑えている事が分かる。個体30は軸応力度の大きい部分に断面の小さな部材を持ってくる事で，先に降伏させ，山と谷の部分の負担を軽減している。

図3.5の荷重-変位曲線を見ると，冗長性の小さな個体1,7に比べ，個体24,30の方が降伏後の荷重の伸びと変形能力が高い事が分かる。第2章でも述べたように，荷重の伸びがあると瞬時に崩壊せず，一定期間構造を保つ事ができる。また，降伏後の変形能力が高いと塑性化によるエネルギー吸収が期待できる。しかし，個体19,24と比べて，冗長性伸び率はさほど変わらないのに，変形能力があまり良くない事が分かる。この事は，図3.4で冗長性伸び率ではあまり差がないのに対し，冗長性塑性率では大きく差を示している事にも反映されている。

また，荷重-変位曲線から，代表個体間で初期降伏荷重の変動はあるものの，弾性剛性や崩壊荷重の変動は少ない事が分かる。個体によっては，最も歪エネルギーが小さい個体1よりも崩壊荷重が大きい個体まである。剛性にあまり変動がない事は，図3.8の変位図で個体1に対し，個体2の最大変位が1.3倍程度しかない事からも分かる。また個体1よりも崩壊荷重が大きくなる個体がある理由として，荷重伝達経路が変わる事で決して損傷してはならない部材の負担が軽減されたためと考えられる。

図 3.3: 近似 Pareto 個体の断面配置図　(色は断面番号を表す)

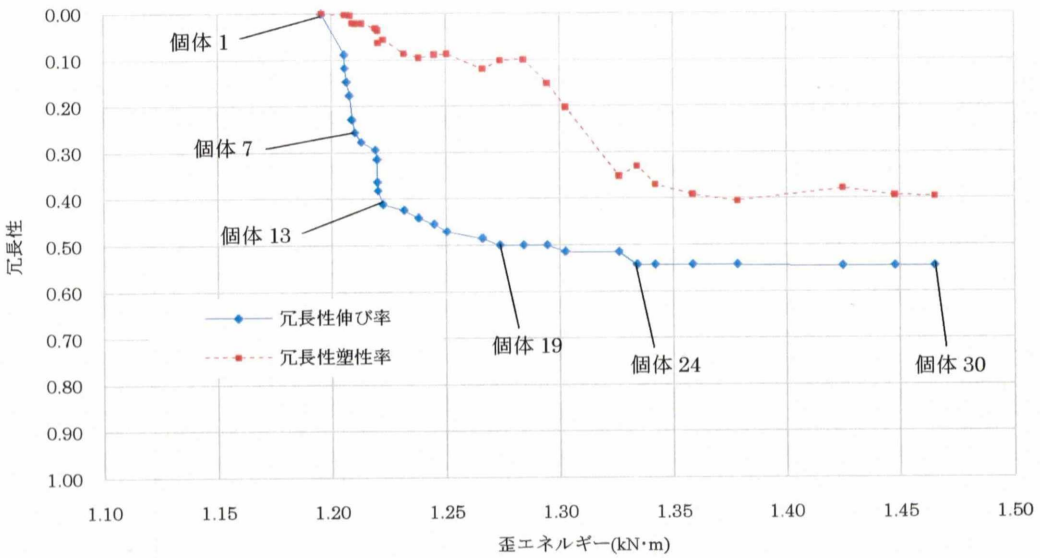


図 3.4: 近似 Pareto 個体の存在位置

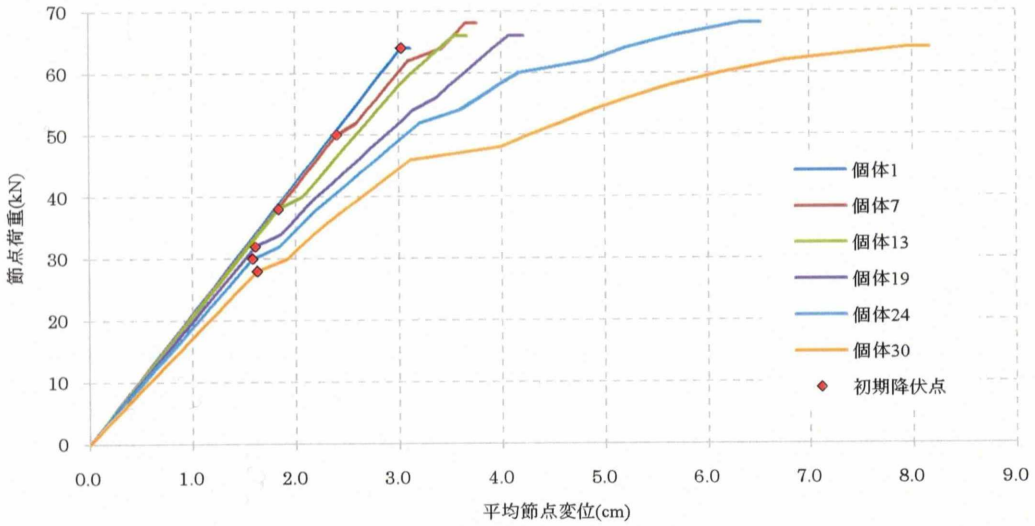


図 3.5: 代表個体の荷重·変位曲線

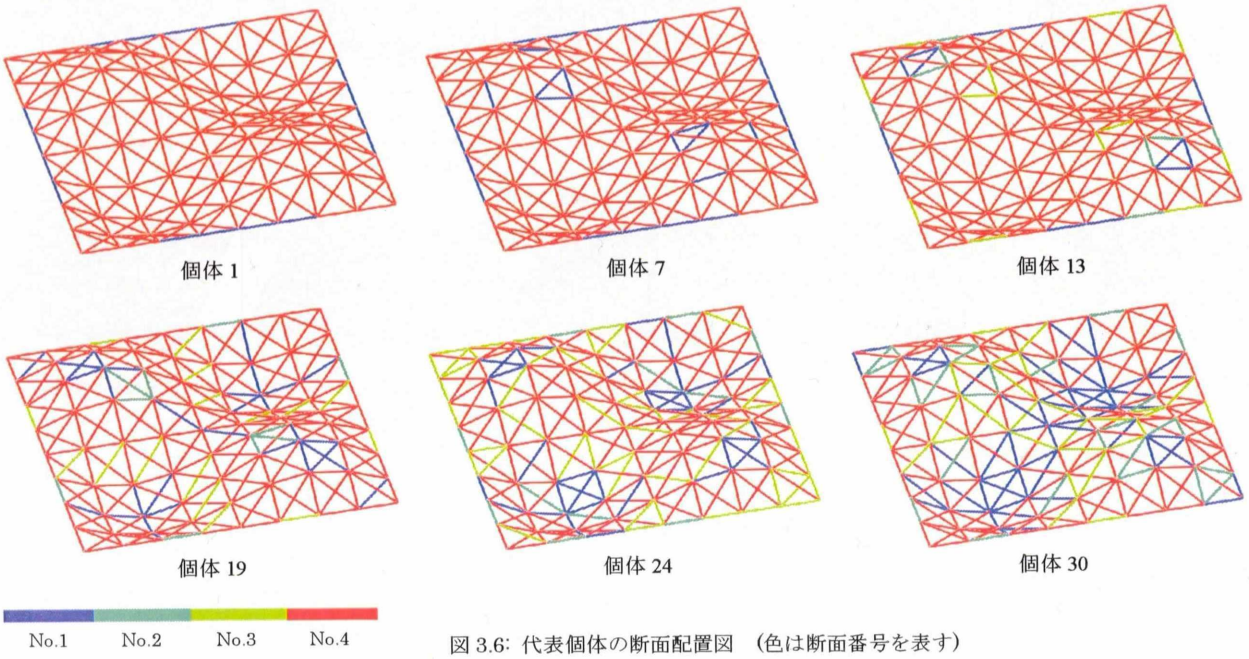


図 3.6: 代表個体の断面配置図 (色は断面番号を表す)

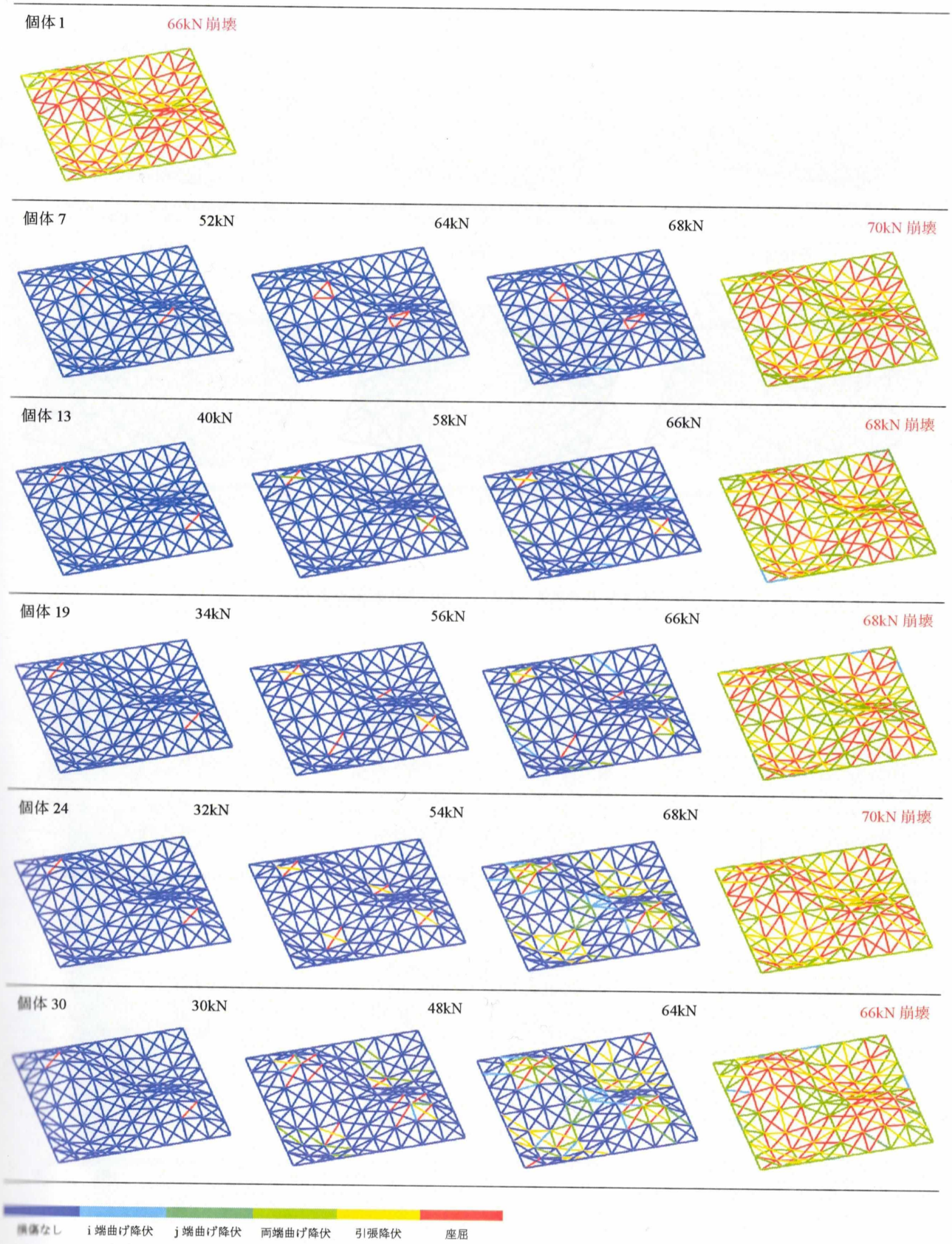


図 3.7: 代表個体の崩壊プロセス　(色は損傷状況を表す)

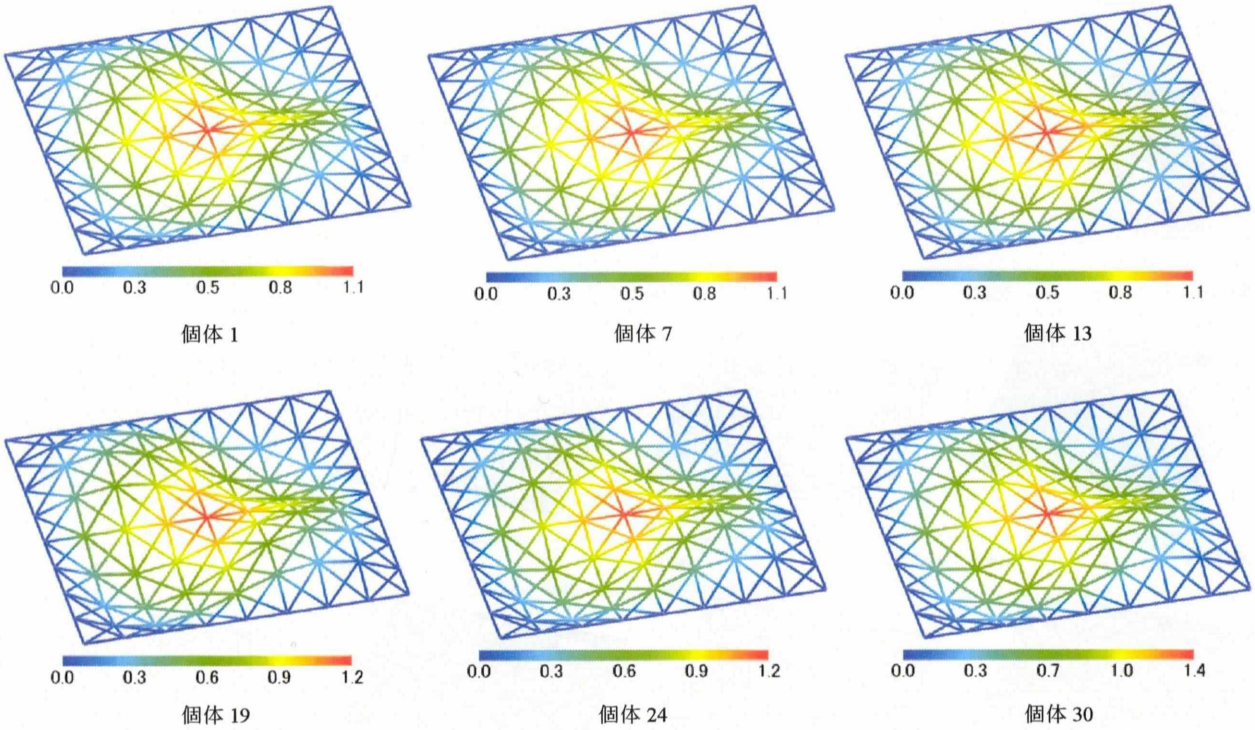


図 3.8: 代表個体の変位図 (色は変位量(cm)を表す)

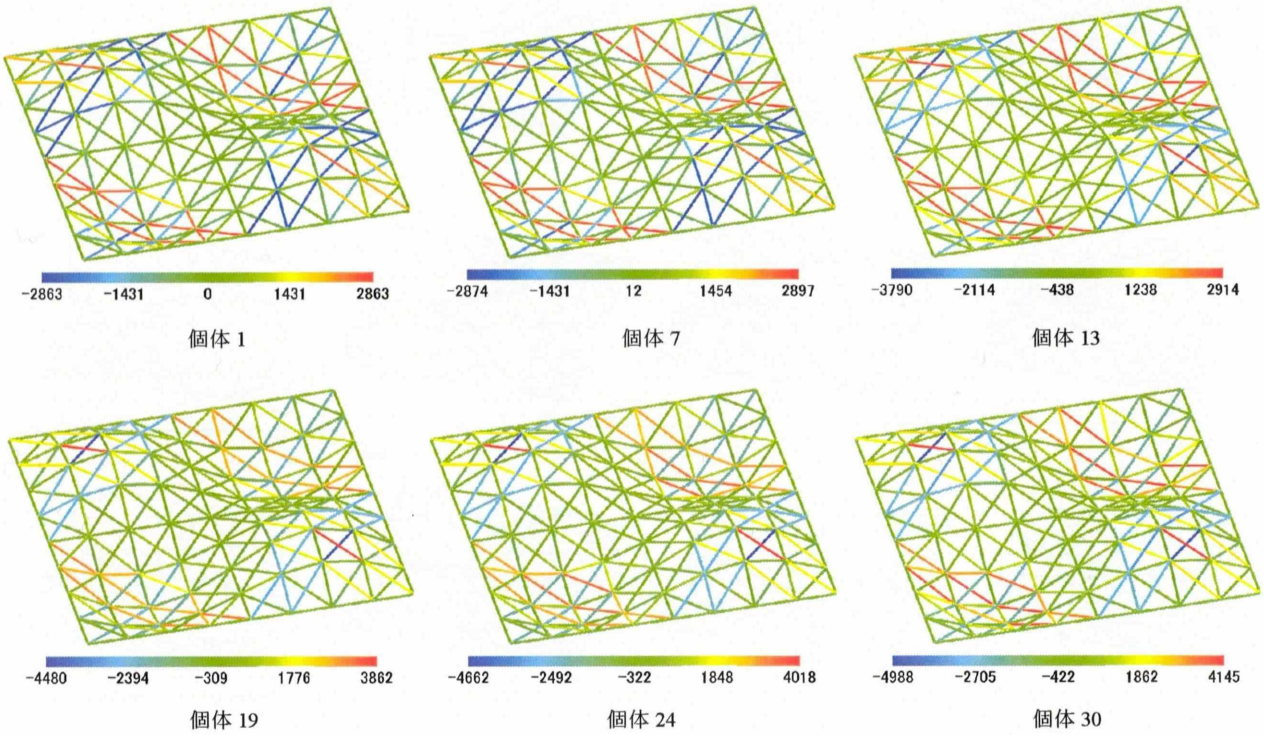


図 3.9: 代表個体の軸応力度図 (色は N_x/A (N/cm^2)を表す)

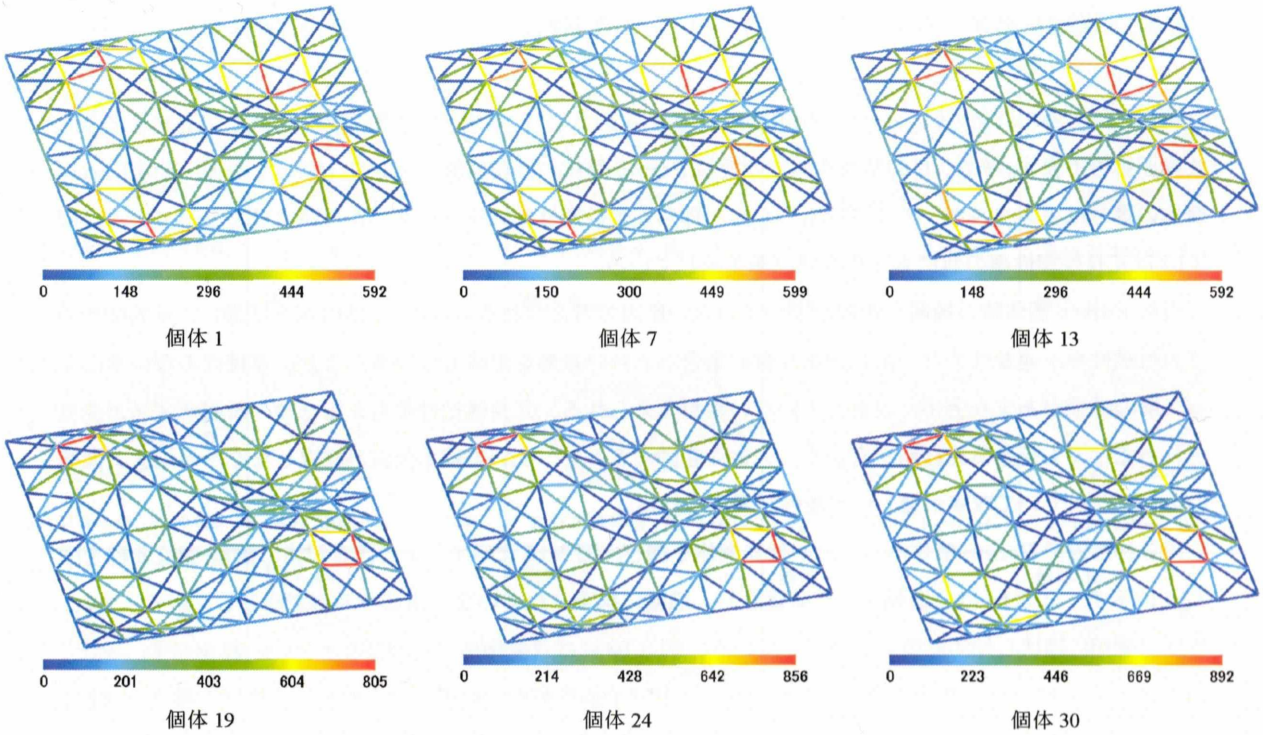


図 3.10: 代表個体の面内曲げ応力度図　(色は$|M_z/Z_z|$(N/cm^2)を表す)

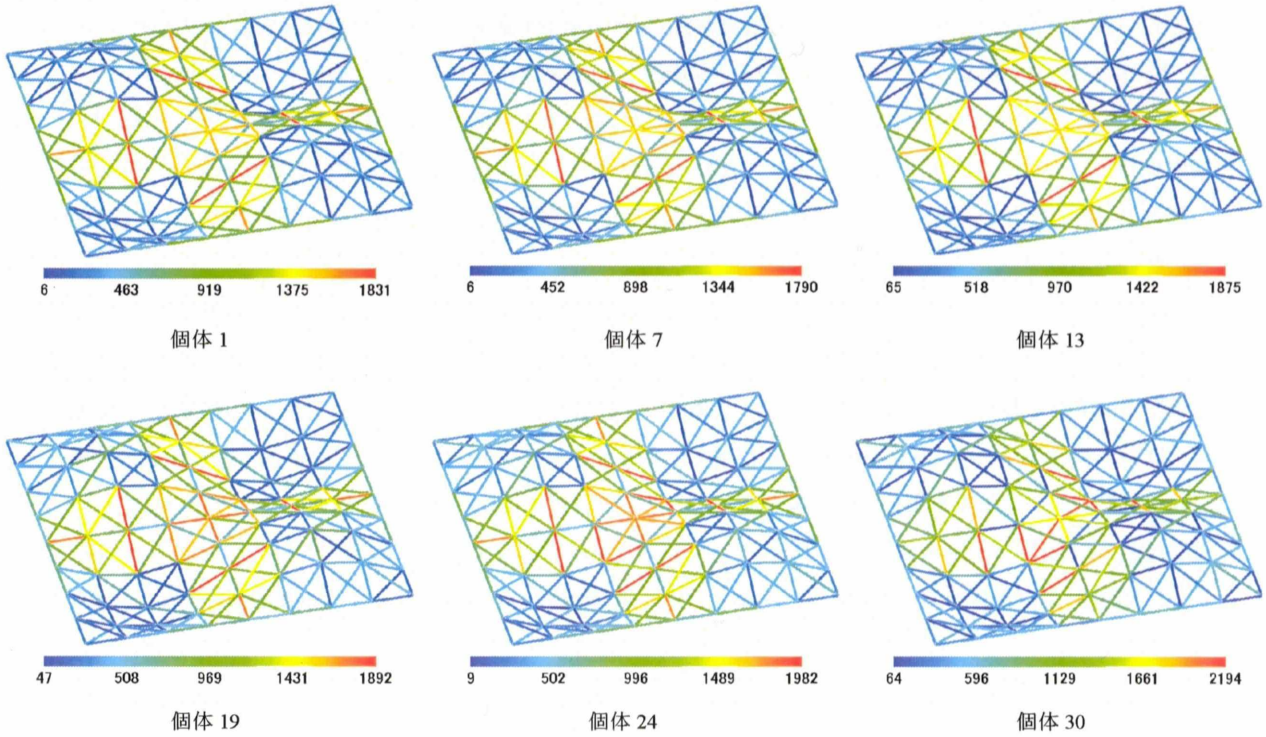


図 3.11: 代表個体の面外曲げ応力度図　(色は$|M_y/Z_y|$(N/cm^2)を表す)

3.3.3 例題 1B 結果と考察 (変数：断面サイズ，目的関数：歪エネルギーと冗長性塑性率)

例題 1B で得られた近似 Pareto 個体の断面配置図を図 3.12 に示す。色は断面番号を表し，表 3.3 で示した断面番号で表す。また，目的関数空間での近似 Pareto 個体の存在位置を図 3.13 に示す。なお，近似 Pareto 個体の番号は歪エネルギーの小さいものから，即ち冗長性塑性率の小さいものから順に若くなっている。図 3.13 は冗長性塑性率の他にも冗長性伸び率を示している。

近似 Pareto 個体群が綺麗な曲線を描いていない原因で考えられるものは，例題 1A と同様に，目的関数の冗長性塑性率が連続性のない関数であり解の集合がきれいな形を形成しない事，また，連続性のない事によって解の探索があまり上手く収束していない事が考えられる。冗長性塑性率もまた一つの断面サイズが変更されるだけでも荷重伝達経路が変わり，大きく変動するので，GA の積木仮設が成立しなく，ランダム探索のようになっていて収束が難しい可能性が考えられる。

得られた近似 Pareto 個体から六つの代表個体を選び，図 3.15 に示す。また代表個体の荷重-変位曲線を図 3.14 に示す。図 3.14 は，縦軸を節点荷重とし，横軸に拘束されていない節点の平均変位としている。また，◆は，最初に降伏し始める荷重点を表している。図 3.16 には代表個体の崩壊プロセスの一部を示す。また，図 3.17～3.20 には，鉛直節点荷重 10kN をかけた状態の線形解析の結果で，それぞれ変位図，軸応力度図，面内曲げ応力度図，面外曲げ応力度図を示す。なお，変位図と曲げ応力度図に関しては見やすいよう，数値をスカラー量にしている。

図 3.15 に示す代表個体の特徴として，歪エネルギーが小さい個体 1 では，例題 1A と同様に，断面の大きな No.4 の部材がほとんどを占める。冗長性塑性率の高い個体 30 では，3 次振動モード形状の山の角部付近と谷の中央部と谷で断面の小さな No.1 の部材が，山と谷の間でも断面の小さな部材が使われている事が分かる。実際に図 3.16 の崩壊プロセスで，例題 1A と同様に断面の小さな部材付近から降伏している事が分かる。ただし，例題 1A と異なる点はアーチ状の部分ではなく，周辺の支持部付近の降伏が多く見られる点である。崩壊までのプロセスで例題 1A よりも多くの部材が順次降伏してから崩壊に至っている事が崩壊プロセスから読み取れる。一方で，周辺の降伏が起きた後はほぼ 6kN くらいの増加で崩壊に至っている事から荷重の伸びはない事がわかる。

図 3.14 の荷重-変位曲線を見ると，冗長性の小さな個体 1,6 に比べ，個体 22,30 の方が降伏後の変形能力が高い事が分かる。ただし，例題 1A に比べ荷重の伸びはあまり多くは見られない。また，個体 11,19 では冗長性塑性率はある程度あるものの，ほとんど荷重の伸びは見られない。この事は，図 3.13 では冗長性塑性率ではあまり差がないのに対し，冗長性伸び率では大きく差を示している事にも反映されている。冗長性伸び率が荷重の伸びに重点を置いた冗長性尺度に対して，冗長性塑性率は塑性変形能力に重点を置いた冗長性尺度だからである。

また，荷重-変位曲線から，例題 1A と同様に，弾性剛性の変動は少ない。しかし，初期降伏荷重や崩壊荷重は個体差が出ている。個体によっては，冗長性塑性率が多少あるにも関わらず冗長性伸び率はほぼない個体も存在するので注意が必要である。例えば，図 3.13 で個体 19 は個体 6 に比べ冗長性塑性率が 10 倍近くあるにも関わらず，冗長性伸び率では 0.25 倍程度しかない事などである。

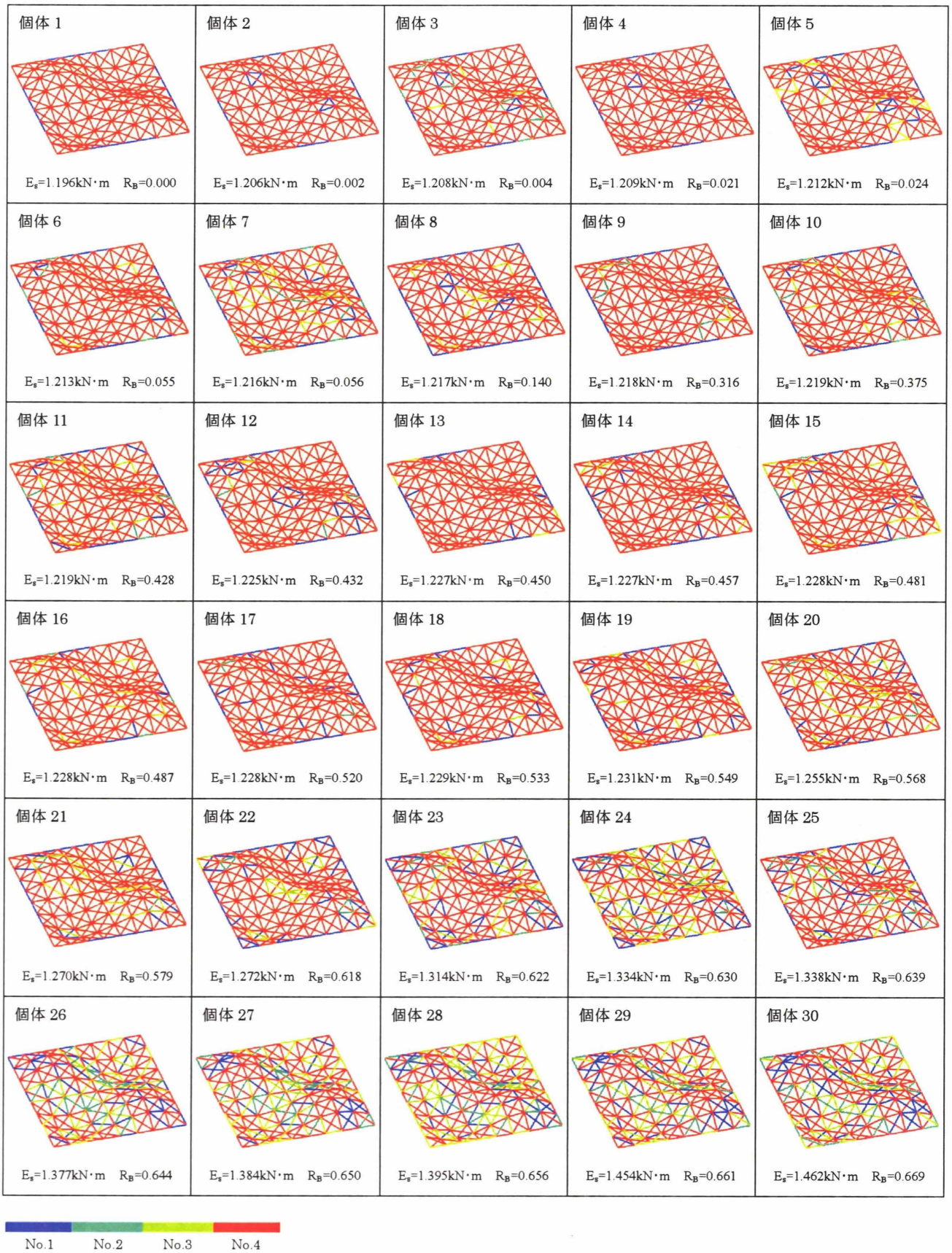


図 3.12: 近似 Pareto 個体の断面配置図　(色は断面番号を表す)

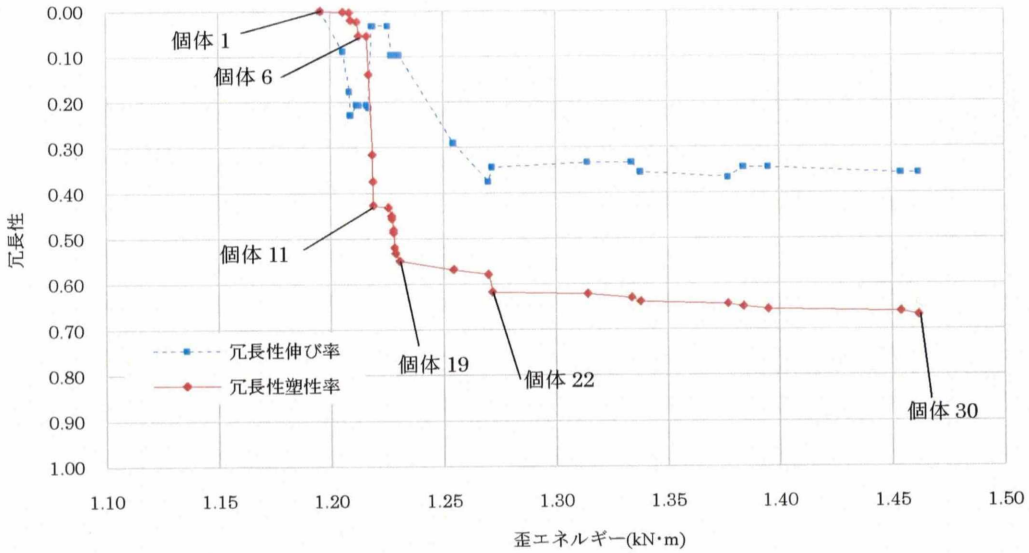


図 3.13: 近似 Pareto 個体の存在位置

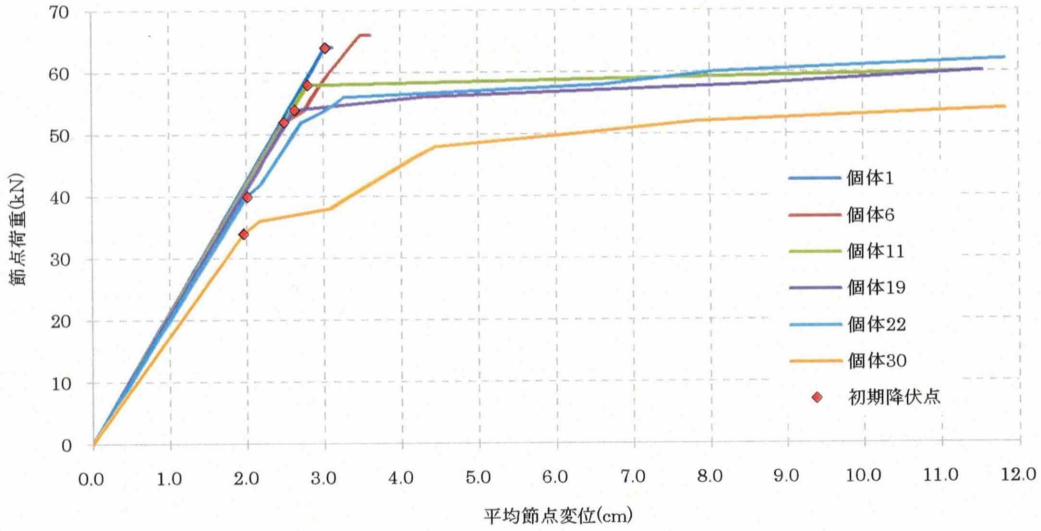


図 3.14: 代表個体の荷重-変位曲線

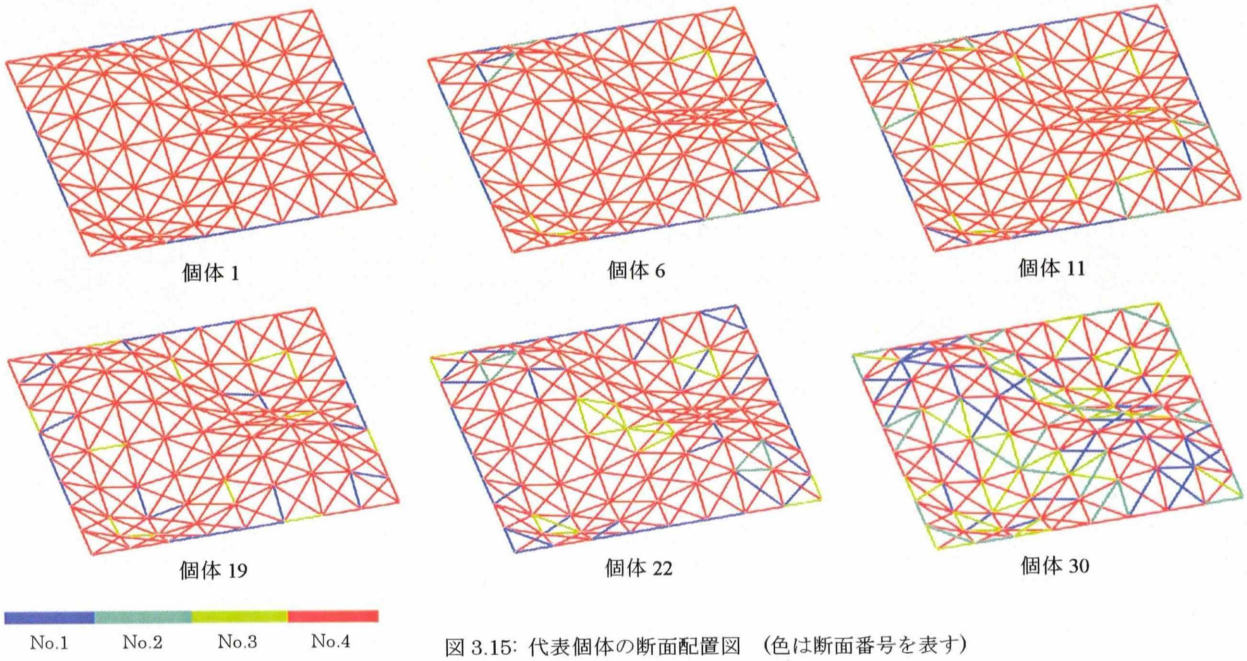


図 3.15: 代表個体の断面配置図　(色は断面番号を表す)

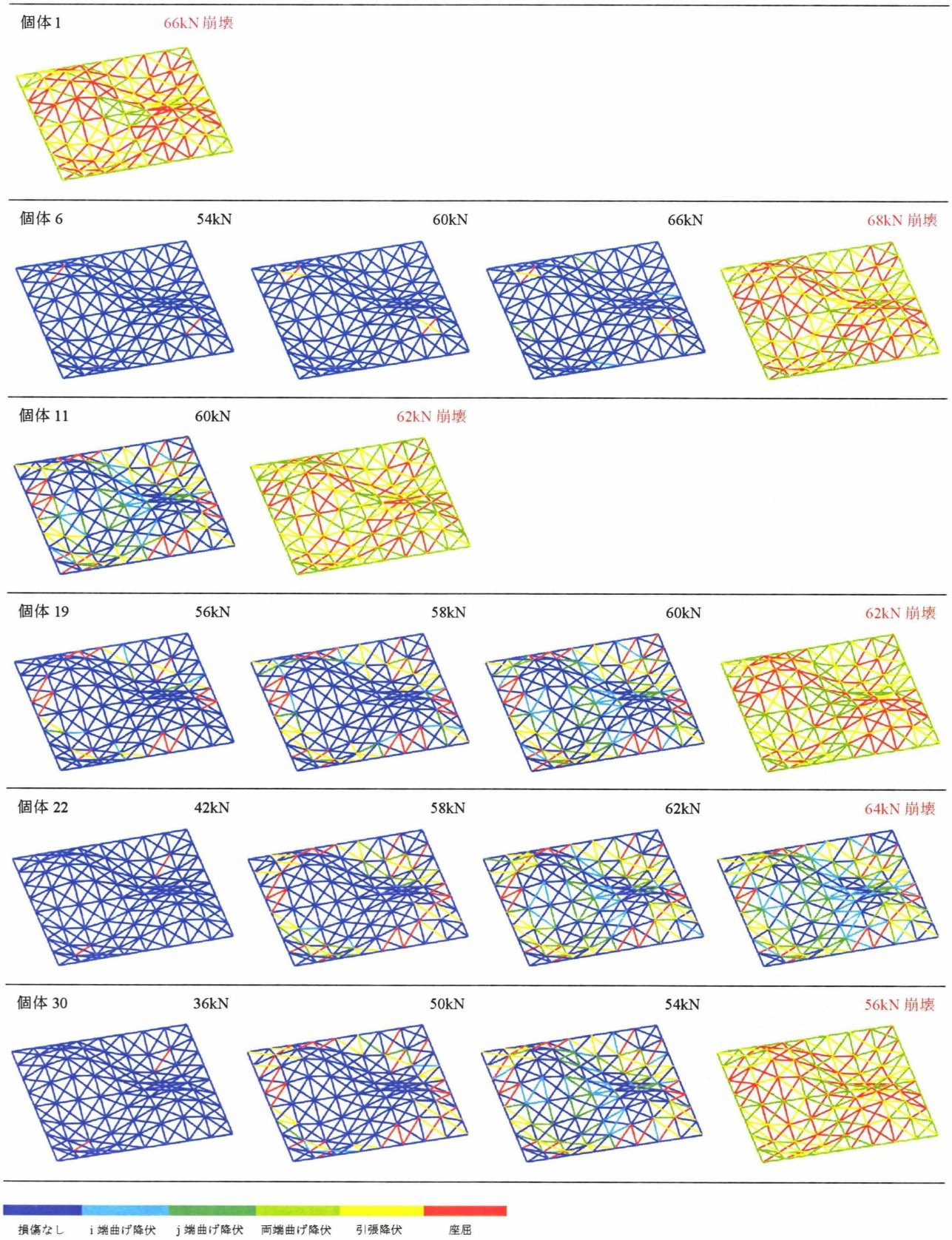


図 3.16: 代表個体の崩壊プロセス （色は損傷状況を表す）

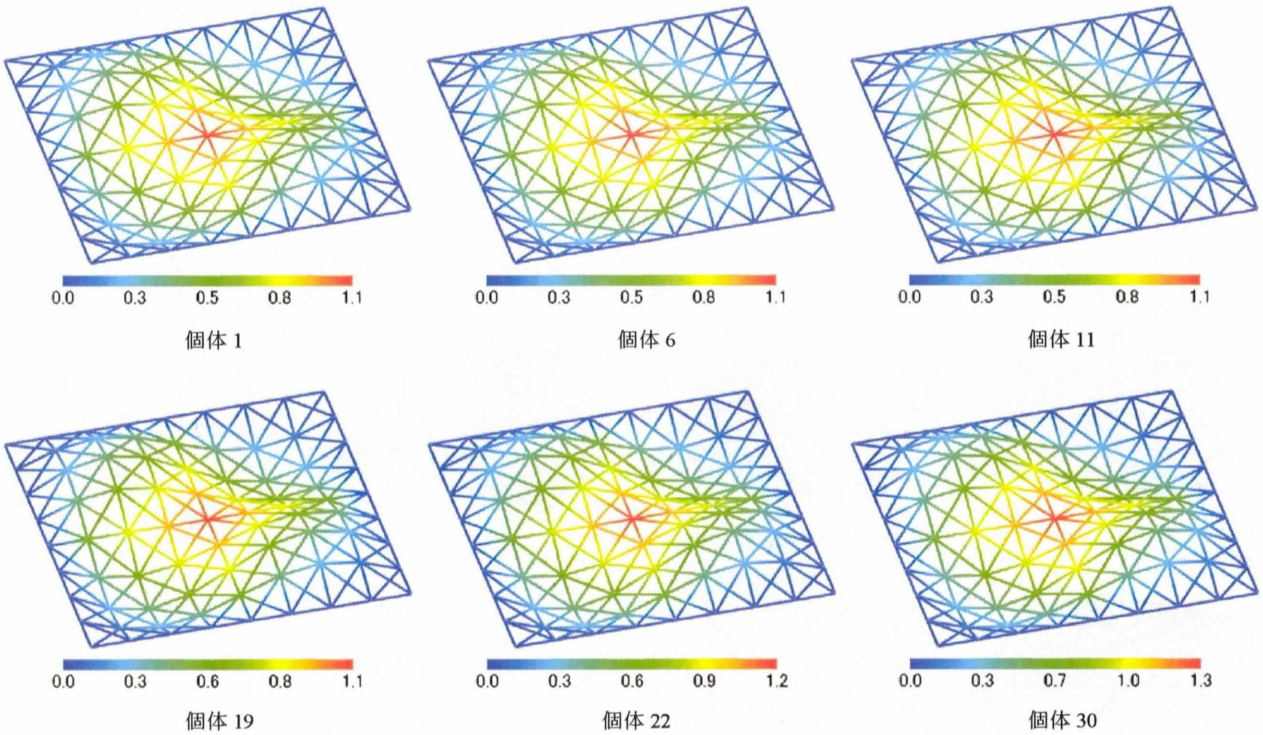


図 3.17: 代表個体の変位図 (色は変位量(cm)を表す)

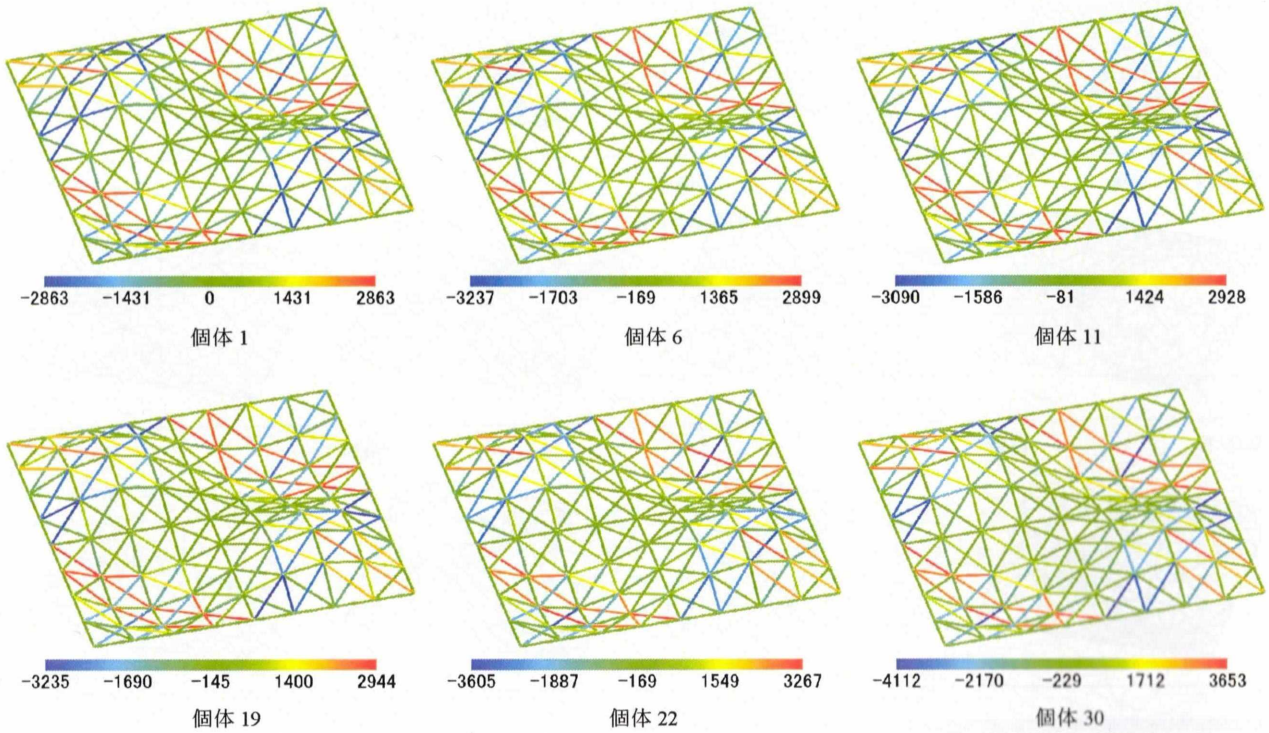


図 3.18: 代表個体の軸応力度図 (色は N_x/A (N/cm^2)を表す)

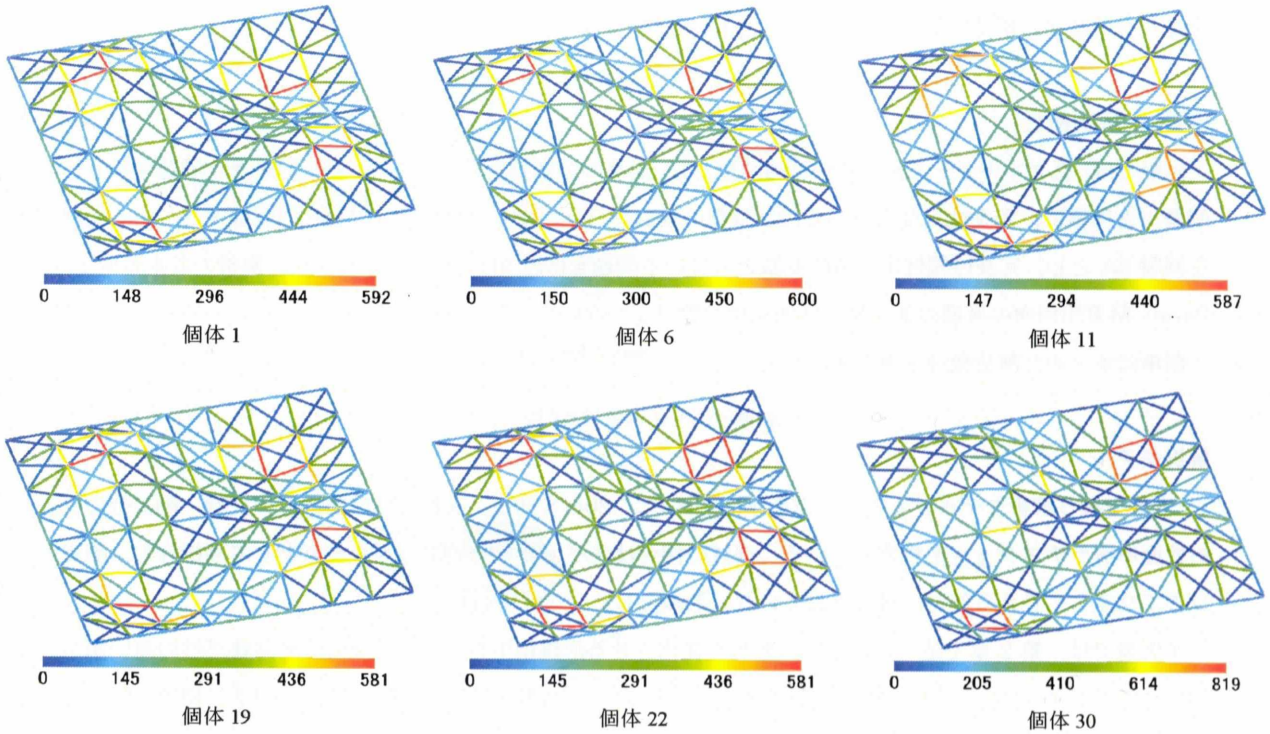


図 3.19: 代表個体の面内曲げ応力度図　(色は$|M_z/Z_z|$(N/cm^2)を表す)

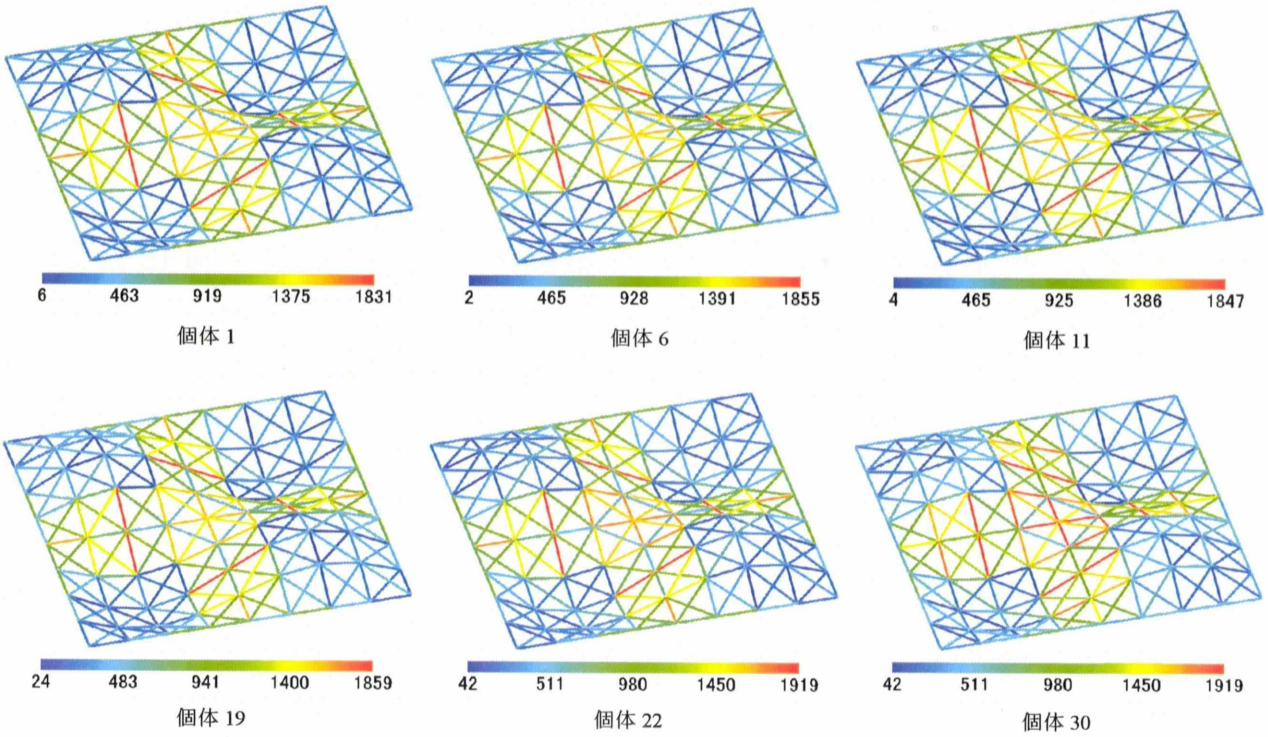


図 3.20: 代表個体の面外曲げ応力度図　(色は$|M_y/Z_y|$(N/cm^2)を表す)

3.4 例題2: 形状を変数とした自由曲面ラチスシュル

3.4.1 解析概要

本節では，歪エネルギーと冗長性を目的関数とし，節点のZ座標を変数とした，多目的最適化問題を扱う。例題1と同様に，冗長性尺度については2種類の検討を行うので，冗長性伸び率を目的関数としている問題を例題2Aとし，冗長性塑性率を目的関数としている問題を例題2Bとする。なお，GA解析の収束性向上，Pareto解集団傾向の考察の為，特に制約条件は設けていない。

簡単にまとめた解析概要を表3.4に示す。

解析モデル

本節で扱う解析モデルとして，正方形平面，スパン 20m×20m，支持条件は周辺ピン支持，剛接合の自由曲面単層ラチスシェルを想定している。部材の接合はスパンを8分割した点を節点として剛接合し，節点以外で交差して見える部材は接合されていないものとした。（図3.21）

本例題では，第2章で述べたように，形状を変化させる形態創生を行う際，幾何学的非線形性の高い解が出る可能性があり，幾何学的非線形性を考慮しなければならない。参考のために，φ144.3×4.5の鋼管を用い，断面を一様とし，ライズを2mとした場合の歪エネルギーを最小とする形状に対して幾何学的非線形解析と材料非線形解析と複合非線形解析の結果を図3.22に示す。またその形状をグラフ内に示す。複合非線形解析を行った場合が最も早く崩壊に至る事が分かる。今回のモデルでは格子が粗いので個材座屈が先行しこの程度の低減で済んでいるが，格子が細かく配置された場合にはより低減される可能性がある。ただし，幾何学的非線形性を考慮した場合，反復計算の度に剛性マトリクスを作り直す必要があり，解析時間が増大する。

そこで組合せ数を減らす意味で，NURBS[25]の制御点を変数とし，節点のZ座標を決定する。制御点の配置を図3.21にて示す。制御点は，節点(9×9)よりもX軸Y軸共に2節点ずつ減らして7×7個とした。制御点の変域は，0mから+5mとし，変数は離散数としなければならないので，分割点を16個とし5mを15分割した0.333mが制御点座標修正の最小単位としている。なお，支持点の移動はないものとする。

部材断面については，SN400材の鋼管とし，使用される部材断面の諸元を表3.6に示す。冗長性の高い形状は剛性が低くなる事を想定し，断面は比較的に大きなものを選択した。なお，部材の座屈長さは面外方向の固定度は低いと考え，部材の座屈長さは接合条件に関係なく全て部材長とした。

荷重条件

例題1と同様に，荷重は支持点以外の全ての節点に等しく鉛直下向き集中荷重をかけている。

GA条件

本例題では，制御点座標修正の際に最適解の収束性向上のため対称性を考慮している。図3.21で色のついた1/4の制御点で座標修正を行い，軸対称な制御点に反映させ，組合せ数を減少させている。再生(淘汰)はトーナメント戦略，交叉は一様交叉，突然変異は多点突然変異とし，世代数を1000世代で最適化を行った。また，遺伝子の配列には2進コードではなくGrayコード[7]を用い，本例題では遺伝子長を36bitとした。よって，制御点位置の組み合せ数は$2^{36} \fallingdotseq 6.9 \times 10^{10}$通りである。GAのパラメーターを表3.5に示す。

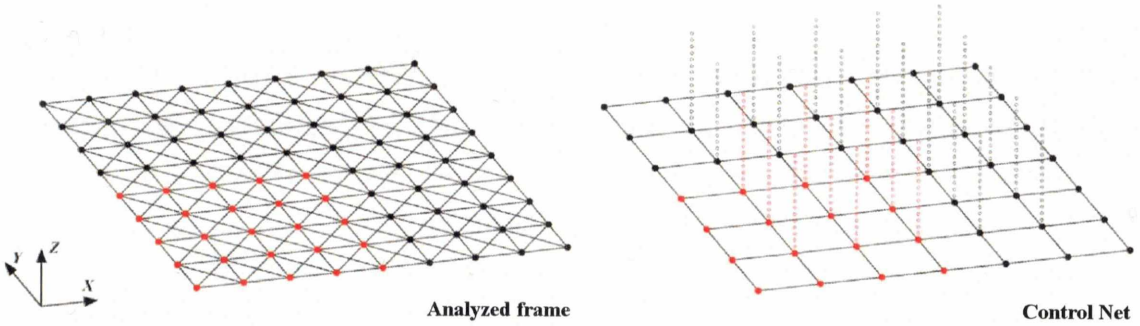


図 3.21: 解析モデルと制御点

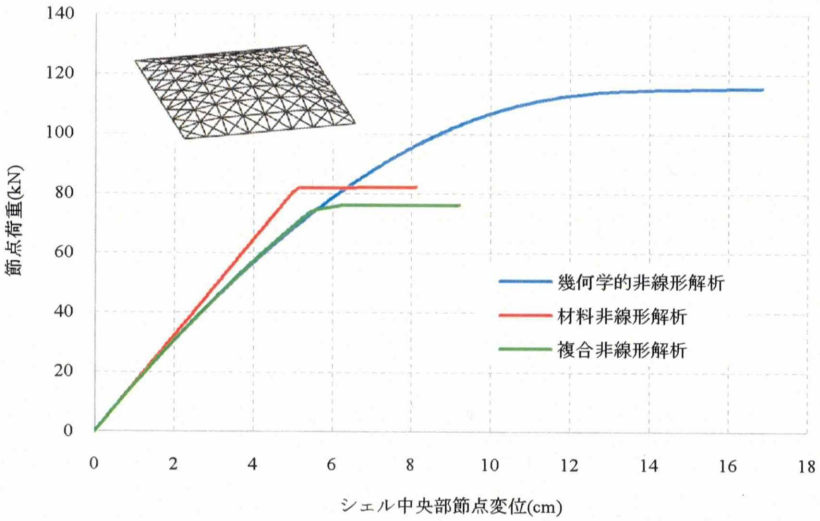


図 3.22: 幾何学的非線形解析と材料非線形解析と複合非線形解析での比較

表 3.4: 解析概要

形状	正方形平面20m×20m　ライズ0～5m
支持、接合条件	周辺ピン支持　剛接合
荷重条件	鉛直等節点荷重(増分-2kN, 線形-10kN)
変域	節点Z座標(0～5m)
鋼材緒元	$E=2.05\times10^5 N/mm^2$, $\nu=0.3$ $G=7.94\times10^4 N/mm^2$, $\sigma_y=235 N/mm^2$

E:ヤング係数,　ν:ポアソン比,　G:せん断弾性係数,　σ_y:降伏応力度

表 3.5: GA パラメーター

母集団個体数	90
Pareto解個体数	30
交叉率	95%
突然変異率	0.5~5%
世代数	1000
個体遺伝子長	36bit

表 3.6: 断面諸元

No.	$\varphi(mm)$	$t(mm)$	$W(kg/m)$	$A(cm^2)$	$I(cm^4)$	$i(cm)$	$Zp(cm^3)$
1	114.3	4.5	12.2	15.52	234	3.89	54.3

φ:直径,　t:厚み,　W:長さ当り重量,　A:断面積,　I:断面二次モーメント,　i:断面半径,　Zp:全塑性断面係数

3.4.2 例題2A結果と考察 (変数：節点Z座標，目的関数：歪エネルギーと冗長性伸び率)

例題2Aで得られた近似Pareto個体の形状図を図3.23に示す。色は高さを表し，青から赤に行くにつれて0cmから500cmの範囲で高くなる。また，目的関数空間での近似Pareto個体の存在位置を図3.24に示す。なお，近似Pareto個体の番号は歪エネルギーの小さいものから，即ち冗長性伸び率の小さいものから順に若くなっている。図3.24は冗長性伸び率の他に冗長性塑性率も示している。

近似Pareto個体群が綺麗な曲線を描いていない原因は，例題1Aで述べた理由と同様である。

得られた近似Pareto個体から六つの代表個体を選び，図3.26に示す。また代表個体の荷重-変位曲線を図3.25に示す。図3.25は，縦軸を節点荷重とし，横軸に拘束されていない節点の平均変位としている。また，◆は，最初に降伏し始める荷重点を表している。図3.27には代表個体の崩壊プロセスの一部を示す。また，図3.28〜3.31には，鉛直節点荷重10kNをかけた状態の線形解析の結果で，それぞれ変位図，軸応力度図，面内曲げ応力度図，面外曲げ応力度図を示す。なお，変位図と曲げ応力度図に関しては見やすいよう，数値をスカラー量にしている。

図3.26に示す代表個体の特徴として，歪エネルギーが小さい個体1では，懸垂曲面の形状をとる。懸垂曲面の形状は曲げ応力の発生を抑え，軸力抵抗型になる。個体1の崩壊は図3.27の崩壊プロセスから足元の座屈をきっかけとし一瞬で崩壊に至る事が分かる。個体1より少し冗長性伸び率の高い個体6,16では，見た目ではあまり変化は見られないが，図3.25の荷重-変位曲線から初期降伏から荷重の伸びがある。ただし，崩壊プロセスで確認してみると，頂部で先に降伏しているだけである事がわかる。さらに冗長性伸び率の高い個体21以降では降伏後の変形能力が高い事が荷重-変位曲線から分かる。個体21は対角線上にXの様な形をし，くびれを持った形状をとる。崩壊プロセスを見ると，そのくびれから崩壊する事が分かる。さらに，個体21は応力度図を見ると個体16に比べ応力度がとても増大している。個体25,30では，偏平になり，小山を作る様な形状をとる。図3.18の軸応力度図を見ると，圧縮よりも引張の応力度が大きい事が分かる。小山の様な形状を作る事で低い部分を引張上げる形状をとっている。個体25,30の崩壊プロセスでは，中心部から曲げ降伏していき，引張っている部分が降伏に至り，最終的には周辺の支持部付近まで降伏が至ると崩壊となる。

荷重-変位曲線を見ると，冗長性の小さな個体6,16に比べ，個体21,25,30は剛性が低く，降伏後の変形能力が高い事が分かる。剛性が低いのは，個体6,16が曲げを抑え軸力抵抗の剛性型の構造に対し，個体21,25,30は曲げ抵抗を増やし靭性型の構造になっているためと考えられる。変形能力が高い事は，図3.24で冗長性伸び率ではあまり差がないのに対し，冗長性塑性率では大きく差を示している事にも反映されている。例題1の断面サイズを変数とした場合では剛性の低下や崩壊荷重の低下はあまり見られず，降伏後の荷重の伸びと変形能力が上がったが，形状を変数とした例題2Aでは剛性の低下と崩壊荷重の低下を犠牲に，荷重の伸びと変形能力が上がっている事が分かる。図3.24から個体20までは歪エネルギーはあまり増大せず冗長性伸び率が増大するが，個体21からは冗長性伸び率の増大ともに歪エネルギー増大していく事が読み取れる。この近似Pareto個体群では個体21を境に曲げ抵抗の靭性型の形態になっているためと考えられる。

実際，これらの近似Pareto個体の比較を行うためにはそれに見合った断面を配置した上で検証すべきであり，後の第4章にて行うものとする。

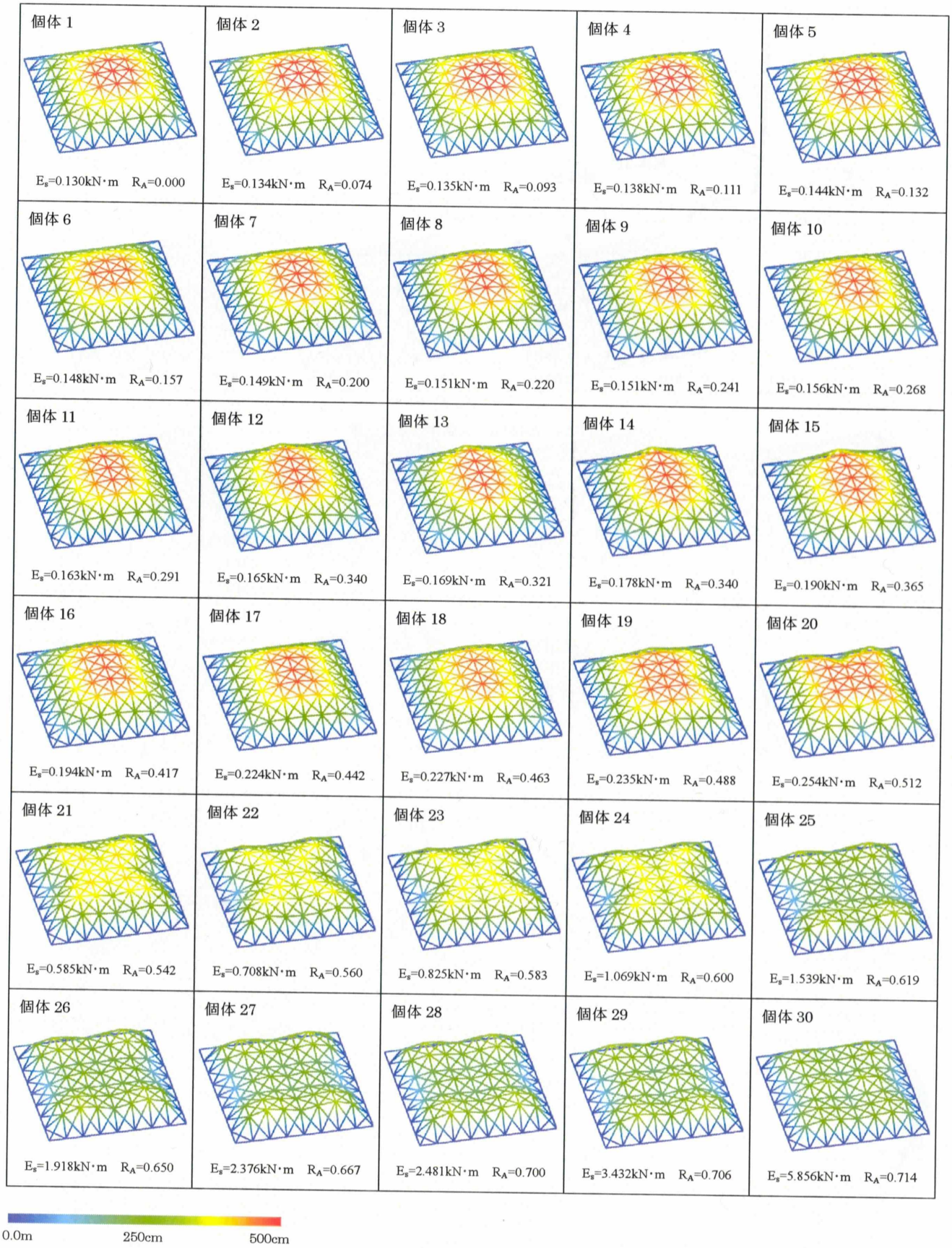


図 3.23: 近似 Pareto 個体の形状図　(色は高さ(cm)を表す)

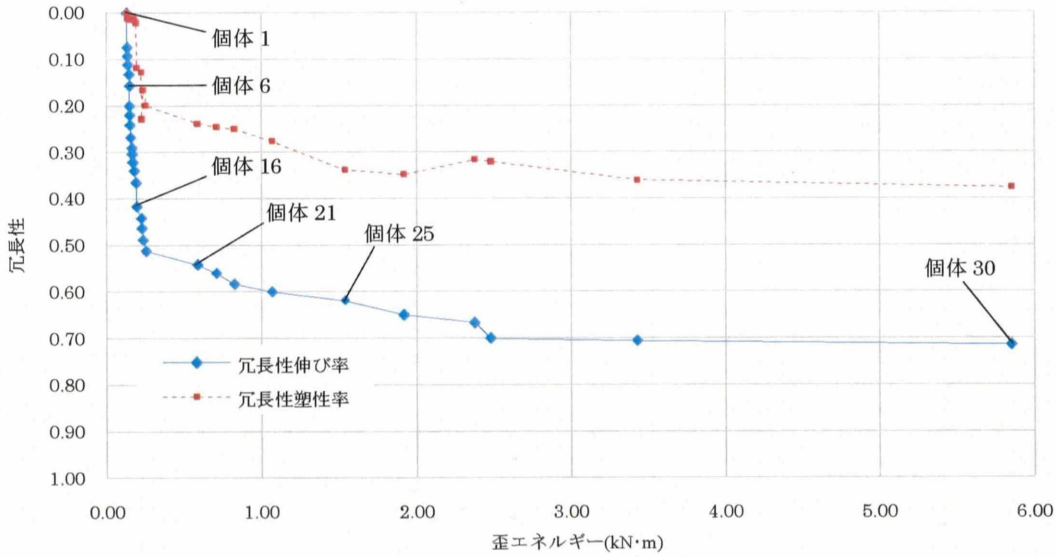


図 3.24: 近似 Pareto 個体の存在位置

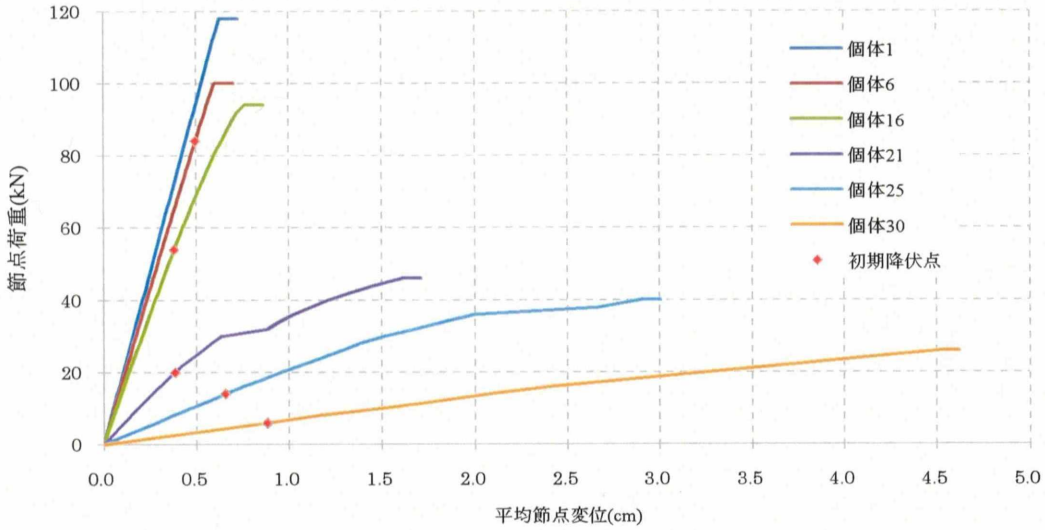


図 3.25: 代表個体の荷重･変位曲線

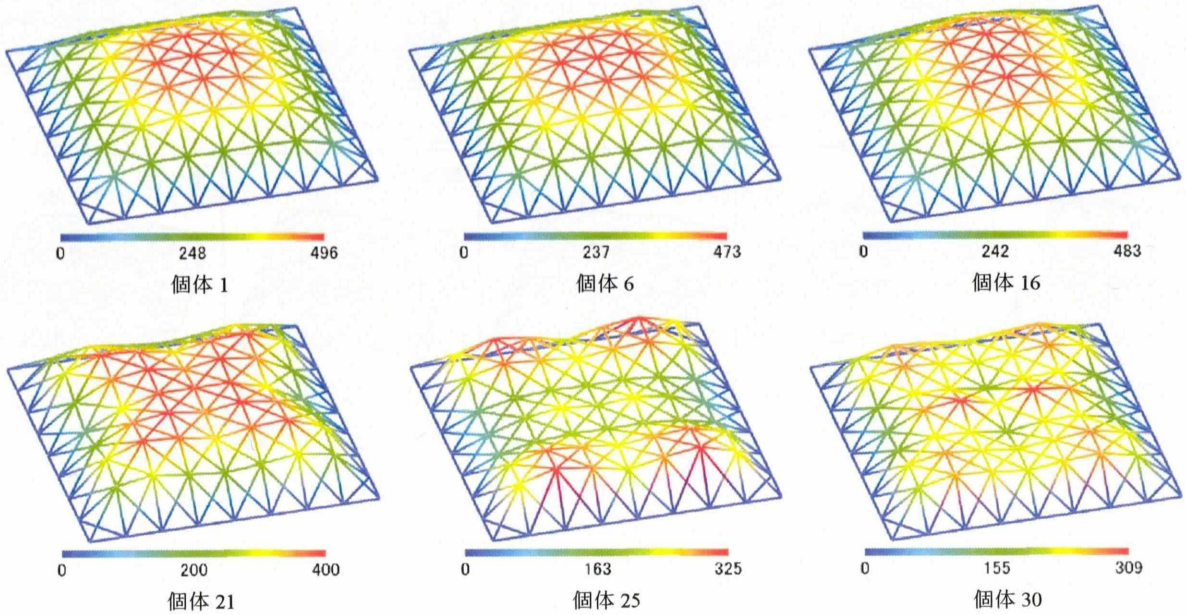


図 3.26: 代表個体の形状図　(色は高さ(cm)を表す)

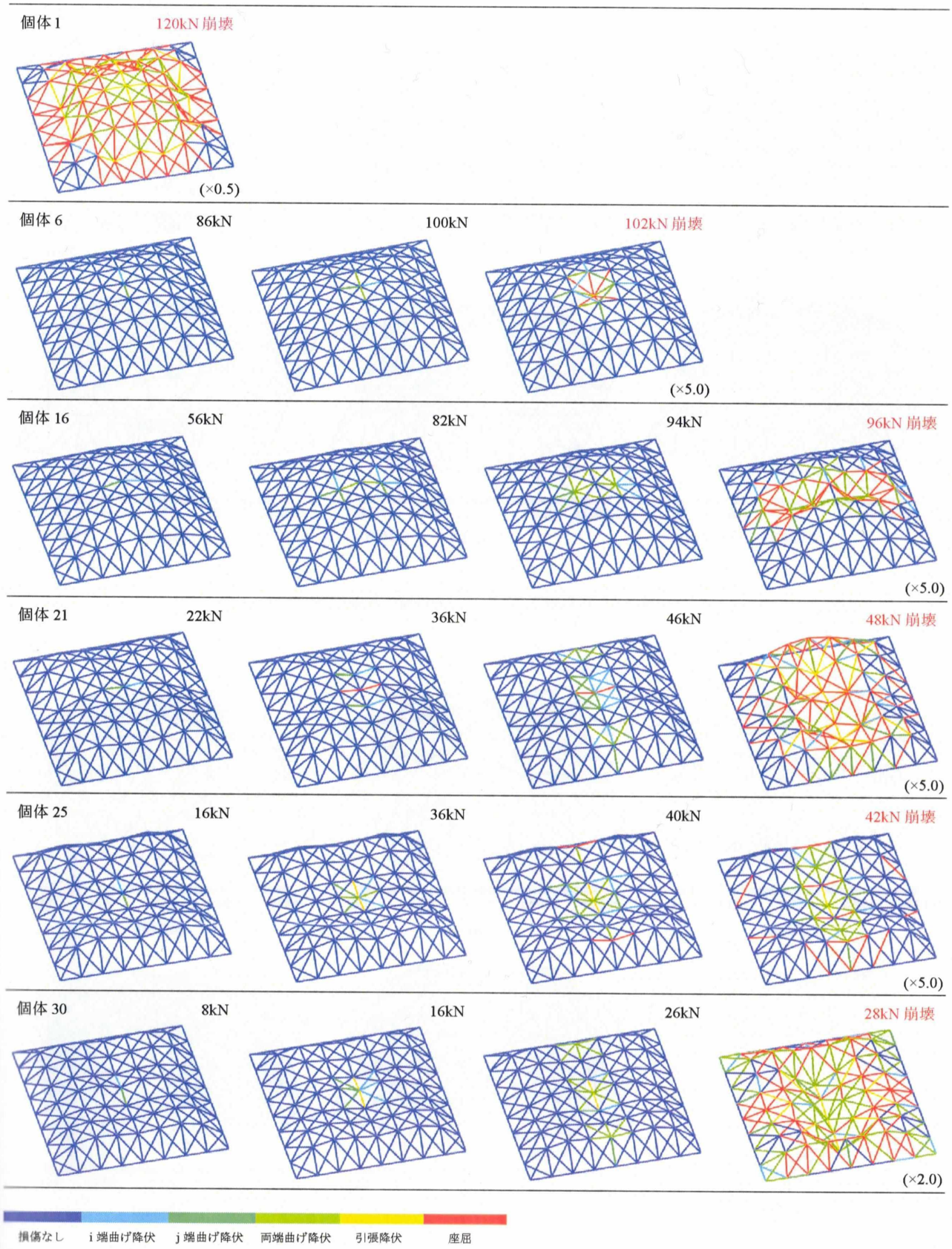


図 3.27: 代表個体の崩壊プロセスと変形図(色は損傷状況を表す)

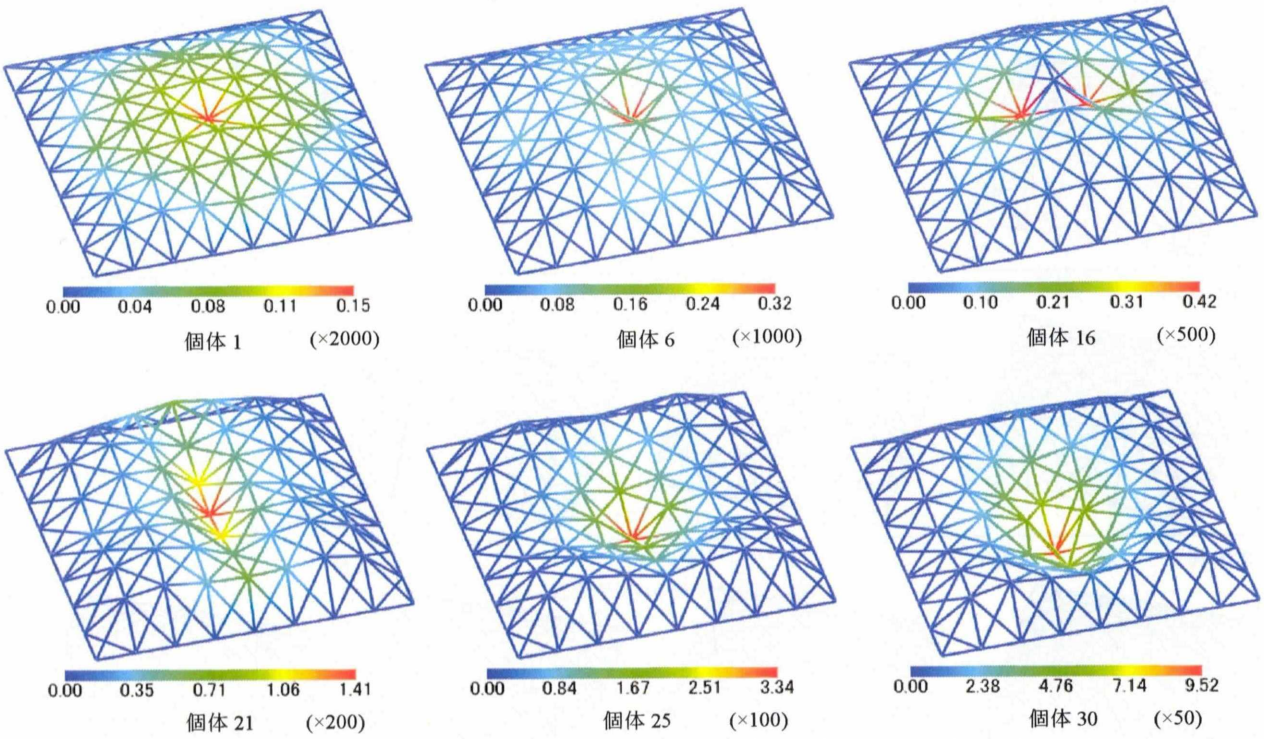


図 3.28: 代表個体の変位図　(色は変位量(cm)を表す)

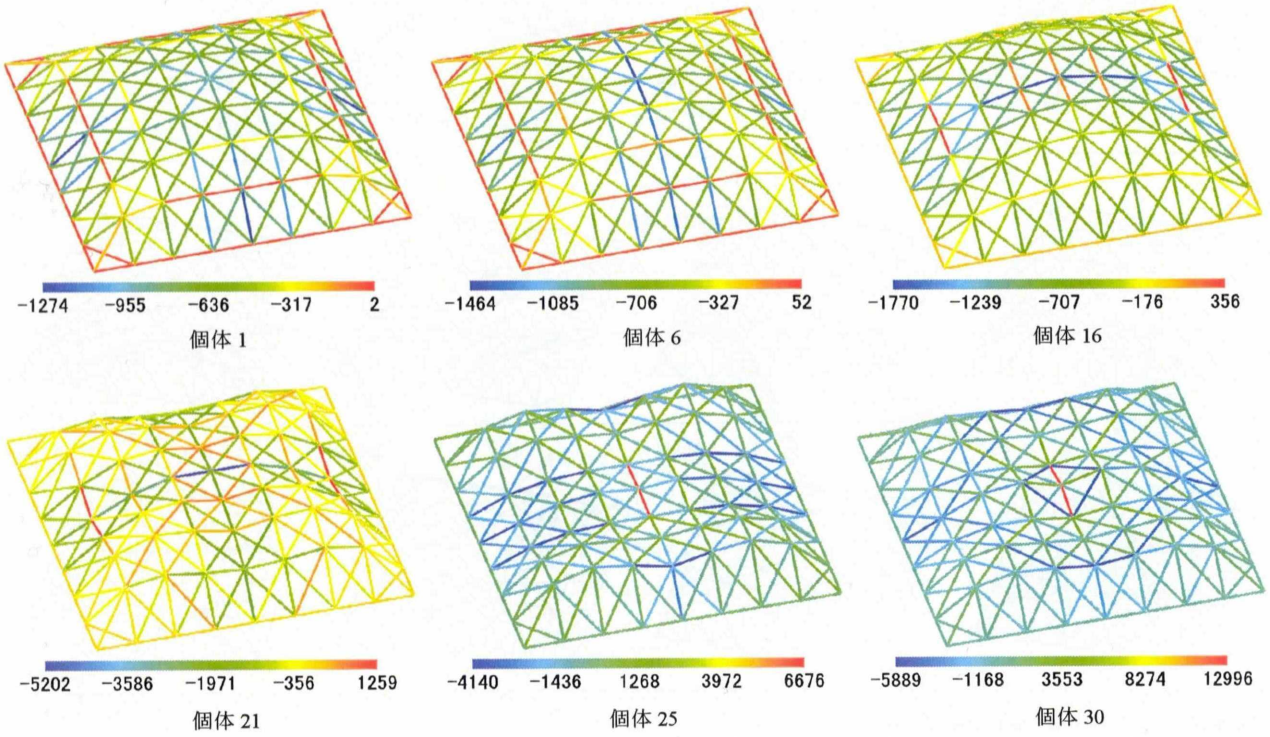


図 3.29: 代表個体の軸応力度図　(色は N_x/A (N/cm^2)を表す)

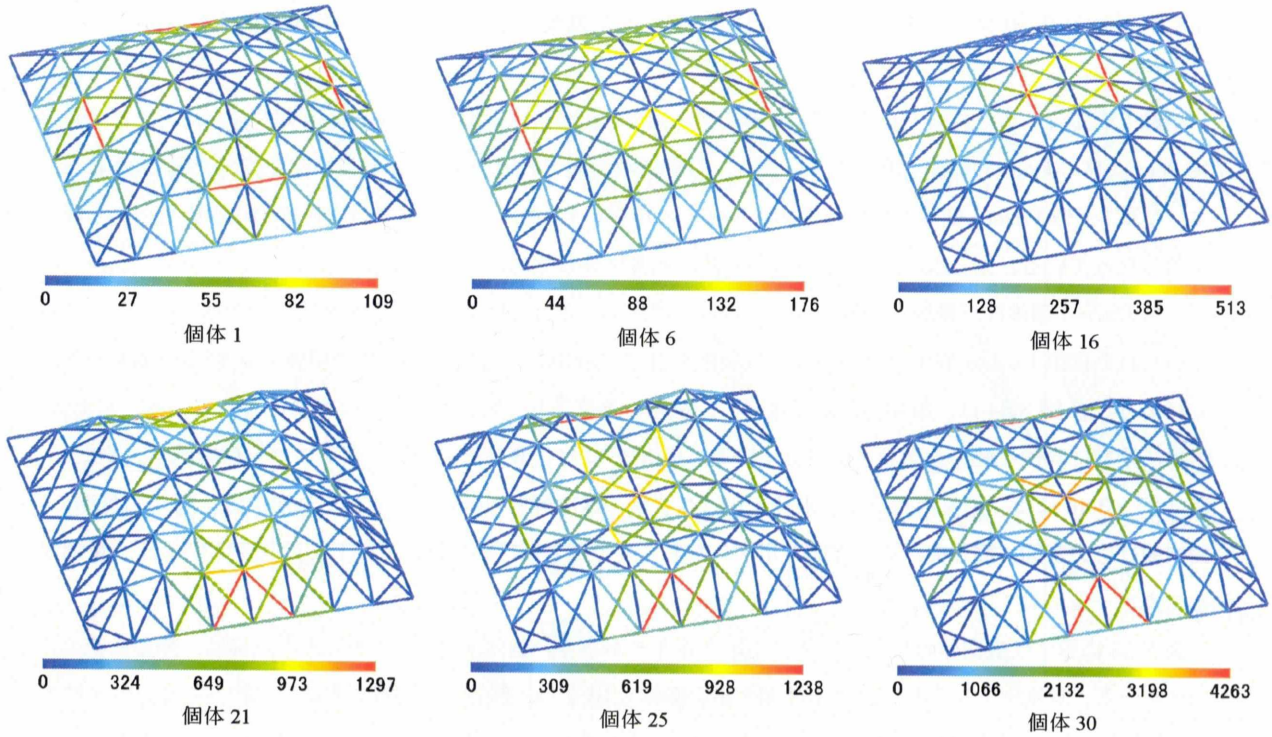


図 3.30: 代表個体の面内曲げ応力度図　(色は$|M_z/Z_z|$(N/cm^2)を表す)

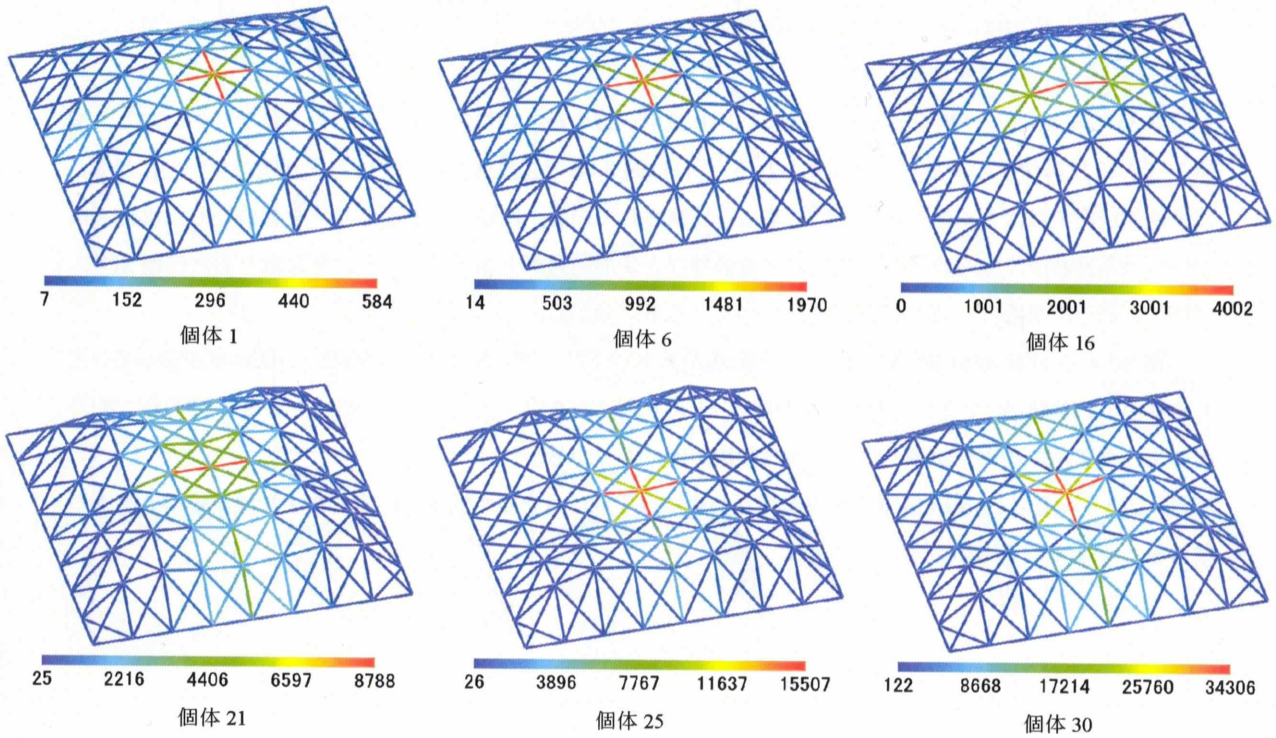


図 3.31: 代表個体の面外曲げ応力度図　(色は$|M_y/Z_y|$(N/cm^2)を表す)

3.4.3 例題2B結果と考察 (変数：節点Z座標，目的関数：歪エネルギーと冗長性塑性率)

例題2Bで得られた近似Pareto個体の形状図を図3.32に示す。色は高さを表し，青から赤に行くにつれて0cmから500cmの範囲で高くなる。また，目的関数空間での近似Pareto個体の存在位置を図3.33に示す。なお，近似Pareto個体の番号は歪エネルギーの小さいものから，即ち冗長性塑性率の小さいものから順に若くなっている。図3.33は冗長性塑性率の他に冗長性伸び率も示している。

近似Pareto個体群が綺麗な曲線を描いていない原因は，例題1Bで述べた理由と同様である。

得られた近似Pareto個体から六つの代表個体を選び，図3.35に示す。また代表個体の荷重-変位曲線を図3.34に示す。図3.34は，縦軸を節点荷重とし，横軸に拘束されていない節点の平均変位としている。また，◆は，最初に降伏し始める荷重点を表している。図3.36には代表個体の崩壊プロセスの一部を示す。また，図3.37～3.40には，鉛直節点荷重10kNをかけた状態の線形解析の結果で，それぞれ変位図，軸応力度図，面内曲げ応力度図，面外曲げ応力度図を示す。なお，変位図と曲げ応力度図に関しては見やすいよう，数値をスカラー量にしている。

図3.35に示す代表個体の特徴として，歪エネルギーが小さい個体1では，例題2Aと同様に，懸垂曲面の形状をとる。個体1より少し冗長性塑性率の高い個体6,16では，頂部が対角線方向に少し膨らみくびれを持つ形状をしている。図3.36の崩壊プロセスを見ると，そのくびれ部分から降伏している事が分かる。ただし，個体6,16は初期降伏から2kNの節点荷重の増加で崩壊しており，荷重の伸びがほとんど見られない。個体19,27は頂部の高さを少し下げた形状をとり，面外曲げ応力度図を見ると頂部の応力度がとても増大している。その頂部からじわじわと降伏して変形角の制限に引っ掛かり崩壊に至っている。個体30では，円筒の様な形状をとり，頂部はほぼ平らである。個体30の崩壊プロセスでは，その頂部からじわじわと曲げ降伏していき，降伏が広がって崩壊に至る。

図3.34の荷重-変位曲線を見ると，個体1,6,16は降伏後の荷重の伸びがほとんど見られないのに対し，個体19,27,30は降伏後の荷重の伸びが見られる。これは図3.33で冗長性塑性率ではあまり差がないのに対し，冗長性伸び率では大きく差を示している事にも反映されている。例題1の断面サイズを変数とした場合では剛性の低下はあまり見られず，降伏後の荷重の伸びと変形能力が上がったが，形状を変数とした例題2Bでは剛性の低下を犠牲に，荷重の伸びが上がっている事が分かる。

例題2Aの近似Pareto個体に比べると，剛性があまり下がらず，降伏後の変形能力が低い事が分かる。最も剛性が低い個体30でさえ，例題2Aの個体21より剛性が高い。例題2Bでは剛性をあまり下げずに降伏後に塑性履歴エネルギーが多くなるような個体が出てきている。

実際，これらの近似Pareto個体の比較を行うためにはそれに見合った断面を配置した上で検証すべきであり，後の第4章にて行うものとする。

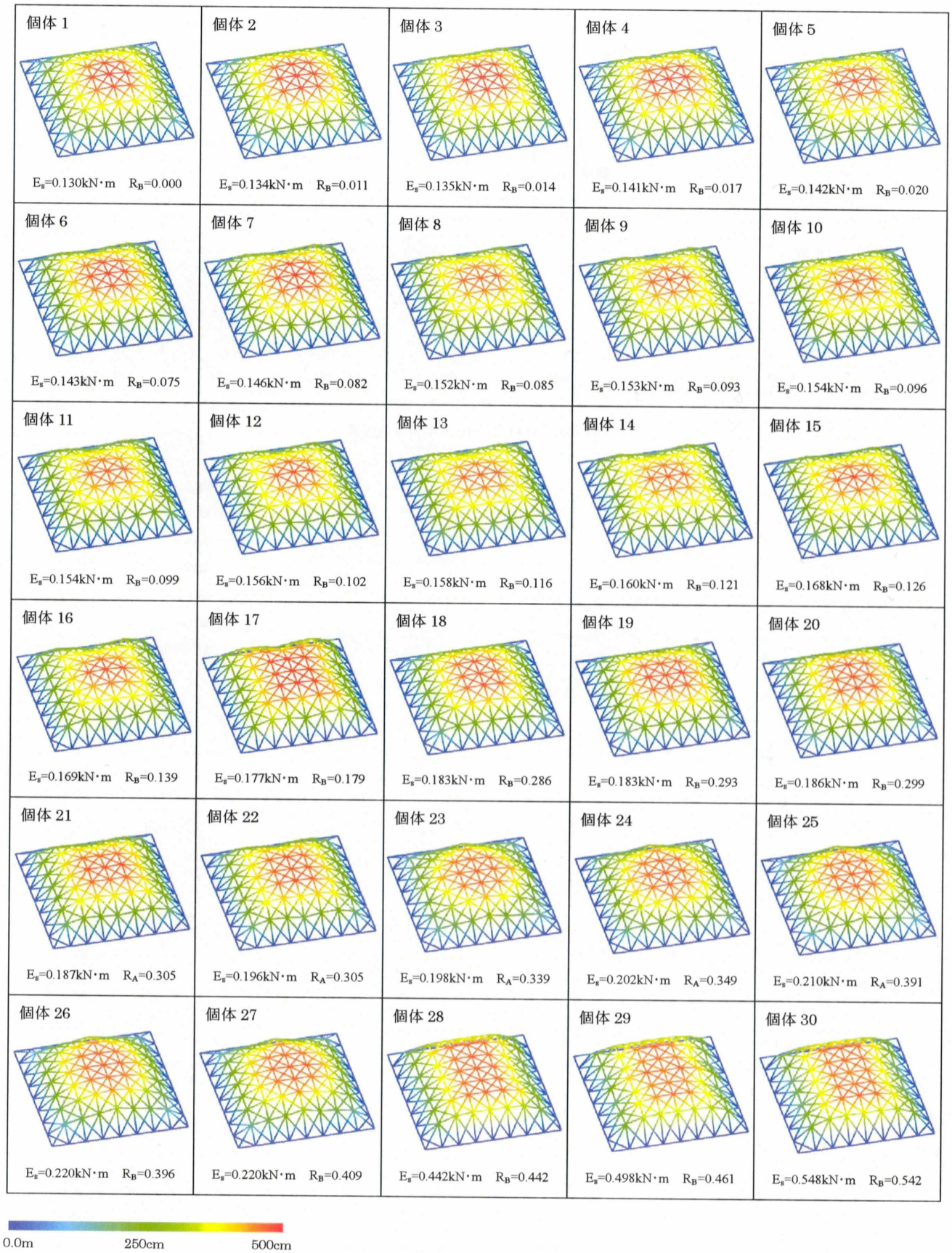


図 3.32: 近似 Pareto 個体の形状図　(色は高さ(cm)を表す)

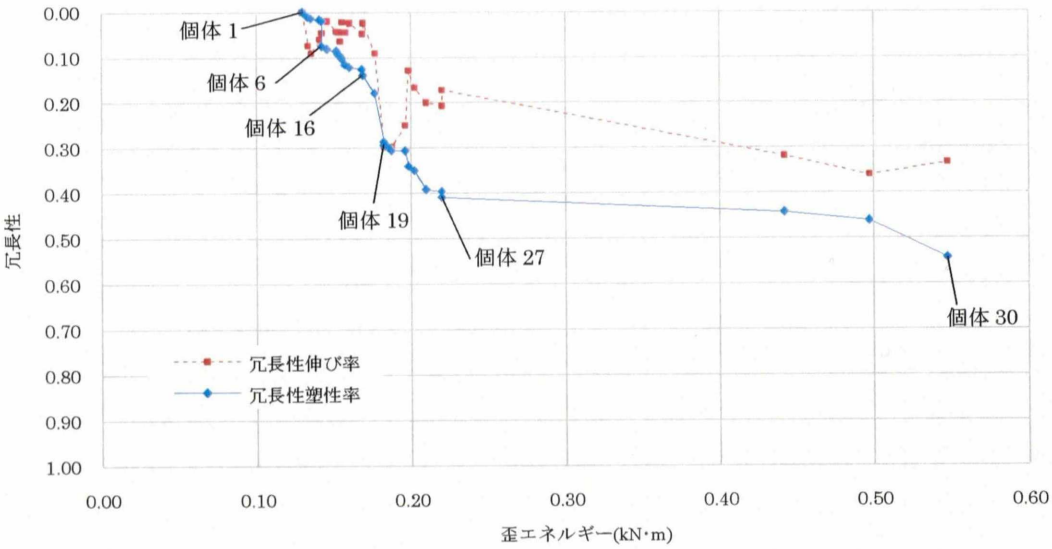


図 3.33: 近似 Pareto 個体の存在位置

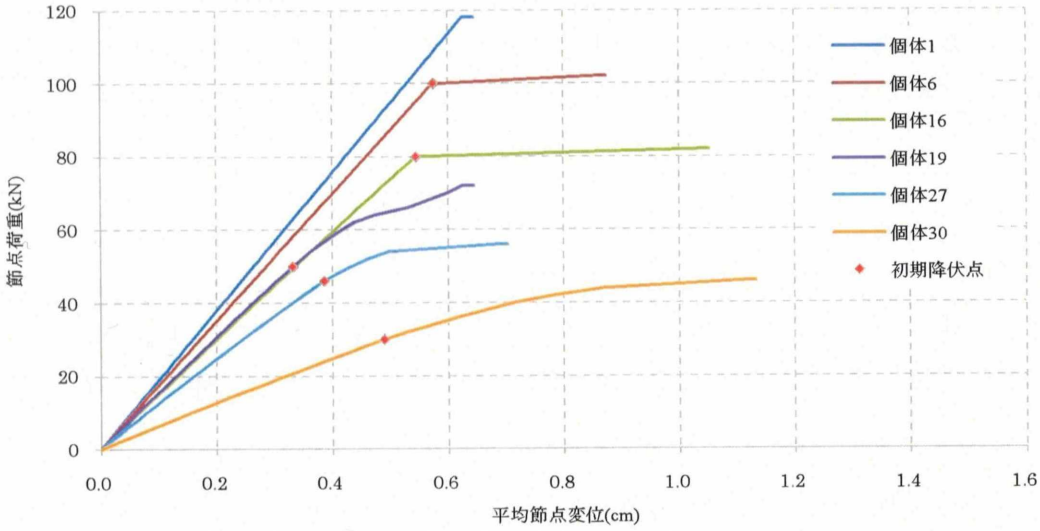


図 3.34: 代表個体の荷重·変位曲線

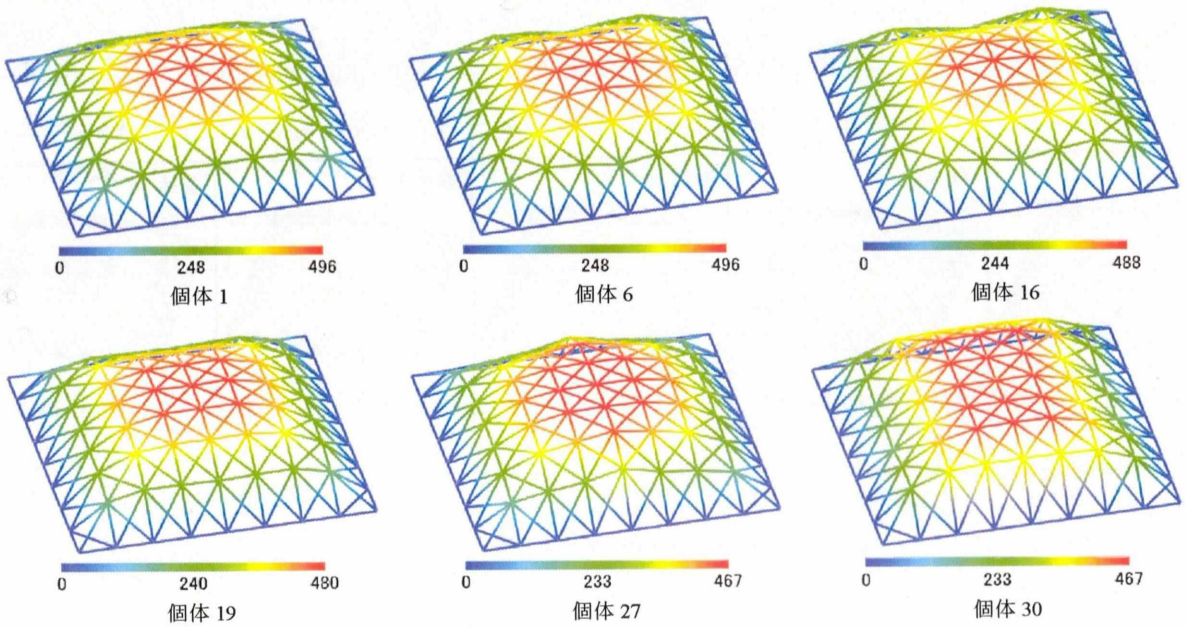


図 3.35: 代表個体の形状図 (色は高さ(cm)を表す)

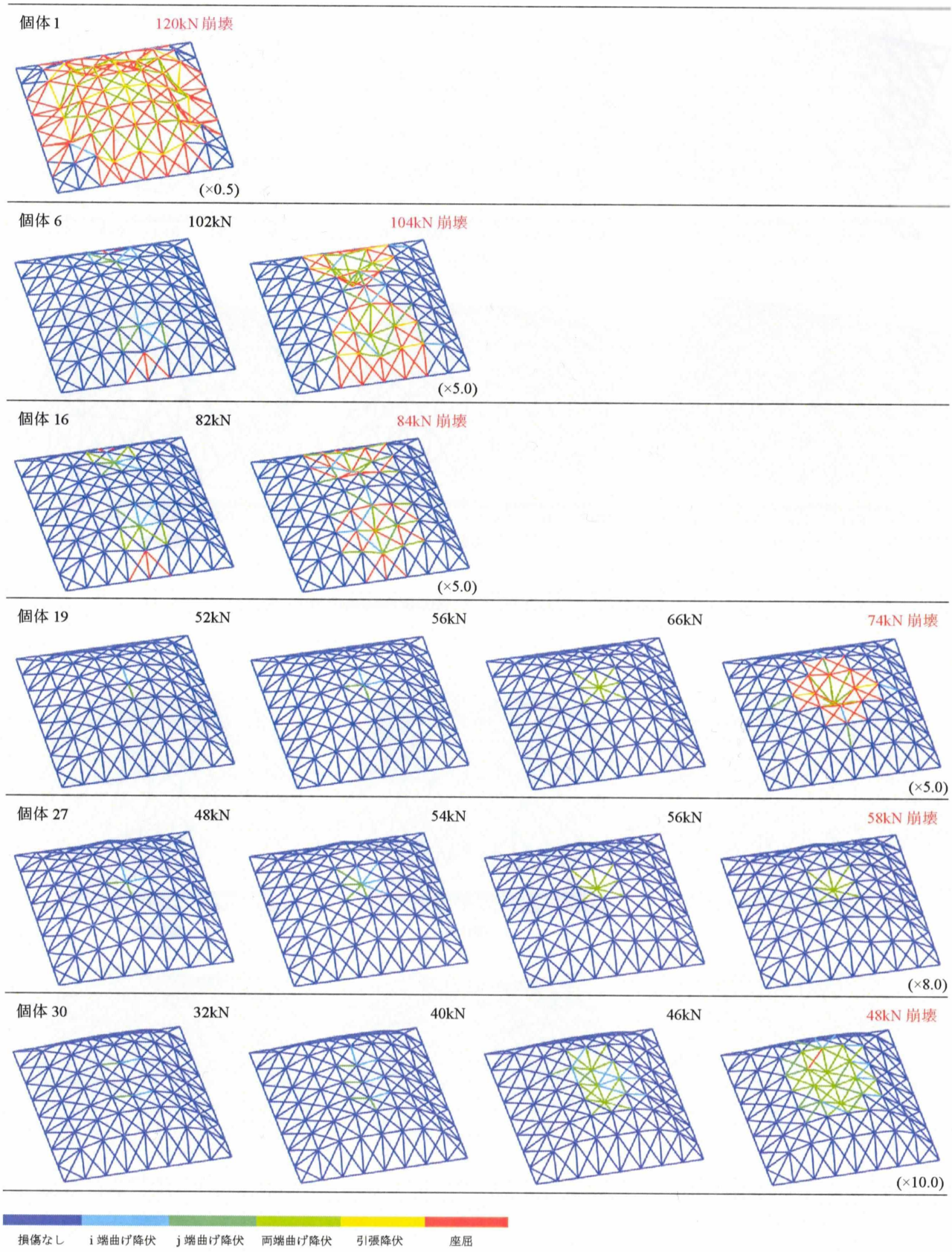


図 3.36: 代表個体の崩壊プロセスと変形図(色は損傷状況を表す)

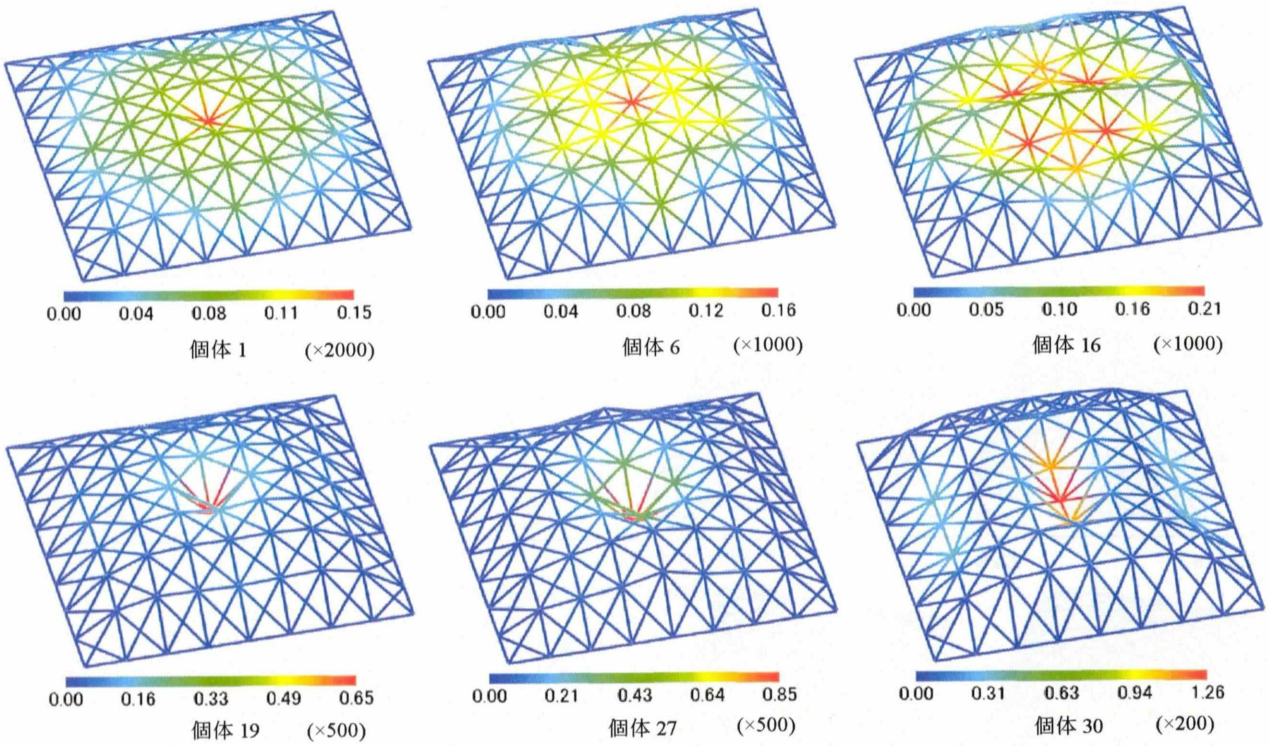


図 3.37: 代表個体の変位図 (色は変位量(cm)を表す)

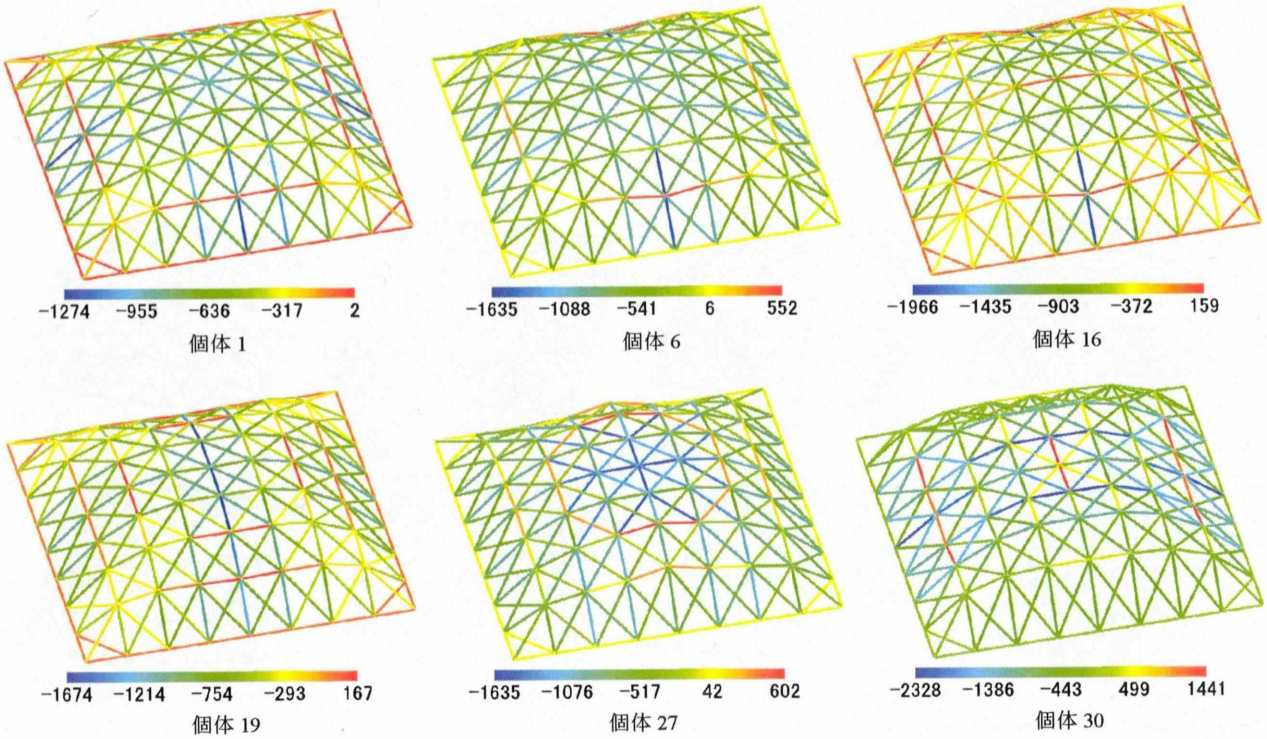


図 3.38: 代表個体の軸応力度図 (色は N_x/A (N/cm^2)を表す)

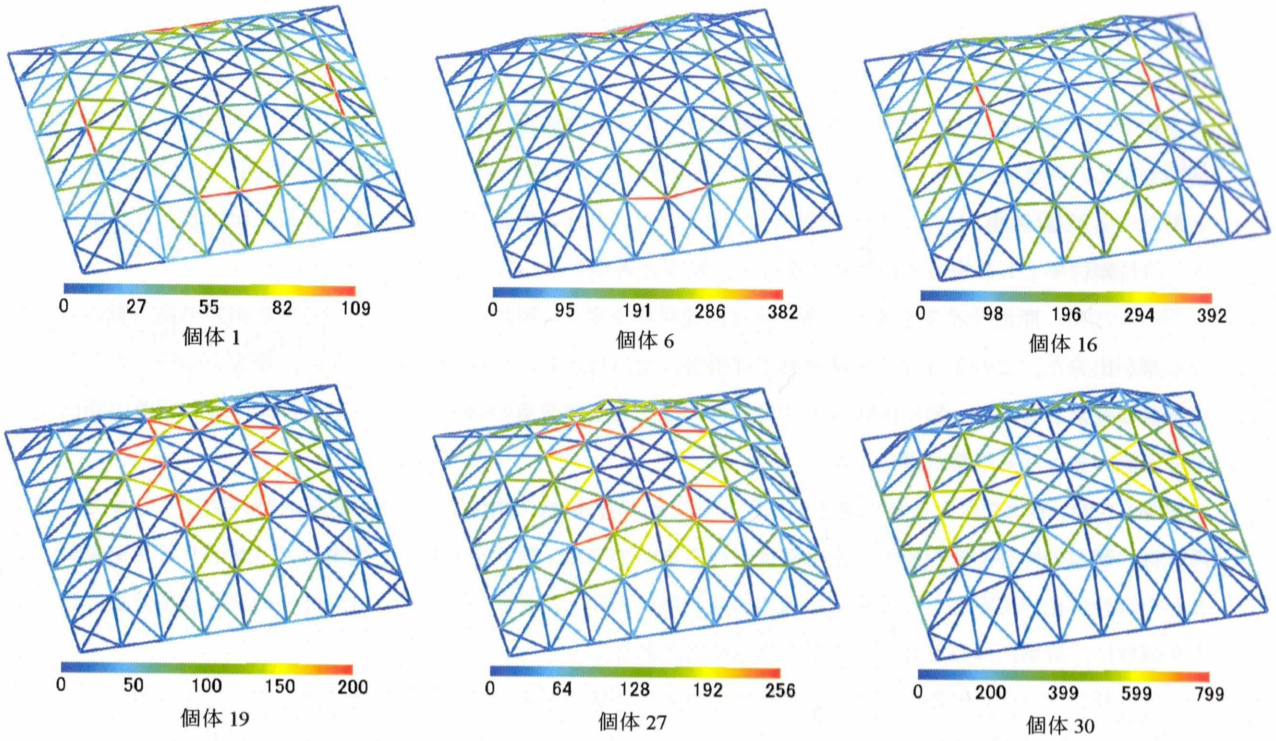


図 3.39: 代表個体の面内曲げ応力度図　(色は$|M_z/Z_z|$(N/cm^2)を表す)

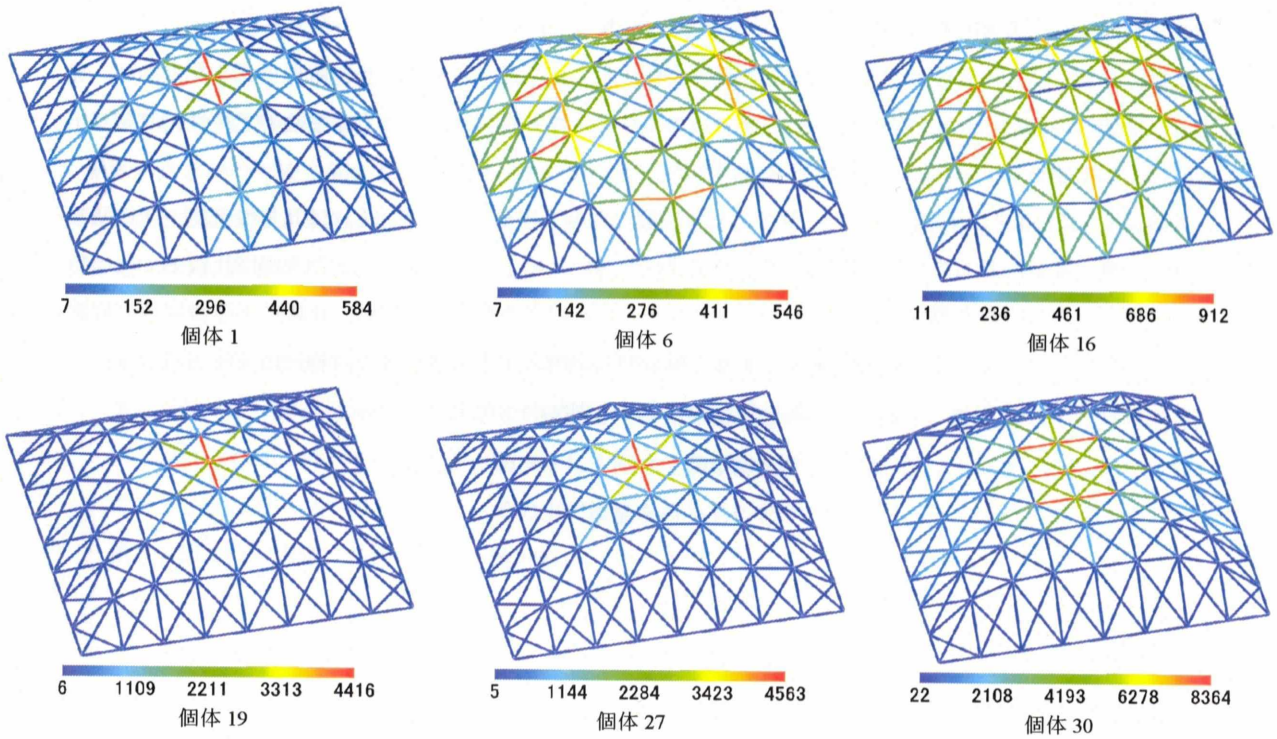


図 3.40: 代表個体の面外曲げ応力度図　(色は$|M_y/Z_y|$(N/cm^2)を表す)

3.5 結語

本章では，歪エネルギーと冗長性を目的関数とした多目的最適化問題の定式化を行い，多目的形態創生の例題を示し，考察を行った。例題には，自由曲面ラチスシェルを対象とし，変数を部材断面のサイズ(例題1)と節点のZ座標(例題2)とし，検討を行った。また，それぞれの例題で冗長性尺度を冗長性伸び率とした場合と冗長性塑性率とした場合で形態創生を行い，結果と考察を示した。

例題1では，断面サイズを変える事で荷重伝達経路を変え，降伏後の荷重の伸びや変形能力が高い個体が得る事が出来た。このような空間構造物では損傷に至ったとしても瞬時に崩壊せずに，安定を保持できる事は重要な要素と考える。特に例題1Aでは剛性の低下と崩壊荷重の低下があまりせずに降伏後の荷重の伸びや変形能力を上げる形態が得られた。

例題2では，形状を変える事で構造システムを変え，軸力抵抗の剛性型から曲げ抵抗の靭性型にする事で，降伏後の荷重の伸びや変形能力が高い個体が得る事が出来た。形状を変数とした場合では断面サイズを変数とした場合に比べて剛性と冗長性には強い相関関係にあり，冗長性の高い個体は剛性の低下と崩壊荷重の低下を犠牲に，荷重の伸びと変形能力を上げる傾向にある。

冗長性伸び率と冗長性塑性率でのそれぞれの最適化の傾向として違いが表れた。断面サイズを変数とした場合では，冗長性伸び率は降伏後の荷重の伸びが良い個体が表れ，冗長性塑性率は降伏後の変形能力が高い個体が表れた。また，どちらも近似Pareto個体の歪エネルギーが比較的小さい個体はあまり降伏後の荷重の伸びも変形能力もあまり良くなく注意が必要である。ただし，これは一つの冗長性尺度を見ただけでは判断出来ず，二種類の冗長性尺度によって多角的に判断する必要があると考える。何故ならば，冗長性とは多くの性質を内包した多義的な評価であり，一つの尺度で判断するには難しいものだからである。

また，今回行った冗長性の評価方法はある荷重条件に対しての限定された評価に留まらざるを得ない。従って，構造物の包括的な冗長性の有無を評価するためには，様々な荷重条件の下で複数の冗長性尺度を算出し，得られた値を基に総合的に判断する必要がある。

本論では，多目的GAの近似Pareto解があまり綺麗な曲線を描かなかった。それは冗長性尺度が連続関数ではない事と変数に対して目的関数値の変動の関連性が薄いためと考えられる。また今回は比較的少ない母集団で探索を行った事も原因の一つとして考えられる。GAは多点探索と呼ばれ，比較的不連続関数の探索には向いているのだが，探索母集団を多くすると解析時間が増大する。本研究では特に増分反復解析を行ったため解析時間の都合上，母集団をあまり多くする事が出来なかった。

第 4 章
形態の検証

4.1　概説

本章では，第 3 章の形態創生で得た非劣個体(近似 Pareto 個体)から代表個体を選び，形態の検証を行う。

形態創生では解析時間の都合上，材料非線形で座屈現象を表し，冗長性において座屈現象が崩壊に与える影響が大きいので安全側になるよう解析条件を設定したが，本章では解析方法によってどのような挙動をするのかを検証する。また，形態創生によって得た形態が動的にはどのような挙動をし，冗長性が動的挙動にはどのように影響するかの検証を行う。

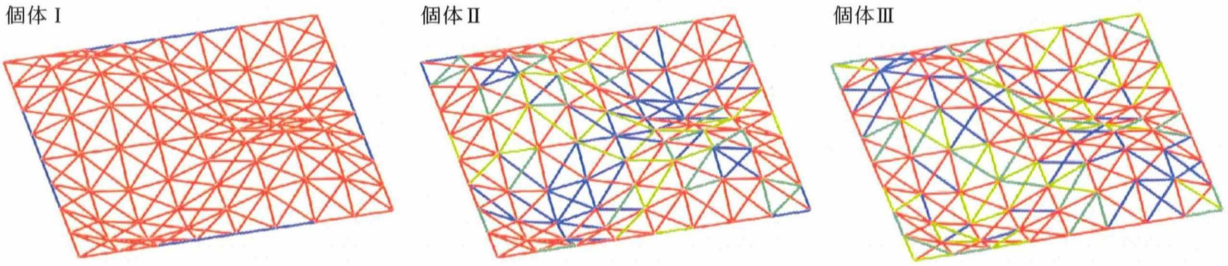
第 4.2 節では，断面サイズを変数とした例題 1 で得た非劣形態の検証を行う。

第 4.3 節では，節点 Z 座標を変数とした例題 2 で得た非劣形態の検証を行う。例題 2 では，同じ断面サイズで非劣個体間の考察を行ったが，あまりにも剛性や初期降伏荷重が違うので，本章では許容応力度割合によって断面サイズを設定し直し，その上で検証を行うものとする。

第 4.5 節では，本章における結語を述べる。

4.2　例題 1 の非劣形態の検証

検証を行う非劣個体群の代表個体は図 4.1 に示す三個体とする。本節では，例題 1A,1B の個体 1 を個体 I と，例題 1A の個体 30 を個体 II と，例題 1B の個体 30 を個体 III と呼ぶ事とする。なお，断面サイズが比較的大きいが，第 3 章から断面サイズの修正は行わず検証を行う。



例題 1A,1B の個体 1 (19.4tf)　　例題 1A の個体 30 (16.8tf)　　例題 1B の個体 30 (17.1tf)

(歪エネルギー最小個体)　　(冗長性伸び率最大個体)　　(冗長性塑性率最大個体)

図 4.1: 検証個体 (色は断面サイズを表す)

4.2.1　静的挙動について

例題では限られた前提条件の上で最適化を行った。よって本節では，別条件で非線形解析を行い，その挙動を考察し，例題結果を確かめる。具体的には非劣形態の個材座屈の影響について検証を行う。

検証では，複合非線形解析を用いて解析を行う。静解析 A として例題と同じ条件の座屈長さ係数を 1 とした座屈耐力低下を考慮した場合，静解析 A'として接合部の損傷状況に応じた座屈長さとした座屈耐力低下を考慮した場合，静解析 B として個材座屈は考慮せず圧縮降伏荷重で完全弾塑性をする場合，静解析 C として静解析 B で部材に中間点を設けることで疑似的に個材座屈を表現した弾塑性座屈解析を行った場合の解析を行う。静解析 A'の損傷状況に応じた座屈長さというのは，両端剛接合の場合に座屈長さ係数を 0.5 とし，片方に塑性ヒンジが生じた場合に座屈長さ係数を 0.7 とし，両端に塑性ヒンジが生じた場合に座屈長さ係数を 0.5 とする。参考のため静解析 A,A',B の軸応力-歪関係の概念図を図 4.2 に示す。なお，他の条件はどれも同一の条件で行うものとする。

荷重は例題同様，拘束されていない節点に等しく鉛直下向き集中荷重を増分させるものとする。なお，静解析 C に中間節点を設け解析を行うが，中間節点には荷重は載せないものとする。

静解析 A,A'のモデル中心節点の荷重-変位曲線を図 4.3 に示し，静解析 B のモデル中心節点の荷重-変位曲線と静解析 C で求めた座屈点を図 4.4 に示す。そして，静解析 C の座屈位置を図 4.5 に示す。

図 4.3 を見ると静解析 A'に対して静解析 A は，座屈長さを長く見ているので，初期降伏荷重や崩壊荷重も小さく，安全側だという事が分かる。また，静解析 B は座屈現象を考慮していない，所謂，完全弾塑性解析である。静解析 B は座屈を考慮した静解析 A,A'に比べると当然安全側だが，図 4.4 で示した静解析 C の座屈点を見ると，静解析 B の荷重-変位曲線の中盤で座屈現象が起こる事が分かる。つまり，静解析 B は途中で座屈現象を起こすので，座屈点以降の結果は工学的に信用に値しない。ここで，静解析 A'の荷重-変位曲線と静解析 C の座屈点の位置を見比べると近い位置で座屈現象の剛性低下を見る事が出来る。静解析 A'は比較的個材座屈現象を表現出来ていると言える。ただし，静解析 C は不整や初期応力等を考慮していないので，冗長性を判断する上である程度安全率を見ると，例題で行った静解析 A は概ね信用できる結果と言える。

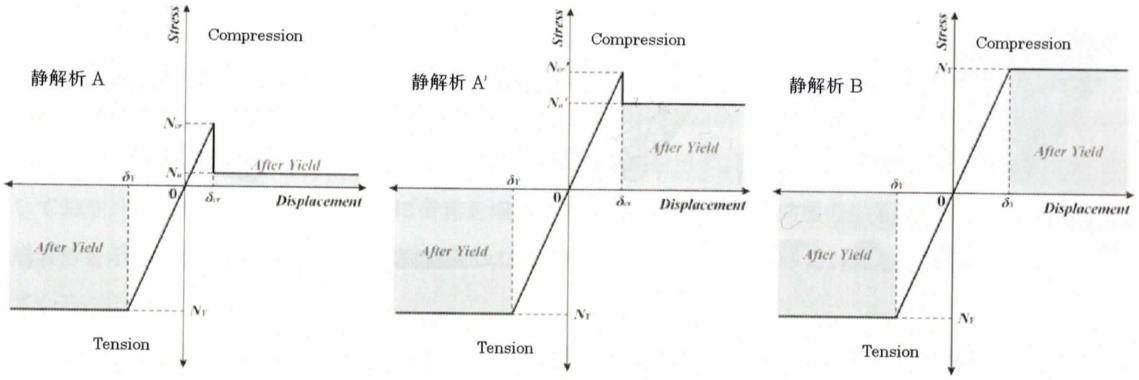


図 4.2: 軸応力-歪関係の概念図

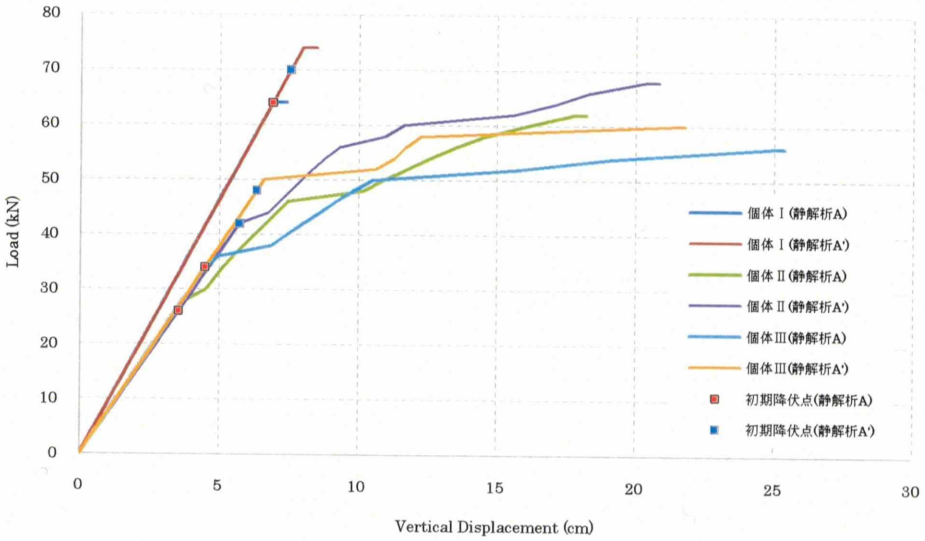


図 4.3: 静解析 A,A'のモデル中心節点の荷重-変位曲線

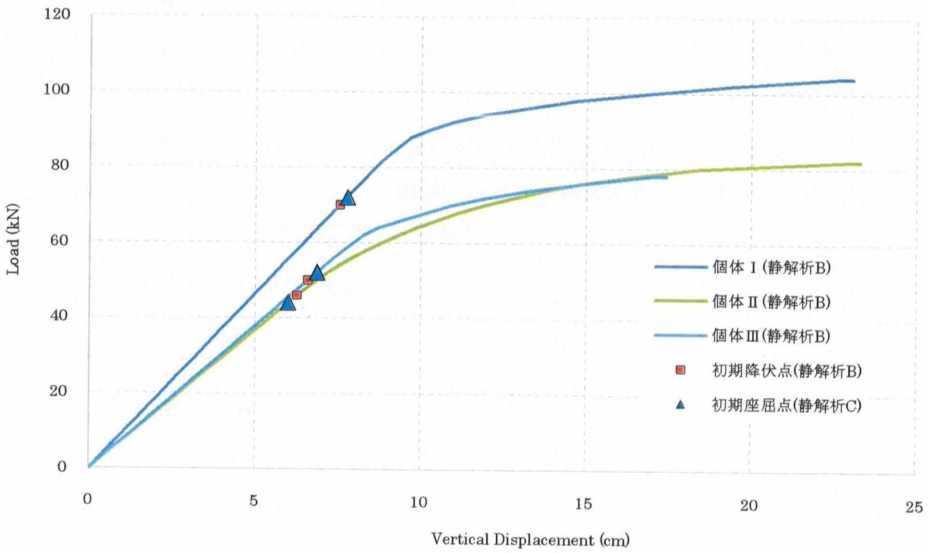


図 4.4: 静解析 B のモデル中心節点の荷重-変位曲線と静解析 C の座屈点

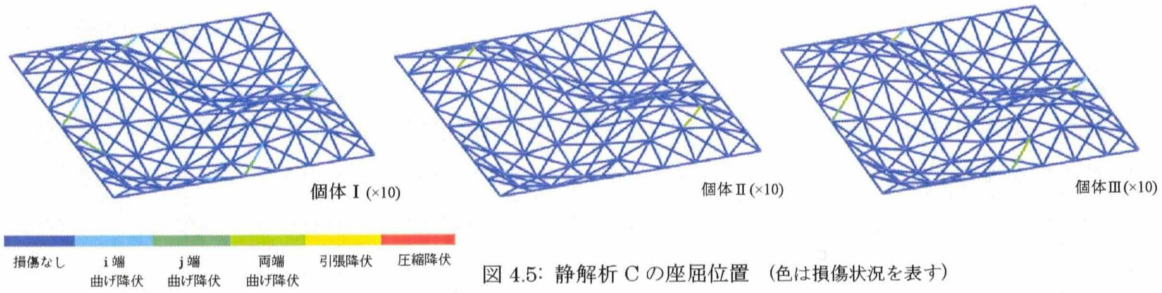


図 4.5: 静解析 C の座屈位置 （色は損傷状況を表す）

静解析 C では部材の中間点にヒンジを設けて座屈現象を表現するのだが，図 4.5 の座屈位置を見ると，中間点にヒンジが出来て座屈している事が分かる。座屈位置と第 3 章の図 3.7,3.16 の崩壊プロセスを見比べると序盤で同様の位置に座屈現象を見る事が出来る。

4.2.2 動的挙動について

武藤・岩瀬と佐々木[22]によって 3 次モード形状の自由曲面コンクリートシェルは動的耐力低下が見られないという結果が報告されている。そこで本節では，崩壊レベルのステップ荷重[23]を載せ，弾塑性時刻歴応答解析を行い，冗長性非劣個体が動的挙動に及ぼす影響を考察する。

解析法の概略

検証では，幾何学的非線形性を考慮して弾塑性振動方程式を組立て，ニューマークの β 法を用いて解析を行う。履歴曲線は図 4.7 のような座屈後耐力低下を考慮した完全弾塑性型とする。β は 1/4 とし，安定性の高い平均加速度法を用い，時間増分を 0.002s とする。動解析では降伏した後は図 2.16 で示した降伏曲面を流動するものと仮定する。質量は節点に集中するものと仮定し，固定荷重を 3.2kN/m^2 の重い床荷重と想定し水平投影面積(2.5m×2.5m)に応じた節点質量を載せるものとする。この固定荷重ならばどれも長期許容応力度に対して 7 割弱の応力度である。減衰は，1 次と 2 次のモードに対して減衰を仮定するレーリー型を用い，減衰定数を h=0.02 とする。なお，振動モードは事前に振動解析を行い求めるものとする。

荷重条件

動解析を行う前に固定+積載荷重 Ps (20kN)を載せ，幾何学的非線形解析を行い初期応力と初期変形を設定してから動解析を行う。動解析ではステップ荷重に対する応答を求める。

ステップ荷重 P_D を図 4.6 に示す。ステップ荷重は固定荷重の分布と相似であり，鉛直下向きに作用すると仮定する。ステップ荷重による崩壊荷重を求める方法は，動解析して 0.2s 後にステップ荷重を加え，5s 間の振動状態を得て，一回の解析を終える。このステップ荷重を増加させながら，解析を繰り返し，モデルが崩壊する最小のステップ荷重を動的崩壊荷重とする。なお崩壊条件は第 3 章の例題と同様である。

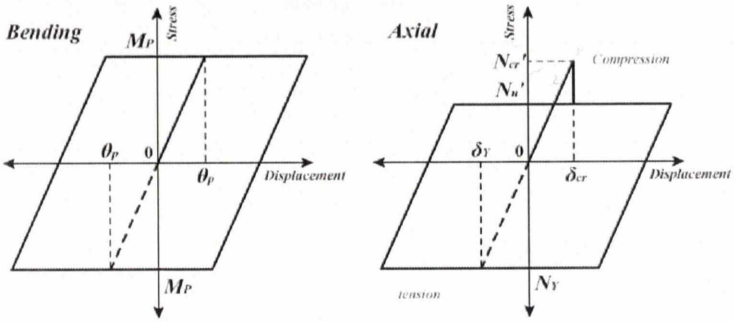


図 4.6: 履歴曲線

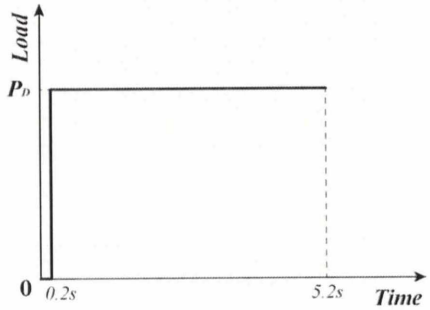


図 4.7: ステップ荷重 P_D

なお，座屈現象の表現方法は，前節で個材座屈の表現に近いと思われる静解析 A'の表現方法を採用した。

以下に時刻歴応答解析結果を示す。表 4.1 に振動解析によって求めた 1 次と 2 次の固有振動周期を示し，表 4.2 に静的･動的耐力値とその耐力比を示す。なお，静的耐力値は静解析 A'の結果である。図 4.8,4.9,4.10 に個体 I ,II,III のそれぞれのシェル中心節点の時刻歴応答変位を示す。図には動崩壊前変位と動崩壊後変位を示しており，動崩壊荷重を求めるために荷重を増加させる際の動崩壊荷重前後の応答変位である。図 4.11 に動崩壊形を示す。色は崩壊時の降伏状況を表し，損傷が発生した場合でも除荷が行われた部材は降伏なしとしている。

表 4.2 の耐力比を見ると，今回の冗長性尺度が必ずしも動的耐力を上げる要因ではない事がわかる。個体 I は静的挙動では，ほぼ同時に複数の部材が損傷し脆性的に崩壊に至ったが，動的挙動では順次部材が損傷していき初期降伏を起こした後でも粘りを見せた。個体 II は，図 4.9 の時刻歴応答変位を見ると，降伏して周期が変わり，高次の振動モードも混ざり複雑な振動を起こしている事が分かる。振動を起こしてから収束するのが最も早いのは個体 II である。個体 III は，降伏を起こすがその後に山側の隅角部で節点座屈現象が見られ不安定となる。個体 III では十分に性能を引き出す前に不安定に至るので，あまり良い結果が得られなかった。

動的挙動は静的挙動とはまた別の荷重伝達経路を発生させ振動するので，静的挙動の荷重伝達経路を元に冗長性が高いと判断された個体では必ずしも動的耐力を上げる要因にはならなかったと考えられる。特に，今回行った冗長性の評価方法は，静的挙動の中でもある荷重条件に対しての限定された評価に過ぎない。また例題では幾何学的非線形性を考慮しなかったので，降伏による耐力低下が要因となる節点座屈を見落としている。

表 4.1: 固有周期

	個体 I	個体 II	個体 III
1 次固有周期	0.229s	0.253s	0.253s
2 次固有周期	0.163s	0.192s	0.181s

表 4.2: 静的･動的耐力値及び耐力比

	個体 I	個体 II	個体 III
静的耐力値	76kN	70kN	62kN
動的耐力値(P_S+P_D)	20+48=68kN	20+37=57kN	20+30=50kN
動的/静的	0.895	0.815	0.807

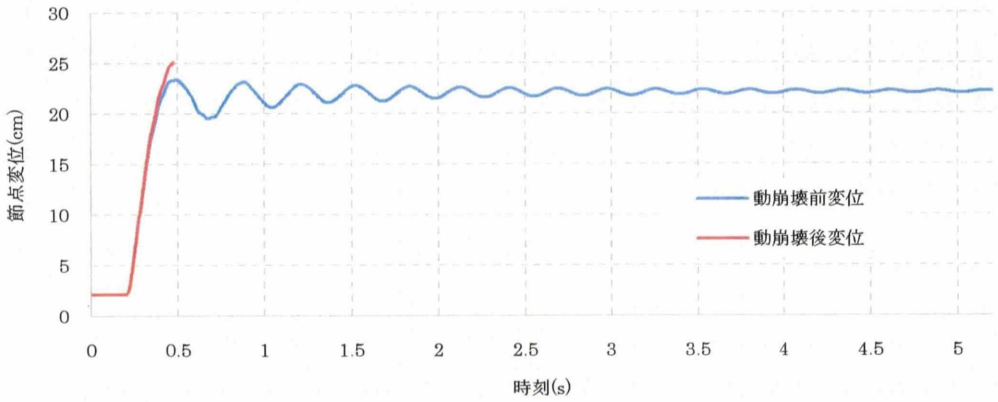


図 4.8: 個体 I のモデル中心節点の時刻歴応答変位

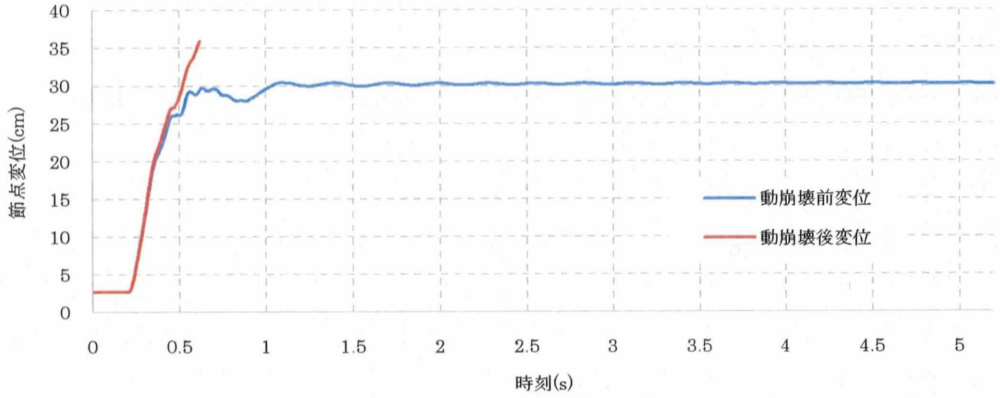


図 4.9: 個体 II のモデル中心節点の時刻歴応答変位

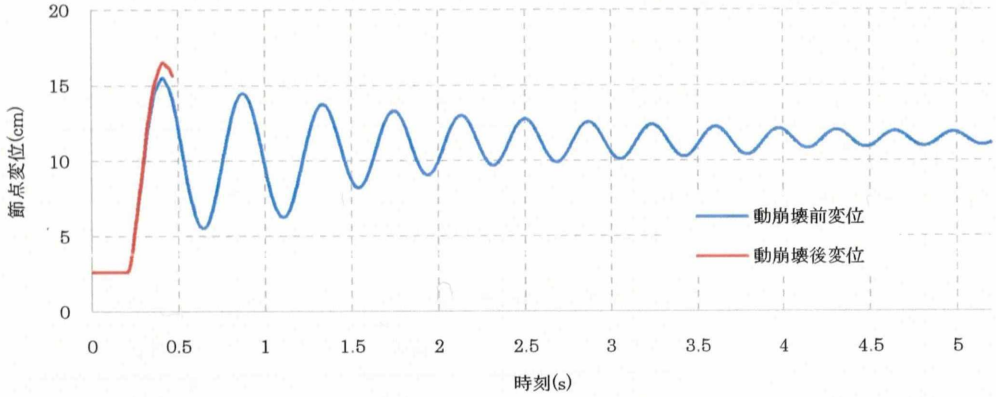


図 4.10: 個体 III のモデル中心節点の時刻歴応答変位

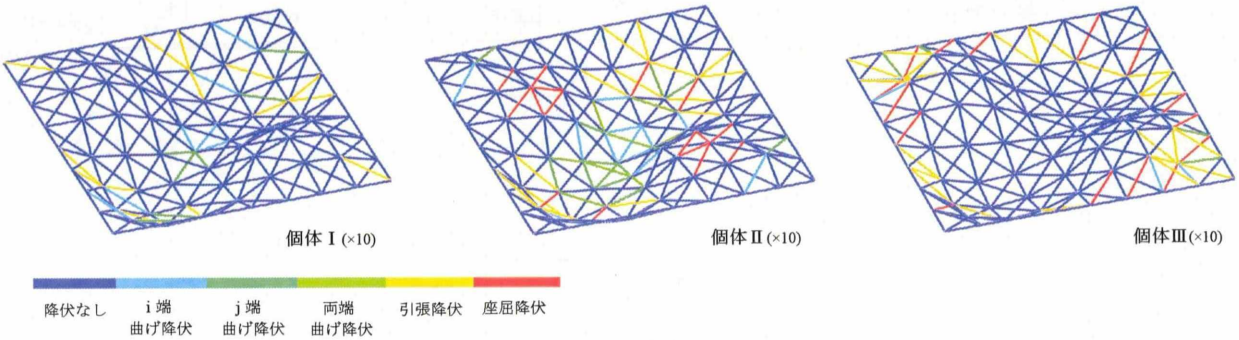


図 4.11: 動崩壊形（色は降伏状況を表す）

4.3　例題 2 の非劣形態の検証

検証を行う非劣個体群の代表個体は図 4.12 に示す三個体とする。本節では，例題 2A,2B の個体 1 を個体 I と，例題 2A の個体 21 を個体 II と，例題 2B の個体 30 を個体 III と呼ぶ事とする。なお，同じ断面サイズで非劣個体間の考察を行ったが，あまりにも剛性や初期降伏荷重が違うので，本章では許容応力度割合によって断面サイズを設定し直し，その上で検証を行うものとする。断面サイズは，固定荷重を自重と仕上げ等の荷重 0.6kN/m^2 と想定し，水平投影面積(2.5m×2.5m)に応じた節点荷重を載せた状態で長期許容応力度割合を 7 割程度とするような JIS 規格の鋼管を設定した。ただし，個体 I のみは全体座屈が固定荷重以下で起きないよう長期許容応力度割合を 3.5 割程度の断面サイズとした。なお，断面は全部材を同一断面とする。使用される部材断面の諸元を表 4.3 に示す。また，図 4.12 の下に示した総重量と固定荷重に対する線形座屈荷重係数は断面修正後のものである。

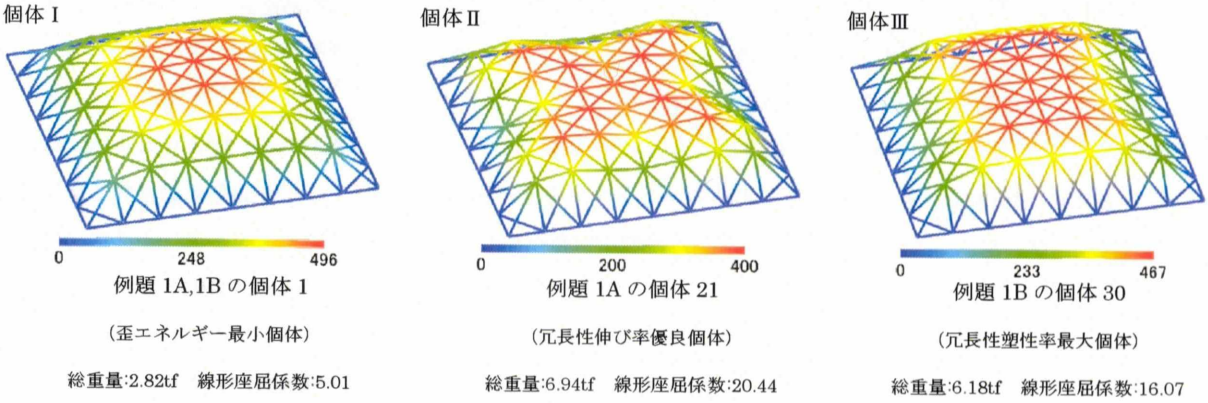


図 4.12: 検証個体 (色は高さ(cm)を表す)

表 4.3: 断面諸元

	ϕ(mm)	t(mm)	W(kg/m)	A(cm^2)	I(cm^4)	i(cm)	Zp(cm^3)
個体 I	48.6	2.8	3.16	4.029	10.6	1.62	5.9
個体 II	101.6	3.2	7.76	9.892	120	3.48	31.0
個体 III	89.1	3.2	6.78	8.636	79.8	3.04	23.6

4.3.1　静的挙動について

4.2.1 節と同様に非劣形態の個材座屈の影響について検証を行う。

検証では，複合非線形解析を用いて解析を行う。なお，静解析 A,A',B,C についての説明は 4.2.1 節にて記述したのでここでは省略する。

静解析 A,A'のモデル中心節点の荷重-変位曲線を図 4.13 に示し，静解析 B のモデル中心節点の荷重-変位曲線と静解析 C で求めた座屈点を図 4.14 に示す。そして，静解析 C の座屈位置を図 4.15 に示す。

図 4.3 を見ると個体 I では静解析 A'に対して静解析 A は，初期降伏荷重や崩壊荷重の低減が見られるが，個体 II III は低減があまりない。よって個体 II,III が個材座屈に対して鈍感だという事が分かる。図 4.14 を見ると個体 I では初期降伏点よりも先に座屈が発生いるが，個体 II,III では座屈よりも先に初期降伏点が先に発生する。特に個体 III では崩壊するまでに座屈が起きない，言い換えれば座屈で崩壊に至る。静解析 A'の荷重-

変位曲線と静解析 C の座屈点の位置を見比べると個体 I で, 7 割程度の増分荷重で座屈が起こる事が分かる。静解析 A'は静解析 A と比べると比較的個材座屈現象を表現出来ているとは言えるが，ある程度低減が必要である。ただし，静解析 C は不整や初期応力等を考慮していないので，冗長性を判断する上である程度安全率を見ると，例題で行った静解析 A は概ね信用できる結果と言える。

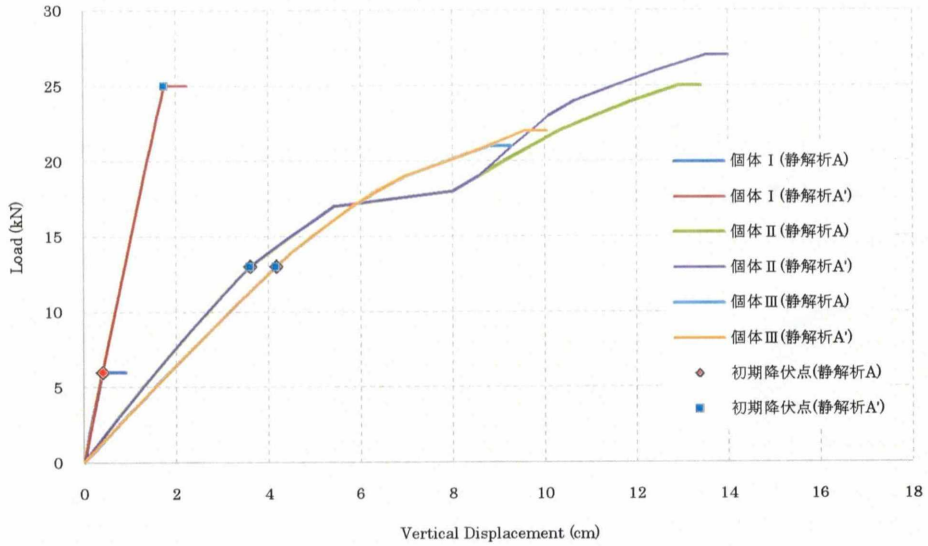


図 4.13: 静解析 A,A'のモデル中心節点の荷重-変位曲線

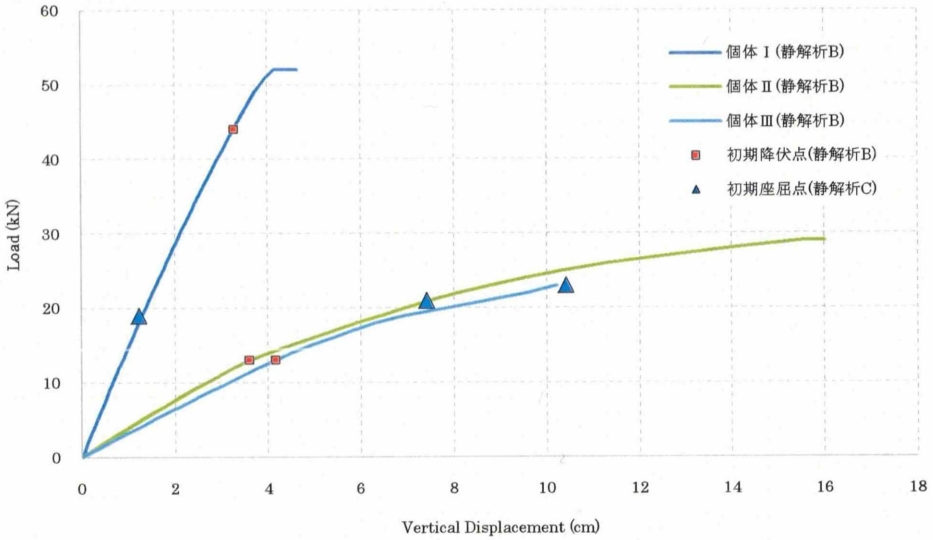


図 4.14: 静解析 B のモデル中心節点の荷重-変位曲線と静解析 C の座屈点

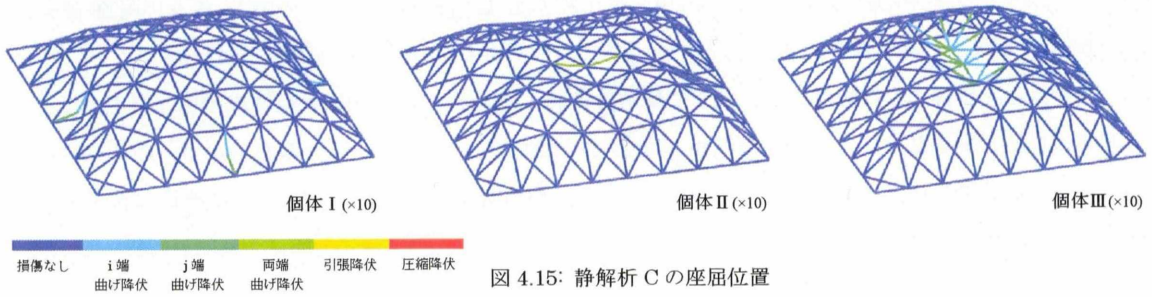


図 4.15: 静解析 C の座屈位置

静解析 C では部材の中間点にヒンジを設けて座屈現象を表現するのだが，図 4.5 の座屈位置を見ると，中間点にヒンジが出来て座屈している事が分かる。座屈位置と第 3 章の図 3.27,3.36 の崩壊プロセスを見比べると序盤で同様の位置に座屈現象を見る事が出来る。

4.3.2　動的挙動について

本節では，崩壊レベルのステップ荷重を載せ，弾塑性時刻歴応答解析を行い，冗長性非劣個体が動的挙動に及ぼす影響を考察する。

なお，解析方法についての説明は 4.2.2 節にて記述したのでここでは省略する。ただし，固定荷重においては自重と仕上げ等の荷重 0.6kN/m^2 を想定し，水平投影面積(2.5m×2.5m)に応じた節点質量を載せるものとする。

座屈現象の表現方法は，前節で個材座屈の表現に近いと思われる静解析 A'の表現方法を採用するが，初期座屈が静解析 C の座屈位置になるように座屈長さを設定し，塑性ヒンジに発生に応じて長くなる様にした。

以下に時刻歴応答解析結果を示す。表 4.4 に振動解析によって求めた 1 次と 2 次の固有振動周期を示し，表 4.5 に静的･動的耐力値とその耐力比を示す。なお，静的耐力値は座屈長さを修正した静解析 A'の結果である。図 4.16,4.17,4.18 に個体 I ,II ,III のそれぞれのシェル中心節点の時刻歴応答変位を示す。図には動崩壊前変位と動崩壊後変位を示しており，動崩壊荷重を求めるために荷重を増加させる際の動崩壊荷重前後の応答変位である。図 4.19 に動崩壊形を示す。色は崩壊時の降伏状況を表し，損傷が発生した場合でも除荷が行われた部材は降伏なしとしている。

表 4.5 の耐力比を見ると，個体 I に比べると個体 II ,III が耐力の低下があまり見られない。これは，個体 II ,III の場合は降伏後に伸びがあり，変形性能に優れているため入力エネルギーを効率よく吸収していると考えられる。個体 I では足元の部材が座屈荷重に達すると，変形が止められず，そのまま崩壊に至る。個体 I の様な軸力抵抗の剛性型では座屈現象が起こると脆性的に崩壊に至る事が分かる。個体 II は，頂部が縦に折れる様に振動し，粘り強い構造となっている。崩壊形は，その縦に折れる端部で座屈を起こし変形を止められず崩壊に至る。また，図 4.9 の時刻歴応答変位を見ると，降伏して周期が変わり，高次の振動モードも混ざり複雑な振動を起こしている事が分かる。個体 III も，頂部が縦に折れる様に振動し，粘り強い構造となっている。崩壊形は，縦に割れて振動を起こすが個材座屈をきっかけに耐力低下を起こし節点座屈に至る。

今回は許容応力度割合によって断面サイズの決定を行ったが，動的挙動と静的挙動ともに部材に余裕度があり，曲げ抵抗の靭性型の構造の方が，耐力が高い事が分かる。

表 4.4: 固有周期

	個体 I	個体 II	個体 III
1 次固有周期	0.231s	0.218s	0.253s
2 次固有周期	0.225s	0.151s	0.181s

表 4.5: 静的･動的耐力値及び耐力比

	個体 I	個体 II	個体 III
静的耐力値	18.5kN	28.0kN	23.5kN
動的耐力値(P_s+P_D)	4.2+8.5=12.7kN	4.8+16=20.8kN	4.7+12.5=17.2kN
動的/静的	0.686	0.743	0.732

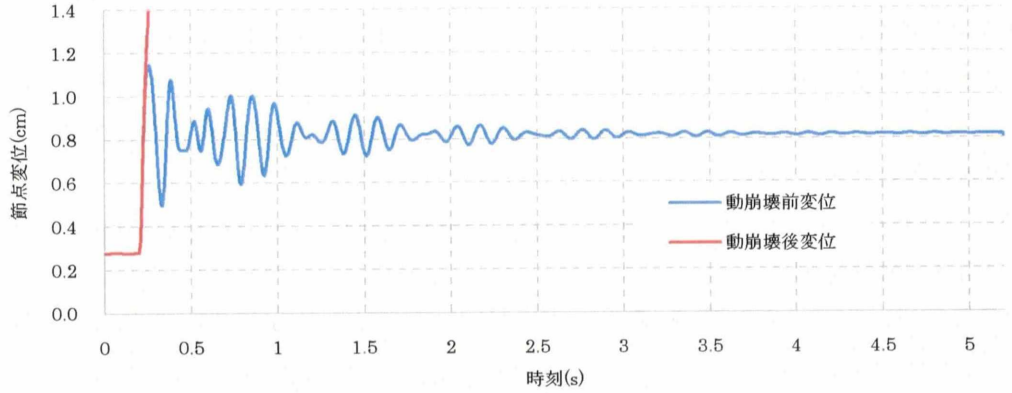


図 4.16: 個体 I のモデル中心節点の時刻歴応答変位

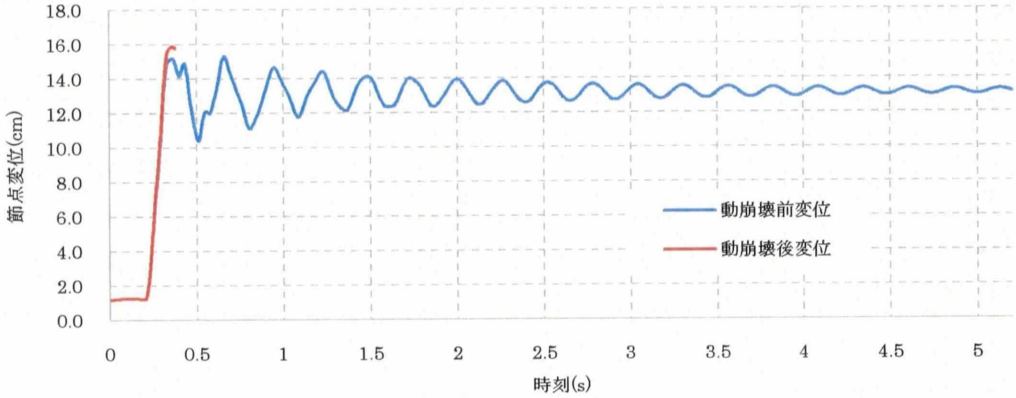


図 4.17: 個体 II のモデル中心節点の時刻歴応答変位

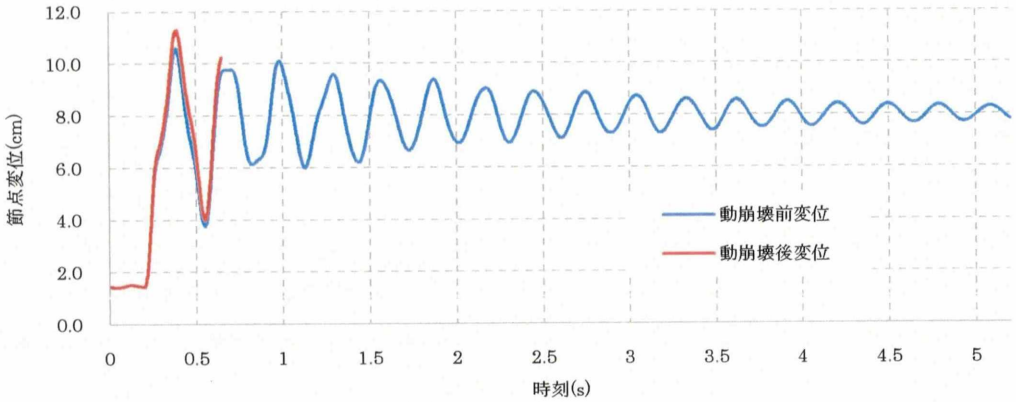


図 4.18: 個体 III のモデル中心節点の時刻歴応答変位

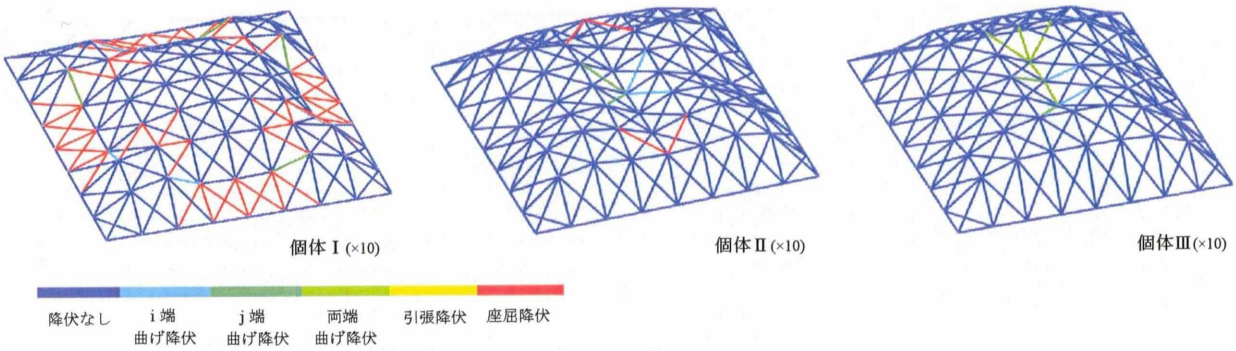


図 4.19: 動崩壊形（色は降伏状況を表す）

4.4 結語

本章では，第 3 章の形態創生で得た非劣個体から代表個体を選び，形態の検証を行った。静的挙動の検証では，非劣個体の形態の検証を行う事で，形態創生での個材座屈の扱いの正当性を確認した。動的挙動の検証では，動的耐力低下の問題を取り上げ，検証を行った。例題 1 の非劣形態は必ずしも冗長性尺度が高い形態が良い結果にはならなかったが，動的挙動が荷重伝達経路で異なった挙動を起こす事を示した。例題 2 の非劣形態は冗長性尺度が高い形態で耐力低下の小さい結果が得られた。

本章の検証により得られた静的・動的耐力を考える上で望ましい形態の特徴をまとめると以下の通りである。

- 余裕度のある部材が複数存在している。
- 曲げ抵抗の靭性型の構造である。
- キーエレメント(決して壊れてはいけない部材)が最後まで損傷しない。
- 変形性能が高く，エネルギー吸収に優れている。

上で挙げた事は第 2 章で述べた冗長性のある構造の特徴とほぼ同様の事を示している。

第5章
結語

5.1　総括

本論文では，多目的遺伝的アルゴリズムを用いて，剛性と冗長性を両立させた形態創生を行った。断面サイズを変数とした形態創生を通して，荷重伝達経路を変える事で冗長性を上げる検討と，形状を変数とした形態創生を通して，自由曲面シェルの冗長性の有用性を確かめる検討を行った。

第1章では，研究背景を述べると共に近年の経済合理性によって失われている余裕度について触れ，それを受けて本研究の目的を述べた。

第2章では，本論で検討していく形態創生を行うために必要な理論と，その定式を示した。まず，本研究で用いた形態創生手法である遺伝的アルゴリズムについて述べ，多目的最適化手法と並列化手法の説明を行った。次に，崩壊事例を示し，余裕度の概念を説明し，余裕度の必要性を述べた。また，余裕度を定義する概念として冗長性とロバスト性について述べ，冗長性の必要性を示した。さらに，冗長性の多義性について触れ，それを受けて，様々な冗長性尺度を紹介し，本論で検討を行う冗長性尺度の定式を示した。また最後に，冗長性を求める際に用いる非線形解析について説明を行い，その定式を示した。

第3章では，剛性と冗長性を目的関数とした多目的問題の定式化を行い，多目的形態創生の例題を示し，考察を行った。目的関数として，歪エネルギーと冗長性尺度を用いて，二つ例題で形態創生を行った。例題には，自由曲面ラチスシェルを対象とし，それぞれ変数を部材断面のサイズ(例題1)と節点のZ座標(例題2)とし，検討を行った。冗長性尺度については，冗長性伸び率と冗長性塑性率の二種類で検討を行い，それぞれの特徴を述べ，考察を行った。

第4章では，第3章の例題で得た非劣個体の形態の検証を行った。個材座屈の扱いを変えた静的解析結果を示し，静的挙動において個材座屈の影響がどのようにあるかを考察した。さらに崩壊レベルのステップ荷重による動的挙動を調べ，例題で得た非劣個体の形態が耐力に及ぼす影響を考察した。

5.2 今後の展望

本論では比較的単純な形状による構造形態の最適化問題を扱ったが、実建築物に応用するにあたり、より不定形で大規模な構造形態に対し適応でき、設計者の意図をより反映できる設計支援ツールとしての発展が望まれる。以下に今後の研究への展望を挙げる。

まず、冗長性を計る評価関数を性質毎にまとめる必要があると考える。今回，二つの冗長性尺度を用いて考察を行ったが，一つの冗長性尺度では分からない事も，異なった性質を持つ冗長性尺度を見る事で分かる事があるからである。近年，冗長性は注目されは始めたが，未だに冗長性は比較的軽視されがちである。その要因として，冗長性を計る評価関数が統一化されておらず，冗長性設計が確立されていないためである。冗長性は建築において元々多義的な言葉であり，それ故に複数の異なった性質を持つ冗長性尺度が存在する。よって，一つの冗長性尺度を満たしたからといって，冗長性の高い建築構造であるかと言うと，必ずしもそうではない。多義的な冗長性を満たすためには多角的に判断する必要が出てくる。冗長性は実に非線形的な概念であり，一つの定式で表せるような単純なものではないと考える。今後，冗長性を判断する際，多角的に判断できるクライテリアが出来る事を望む。

また，本論の4章で行った動的な余剰強度向上を狙った冗長性の形態創生が考えられる。本論では，静的な形態創生で得た非劣個体で動的耐力の考察を行ったが，静的に耐力の伸びが見られた個体が必ずしも動的にも耐力に伸びがある訳ではない事が分かった。また，これは今回行った冗長性の評価方法がある荷重条件に対して限定された評価に過ぎない事も要因に挙げられる。地震や風などの実際に建築に作用する外乱は動的なものであり，動的な判断は今後必要である。

現在では，形態創生に用いるには動解析や非線形増分解析は解析時間が増大するという問題があるので，線形近似した定式を用いて判断するのが得策である。ただし，線形近似した定式を用いて判断するのも重要かもしれないが，かなり限られた条件でしか信頼できないという欠点を持つ。近年まではその限られた条件での解析で事足りてきたが，昨今の技術力の向上や人々の趣味趣向の多様化等により建築設計はより複雑な形態が求められ，今後は様々な要因を含んだ解析を行う必要が出てくると考える。近年の計算機の進化には目覚しいものがあり，ある程度時間は掛けてでも解析を行う事が困難ではなくなる事を期待する。

近年，線形的な研究はやりつくされ，ある程度成熟したと言える。今後は，非線形的な方面に目を向けた研究がより増える事が期待される。

附録

A.1 概説

附録では，参考のために以下の事柄について記述する。

第 A.2 節では，本研究で用いた非線形解析の動作確認を行う。

A.2 非線形解析の動作確認

解析概要

解析対象は下村[29]の論文で用いている解析モデルとした。

図 A.1 に解析モデルを示し，表 A.1 に解析概要を示す。正方形平面，スパン 50m×50m，支持条件は周辺ピン支持，剛接合の自由曲面単層ラチスシェルを想定している。部材の接合はスパンを 10 分割した点を節点として剛接合した。形状は，2 次振動モード形状を基準に各節点の鉛直変位に対して歪エネルギーを最小化するという考え方に基づき，決定されたモデルとする。部材断面については，SN400 材の鋼管 ϕ190.7×5 とし，使用される部材断面の諸元を表 A.2 に示す。

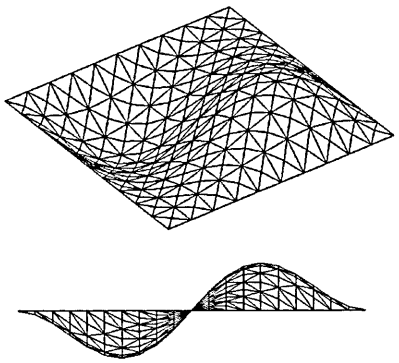


図 A.1: 解析モデル

表 A.1: 解析概要

形状	正方形平面50m×50m　ライズ±9.6m
支持、接合条件	周辺ピン支持　剛接合
荷重条件	鉛直等節点荷重
鋼材諸元	$E=2.05\times10^5 N/mm^2$, $\nu=0.3$ $G=7.94\times10^4 N/mm^2$, $\sigma_y=235 N/mm^2$

E:ヤング係数，ν:ポアソン比，G:せん断弾性係数，σ_y:降伏応力度

表 3.6: 断面諸元

No.	$\varphi(mm)$	$t(mm)$	$W(kg/m)$	$A(cm^2)$	$I(cm^4)$	$i(cm)$	$Zp(cm^3)$
1	190.7	5.0	22.9	29.17	1260	6.57	172

φ:直径，t:厚み，W:長さ当り重量，A:断面積，I:断面二次モーメント，i:断面半径，Zp:全塑性断面係数

汎用解析ソフトの非線形解析

以下の汎用解析ソフトの解析結果は下村[29]の論文から参照している。

解析には構造解析プログラム「MSC.Nastran」による非線形静解析を用いた。解析方法は，幾何学的非線形および材料非線形を考慮した弾塑性座屈解析とする。部材の材料特性は完全弾塑性のバイリニア型として評価する。また，個材座屈を考慮するために全部材の中央に中間節点を設け，1 部材を 2 要素に分割している。荷重は中間節点を除く各節点に鉛直下向きに作用するものとし，荷重値を増分させて作用させる。

解析モデルの最終的な変形図と頂点の節点(節点番号 421)の荷重-変位曲線を図 A.2 に示す。山部分にかかるアーチの節点 133 を含む斜材が面外方向に節点座屈する変形モードとなっている。

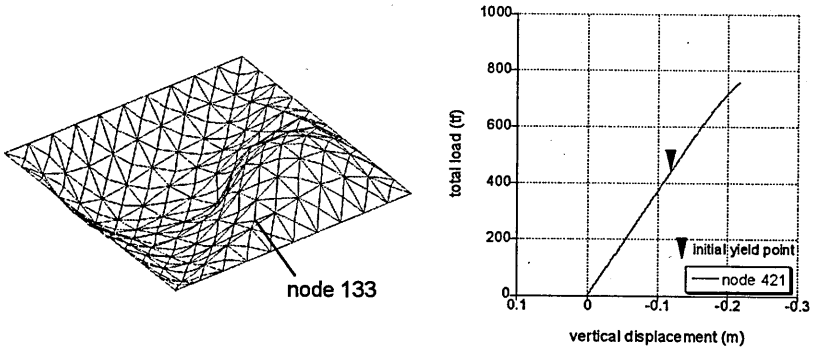
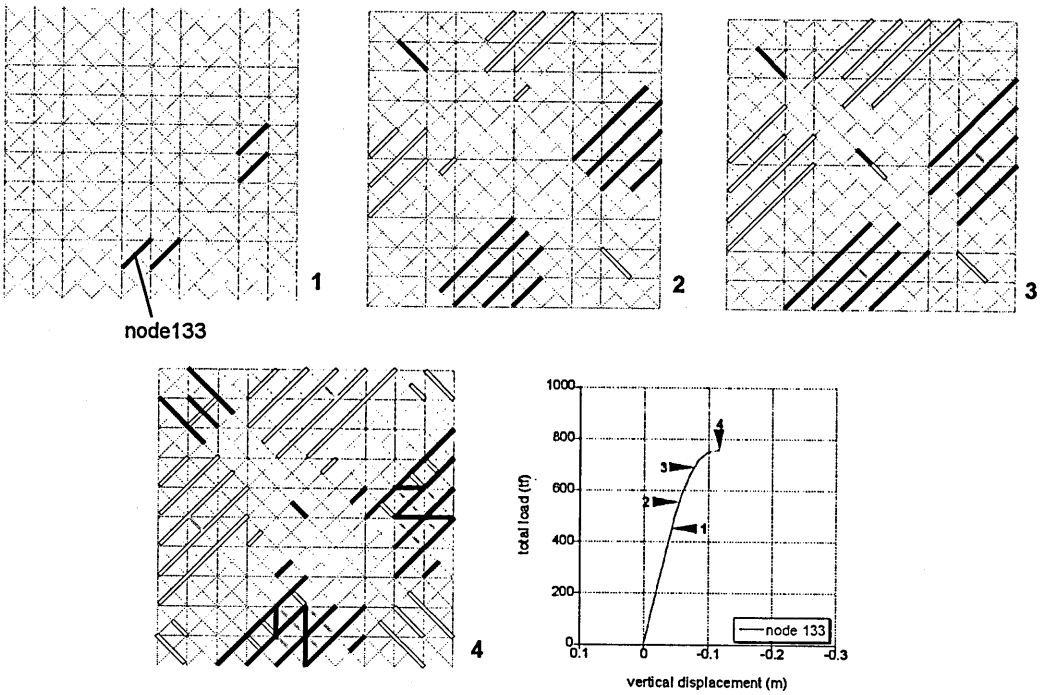


図 A.2: 崩壊時の変形図と荷重-変位曲線(節点 421)

解析モデルの崩壊メカニズムを図 A.3 に示す。図 A.4 には大きな変形が起こる節点 133 の荷重ー鉛直変位曲線を示す。部材の一部が降伏応力度に達したときを部材の降伏とし，圧縮降伏部材を黒線 ▬ で，引張降伏部材を白抜き線 ▭ で，部材が圧縮かつ引張で降伏応力度を越えたとき(降伏モーメントに達したとき)を曲げ降伏とし，灰色の線 ▭ で示した。

解析モデルは初期降伏後の耐力の延びがみられる。1 でアーチを形成し大きな圧縮力がかかる節点 133 を含む斜材が圧縮降伏し，その後，降伏域が徐々に広がり，座屈点に至っている。節点座屈を起こす節点 133 付近には曲げ降伏に達する部材もみられる。初期降伏した後，降伏部材周辺に応力再配分がなされていることが崩壊メカニズムから確認できる。



本研究で使用した構造解析プログラムの非線形解析

解析には本研究で使用した構造解析プログラムによる非線形静解析を用いた。解析方法は，幾何学的非線形および材料非線形を考慮した弾塑性座屈解析とする。部材の材料特性は完全弾塑性のバイリニア型として評価する。今回は汎用解析ソフトとのキャリブレーションが目的であり、材料非線形で個材座屈や座屈の耐力低下は考慮しない事とする。また，個材座屈を考慮するために全部材の中央に中間節点を設け，1 部材を 2 要素に分割している。荷重は中間節点を除く各節点に鉛直下向きに作用するものとし，荷重値を増分させて作用させる。

解析モデルの最終的な変形図と頂点の節点(節点番号 421)の荷重-変位曲線を図 A.5 に示す。山部分にかかるアーチの節点 133 を含む斜材が面外方向に節点座屈する変形モードとなっている。

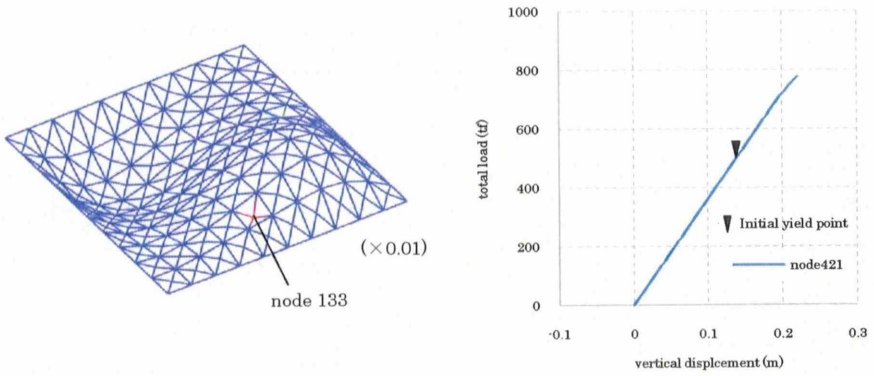


図 A.5: 崩壊時の変形図と荷重-変位曲線(節点 421)

解析モデルの崩壊メカニズムを図 A.6 に示す。図 A.7 には大きな変形が起こる節点 133 の荷重-変位曲線を示す。部材が降伏応力度に達したときを部材の降伏とし，圧縮降伏部材を赤色で，引張降伏部材を黄色で，全塑性モーメントに達した部材を曲げ降伏とし，緑色系で示した。

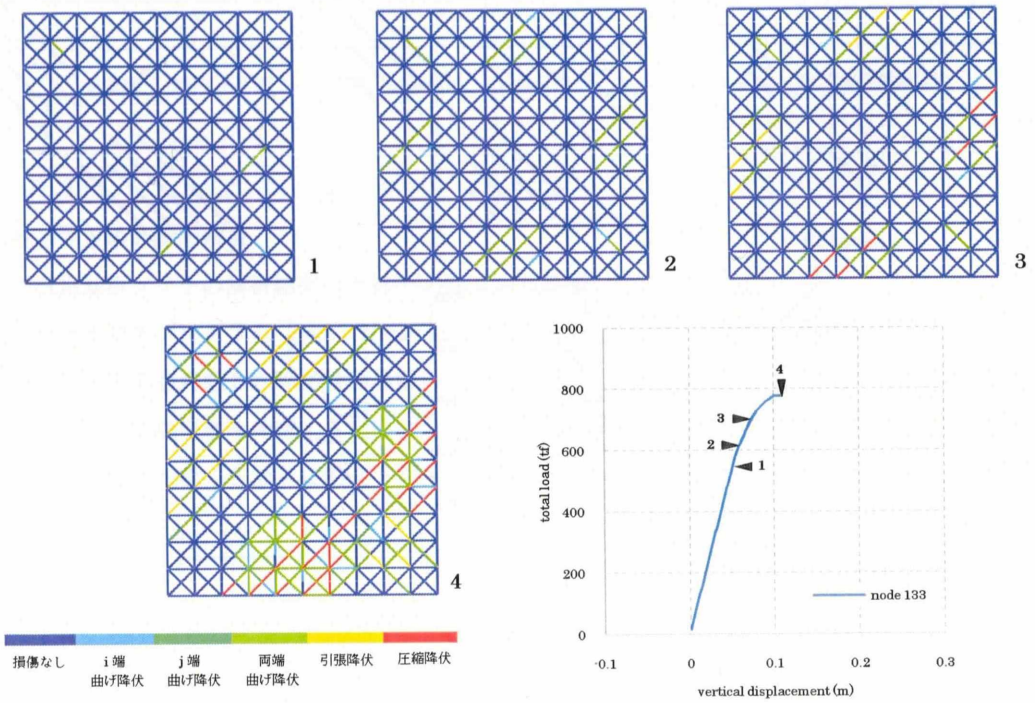


図 A.6: 崩壊メカニズム　　図 A.7: 節点 133 荷重－鉛直変位曲線

汎用ソフトと本研究で使用した構造解析プログラムの結果を比較すると，降伏条件などの構成則の違い等により多少の誤差が見られるが，概ね差異は小さいと思われる。

[参考文献]

[1] 佐々木睦朗：FLUX STRUCTURE,TOTO 出版　2005

[2] 新建築社：新建築 9 月号　2005

[3] 新建築社：新建築 1 月号　2011

[4] 日本建築学会編：構造形態の解析と創生　応用力学シリーズ 5,丸善　1998

[5] 今野浩：整数計画法,講座・数理計画法 6,産業図書　1981

[6] 日本建築学会編：構造形態創生の理論と応用　応用力学シリーズ 8,丸善　2001

[7] 坂和正敏,田中雅博：遺伝的アルゴリズム 朝倉出版 1995

[8] 古田均,杉本博之：遺伝的アルゴリズムの構造工学への応用,森北出版，1997

[9] 三井和男,大崎純,大森博司,田川浩,本間俊雄：発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム　計算工学シリーズ 4,コロナ社　2004

[10] 藤田譲,楠田忠雄,川井忠彦：塑性設計法,森北出版　1960

[11] 秋山宏：建築物の耐震極限設計,東京大学出版会　1987

[12] 藤谷義信：パソコンで解く骨組の力学,丸善　1993

[13] 藤谷義信：パソコンで解く骨組の静的･動的･弾塑性解析,丸善　2000

[14] 藤井大地：Excel で解く 3 次元建築構造解析,丸善　2005

[15] 井上一朗,吹田啓一郎：建築鋼構造 - その理論と設計 -，鹿島出版　2007

[16] 佐藤淳：佐藤淳構造設計事務所のアイテム，INAX 出版　2010

[17] 日本機械学会：計算力学ハンドブック　I 有限要素法　構造編，丸善　1988

[18] 日本建築学会：空間構造の数値解析ガイドライン，丸善　2001

[19] 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針　2009

[20] 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針　2010

[21] 佐々木睦朗研究室：幾何学的非線形解析　梁要素の定式化,名古屋大学佐々木睦朗研究室　2003

[22] 岩瀬智紀,武藤厚,佐々木睦朗：コンクリート系の自由曲面の構造性能評価に関する研究：その 2 平板を起点とする曲面に関する評価事例，日本建築学会学術講演梗概集(関東)，B-1，pp. 691-692，2006.7

[23] 佐藤俊樹,加藤史郎,村田賢,庄村昌明：ステップ荷重を受ける単層ラチスドームの動座屈，日本建築学会学構造系論文集，第 494，pp. 67-74，1997.4

[24] 安江隆治:空間構造物における冗長性評価手法に関する研究，名古屋大学　修士論文 2004

[25] 浜田英明:スプライン関数による自由曲面シェル構造の形態デザインに関する研究，名古屋大学　修士論文 2005

[26] 木村俊明:自由曲面シェル構造の形状と厚み分布の同時決定による構造形態創生に関する研究，名古屋大学　修士論文 2007

[27] 船橋健吾:空間構造物における冗長性評価手法に関する研究，名古屋大学　修士論文 2008

[28] 石塚広一：大空間構造物におけるリダンダンシーに関する研究，法政大学　修士論文 2005

[29] 下村卓：自由曲面構造のリダンダンシーに関する研究，法政大学　修士論文 2006

[30] 高瀬淑也：GA を用いたラチスシェル構造物の形態デザイン手法に関する研究，法政大学　修士論文 2007

[31] 高野勝吉：大空間構造物における冗長性評価手法に関する研究，法政大学　修士論文 2009

[32] J.D.Schaffer : Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. Proceedings of 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, pp. 93–100, 1985.

[33] E.Zitzler and L.Thiele. Multiobjective Evolutionary Algorithms : A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 3, No. 4, pp. 257–271,1999.

[34] E.Zitzler, M.Laumanns, and L.Thiele. SPEA2 : Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK),2001.

[35] E.Zitzler, M.Laumanns, and L.Thiele. SPEA2 : Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization. Evolutionary Methods for Design, Optimisation, and Control, pp. 95–100,2002.

[36] 山川宏,宮下真：ロバスト構造に関する研究（第一報，ロバスト構造の概念とその設計方法），日本機械学会論文集(C 編)，544 号，pp. 125–133，1991

[37] 棟朝雅晴：遺伝的アルゴリズム - その理論と先端的手法 - ，森北出版 2008

[38] マッシス・レヴィ,マリオサルバドリー：建物が壊れる理由，建築技術，1995

[39] Yu Qing and Xiao Xi : Redundancy measure and its application to the design and maintenance of marine structures, *China Ocean Engineering, Vol.11*, pp.161-170, 1997

[40] Dan M. Frangopol, M.ASCE, James P. Curley : Effects of damage and redundancy on structural reliability, *Journal of Structural Engineering*, *Vol.113*, No.7, pp1533-1549, 1987

[41] Dan M. Frangopol, Minoru Iizuka and Keito Yoshida : "Redundancy measure for design and evaluation of structural systems", *ASME*, *Safety and Reliability*, *vol.2*, pp.157-163, 1991

[42] Gongkang Fu, Dan M. Frangopol : Balancing weight, system reliability and redundancy in a multiobjective optimization framework, *Structural Safety*, *Vol.7*, p165-p175, 1990

[43] Yuanheng Feng : "THE THEORY OF STRUCTURAL REDUNDANCY AND ITS EFFECT ON STRUCTURAL DESIGN", *Computers & Structures Vol.28*, p15-24, 1988

謝辞

本論文を作成するにあたり多くの方々からのご指導，ご協力を頂きました。その全ての方々に感謝の意を示し，謝辞と致します。

はじめに，法政大学教授 佐々木睦朗先生には，本論文の指導教授として，終始懇切丁寧なご指導，ご助言，ご鞭撻を賜り，感謝の言葉を申し上げます。研究に対する考え方，構造設計の考え方，設計者の倫理観，将来に対する志，多くの事を勉強させていただきました。構造設計者を目指す私にとっては構造の分野だけでなく，意匠や環境や歴史の事などその幅広い先生のご指導はとても貴重な経験となり，財産となりました。先生の下で勉強していなければ，おそらく構造設計者を目指してはいなかったと思います。先生が実務において活躍されている姿に感銘を受け，私は構造設計者を目指そうと思いました。心より厚く感謝を申し上げます。

また，坪井善隆先生と吉田長行先生に丁寧なご指導を頂いた事に対し深く感謝を申し上げます。

そして，佐々木睦朗構造計画研究所の小松宏年さんと浜田英明さんと木村俊明さんには，お忙しい中で資料の提供をして頂きました。研究室内における参考資料が少なかっただけに心強い存在でした。特に，浜田英明さんには論文の添削をして頂き，アドバイスまで頂き，とてもお世話になりました。心よりお礼を申し上げます。

また，設計データ，解析方法等を引用させて頂いた参考文献の著者の方々には，深く感謝致します。

佐々木研究室の卒業生の高瀬淑也さんは，研究室のおける遺伝的アルゴリズムの研究を始めた方であり，4年生の時にお忙しい中丁寧なご指導をして頂きました。研究室の遺伝的アルゴリズムの研究の基礎を築いて頂いて，深く感謝致します。研究室の諸先輩方には，研究のサポートや日々の雑談など多くの接点を持たせてもらえる事ができ，楽しい研究室生活を送る事ができました。特に，同じ研究グループの先輩の大竹美智子さんと高野勝吉さんには大変お世話になり，本当に感謝をしております。そして同級生の児玉光央君，熊川恵理子さん，本多宏己君には，研究室内外を問わずお世話になりました。お互いに刺激を受け合い，気の置けない良き仲間として，3 年間共に研究ができたことに対し感謝しています。また，同じ研究グループの一つ後輩である川瀬優君と山田和広君にはプログラム作りを協力して頂くとともに，楽しい時間を過ごす事ができました。今後，彼らが研究を進め，さらなる発展をしてくれる事に期待しています。ありがとうございました。

最後に，私をここまで育て，修士に進むという我儘を聞いてくれ，長い学生生活をいつも支えてくれました父と母，そしていつも私を応援してくれました祖母と叔母と弟に心より感謝致します。

2011 年　2 月

園酒　昂

2011/03/04

第2版

6~8