一般均衡理論の形成に対するパレートの貢献：競争均衡と効率性

KAWAMATA, Masahiro / 川俣, 雅弘

(出版者 / Publisher)
法政大学社会学部学会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
Society and labour / 社会労働研究
(巻 / Volume)
44
(号 / Number)
1
(開始ページ / Start Page)
64
(終了ページ / End Page)
115
(発行年 / Year)
1997-09
(URL)
https://doi.org/10.15002/00007743

一般均衡理論の形成に対するパレートの貢献：競争均衡と効率性

川　俣　雅　弘

はじめに

ヴィルフレド・パレートは，ワルラスの後継者として『経済学講義』，『経済学提要』，『社会学概論』などの著作を通して一般均衡理論や厚生経済学の形成に貢献したことで知られているが，一般均衡理論や厚生経済学のどの部分が彼の貢献であるかについて明確に知られているとはいえない。歴史的事実として，一般均衡理論はワルラスによって基本的枠組みが構築され，パレートを経て，いくつかの数学的問題を除いてヒックス（1946）によって完成され，ローザンヌ学派のみならず，ケンブリッジ学派やオーストリア学派の理論を統合するための基礎理論としての地位を与えられていることが知られている。その意味で，ワルラスは一般均衡理論の創始者として，ヒックスは限界革命以降の非常に広い意味での新古典派の完成者として，同時に現代的な一般均衡分析の出発点として評価は定まっている。ところが，ワルラスの理論を継承したパレートの研究については，消費者理論に無差別曲線を導入したこと，彼の名が冠されるパレート効率性を定義したこと，所得分配に関するパレート法則を見いだしたこと以外にはほとんど何も知られていない。しかも，無差別曲線の導入やパレート効率性の定義はすでにエッジワース（1881）によって行われており，一般均衡理論の形成に対するパレートの純粋な貢献が何であるかについては，従来の認識は，若干の例外を除いて，ほとんど知られていないといってよい状態である。

他方，チップマン（1976）やドゥーリー（1983）は，ヒックスによる研究のかなりの部分はパレートによって既に同じような結果が得られていることを指摘しており，従来のパレート観に対する例外となっている。これらの認識のギャップは，たとえばヒックスの『価値と資本』第1章〜第8章における静学的な一般均衡理論に関して，そのうちのどの部分がパレートに帰せられるかという問題について興味をかきたてる。

パレートの貢献についてあまり知られていない理由はいくつか指摘されるが(1)，より重要なことは，彼の時代にはすでに専門的な貢献は著作ではなく専門誌に掲載される論文によって行われていたのに対し，研究者は著作を重視していたことであると思われる。実際，彼の経済学に関する著作は基本的に教科書であり，彼の貢献はこうした著作を通してではなく，むしろ著作集の第8巻や第26巻に収められているような専門論文を通して行われている。これらの論文のほとんどは *Giornale degli Economisti*（1889年〜）に掲載された論文である。当時，すでに欧米各国で経済学の専門誌が公刊されており，経済学の制度化が進行していた。パレートの研究発表のメディアは著作ではなく論文であるという意味において，彼はこうした経済学の制度化に基づいた現代的な研究スタイルをもっていたといえる(2)。パレートの研究成果の大部分は著作にまとめられているから，彼が最終的に何を研究成果と考えていたかを知るには著作を研究すれば十分であるが，彼の研究の動機や研究の経緯を知るには論文を研究する必要がある。

パレート全集の第8巻『統計学および数理経済学』や第26巻『純粋経済学論集』に収められている論文についてはチップマン（1976）による詳細な研究がある。彼は現代の経済理論の観点からパレートの研究をいくつかの分野に分類し，それぞれの分野への貢献を理論的に評価している。それに対しわれわれはワルラス，パレート，ヒックスによって一般均衡理論の体系がどのように構築されたのか，一般均衡理論の形成に対する貢献のどの部分がパレートに帰せられるのか，という観点から

パレートの研究を評価したい。これにより，一般にローザンヌ学派の後継者としてワルラスとペアにして語られるパレートの印象と，ワルラスの『純粋経済学要論』，パレートの『経済学提要』，ヒックスの『価値と資本』を読み比べたときに感じる，少なくとも静学的な一般均衡理論の範囲ではパレートの理論はヒックスの理論と酷似しているという印象との間隙を埋めることができるであろう。

こうして本稿の目的は，パレートの一般均衡理論に関する専門誌の論文について検討することにより，一般均衡理論の形成に対するパレートのオリジナルな貢献を再評価することである。われわれはワルラスの『純粋経済学要論』，パレートの『経済学提要』，ヒックスの『価値と資本』について完全競争市場の理論の核心となる部分を比較対照することにより，ワルラスとヒックスの間におけるパレートの位置づけあるいはワルラスからヒックスへの一般均衡理論の展開においてパレートが果たした役割あるいは彼の貢献を明らかにする。

1　研究対象と分析方法

パレートの貢献は多岐にわたるので，すべてを同時に考察するのは難しい。そこで，相対的に関連が深く，基本的に同じアプローチで分析できる話題を1セットにして考察することにする。ここでは，本稿で考察する研究対象とその分析方法について説明する。

1－1　競争均衡と効率性

パレート全集の第8巻『統計学および数理経済学』や第26巻『純粋経済学論集』に収められている論文を詳細に調査したチップマン（1976）によれば，パレートの貢献は効用理論，消費者理論，生産者理論，一般均衡体系，厚生経済学，国際貿易理論，パレート法則として知られる人口と所得分配の法則の研究などのさまざまな分野にわたる。こ

こでは，まとまりのある体系としてドゥブリュー（1959）の『価値の理論』の体系すなわち競争均衡とその効率性を採用する。したがって，われわれは効用理論，消費者理論，生産者理論，競争均衡とその効率性に関するパレートの貢献について調べることにする(3)。この研究は一般均衡理論という形式化された理論の通常科学の範囲での展開の調査であり，その意味で問題の意義は限られているが，問題に対して明確な解答が得られるという利点がある。

ワルラス，パレートおよびヒックスの研究を比較するためには，彼らの研究成果を同一の土俵の上で比較しなければならない。そこで，それらを共通の研究分野，たとえばヒックスの『価値と資本』第1章～第8章における静学分析に限定して比較するならば，彼らの研究成果を同一の土俵の上で比較することができると考えられる。このときには，消費者行動の理論，生産者行動の理論，完全競争市場の理論および厚生経済学の基本定理などの研究分野が考察の対象となる。

1－2　公理的アプローチ

ワルラスやパレートの理論を理解しようとするときには，彼らの理論がある意味で経済理論の発展段階によって制約されていることを考慮せざるをえない。というのは，現在では，ドゥブリュー（1959）のように経済環境とその均衡によって経済理論を公理系として記述する方法が一般的になり，均衡解の存在や安定性が保証されていることを確認するのが当たり前のことになっている。ところが，ワルラスやパレートが構築しようとしている一般均衡理論については，消費者均衡と生産者均衡の存在の必要十分性，一般均衡解の存在，安定性などの保証，彼らが主張している定理の証明など，彼ら自身が理論を正確に記述しようとして意図しているにもかかわらず，彼らのその意図が実現されているとはいえない。そのため，原点には記述されていないことを補って，彼らの理論を解釈しなければならない。

われわれは，過去の理論の解釈については形式主義的な立場を貫くことにする。数理論理学（Shoenfield, 1967）においては，経済理論を理解するということは，その理論のモデルすなわち理論の経済学的意味づけが何であるかを認識することである。一般に理論は，それを記述するための言語，公理系，推論規則，公理系と推論規則から導出される定理から構成される形式体系，およびその形式体系の解釈あるいはモデルによって表現される。完全性定理（Shoenfield, 1967, Ch.3, p. 43）によれば，形式体系がモデルをもつのはその形式体系が無矛盾であるときかつそのときのみである。完全性定理は一階述語論理に対して成立する定理であるのに対し，経済理論は不完全性定理が成立する，より高階の述語論理であるから，完全性定理を直接適用することはできないが，それでもなお，われわれが理解できる経済理論は無矛盾でなければならない。また，定理は公理系と推論規則から証明されなければならない。したがって，過去の経済理論を理解するということは研究対象となる過去の経済理論を無矛盾かつ証明可能な公理系として解釈するということに他ならない（川俣，1996)。

われわれは，ワルラス，パレートおよびヒックスの理論を公理的アプローチによって比較する。まず，それぞれの理論において用いられている言語を統一し，その統一された言語に基づいて理論を記述する。このとき，それぞれの理論において相互に翻訳不可能な用語が存在するときには，それらを同時に記述できるような新しい用語を導入しなければならない。また，一方の理論にはなく他方の理論にある用語がその用語を含まない前者の理論を記述する言語と無矛盾であるならば，それらの用語を統合した言語が両方の理論を共通に記述する言語である(Shoenfield, 1967, Ch.3)。もちろん，まったく異なる理論を比較することはできない。任意の２つの理論が比較可能であるということはそれらの理論が非常によく似ているということを意味している。われわれのケースはクーン（1972）の通常科学に属す理論の比較であり，新し

い理論を記述する言語は旧い理論を記述する言語より多くの概念を含んでいるから，完成された一般均衡理論のなかで必要最小限の言語で記述されているドゥブリュー（1959）において経済環境を記述するために用いられている言語を用いて理論を記述する。

つぎに，統一的言語に基づいて，その言語によって表現される公理の体系として理論を記述する。このとき，公理系として表現される理論は公理から導出される定理をすべて暗黙的に含意するが，実際にはいかなる定理も証明されてはじめて定理であることがわかるのであり，誰でも自己のヴィジョンを定理として主張するときには理論を記述する公理系からその定理から証明しなければならない。また，経済学は経験科学であり，反証可能な定理のみが経験的に意味のある定理であるから，経済学者のヴィジョンは反証可能な定理のグループによって特徴づけられる。そこで，ある経済学者が構築した理論を公理系とその公理系からその経済学者が導出した反証可能であると考えられる定理の組み合わせとして表現することにする。

2　消費者行動の理論と需要法則

パレートが活躍した時代の一般均衡理論の形成のプロセスにおいては，消費者行動の理論の展開は，任意の財の需要がその財の価格の減少関数になるという需要法則をできるだけ一般的な経済環境に基づいて導出する方向へ展開していたと考えられる。実際，パレート（1892a, 1892b, 1892c, 1893a, 1893b）は，経験法則としての需要法則をはじめて理論的に裏づけたマーシャルの消費者行動の理論から出発して，効用関数を一般化し，スルツキー方程式の粗代替項を導出した。ヒックスとアレン（1934）はパレートの成果に基づいてこの問題を一段落させたが，ヒックス（1946, ch. 1）が指摘しているように，パレートの消費者行動の理論への貢献は効用関数とスルツキー方程式の粗代替項の導出

にある。そこで，この節においては，パレートの消費者行動の理論がマーシャルの理論からヒックスの理論への展開のどの階段に位置するかを，効用関数とスルツキー方程式の導出に着目して考察する。

2−1　マーシャルの消費者行動の理論と需要法則

いま，H 個の財があり，指標 $h\in\{1,\cdots,H\}$ によって表されるとする。価格体系は $p=(p_h)\in R^H$，消費者の所得は $M\in R$，消費は $x=(x_h)\in R^H$ によって表される。

一般に，ワルラス，マーシャル，パレート，ヒックスらの消費者行動の理論は消費者の暗黙の消費集合 $X=R_+^H$，効用関数 $U(x)$，所与の価格体系 $p=(p_h)\in R^H$ と所得 $M\in R$ によって特徴づけられる消費者経済

$$(X, U(x), (p, M))$$

および

（α）　x^* は $p\cdot x=M$ のもとで $U(x)$ を最大にする。

を満たす消費者均衡 x^* によって特徴づけられる公理系と，この公理系から導出される一連の定理，すなわち消費者均衡の必要条件，

$$\text{(C)}\qquad \frac{u_1(x^*)}{p_1}=\frac{u_2(x^*)}{p_2}=\cdots=\frac{u_H(x^*)}{p_H}=\lambda(p,\ M)$$

および消費者均衡から導出される需要関数の性質，によって記述される。

マーシャルの消費者行動の理論の特徴は，効用関数 $U(x)$ は次の性質

① 効用関数は加法的である，すなわち $U(x)=\Sigma_{h=1,\cdots,H}U_h(x_h)$ である

② 限界効用は逓減する，すなわち限界効用$\equiv\partial U/\partial x_h\equiv u_h>0$ とおくと，$\partial u_h/\partial x_h\equiv u_{hh}<0$ である

③ 所得の限界効用は一定である，すなわち消費者均衡において定まるラグランジュ乗数を λ とすると

$$\frac{\partial\lambda(p, M)}{\partial p_h}=0$$

を公理としていることである(4)。

このときには，消費者均衡は

$$(1)\quad \frac{\frac{dU_1}{dx_1}(x_1{}^*)}{p_1}=\frac{\frac{dU_2}{dx_2}(x_2{}^*)}{p_2}=\cdots=\frac{\frac{dU_H}{dx_H}(x_H{}^*)}{p_H}=\lambda(p, M)$$

となる。したがって，それぞれの財の需要関数はその財の価格のみの関数として表現され，任意の $k\in\{1, \cdots, H\}$ について，

$$x_k=\left(\frac{dU_k}{dx_k}\right)^{-1}[\lambda(p, M)p_k]$$

となる。この需要関数を p_h について偏微分すると，$k=h$ のときには，

$$(2)\quad \frac{\partial x_h}{\partial p_h}=\frac{p_h}{\frac{dU_h{}^2}{dx_h{}^2}}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial p_h}+\frac{1}{p_h}\cdot\frac{\frac{dU_h}{dx_h}}{\frac{dU_h{}^2}{dx_h{}^2}}=\frac{p_h}{u_{hh}}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial p_h}+\frac{1}{p_h}\cdot\frac{u_h}{u_{hh}}$$

が得られ，$k\neq h$ のときには

$$(3)\quad \frac{\partial x_k}{\partial p_h}=\frac{p_k}{\frac{dU_k{}^2}{dx_k{}^2}}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial p_h}=\frac{p_k}{u_{kk}}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial p_h}$$

が得られる。所得の限界効用一定の法則より $\partial\lambda/\partial p_h=0$ であるから，上記の２式はそれぞれ

$$\frac{\partial x_h}{\partial p_h}=\frac{1}{p_h}\cdot\frac{u_h}{u_{hh}},\quad \frac{\partial x_k}{\partial p_h}=0$$

となる。効用関数は消費の増加関数であるから限界効用は正であり，価格は正である。したがって，需要法則は限界効用逓減の法則と同値になる。

ところが，効用関数が加法的であること，所得の限界効用が一定であることが，効用関数の性質としてかなり特殊であることには相違ない。

パレートはこうした効用関数の一般化とそれにともなう需要法則の証明を試みている。

2−2 パレートによるスルツキー方程式の粗代替項の導出

パレート（1892c, pp. 121-126）はまず，所得の限界効用一定の仮定をはずして需要法則を導出しようとしている。このときには $\partial\lambda/\partial p_h \neq 0$ であるからこの項を消去しなければならない。そこでパレートは以下のようにスルツキー方程式の粗代替項を導出している。所得制約式 $p \cdot x = M$ を p_h について偏微分すると，任意の $h \in \{1, \cdots, H\}$ について，

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial p_h} + \cdots + p_H \frac{\partial x_H}{\partial p_h} + x_h = 0$$

が得られる。この式に（2）式および（3）式を代入することにより，

$$\frac{\partial\lambda}{\partial p_h} \Sigma_i \frac{{p_i}^2}{u_{ii}} + x_h + \frac{u_h}{u_{hh}} = 0$$

が得られる。したがって，

$$(4) \qquad \frac{\partial\lambda}{\partial p_h} = -\frac{x_h + u_h/u_{hh}}{\Sigma_i {p_i}^2/u_{ii}} = \frac{x_h + u_h/u_{hh}}{T}$$

ただし

$$T = \Sigma_i {p_i}^2/u_{ii} < 0$$

が得られる。そこで，（2）式および（3）式に（4）式を代入することにより，スルツキー方程式の粗代替項

$$(5) \qquad \frac{\partial x_h}{\partial p_h} = \frac{-p_h x_h + \frac{u_h}{p_h}\left(T - \frac{{p_h}^2}{u_{hh}}\right)}{u_{hh} T}$$

$$(6) \qquad \frac{\partial x_k}{\partial p_h} = \frac{-p_k\left(x_h + \frac{{p_h}^2}{u_{hh}}\right)}{u_{kk} T}$$

が得られる。パレートはこれらの式から２つの結果が得られるとして

いる。(6) 式において商品hが供給されるならば$x_h<0$であるから，(6) 式は正であり，次の定理が成立する (Pareto, 1892c, p.124)。

定 理 個人によって供給される商品の価格が上がり，その他の商品の価格が固定されたままであるならば，需要される商品の量は増え，供給される商品の量は減る。

彼はまた，(5) 式において商品hが需要されるならば$x_h>0$であるから (5) 式は負であり，次の定理が成立する (Pareto, 1892c, p. 124)。

定 理 個人によって需要される商品の価格が上がるならば，その需要量は減る。

このように，所得の限界効用一定の仮定をはずすと需要法則の成立が微妙になる。

しかし，パレートの目的はより一般的な選好に基づいて需要法則を導出することであり，無差別曲線から導かれる序数的効用関数に基づいてスルツキー方程式の粗代替項を導出している (1893b, pp. 304-307; 1909, 付録, §52-§58)。このとき，効用関数の加法性と限界効用逓減の法則は，限界代替率逓減の法則によって置き換えられる。しかし，付録に示されているように，導出方法は効用関数は加法的であるときと同じであり，貨幣の限界効用均等を表す (A 2) 式から，粗代替項を所得の限界効用の式として表現し，この (A 4) 式と所得制約式から所得の限界効用を求め，それを (A 4) 式に代入することにより，粗代替項を (A 8) 式のように計算している。(A•) 式は付録の式を指示している。

ところが，パレートは一般的な形式の粗代替項を導出しているどの論文においても導出した一般的な形式の粗代替項を解釈して需要法則につ

いて考察するということはしていない。これはスルツキー方程式の性質から当然のことであるが，このことから，パレートは粗代替項から直接需要法則を導出できないことを知っていたが，スルツキー方程式についてスルツキーやヒックスが指摘しているような性質については認識していなかったと考えられる。パレートが需要法則を導出しようとして実際に考察した式はスルツキー方程式の粗代替項ではなく，むしろ価格の変化による需要の変化を所得の限界効用に基づいて表現した付録（A4）式である。

アロー＝ドゥブリュー型の一般均衡理論（Debreu, 1959）において需要法則あるいは任意の財が粗代替財であるということは均衡の存在，安定性，一意性をはじめ，重要な経験的命題を導出するために必要であることが知られているが，パレートも執拗に需要法則を成立させるための条件を探っている。彼は，需要法則が成り立たないケースを許すという発想がなかったようである。

2−3　スルツキーとヒックスのスルツキー方程式

スルツキー（1915, pp. 10-13）は，粗代替項が代替項と所得項に分解されることを指摘し，それに基づいて需要法則について次のように述べている。ただし，引用文中の［46］式はスルツキー方程式

$$[46] \qquad \frac{\partial x_i}{\partial p_i} = u' \frac{M_{ii}}{M} - x_i \frac{\partial x_i}{\partial s}$$

である。ただし，u' はラグランジュ乗数，M は付録の行列式 U，M_{ii} は U の i 行 i 列の余因子 U_{ii}，s は所得である。

「いまや，［46］から次の需要法則を容易に導出できる：

Ⅰ．<u>相対的に不可欠な（$\partial x_i/\partial s > 0$）財の需要はつねに正常でなければならない，すなわちその財の価値が上がれば減少し，下がれば増大する。</u>

Ⅱ．<u>相対的になくても済む（$\partial x_i/\partial s < 0$）財の需要はあるケース</u>

には異常であるかもしれない，すなわち価格が上がることにより増大し，下がることにより減少するかもしれない。」(Slutsky, 1915, pp. 13-14)(5)

I. は正常財の需要は価格の減少関数であること，II. は下級財のなかにはギッフェン財の可能性があることを指摘している。

スルツキーはさらに続けて代替項と所得項について次のように述べている。ただし，引用文中の不等式［48］は $M_{ii}/M<0$，本稿の記号では $U_{ii}/U<0$ を指している。

「いま，

$$k_{ii}=u'\frac{M_{ii}}{M}=\frac{\partial x_i}{\partial p_i}+x_i\frac{\partial x_i}{\partial s} \tag{49}$$

$$k_{ij}=u'\frac{M_{ij}}{M}=\frac{\partial x_j}{\partial p_i}+x_i\frac{\partial x_j}{\partial s} \tag{50}$$

とおく。

不等式［48］はとても明確な経済学的意味をもつことが証明できる。実際価格が dp_i だけ上がれば価値 x_idp_i は見かけ上赤字であるといえる。というのは，以前に購入されたすべての財について同じ量の買い物を可能にするためには，所得が $ds=x_idp_i$ だけ増大しなければならない。しかしその個人は，以前の予算を不変に保つかもしれないが，それを他より好ましいとはもう考えないであろう。そして，需要のいくらか残余変化

$$\begin{aligned} dx_i &= \frac{\partial x_i}{\partial p_i}dp_i+\frac{\partial x_i}{\partial s}ds \\ &= \left(u'\frac{M_{ii}}{M}-x_i\frac{\partial x_i}{\partial s}\right)dp_i+x_i\frac{\partial x_i}{\partial s}(x_idp_i) \\ &= u'\frac{M_{ii}}{M}dp_i=k_{ii}dp_i \end{aligned}$$

[51]
$$dx_j=\frac{\partial x_j}{\partial p_i}dp_i+\frac{\partial x_j}{\partial s}ds$$
$$=\left(u'\frac{M_{ij}}{M}-x_i\frac{\partial x_j}{\partial s}\right)dp_i+x_i\frac{\partial x_j}{\partial s}(x_i dp_i)$$
$$=u'\frac{M_{ij}}{M}dp_i=k_{ij}dp_i$$

が生じる。

見かけの赤字に等しい所得の増大分にともなわれる価格の上昇分 dp_i は，価格の補整変化といえる。このようなケースには，k_{ii} および k_{ij} はそれぞれ価格の補整増大分1単位に対する需要の残余変化とみなされ，それぞれ x_i と x_j の残余可変性と名付けられる。

この用語を用いると，不等式［48］は次のように表現される：

Ⅲ．財の残余可変性は，その財の価格の補整変化のケースには，つねに負である。すなわち，

[52]
$$k_{ii}=u'\frac{M_{ii}}{M}=\frac{\partial x_i}{\partial p_i}+x_i\frac{\partial x_i}{\partial s}<0$$

である。」(Slutsky, 1915, p. 14)(5)

スルツキーは，価格変化の前後で実質所得が一定であることを価格変化後の名目所得が価格変化前の均衡消費を変化後の価格体系で評価した額に等しいこととして定義している。いま，消費者が価格体系 (p_i^0, p_j^0) に対して消費 (x_i^0, x_j^0) を選択するとする。このとき，価格 p_i が上昇し価格体系が (p_i^1, p_j^0) に変化すると，消費が変化しなければ，$p_i^0x_i^0+p_j^0x_j^0=I<p_i^1x_i^0+p_j^0x_j^0$ となって価格が変化した後に価格が変化する前の消費を購入しようとすると所得が足りなくなるが，このときの実質所得が価格の変化前と同じになるためには，名目所得は $p_i^1x_i^0+p_j^0x_j^0$ でなければならない。したがって，財 i の価格 p_i の上昇により，実質所得は見かけの赤字分 $(p_i^1-p_i^0)x_i^0$ だけ減少したことになる。したがって，スルツキーが補整変化と呼んでいる所得効果は，価格の変化にともなって生じる実質所得の変化 $|p_i^1-p_i^0|x_i^0$ による消費の

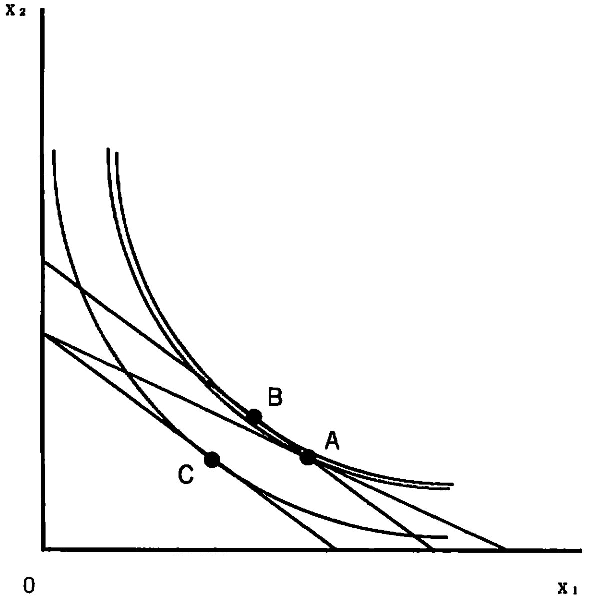


図1　スルツキー分解

変化であり，彼が残余変化と呼んでいる代替効果は価格が変化する前の均衡消費と価格が変化した後に変化前の均衡消費を購入できるように実質所得が補整されたときの均衡消費の差である。図1において，代替効果がAからBへの変化であり，所得効果がBからCへの変化である。

それに対し，ヒックスは，価格変化の前後で実質所得が一定であることを，価格変化後の名目所得が価格変化前の均衡消費と同じ効用水準の消費を変化後の価格体系で均衡消費とするような額であることとして定義している。彼はスルツキー分解について次のように述べている。

「Xの価格が下がると，消費者は価格消費曲線に沿ってPからQに移動する。そこで，このPからQへの移動は，所得消費曲線に沿ったPからP′への移動と無差別曲線に沿ったP′からQへの移動に同値である。…

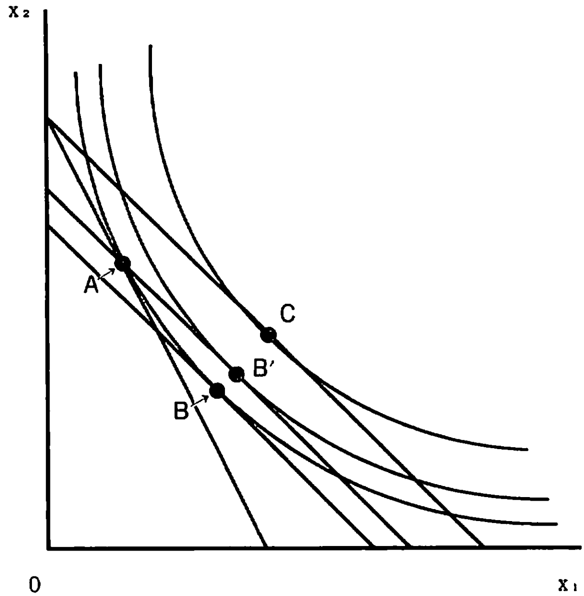


図2　スルツキー分解とヒックス分解

ある財の価格の下落は，実際に2つの異なる方法でその財の需要に影響している。一方は，価格の下落が消費者をより有利にし，彼の「実質所得」を増大させ，このルートでの効果は所得増大の効果と同じである。他方，価格の下落は相対価格を変化させる，したがって，実質所得の変化とは別に，他の財を価格が下落した財に代えようとする傾向が生じるであろう。需要への全体の効果はこれら2つの傾向の総和である。」(Hicks, 1946, p. 31)

スルツキーの代替項とヒックスの代替項の相違は図2に描かれている。スルツキーの代替効果はAからB′への変化であり，所得効果はB′からCへの変化である。ヒックスの代替効果はAからBへの変化であり，所得効果はBからCへの変化である。

需要法則はスルツキー方程式に帰着するが，スルツキー方程式の発見に関する貢献はどのように帰属させられるであろうか。一般的に，理論

は形式体系と経験的解釈とから構成される（Shoenfield, 1967, Ch. 2, Ch. 3）から，1人の研究者が理論の形式体系と経験的解釈の両方を構成したときのみ，その理論の発見は1人の研究者に帰属される。しかし，ある理論の形式体系と経験的解釈が異なる研究者によって構成されたときには，その理論の発見を1人の研究者に帰属させることはできない。まず，形式体系については，ドゥーリー（1983）の指摘をまつまでもなく粗代替項はすでにパレートによって計算されており，スルツキーやヒックスは粗代替項と代替項と所得項に分解したにすぎない。したがって，スルツキー方程式の形式体系についての貢献のほとんどはパレートに帰属し，一部がスルツキー，ヒックスに帰属する。しかし，経験的解釈については，価格の変化に伴う需要の変化は代替効果と所得効果に分解され，代替効果が所得効果より大きければ古典的な需要法則が成立し，逆の場合には例外的な事例が説明されるということが重要であり，このことは，スルツキー，ヒックスによって指摘された。したがって，スルツキー方程式の経験的解釈についての貢献はスルツキー，ヒックスに帰属する(6)。とくに，序数的効用関数に基づく消費者行動の理論における需要法則は，代替財と補完財の定義などを含め，ヒックスの代替項の6則（1946, 数学付録）によって完成されたと考えてよいであろう。

2−4　パレートがスルツキー分解に気づかなかった理由

パレートが形式的にはスルツキー方程式の粗代替項を導出していながら，その経験的意味に気づくことがなかったのはなぜであろうか。すでに指摘したように，理論は形式体系とその経験的意味によって特徴づけられるが，パレートはスルツキー方程式の粗代替項を形式的導出していたのであるから，問題が経験的認識にあったのは明白である。

この件に関するパレート自身の直接的な言及は見当たらないように思われるが，パレートの考え方を知る手がかりは2つあるように思われ

る。1つはスルツキー方程式の導出方法であり，もう1つは需要法則に関する議論である。

まず，粗代替項の形式的な導出方法が反映しているであろうと考えられる経験的意味を探ることにする。もちろん，数学的な証明が経済学的な直観を反映する必要はないが，経済学における定理やその証明は，当然のことながら，はじめは経済に関する経験的事実から生成される経済学的なヴィジョンに基づいて形成されるのであるから，経済学の定理の証明はそれが形成されるプロセスを反映して経済学的な直観に基づく推論を反映しているはずである。その意味で，スルツキー方程式の粗代替項の導出方法を調べることも意味がある。実際，パレートの粗代替項の導出方法はたとえばヒックスの導出方法と比較して特徴がある。

パレートもヒックスも形式的，数学的にまったく同じ問題を解いている。ところが，ヒックスの方法は直接的で単純であるのに対し，パレートは単に洗練されていないというのではなく，特別な意図をもっているとしか考えようのない回りくどい方法を用いている。付録で説明されているように，ヒックスは，消費者均衡の条件（限界代替率と価格比の均等＋所得制約であり，これらの条件から需要関数が得られる）を価格と所得について偏微分して粗代替項と所得項を導出し，所得項を粗代替項に導入することによりスルツキー方程式を導出している。それに対し，パレートは，まず限界代替率と価格比の均等条件を用いて粗代替項を所得の限界効用によって表現し，つぎに所得制約条件を用いて所得の限界効用を消去することにより粗代替項を導出している。問題の設定から判断して，ヒックスの方法は誰でも必ず考えつく方法であると思われる。にもかかわらず，パレートがヒックスのより直接的でより簡単な方法ではなく，数学的な問題の解法としてはより回りくどい方法でより複雑な形式の粗代替項を導出しているのは，何か特別な意図があるからだと考えるのが自然であるように思われる。パレートの粗代替項の導出方法は，所得の限界効用を解くことによって粗代替項を計算できる，した

がって需要法則は本質的に所得の限界効用の性質に依存していることを示唆している。

また，パレートは，消費者行動の理論においてはそれぞれの財の需要が価格体系と所得の関数になることを明確に認識していなかったのではないだろうか。任意の財kについて需要が価格体系pと所得Mの関数$x_k = x_k(p, M)$であることを知っていれば，それぞれ需要，価格および所得の変化について，

$$dx_k = \frac{\partial x_k}{\partial p_h} dp_h + \frac{\partial x_k}{\partial M} dM$$

という関数が成り立つから，価格の変化に対する需要の変化を所得が一定のときの価格の変化と価格が一定のときの所得の変化に分解されることは必然的に知覚され，スルツキー方程式の経験的意味を認識するのに役だったのではないかと考えられる。

消費者行動の理論においては所得は所与の外生変数であるが，一般均衡においては所得は消費者が保有する資産の価値額すなわち価格の関数で表される。パレートの定式化では，所得は一般均衡の形で表現されており，消費者の均衡条件は限界代替率，価格および資源によって表現されている。また，需要関数は導出されていない。そのため，需要法則については価格の変化による需要の変化のみに注意が集中し，所得の変化による需要の変化に思い至らなかったのではないかと考えられる。

次に，需要法則を議論するために導出した式をどのように解釈しているかという観点からも，パレートは粗代替項符号を所得の限界効用の符号に基づいて決定しようとしていると考えられる。パレート（1909, §52-§62）はそれ以前の彼の研究を要約しているが，一般的な粗代替項の解釈を放棄して，効用関数が加法的であるケースに限定している。このケースには，基本的に所得の限界効用の符号を定めれば需要法則を証明できる。また，需要法則を限界効用逓減の法則と同値にする所得の限界効用一定の仮定の正当化を試みている。

パレートは所得の限界効用は一定であるという仮定はきわめて特異な効用関数を前提にしていることを意味する（1892b, pp. 493-494）という理由で，所得の限界効用は一定であるという仮定を放棄している。そのうえで，ベルヌーイ（1738）の効用理論に基づいて所得の限界効用の符号について詳細な議論を展開している（1893a)。しかし，パレートは望ましい需要法則を所得の限界効用の性質から導出することはできなかった。このことは，スルツキー方程式において所得効果が代替効果より大きいときには需要法則は成立しないから，当然の結果である。結局，パレートは適当な条件のもとでは近似的に需要法則が成立するという予想を提示してはいるが，最終的には許容できる仮定のもとでの需要法則の導出を諦めている。

パレートの意図は，需要法則をマーシャルの所得の限界効用一定の仮定から解放することであった。確かに，パレートの需要法則は所得の限界効用は一定であるという仮定には基づいていないが，パレート自身は需要法則は所得の限界効用の性質によって決定されるという考え方に縛られてしまった。形式体系の解釈が序数的効用関数に基づいて導出された粗代替項ではなく，所得の限界効用に基づいて表現された粗代替項を用いて議論されていることから，パレートの需要法則が基づいているパラダイムは彼自身の新しいものではなく旧いマーシャルのパラダイムであったことがわかる。

所得の限界効用一定を仮定しないときのマーシャルとパレートの相違は，効用関数の加法性と限界効用逓減の法則を仮定するか，限界代替率逓減の法則あるいは効用関数の擬凹性を仮定するのかの相違である。ところが，効用関数が加法的であり，限界効用逓減の法則を満たすならば，効用関数は限界代替率逓減の法則を満たすという関係はあるが，一般的な効用関数についてはマーシャルが仮定する効用関数とパレートが仮定する効用関数は無関係である。したがって，マーシャルのパラダイムがパレートの経済環境において通用しないのは明らかである。そこ

で，パレートは新しいパラダイムの生み出さなければならなかったのであるが，彼の理論にはそれが欠けているのである。

2－5　選好順序と序数的効用関数

ヒックス（1946, ch. 1）も指摘しているように，無差別曲線はエッジワース（1881）によって導入された。エッジワースは無差別曲線を効用関数から効用水準を一定にするような消費の組み合わせとして導出している。したがって，エッジワースにとっては効用関数が基礎概念であり，無差別曲線は派生概念である。エッジワースが無差別曲線の概念を工夫した意図は，効用概念の一般化ではなく，無差別曲線を有効な分析道具として彼の分析に駆使するためであったと考えられる。それに対し，パレート（1893b）は効用関数の可測性を排し，より一般的な性質をもった効用関数から需要法則を導出するために無差別曲線を採用した。

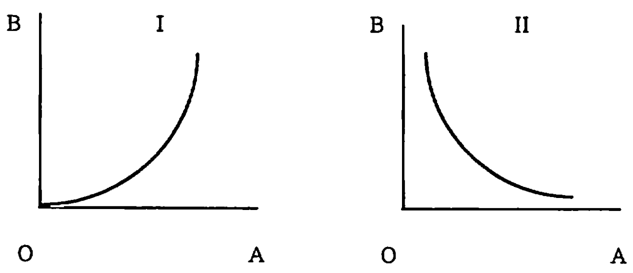
こうして，パレートは無差別曲線を基礎概念としてそれに基づいて序数的効用関数を導出したが，より根本的には選好順序についての認識があると考えられる。選好順序の公理としては，完全性，単調性，凸性については明らかに意識しているが，推移性は明示的には指摘されていない。当然のことながら，連続性については言及されていない。実際，パレートは『提要』において無差別曲線を選好から導出できると述べているが，少なくとも 1899 年の 12 月にはこの考え方の着想を得ていた (1960, 438 & 438 bis)。パレートは選好順序について次のように述べているが，この言明は選好の完全性を暗黙に想定していると考えられる。

「2 つの皿にサクランボとナツメヤシを，はじめの皿には 10 のサクランボと 10 のナツメヤシを，2 つめの皿には 15 のサクランボと 9 のナツメヤシを置く。そして，それらの真中に驢馬を置いて何が起こるかことの成りゆきを見守る。その驢馬が 2 つの皿のうちの 1

つを選ぶならば私は誤っていることになる。ブリダーノの驢馬のように右の皿か左の皿か決められないならば正しく言い当てられたことになる。これらの２つの組み合わせは無差別曲線の一部を形成している。」(Pareto, 1960, 438, p. 289)

また，パレートの選好の単調性については次のように述べている。

「無差別曲線は形状Ⅰをもたない。というのは，これはＡとＢを(0, 0) もつこととＡとＢを (a, b) もつことが無差別であることを意味するからである。無差別曲線は形状Ⅱをもつ。形状Ⅱにおいては A の増大は B の減少により補償される，また逆も正しい。



」

(Pareto, 1960, 438bis, pp, 292-293)

推移性について明示的な言明はないが，パレートは完全性，推移性および単調性を満たす選好順序から右下がりの無差別曲線が導出されるということが示唆されていると考えてよいであろう。

パレートは，この無差別曲線を消費 (x, y) および効用指標 I を用いて

$$f(x, y, I)=0$$

によって表現し，これを効用指標 I について解くことにより，効用関数

$$I=\Psi(x, y)$$

を導出している。効用指標 I は序数的であり，単調増加関数 F による変換から独立であるから，関数

$$I=F(\Psi(x, y))$$

も効用関数である（1893b, pp. 299-300; 1909, 付録, §1-§4）。

ところが，こうした効用概念の一般化に対して，得られる経験的意味は必ずしも一般化に対応できていない。したがって，形式的には現代的であるがその経験的意味は遅れているという過渡的性質を示している。代表的な例はスルツキー方程式の粗代替項とその解釈である。他には，代替財と補完財の定義がある。パレートは序数的効用関数に基づく消費者行動の理論を展開しているから，代替財と補完財の定義も変える必要があった。ところが，パレートはエッジワース（1925, Vol. I, pp. 126-127）による基数的効用関数に基づく代替財と補完財の定義を採用していた。序数的効用関数に基づくかぎり，エッジワースの代替財と補完財の定義では任意の財についてその財が代替財であるかあるいは補完財であるかを判定することはできない(7)。

3　生産者行動の理論と自由競争均衡

パレートは消費者行動の理論の展開においては顕著な役割を果たしたが，生産者行動の理論および一般均衡についてワルラスの単純な一般化に終始しているといえる。ただし，ワルラスとパレートの生産者行動の理論には自由競争均衡あるいは自由参入均衡が考えられているという特徴がある。ところが，彼らの考え方を表現するために必要な経済均衡への公理的アプローチや，彼らの考え方を整合的に理解するために必要な双対性に関する知識は20世紀半ばになってようやく整理されたから，彼ら自身は自分自身のヴィジョンを明確に理解しているとは必ずしもいえないし，表現すべきことを精確に表現できていないのは明白である。このことに，われわれが彼らの理論を解釈する意義がある。

3－1　生産者と生産者均衡

パレートの生産者行動の理論は基本的にワルラスの理論を継承してい

るが，ヒックスの理論から展開している現代の理論とは記述の方法が少し異なるので，実質的な意味を確認する必要がある。生産者行動の理論は，生産技術による生産者の特徴づけ，生産者行動を特徴づける公理，生産者均衡を特徴づける定理から構成されるから，それらについて検討する。

A　生産係数

ワルラスやパレートは生産技術を生産係数という概念を用いて表現している。パレートは，まず固定的生産係数に基づいて一般均衡を記述し，後に可変的な生産係数のケースを考察しているが，前者は後者の特殊ケースであるから，ここでは可変的生産係数に基づく生産者行動の理論について考える。

彼は生産係数を次のように定義している（Pareto, pp. 607-608）。生産者の生産物の産出量を $y=(y_1, y_2, \cdots, y_m)$，生産要素の投入量を $z=(z_1, z_2, \cdots, z_n)$ によって表す。パレートは，少なくとも形式的には生産要素の需要関数と考えられる関数

$$z_1=F_1(y_1, y_2, \cdots, y_m), \cdots, z_n=F_n(y_1, y_2, \cdots, y_m),$$

の偏微分係数，任意の生産物 $i\in\{1, \cdots, m\}$ および任意の生産要素 $j\in\{1, \cdots, n\}$ に対して，

$$\frac{\partial F_j}{\partial y_i}(y_1, y_2, \cdots, y_m)=a_{ji}$$

を生産係数と呼んでいる。すなわち，生産係数とは生産（y, $-z$）において任意の生産物 i の産出を追加的に 1 単位増大するために必要な任意の生産要素 j の投入の追加的な増大分である。生産係数を偏微分係数として表現しているのは，固定的な生産係数は生産物産出と生産要素投入の比率によって表現できるが，可変的な生産係数は生産環境によって変化することを表現するためであり，ワルラスの固定的な生産係数を可変的な生産係数に一般化するための工夫であると考えられる。

ところが，フィップス（1953, pp. 32-34）が指摘しているようにこ

の生産要素の需要関数自体が生産物および生産要素の価格体系の関数として生産者均衡の条件と生産技術の条件から導出されるべき概念である。実際，パレートは次のように述べている。

「したがって，生産係数の決定は技術的操作であるだけではなく，それは価格，市場の状態，一般には経済均衡のすべての環境に依存していることをよく理解することが必要である。」（Pareto, 1909, p. 637）

したがって，そうした概念に基づいて本来基本概念であるべき生産係数の関係を表す関数をそれから派生するはずの概念に基づいて記述するのは少なくとも帰納的な（recursive）定義ではなく，理論を公理系として表現しようとする立場からは適切ではない(8)。

ところが，次のように考えることもできる。いま，一般的に生産関数

$$G(y, -z) = G[(y_1, y_2, \cdots, y_m), -(z_1, z_2, \cdots, z_n)] = 0$$

を考える。このとき，生産関数の全微分

$$\frac{\partial G}{\partial y_1}dy_1 + \cdots + \frac{\partial G}{\partial y_m}dy_m - \frac{\partial G}{\partial z_1}dz_1 - \cdots - \frac{\partial G}{\partial z_n}dz_n = 0$$

から，任意の生産物 $i \in \{1, \cdots, m\}$ および任意の生産要素 $j \in \{1, \cdots, n\}$ に対して

$$dz_j = \frac{\partial G/\partial y_i}{\partial G/\partial z_j}dy_i$$

となる。パレートの生産係数 a_{ji} の定義から，

$$a_{ji} = \frac{\partial G/\partial y_i}{\partial G/\partial z_j}$$

と解釈するのが妥当であろう。生産関数 G を生産関数 $y_i = f(z_1, z_2, \cdots, z_n)$ にあてはめれば，$\partial G/\partial y_i = 1$，$\partial G/\partial z_j = \partial f/\partial z_j$ であるから，

$$a_{ji} = \frac{1}{\partial f/\partial z_j}$$

である。このように考えれば，基礎概念である生産関数 $G(y, -z) = 0$

から生産係数を帰納的に定義することができる。

パレートは，生産技術を任意の生産物$i \in \{1, \cdots, m\}$に対するすべての生産要素の生産係数の間の関係として，関数

$$f(a_{1i}, a_{2i}, \cdots, a_{ni}) = 0$$

によって表現している（Pareto, p. 632,（121）式)。この関数についてパレートは，

「$b_y, c_y, \cdots, e_y$をそれらの係数のいくつかの変化がその他の係数の変化によって補整されるような生産係数のグループとする。生産技術の条件は，

(121)　$f(b_y, c_y, \cdots, e_y) = 0$

によって表現される補整法則をわれわれに教えてくれる。」(1909, p. 632)

と述べている。補整とは生産物yのある産出水準を達成するために，ある生産要素投入の変化が他の生産要素投入の変化によって埋め合わせることを意味している。したがって，この関数は生産関数というより等量曲線を表していると考えられる。こうして任意の生産物$i \in \{1, \cdots, m\}$について，生産技術を表す関数$f(a_{1i}, a_{2i}, \cdots, a_{ni}) = 0$は等量曲線の任意の点で生産関数に接する平面の様子を表していると考えられる。

B　生産者行動の原理

パレートは，ワルラスと同じように生産者行動を基本的には生産技術の制約のもとで利潤を最大化するように生産物の産出と生産要素の投入を選択することであると考えている。自由競争の理論において，利潤最大化ではなく費用最小化を生産者の行動原理と考えているのは，自由競争均衡においては生産者は利潤も損失も出さないという均衡条件によって自由競争均衡を特徴づけているからであると考えられる。というのは，はじめから0にしかならない利潤を最大にするように生産を選択するという行動は奇妙であるし，この均衡条件のもとでは個別の生産者の生産は不決定になるからである。

パレートが基本的に利潤最大化を生産者の行動原理として考えていたのは，生産者が独占的な生産活動（タイプII）を行うときの行動原理として利潤最大化を想定していることから確認することができる。実際，彼は次のように述べている。

「企業がタイプIIにしたがって行動するならば，単に生産費用を最小にすることにより，あるいは企業が Y の販売の変化を考慮できるならば，式

$$A''-A'''=\int_0^{Y''} p_y dy-\Pi_y$$

を最大にしようとすることにより，企業が最大にしようとするのは彼の利潤である。」(Pareto, 1909, p. 634)

経済理論は経済環境とその均衡によって記述され，理論の無矛盾性は経済環境の性質に基づいて証明される均衡の存在によって保証される。3-2節において指摘されるように，自由競争均衡は1次同次の産業の生産関数によって存在が保証されるから，パレートは1次同次の産業の生産関数を暗黙に想定していたと解釈すべきである。このとき，費用関数については $C(q,y)=yC(q,1)$ が成り立つ（西村，1990, pp. 188-189)。利潤最大化条件は $p=\partial C(q,y)/\partial y=C(q,1)$ であるが，この条件は自由競争均衡によって保証される。したがって，自由競争均衡においては，すなわち産業の生産関数が1次同次であるならば，利潤最大化と費用最小化は同値である。パレートは自由競争均衡を想定しているから，生産者行動の原理は費用最小化であっても利潤最大化を想定しているのと同値である。

C　生産者均衡

パレートの生産者行動の理論（1909, 付録§101-§105）は，生産者は所与の生産物 i の産出量 y_i に対する等量関数 $f(a_{1i}, a_{2i}, \cdots, a_{ni})=0$ によって表される生産技術の制約のもとで費用 C_i

$$C_i=C_i^0+\int(q_1z_{1i}+q_2z_{2i}+\cdots+q_nz_{ni})dy$$

ただし C_i^0 は固定費用，$q_1, q_2, \cdots, q_n$ は生産要素価格，を最小にするように生産係数 $a_{1i}, a_{2i}, \cdots, a_{ni}$ を選択する，という公理によって特徴づけられる。この公理から費用最小化の条件（Pareto, p. 634, (125) 式）

$$\frac{\partial f/\partial z_{hi}}{\partial f/\partial z_{hj}}=\frac{q_i}{q_j}$$

が得られる。この式は

(P)　すべての生産要素について，限界変形率＝価格比

となることを意味している。

3－2　自由競争均衡（あるいは自由参入均衡）と完全分配定理

パレートの生産者行動の原理は，生産者は利潤も損失も出さないというワルラスの自由競争均衡の概念を継承している。自由競争のもとでは，任意の産業において利潤が生じていれば新しい生産者がその産業に参入し，損失が生じていれば損失を出している生産者がその産業から退出する。ワルラスとパレートの自由競争均衡の特徴は，このような自由な参入と退出により一般均衡において，

(F)　すべての生産物について，生産者価格＝限界費用＝平均費用

が成り立つことにある。

ところが，彼らの自由競争均衡は完全分配定理と密接な関係にあるため，彼らの生産者行動の理論にも完全分配定理をめぐる議論に特徴がある。ワルラスはウイックスティードが完全分配定理を主張したとき，彼自身の理論からも完全分配定理を導出できることに気づいてその定理の優先権と定理を証明する公理の一般性を主張した(9)。

それに対しパレート（1964, p. 83; 1909, p. 636）は，個別の生産者の生産関数は，土地などの固定的生産要素が存在するから１同次性にはならず，したがって一般に完全分配定理は成り立たないと考えてい

た。彼は生産関数が1次同次であるならば完全分配定理が成立することは知っていたが，完全分配定理が成り立つための前提を否定していたのである。

完全分配定理の核心は，完全競争市場の理論においては産業の生産関数が1次同次であることと完全分配定理が同値であることにある(10)。そして，完全分配定理をめぐる論争の問題は次のジレンマに帰着される。すなわち，完全分配定理は産業の生産関数の1次同次性によって完全に特徴づけられるから，産業の生産関数が1次同次になれば個別の生産関数は何でもよく特定の性質を満たす必要はないのに対し，経済理論を経済環境とその均衡によって記述するという作法に則る限り産業の生産関数自体は個別の生産関数から構成される派生概念であるから，個別の生産関数に産業の生産関数を1次同次にするような適当な性質を見いださなければならない。経済理論は一般に経済環境とその均衡によって記述される。経済環境は多数の消費者，生産者および商品から構成されるから，生産者については生産者を特徴づける個別の生産関数の性質が経済環境を特徴づける公理となる。完全分配定理はこうした経済環境の均衡において成立する定理であるから，それを証明するためには個別の生産関数に適切な性質を仮定して1次同次の産業の生産関数を導出しなければならない，あるいは1次同次の産業の生産関数を導出する個別の生産関数の性質を明らかにしなければならない。

ワルラスやパレートは生産関数とその性質について述べているが，彼らが言及している生産関数が個別生産者のものであるのかあるいは産業の生産関数であるのかについて指摘されていない。問題の核心はそこにあるにもかかわらず，当事者がそのことに気づいていないということが，彼らの生産者行動の理論の解釈を難しくしている(11)。

A　ワルラスの生産者理論

ワルラスは固定的生産要素は考慮しておらず，すべての生産要素に完全競争の市場があると考えているから，彼の理論においては

(P)　すべての生産要素について，限界変形率＝価格比

が成り立つ。彼はこのことに基づいて自由競争均衡の条件

(F)　すべての生産物について，生産者価格＝限界費用＝平均費用

から完全分配定理を導出できると考えている。完全分配定理は均衡条件と生産関数の性質から導出しなければならないから，ワルラスの証明は不完全といわざるをえない。それどころか，彼自身は生産関数の特定の性質を仮定していないから，彼の証明は非常に一般的であると思い込んでいる。しかし，実際には生産関数の性質に基づく特徴づけが必要である。そこで，産業の生産関数の1次同次性と完全分配定理の同値性を考慮すると，ワルラスは産業の生産関数の1次同次性を重視し，個別の生産関数に特定の性質を仮定する必要はないと考えている，と解釈すべきであろう。

B　パレートの生産者理論

パレートの理論も，基本的にはワルラスの理論と同じであると考えられる。特筆すべきことは，パレートは固定的生産要素と可変的生産要素が混在し，費用関数が固定費用と可変費用から構成されているケースに一般化していることである。このとき，生産係数も一部は一定であり一部は可変である。たとえば彼は次のように述べている。

> 「何人かの著者はすべての生産係数が一定であると想定し，他の著者はすべての生産係数が可変であると想定している。この現象に関する2つの考え方は同じように誤っている。生産係数は一部は一定であるかほとんど一定であり，一部は可変である。」(Pareto, 1909, p. 636)

パレート（1955, p. 10）は，このケースが現実的であり，一般に生産関数は1次同次ではないから完全分配定理は成り立たないと考えている。

ところが，パレートは自由競争均衡を考えているから，どのような産出水準においても，生産者は利潤も損失も出さない。したがって，彼の

理論が無矛盾であるため，すなわち自由競争均衡の存在が彼の経済環境の性質に関する公理によって保証されるためには産業の生産関数が1次同次でなければならない(12)。そこで，生産関数は1次同次ではないというパレートの指摘は個別生産者の生産関数に関するものであるとすると，このケースにも，産業の生産関数が1次同次であり個別の生産者の生産関数が産業の生産関数と共通点をもつならば，完全分配定理は成り立つ(13)。

産業の生産関数は1次同次であるから完全分配定理は成り立つ。また，産業においては自由な参入と退出ができるから，個別の生産者については一部の生産要素が固定されているが，新規参入する生産者は最良の生産技術をまねすることができる。したがって，個別生産者の費用関数はある生産要素が固定された産業の費用関数になる。こうして，包絡線定理により個別生産者の費用曲線の包絡線が産業の費用曲線であり，ル・シャトリエの原理から効率的な生産においては産業の費用関数に関する限界条件と個別生産者の費用関数に関する限界条件が一致するから，個別の生産者についても完全分配定理が成り立っている(14)。

もし，固定的生産要素があった，たとえば土地が固定的であったとしても，生産技術が同じであるならば，土地の固定された投入量が相対的に効率的になるようにその他の生産要素の投入量を選択すれば，すべての生産要素が可変的であるときの効率的生産を達成することができる。それが，自由参入あるいは長期の均衡において成り立つことの本質である(15)。

自由競争均衡においては生産物の価格＝限界費用＝平均費用であるから，生産物の総産出量は生産物の均衡価格に対する総需要によって決定される。個別の生産者は固定的生産要素をもつから平均費用曲線はU字型である。このとき，個別の生産者の生産規模がどのように決定されるかということが問題になる。パレートは

「生産費用は生産量だけでなく生産者あるいは企業の数に依存して

いる。それらの生産者の各々に対して，その生産にかける必要がある総費用があり，さらにそのとき多かれ少なかれ大部分の企業が生産の技術的，経済的条件を変化さる」(Pareto, 1909, p. 332, §78)
と述べている。彼は，個別の生産者の産出水準について

「企業がZをq_z生産しているとき生産をδq_z増大するならば，Zの生産費用はある程度額が変化するが，企業が最小の費用を得たいならば，その変化を0にしなければならない。こうして，方程式

$$0=\frac{\partial a_z}{\partial q_z}+p_b\frac{\partial b_z}{\partial q_z}+\cdots$$

を得る。」(Pareto, 1909, p. 635)

と述べている。パレートの生産係数の定義は特殊なのでわかりにくいが，この式は，個別の生産者が平均費用関数の微係数が0である産出水準すなわち平均費用曲線の最低点の産出水準において生産しているこ

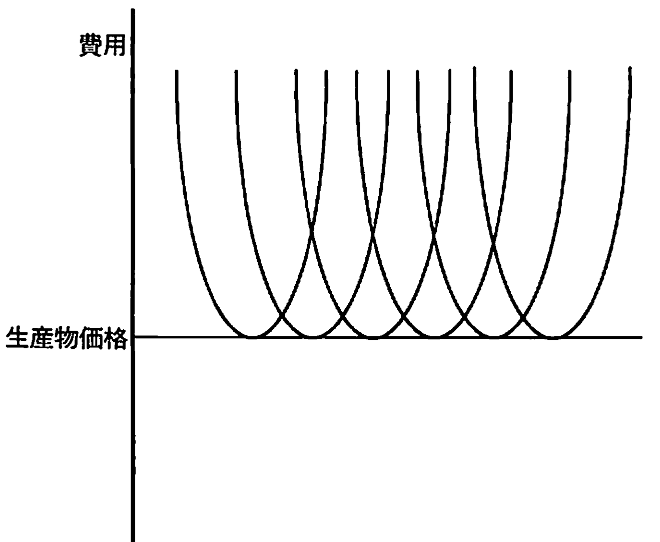


図3　自由競争均衡における包絡線定理

とを意味している。

こうして，それぞれの産業は自由競争均衡において図3に示されるような費用構造をもつことがわかる。パレートの生産理論にもっとも近い解釈はOsana（1987）による解釈ではないかと考えられる。

ワルラスとパレートの生産者行動の理論は以上のように整合的に解釈することができる。しかし，彼らの自由競争均衡を原点に忠実に再構築することは不可能であるといってよい。というのは，第一に経済理論を経済環境とその均衡によって記述するという作法が確立する以前であったため，第二に個別の生産者の生産技術と経済全体の生産技術の関連を明らかにする双対性に関する知識が欠けていたことにより，彼らが描こうとしたヴィジョンを明確にするための準備が十分には整っていなかったため，彼らの理論の記述が不完全であるからである。

3－3　一般均衡

一般均衡の体系は消費者均衡，生産者均衡および市場均衡から構成されるから，消費者理論や生産者理論において残された問題は一般均衡の考察をより困難にする。現代の完成された理論の観点からは，一般均衡の存在，安定性，一意性などの分析には粗代替性などの需要法則や供給法則に関する特徴づけが必要である。ところが，パレートは一般的な経済環境に基づいて形式的な分析においてはある程度成果をあげながら，その形式を経済学的に意味づけるような経済環境の性質を見いだせなかったために，結局，需要法則も供給法則も証明できなかった。このような経済環境の一般化にともなう研究成果の過渡的な特徴にパレートの一般均衡理論の限界がある。

この理由は，ワルラスと同じようにパレートが自由競争均衡を想定していたことに帰着されると考えられる。また，2節で述べたように，パレートは結局一般的経済環境において需要法則を特徴づけることはできなかったが，それも一般的な経済環境における生産者理論を考察してい

れば解決の糸口を見いだせたのではないだろうか。生産者理論における費用最小化の理論は消費者理論におけるヒックスの意味での代替効果の分析と形式的な理論構造が同じであり，理論体系としては生産者理論の方が消費者理論より単純である。パレートは消費者理論について無差別曲線の凸性に関する議論（1909, §44-§51），消費者均衡の特徴づけ，スルツキー方程式の粗代替項の導出など，一般的な経済環境において少なくとも形式的な分析についてはかなりの成果を得ているのであるから，生産者理論についても一般的な経済環境において同様の分析を行えたはずである。このとき，費用理論は所得効果のない需要法則の分析と同じ理論構造をもっているから，生産者理論も消費者理論と同じように分析されていたならば，それらの理論構造の相違から需要法則に関する分析の糸口も見いだされ，パレートがスルツキー分解に気づいたかもしれない。

実際には，パレートは生産者均衡を基本的に固定的生産係数と自由競争均衡によって特徴づけている。彼は，限界変形率と価格比の均等に基づいて生産係数の決定も議論しているが，この議論は固定的生産係数と自由競争均衡の形式的な一般化にすぎない。一般的な経済環境における生産者均衡について分析されていないことが，パレートの生産者理論の構築を容易にする一方で，より本質的な問題への掘り下げ方を不十分なものにしているといえる。

一般均衡の存在については，パレートもワルラスと同じように未知数の数と方程式の数が等しいことを確認することにより均衡の存在が確認されるという手続きを踏襲している。この考え方も，彼らの一般均衡理論の不十分さを容認し，理論の本質的な展開を阻む理由になっている。もちろん，均衡解の存在の本格的証明は20世紀の数理経済学の課題であるから，彼らの手続きが不十分であることは時代背景として受け入れるしかない。

現代の完成された理論においては，消費者均衡の条件から需要が価格

体系の関数として導出され，生産者均衡の条件から供給が価格体系の関数として導出され，市場均衡の条件から均衡価格が決定される。均衡における需要と供給は需要関数と供給関数を均衡価格で評価することにより決定される。それに対しパレートは，需要関数や供給関数を導出するかわりに，消費者均衡の条件，生産者均衡の条件および市場均衡の条件を連立されることにより均衡における消費，生産および価格を同時に決定するという議論をしている（1909, §80-§83)。この議論は，未知数と方程式の数の一致によって解の存在が保証されるという考え方に基づくならば，わざわざ消費者均衡の条件から需要関数を導出したり生産者均衡の条件から供給関数を導出したりする必要もないから，容易に正当化されてしまう。したがって，需要法則や供給法則の導出を避けて通ることができる。

パレートは一般均衡の存在については議論しているが，安定性については言及していない。このことも彼の研究の過渡的な特徴による。未知数の数と方程式の数が等しいことを確認するという手続きを完了するためには，消費者均衡の条件と生産者均衡の条件を導出して市場均衡の条件と合わせれば十分であるから，需要法則や供給法則について詳しく分析する必要はない。ところが，これらは市場の安定性の証明や比較静学分析を行うときには必要なものである。パレートは一般的な経済環境に基づいて形式的な分析においてはある程度成果をあげているが，その形式を経済学的に意味づけるような経済環境の性質を見いだせず，結局需要法則も供給法則も導出できなかった。そのため，パレートはワルラスが力を入れて分析した市場均衡の安定性についてはほとんど言及していない。また，理論的には，自由競争均衡においては供給価格が一定であるからワルラス的な価格調整が難しいことも均衡の安定分析を困難にする一因である。

一般均衡に関してパレートの貢献として指摘しなければならないのは，自由競争均衡と並行して独占的均衡について考察していることであ

る（Kirman, 1989, p. 806)。しかし，彼が自由競争均衡について達成しているような形式的な水準での完成度にはほど遠く，一般均衡の一般化としてその発想を披露しているに過ぎない。

4　厚生経済学に関する話題

経済理論の歴史を振り返ると，パレート効率性を含む社会的厚生を評価するための概念が重要になるのは経済計算論争以降に経済メカニズムの性能が議論されるようになってからであると思われる（Hurwicz, 1973, pp. 1-3)。したがって，パレートの貢献も厚生経済学に関する研究は古典的経済環境における序説的な研究に限られる。パレートの厚生経済学はいわば新厚生経済学の先駆であり，可測な効用関数を放棄して序数的効用関数に基づいて経済状態の望ましさについて定義しようとしている。そのために，パレート効率性の定義，ワルラスの示唆を定式化した厚生経済学の基本定理，個人間の効用比率が不可能であるときの異なる経済状態の比較などに言及している。

この節においては，厚生経済学の分野においてパレートによる貢献として一般に指摘されている話題について，原典に沿って考察する。

4−1　パレート効率性と厚生経済学の基本定理

パレート効率性はパレートの名が冠された概念であり，パレートの発見のような印象を与えるが，実際には無差別曲線のケースと同じように，パレート効率性の実質的な定義はエッジワース（1881）によって与えられている。無差別曲線については，エッジワースよりパレートの方がよく知られているのは，エッジワースの理論が単に定義に留まっているのに対し，パレートはその概念を用いて消費者行動の理論を一般化したからである。パレート効率性についても，やはりエッジワースが定義とその単純な応用に留まっているのに対し，パレートは基本的に厚生

経済学の基本定理を証明しようとしていることに，パレートの方がよく知られている理由がある。

パレートは，パレート効率性をパレートの意味においてより効率的な配分がない配分としてつぎのように定義している。

「ある任意の状態を考えよう。そして，それらの関係が両立するようにそこから極わずかに離れると仮定しよう。こうすることにより，集産経済のすべての個人の厚生が増大するならば，明らかに新しい状態は彼らのそれぞれにとってより有利である。また，反対にそれがすべての個人の厚生を減少させるならば，新しい状態はより不利である。しかも，結論は変わらずに彼らの間のいく人かの人の厚生は一定のままであるかもしれない。しかし，逆に，このわずかな動きがいく人かの個人の厚生を増大させその他の個人の厚生を減少させるならば，この動きを実行することが集産経済全体にとって有利であることを肯定することはもはやできない。

これらの考察によって，一定のままであるオフェリミテを除いて，個人が享受するすべてのオフェリミテをすべて増大させるかあるいはすべて減少させることを受け入れるようにわずかに離れることが不可能である状態を，オフェリミテ最大の状態として定義することに導かれる（IV, 33)。」(1909, p. 617-618)

パレートはさらに，「したがって，タイプⅠにしたがって実行される活動は，それが可能であるときには，われわれが検討してきたケースにおいては，最大のオフェリミテが実現される均衡点に至るという結論に到達する」(1909, p. 646) と述べて，自由競争均衡はパレート効率的であること，すなわち厚生経済学の第1基本定理を主張している。パレートは『経済学提要』付録の§109から§113において厚生経済学の基本定理を証明しようとしている。証明の方針は，ある種の社会的厚生関数の変分を求め，その式に自由競争均衡の条件を代入してその社会的厚生関数の変分が0になること，すなわち自由競争均衡においてある

種の社会的厚生が最大になることを示すことにより自由競争均衡はパレート効率的であることを論証するというものである。パレートが用いている社会的厚生関数のような関数がどのようなものであるかについては4-3節で考察する。

4−2 補償原理

パレートの厚生経済学の第1基本定理に対する取り組みは，ワルラスの示唆を形式的に証明し，一般化することから始まった。彼は「ワルラス教授は自由競争は最大効用をもたらすことを証明した。彼の証明は次の2つの条件に基づいていた。1. 価格は継続的に取り引きされる量に対して同一である。2. 生産係数は一定である」(Pareto, 1894, p. 48) として，生産係数が可変的であるときにも自由競争は最大効用をもたらすこと，すなわち厚生経済学の第1基本定理が成り立つことを証明しようとしている。彼は，「さて，われわれの定理はまさにこれらの2つの形式が同一である，すなわち自由競争によって決定される生産係数は最小の犠牲で最大の効用をもたらすという条件のもとで生産係数を決定するときに得られる生産係数と同一の値をもつことを述べている」(Pareto, 1894, p. 55) と述べている。

チップマン (1976, p. 90-93) が指摘しているように，社会的効用を最大にするように生産係数を決定する理論において，生産係数の変化によって社会的効用がどのように変化するかを議論しているところ (Pareto, 1894, p. 58-60) で，補償原理について述べていると考えられる記述がある。パレートは，経済状態の評価を重視しているのと同時に，効用概念の一般化により，個人間の効用比較が安易にはできないことを次のように述べている。

「いま思い起こした優れた方々（パンタレオーニとバローネ）の論評は第Ⅰ部と第Ⅱ部に最大の社会的効用について論じている証明を与えていたが，異なる個人の効用は異なる単位によって評価される

から，少なくとも特別な注意をせずに足し合わせることはできないという原理に反するように思われる。実際，われわれは効用ではなく効用をもたらす財の量を足し合わす。」(Pareto, 1894, p. 58)

パレートの補償原理を示唆する議論の問題設定は次のようなものである。個人 i の消費を $x^i=(x_h^i)$ とすると効用関数は $U^i=U^i(x^i)$ である。いま，ある財の資源が変化するか生産技術が変化して生産係数が変化したとすると個人の消費も変化する。単純化のために個人の消費を変化させるこの外生的な変化をパラメータ a によって表す。このとき，パラメータの変化による個人 i の効用の変化は，$\partial U^i/\partial x_h^i \equiv u_h^i$ とおくと，

$$dU^i=\left(u_1^i\frac{\partial x_1^i}{\partial a}+u_2^i\frac{\partial x_2^i}{\partial a}+\cdots+u_H^i\frac{\partial x_H^i}{\partial a}\right)da$$

となる。消費者均衡条件から $\partial U^i/\partial x_h^i=\mu^i p_h$ であるから，

$$dU^i=u_1^i\left(\frac{\partial x_1^i}{\partial a}+\frac{p_2}{p_1}\cdot\frac{\partial x_2^i}{\partial a}+\cdots+\frac{p_H}{p_1}\cdot\frac{\partial x_H^i}{\partial a}\right)da=u_1^i\mu^i$$

となり，a の変化による個人 i の効用の変化が財1に関する量によって表現される。この式は，パレート（1894, p. 59）の（7）式に対応し，

$$\mu^1u_1^1=\lambda_1\phi_{1a},\ \mu^2u_1^2=\lambda_2\phi_{2a},\ \mu^3u_1^3=\lambda_3\phi_{3a},\ \cdots$$

である。

このような設定において，パレートはつぎのように述べている。

「さまざまな個人の効用の利益（あるいは損失）は

$$\lambda_1\phi_{1a},\ \lambda_2\phi_{2a},\ \lambda_3\phi_{3a},\ \cdots$$

となる。

すべての λ が正であるならば，すべての個人が効用を獲得する。これを省略して社会的効用は増加するといおう。このようなケースには，社会はすべての構成員に対して a_s を da_s だけ増大させることで合意するであろう。おなじように，すべての λ が負であるならば，すべての個人が効用を損失するであろう。これを省略して社会的効用は減少するといおう。このようなケースには，社会は a_s を

da_s だけ増大させるのではなく減少させることで合意する。そして，いずれにしても，すべての λ が同一の符号であるかぎり，こうなるであろう。しかし，あるものが正でありあるものが負であるような点に到達するときには，われわれは他の個人を不利にしてある個人を助けることになるから，もはやそうではない。a_s が da_s だけ増大するときには λ のうちのあるものは正であり他のものが負であるならば，このことはある個人によって享受される効用は増大し他の個人によって享受される効用は減少することを意味する。それらのさまざまな効用はさまざまな単位によって評価されるから，それらの効用の間で補償を定めることはできない。

それに対して，(7) 式はすべての量を商品 A によって表し，したがって他の商品は同一の単位によって表現されている。正の λ の合計を ζ，負の λ の合計を σ とすると，

$$\zeta-\sigma$$

が正の量であるならば，λ が正である個人から，負の λ を 0 に戻すために必要な量の商品 A を取り上げ（他の財は A によって評価されている)，さらに余りが残るであろう。したがって，社会は全体で考えれば利益があるであろう。このような利益は社会のすべての構成員に，あるいはいく人かの構成員だけに分配することができるであろう。このことはここでは検討しないが，こういう事実があるということで十分である。したがって，余りをどのように分配するかを別とすれば，a_s を da_s だけ増大させることで合意するであろう。いつ a_s の増大を止めるべきか？　ちょうど

$$\zeta-\sigma=0$$

となるときである。というのは，さらに a_s が増大し続けて $\zeta-\sigma$ が負になると，λ が負である人々を補償するために λ が正である人々の財を取り上げることはもはやできないからである。したがって，社会全体では損したのであり，もはや利益はない。」(Pareto, 1894, p.60)

この言明において，パレートの意味で優れた配分がないケースすなわちλの一部が正であり一部が負であるようなケースの経済厚生に関する判断は補償原理を必要とすることが指摘されている。原典の問題設定はあくまでも生産係数が可変的であるときの厚生経済学の基本定理の証明であるが，生産係数は資源の変化によって変化するから，補償原理の問題設定の中でパレートの議論を解釈することができる。ところが，異なるパレート効率的配分を比較するときには，それぞれの配分に対応する均衡価格は異なるから，単純に効用の変化を比較することはできない。しかし，こうした細かい技術的な点に問題はあるが，パレートは実質的に補償原理について考察しているといってよいであろう。

4−3　社会的厚生関数

チップマン（1976, pp. 109–110）は，パレート（1913）がバーグソン流の社会的厚生関数を提唱している，と指摘している。バーグソン流の社会的厚生関数は，個人 i の効用を U^i とすると，

$$W=W(U^1, U^2, \cdots, U^I),\qquad \text{ただし } \partial F/\partial U^i>0$$

によって表される。ところが，パレート（1913）が表現している社会的厚生関数は，微分形式で

$$dW=\Sigma_{i=1,\cdots,I}\alpha^i dU^i$$

であるから，パレートの社会的厚生関数がバーグソン流の社会的厚生関数であるためには

$$\alpha^i=\frac{\partial W}{\partial U^i}$$

でなければならない。パレート自身は α^i を固定された定数と考えており，したがってパレートの社会的厚生関数は

$$\Sigma_{i=1,\cdots,I}\alpha^i U^i$$

によって表現されると考えるのが妥当であろう（Bergson, 1983)。

5 おわりに

一般均衡理論とくに競争均衡と効率性の理論の形成に対するパレートの貢献について，パレートの数理経済学関係の論文を中心に考察した。彼の理論展開の基本的姿勢はワルラスの一般均衡理論の一般化であるが，形式体系については比較的試みが成果をあげているにもかかわらず，経済学的な考え方は旧来のパラダイムを引きずっていたために，形式体系の意味を理解するという点で限界があった。

消費者行動の理論については，消費者を特徴づける効用関数の性質についても十分な注意が払われ，消費者理論の核心である需要法則についても形式的には完成されていたといえるが，形式体系の解釈は十分ではない。他方，生産者理論については自由競争均衡の概念が先行し，その均衡を保証する生産技術の性質については言及されていない。自由競争均衡は分析者にとっては都合のよい概念で，生産者理論の重要な問題を解かなくても済ませてしまうことが，ワルラスやパレートの理論において消費者理論の成果と比較して生産者理論や競争均衡の分析が不十分であることの一因ではないかと考えられる。一般均衡解の存在については消費者理論における議論と同じ程度の，経済環境の性質に関する議論が行われている。この意味で，均衡の存在と安定といった 20 世紀半ばに解決される問題はさておいても，パレートの理論においては問題の形式化には比較的成功しているが，不完全なところが残されている。このように，一般均衡理論のそれぞれの構成理論によって展開の速度に違いはあるが，パレートの一般均衡理論には，マーシャルやエッジワースなどのイギリスの経済学者が取り扱ったより具体的な問題に対し，ワルラスの一般均衡理論に基づいてより一般的，抽象的な解答を与えようとしていること，理論の一般化の際に放棄すべき旧い発想を捨てきれずにいるという理論の展開における過渡的な性質をみせていることに特徴があ

る。

パレートの貢献があまり知られていない最大の理由は，形式的にはワルラスの理論の一般化にある程度成功しているが，形式体系の解釈である経済モデルは旧来のパラダイムに拘束されて一般化された形式体系の意味を十分に捉えきれていないことにあると考えられる。彼の理論は不完全であるために非常に理解しにくいのである。

注

* 本稿は1994年度法政大学特別研究助成金に基づく研究成果の一部である。同研究助成に対して深く感謝する。本稿の作成過程において貴重なコメントをいただいた，関東学園大学の福岡正夫教授，松浦保教授，青山学院大学の根岸隆教授，経済理論史研究会のメンバーの方々に感謝する。もちろん，すべての誤りは筆者に帰せられる。

（1） パレートの研究があまり知られていないことの理由として，いくつかの点が考えられ，指摘されている。まず，言語上の障害である。パレートの原典はイタリア語によって執筆され，後に本文からフランス語に翻訳され，付録がフランス語によって改めて執筆された。彼の主著は最近まで英訳されず，現在の英訳自体十分なものではない。また，パレートの表現の難解さが読者を遠ざけていることが考えられる。実際，著者自身の博学さのために本文はペダンティックで普通の読者にとって読みやすいとはいいがたい。さらに，著者が理工系の出身であることから付録の記述は当時としては一般的な経済学者が理解できる数学の範囲をはるかに超えていた。

（2） パレートの経済理論の研究は『提要』の付録（1909）に尽くされていると考えてよいであろう。実際，『提要』以降は「数理経済学」（1911），『一般社会学概論』およびいくつかのエッセイは発表されているが，それらは本質的に社会学の論文であるか，『提要』の要約である。また，フランス語版（1909）の付録はイタリア語版（1906）が出版された後，本文の仏語とは別にパレート本人が加筆したものであり執筆された期間から考えて一般均衡理論としては決定版であると考えられる。

『経済学提要』はまず1906年にイタリア語で出版された。その後，フランスの出版社の経済学のシリーズに『経済学提要』のフランス語訳を入れたいというボネの依頼により，本文についてはボネが翻訳したものをパ

レートが加筆訂正し，付録についてはパレートが完全に書き直すことによりフランス語版が出版された。ところが，パレート自身はボネによる本文の翻訳を評価しておらず，実際にフランス語版には意味不明なところが随所に見受けられる。従来フランス語版が決定版として認識されてきたのは，現代経済学におけるパレートの最大の貢献と見なされているパレート効率性の明確な定義がフランス語版の付録に見いだされるからであるが，実際には本文はイタリア語版，付録はフランス語版を決定版とするのが適切である（松浦，1990）。

（3） パレートは均衡として完全競争均衡と独占的均衡を並行して考察しているが，独占的均衡には形式的な表現がないので，研究対象からはずれる。

（4） 所得の限界効用は価格体系と所得の関数である。所得の限界効用が一定であるということは，それが特定の変数から独立であることを意味するが，どの変数から独立であると考えるかによって所得の限界効用一定の解釈が異なる。その解釈については西村（1990, pp. 126-129）を参照されたい。

（5） 文中の下線の部分は原典ではイタリックである。

（6） クーン（1972, Ch. 6）が引用しているX線の発見，酸素の発見および相対性理論の発見の例にみられるように，ある物質や理論の形式的な発見は必ずしもその物質や理論の実質的な発見を意味しないことがある。というのは，形式的に物質や理論が同一であっても，それらの経験的な解釈の方法（パラダイム）によって経験的な意味が異なるからである。逆に，こうした事実がそれらの物資や理論の発見に関する優先権を曖昧にする。したがって，一般に，科学的発見の功績を1人の研究者に帰属させることは意味がない。

（7） フォン・ノイマン＝モルゲンシュテルンの基礎的効用関数に基づく消費者理論においては，任意の財についてその財が代替財であるか補完財であるかをエッジワースによる代替財と補完財の定義にしたがって判定できる，ことがサムエルソン（1974）によって指摘されている。

（8） 理論が公理化可能であるためには，言語が帰納的に定義されていなけらばならない（Shoenfield, 1967, Ch. 5）。

（9） 限界生産力理論に関する論争の経緯についてはジャッフェ（1962）を，論争に参加した経済学者の主張の理論的な整理については川俣（1987）を参照されたい。

（10） 完全分配定理は，つぎの2つの命題

命題1　すべての生産要素について

限界生産性＝生産要素価格/生産物価格

命題2　生産物算出＝すべての生産要素の（限界生産性×投入）の総和

から構成される。命題1も命題2も一般均衡における価格体系の決定において成立するが，生産面から価格体系の決定に関与するのは総生産関数のみであるから，総生産関数の性質のみが問題である（西村，1990，pp. 272-274，定理8.5)。また，オイラーの定理は生産関数の同次性と命題2の同値性を保証している。これらのことから，総生産関数の同次性と完全分配定理が同値であることがわかる。

完全分配定理がどの生産関数の同次性と同値になるかは，経済環境の設定に依存する。ワルラスやパレートは結合生産を考えていないから，産業の生産関数の1次同次性と同値になる。一般に，どの財が生産物でどの財が生産要素であるかは価格体系あるいは希少性に依存するから，経済全体の生産関数 $F(y, -z)=0$ の0次同次性を考えるのが一般的である。

(11)　彼らの生産関数は個別生産者の生産関数≡産業の生産関数であり，それらが1次同次であるか否かが論点であった。

(12)　パレートは自由競争均衡を考えながら，固定的生産要素の存在を理由に生産関数の1次同次性を否定し，完全分配定理の成立に否定的であったから，完全競争市場の理論の枠組みにおいては完全分配定理と生産関数の1次同次性が同値であるとは知らなかったと考えられる。

(13)　ここで議論した自由競争均衡あるいは自由参入均衡における総生産関数と個別生産関数の関係は長期の生産関数の短期の生産関数の関係と同じであり，それらは0次同次関数とその関数の定義域の変数を固定して得られる関数が包絡線定理によって関係づけられている。

(14)　包絡線定理，シェパードの補題，ル・シャトリエの原理など双対性に関連するいくつかの定理については西村（1990, pp. 176-179）を参照されたい。

(15)　長期の生産関数が規模に関する収穫不変の法則を満たし，完全分配定理が成り立つ一般的な理論についてはOsana（1987）を参照されたい。

参考文献

Bergson, Abram (1938) "A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 52, pp. 310-334.

----- (1983) "Pareto on Social Welfare," *Journal of Economic Literature*, Vol. 21, pp. 40-46.

Bernoulli, Daniel (1954) "Exposition of a New Theory on the Measurment of Risk," *Econometrica*, Vol. 22, pp. 23-35; Translated from Specimen theoriae novae de mensura sortis, 1738.

Chipman, John S. (1976) "The Paretian Heritage," *Cahiers Vilfredo Pareto*, Vol. 15, pp. 65-171.

Debreu, Gerard (1959) *The Theory of Value*, Wiley.

Dooley, Peter C. (1983) "Slutsky's Equation is Pareto's Solution," *History of Political Economy*, Vol. 15, pp. 513-517.

Edgeworth, Francis Y. (1881) *Mathematical Psychics*, London: Kegan Paul; Reprints of Economic Classics, Augustus M. Kelley, 1967.

----- (1925) *Papers Relating to Political Economy*, 3 Vols, London: Macmillan.

Hicks, J. R. and R. G. D. Allen (1934) "A Reconsideration of the Theory of Value," *Economica*, Vol. 1, pp. 52-76, pp. 196-219.

Hicks, John R. (1946) *Value and Capital*, 1939; 2nd ed., Oxford: Clarendon Press.

Hurwicz, Leonid (1973) "The Design of Resource Allocation Mechanisms," *American Economic Review*, Papers and Proceedings, Vol. 58, pp. 1-30.

Jaffé, William (1964) "New Light on an Old Quarrel-Barone's Unpublished Review of Wicksteed's" Essay on the Coordination of the Laws of Distribution "and Related Documents," *Cahiers Vilfredo Pareto*, Vol. 3, pp. 61-102.

川俣雅弘 (1987)「生産理論の発展における限界生産力理論の意義と役割」,『三田学会雑誌』, 第 80 巻, 第 4 号, pp. 70-83.

----- (1990)「需要法則の発展における消費者理論の経験的意味」,『社会労働研究』, 第 36 巻, 第 4 号, pp. 1-25.

----- (1996)「経済理論史への公理的アプローチに関する試論」,『社会労働研究』, 第 43 巻, 第 1・2 号, pp. 129-163.

Kirman, A. P. (1989) "Pareto as an Economist," *Palgrave's Dictionary of Political Economy*, pp. 804-809.

Kuhn, Thomas S. (1972) *The Structure of Scientific Revolution*, 2nd ed., The University of Chicago Press.

Marshall, Alfred (1920) *Principles of Economics*, 1890; 8th ed., London: Macmillan.

松浦保 (1990)「Manuale vs Manuel－パレート『経済学提要』翻訳の底本はイタリア語版か，フランス語版か－」，『日伊文化研究』，第28号，pp. 15-27.

西村和雄 (1990)『ミクロ経済学』，東洋経済新報社。

Osana, Hiroaki (1987) "Long-run Equilibria for Perfectly Competitive Market," *Keio Economic Studies*, Vol. 24, pp. 1-11.

Pareto, Vilfredo (1892a, 1892b, 1892c, 1893a, 1893b) "Considerazioni sui Principi Fondamentali dell'Economia Politica Pura" *Giornale degli Economisti*, Vol. 4, pp. 389-420; pp. 485-512, Vol. 5, pp. 119-157, Vol. 6, pp. 1-37, Vol. 7, pp. 279-321.

----- (1894) "Il massimo di utilità dato dalla libera concorrenza,"*Giornale degli Economisti*, Vol .9, pp. 48-66.

----- (1964) *Cours d'économie politique*, tome II, Lausanne, 1896; New ed., ed. G. -H. Bousquet and G. Busino, Gen ve: Librairie Droz.

----- (1955) "L'economie pure," Résume du cours donné a l'école des Hautes Études de Paris (1901-1902); Reprinted in *Metroeconomica*, Vol. 7 (1955), pp. 1-15.

----- (1906) *Manuale di economia politica, con una introduzione alla scienza sociale*, Milano: Societá Edtrice Libraria.

----- (1909) *Manuel d'écononie politique*, Paris: Giard & Brière; Reprint, Genève: Librairie Droz, 1966.

----- (1911) "L'économie mathématique," *Encyclopédie des Sciences Mathématique*, Tome I, Vol. 4, fascicule 4, August, pp. 591-640.

----- (1913) "Il massimo di utilità per una collettività in Sociologia," *Giornale degli Economisti*, Vol. 46, pp. 337-341.

----- (1960) *Lettere a Maffeo Pantaleoni*, ed. Gabriel de Rosa, 3 Vols, Roma: Banca Nazionale del Lavoro.

Phipps, Cecil G. (1953) "Pareto and Walras on Production, "*Metroeconomica*, Vol. 5, pp. 31-38

Samuelson, Paul A. (1974) "Complementarity: An Essay on the 40th Anniversary of the Hicks-Allen Revolution in Demand Theory," *Journal of Economic Literature*, Vol. 12, pp. 1255-1289.

Shoenfield, Joseph R. (1967) *Mathematical Logic*, Addison-Wesley.

Slutsky, Eugenio (1915) "Sulla Teoria del Bilancio del Consumatore," *Giornale degli Economisti*, Vol. 51, pp. 1-26; Translated as "On the Theory of the Budget of the Consumer," in *Readings in Price Theory*, ed. G. J. Stigler and K. J. Boulding, Homewood: Richard D. Irwin, 1952, pp. 27-56.

Walras, Léon (1954), "Note on Mr. Wicksteed's Refutation of the English Theory of Rent," trans. W. Jaffé in *Elements of Pure Economics*, London: Allen and Unwin, 1954, pp. 489-495; Translated from "Note sur la réfutation de la théorie anglaise du fermage de M. Wicksteed," in Walras (1952), 3rd ed. Appendice III, Lausanne: Rouge, 1896.

Walras, Léon (1952) *Éléments d'économie politique pure*, Lausanne: Corbaz, 1874-1877; definitive ed., 1926; Reprint, Paris: R. Pichon et R. Durand-Auzias, 1952.

付録：パレート，スルツキーおよびヒックスによる スルツキー方程式の導出

パレート，スルツキーおよびヒックスのスルツキー方程式の導出方法を比較する。

1．パレートの粗代替項，におけるそれぞれの式の右端に記されている番号は『経済学提要』(1909) の付録に記されている対応する式の番号である。

1．パレートの粗代替項

消費者均衡の必要条件

(1) $$p\cdot x=M \qquad \text{(51) 式}$$

$$-\lambda(p,\ M)p_1=u_1(x)$$

(2) $$-\lambda(p,\ M)p_2=u_2(x) \qquad \text{(68) 式}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$-\lambda(p,\ M)p_H=u_H(x)$$

を解くことにより，すべての財について需要 x が価格体系 p と所得 M の関数 $x(p,\ M)$ として得られる。このことを考慮して，(2) 式を財 h の価格 p_h について偏微分すると，

(3) $$\begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1H} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{h1} & u_{h2} & \cdots & u_{hH} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{H1} & u_{H2} & \cdots & u_{HH} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x_1}{\partial p_h} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial x_h}{\partial p_h} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial x_H}{\partial p_h} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p_1\dfrac{\partial \lambda}{\partial p_h} \\ \\ p_h\dfrac{\partial \lambda}{\partial p_h}+\lambda \\ \\ p_H\dfrac{\partial \lambda}{\partial p_h} \end{vmatrix} \qquad \text{(69) 式}$$

が得られる。ここで，左辺の行列の行列式を V によって

$$V=\begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1H} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{h1} & u_{h2} & \cdots & u_{hH} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{H1} & u_{H2} & \cdots & u_{HH} \end{vmatrix} \qquad \text{(70) 式}$$

と表す。行列式 V の第 h 行第 k 列の余因子を V_{hk} によって表す。行列式 V の第 k 列を価格の例 $(p_1, \cdots, p_h, \cdots, p_H)$ で置き換えた行列式を

$$V_k=\begin{vmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1,k-1} & p_1 & u_{1,k+1} & \cdots & u_{1H} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{h1} & \cdots & u_{h,k-1} & p_h & u_{h,k+1} & \cdots & u_{hH} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{H1} & \cdots & u_{H,k-1} & p_H & u_{H,k+1} & \cdots & u_{HH} \end{vmatrix}$$

によって表す。

(3) 式を $\partial x_k/\partial p_h$ について解くと，任意の $h, k \in \{1, \cdots, H\}$ について，

(4) $$\frac{\partial x_k}{\partial p_h}=\lambda\frac{V_{hk}}{V}+\frac{V_k}{V}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial p_h} \qquad \text{(71) 式}$$

が得られる。

(1) 式を p_h について偏微分すると，任意の $h \in \{1, \cdots, H\}$ について，

(5) $$p_1\frac{\partial x_1}{\partial p_h}+\cdots+p_H\frac{\partial x_H}{\partial p_h}+x_h=0 \qquad \text{(72) 式}$$

が得られる。

ここで，

$$U=\begin{vmatrix} 0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_H \\ p_1 & u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1H} \\ p_2 & u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2H} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_H & u_{H1} & u_{H2} & \cdots & u_{HH} \end{vmatrix}$$

とおくと，

(6) $$U=p_1U_{01}+p_2U_{02}+\cdots+p_HU_{0H} \qquad \text{(73) 式}$$

である。

(4) 式を (5) 式に代入して整理すると，任意の $h\in\{1,\cdots,H\}$ について，

$$\frac{\partial\lambda}{\partial p_h}=x_h\frac{V}{U}+\lambda\frac{V_h}{U} \tag{7}$$

(74) 式

が得られる。ただし，

である。また，行列式 U の第 h 行第 k 列の余因子を U_{hk} によって表す。

(4) 式に (7) 式を代入すると，任意の $h,k\in\{1,\cdots,H\}$ について，

$$\frac{\partial x_k}{\partial p_h}=\lambda\frac{UU_{(00)(hk)}+U_{0h}U_{0k}}{UU_{00}}-x_h\frac{U_{0k}}{U} \tag{8}$$

(75), (76) 式

が得られる。(8) 式がパレートが導出したスルツキー方程式の粗代替項である。

2. スルツキー方程式

ヤコービの定理より，任意の i,j,r,s について

$$U_{ij}U_{rs}-U_{ir}U_{js}=UU_{(ij)(rs)}$$

が成り立つから，$i=j=0$, $r=h$, $s=k$ とおくことにより，

$$U_{(00)(hk)}+U_{0h}U_{0k}=U_{00}U_{hk} \tag{9}$$

が得られる。スルツキーは (9) 式から，(8) 式の第 1 項については

$$\lambda\frac{UU_{(00)(hk)}+U_{0h}U_{0k}}{UU_{00}}=\lambda\frac{U_{hk}}{U}$$

であること，第 2 項については

$$\frac{\partial x_k}{\partial M}=\frac{U_{0k}}{U}$$

であることを指摘し，パレートの粗代替項が

$$\frac{\partial x_k}{\partial p_h}=\lambda\frac{U_{hk}}{U}-x_h\frac{\partial x_k}{\partial M} \tag{10}$$

と表現されることを示した。さらに，スルツキーは代替項の性質，所得項の性質とそれに基づく上級財と下級財の区別，需要法則の成立条件と

ギッフェン財の条件について指摘している。

3. ヒックスの証明

消費者均衡の必要条件（1）式および（2）式を所得 M で偏微分すると

$$
(11)\qquad
\begin{vmatrix}
0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_H \\
p_1 & u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1H} \\
p_2 & u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2H} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
p_H & u_{H1} & u_{H2} & \cdots & u_{HH}
\end{vmatrix}
\begin{vmatrix}
\dfrac{\partial\lambda}{\partial M} \\
\dfrac{\partial x_1}{\partial M} \\
\dfrac{\partial x_2}{\partial M} \\
\vdots \\
\dfrac{\partial x_H}{\partial M}
\end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0
\end{vmatrix}
$$

が得られる。（11）式を $\partial x_k/\partial M$ について解くと，任意の $k\in\{1,\cdots,H\}$ について，

$$
(12)\qquad \frac{\partial x_k}{\partial M}=\frac{U_{0k}}{U}
$$

が得られる。また，消費者均衡の必要条件（1）式および（2）式を財 h の価格 p_h で偏微分すると

$$
(13)\qquad
\begin{vmatrix}
0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_H \\
p_1 & u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1H} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
p_k & u_{k1} & u_{k\lambda} & \cdots & u_{kH} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
p_H & u_{H1} & u_{H2} & \cdots & u_{HH}
\end{vmatrix}
\begin{vmatrix}
\dfrac{\partial\lambda}{\partial p_h} \\
\dfrac{\partial x_1}{\partial p_h} \\
\vdots \\
\dfrac{\partial x_k}{\partial p_h} \\
\vdots \\
\dfrac{\partial x_H}{\partial p_h}
\end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
-x_h \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \lambda \\ 0 \\ \vdots \\ 0
\end{vmatrix}
$$

が得られる。（13）式を $\partial x_k/\partial p_h$ について解くと，任意の $h,\ k\in\{1,\cdots,H\}$ について，

(14) $$\frac{\partial x_k}{\partial p_h}=\lambda\frac{U_{hk}}{U}-x_h\frac{U_{0k}}{U}$$

が得られる。(12) 式を (14) 式に代入することによりスルツキー方程式

(15) $$\frac{\partial x_k}{\partial p_h}=\lambda\frac{U_{hk}}{U}-x_h\frac{\partial x_k}{\partial M}$$

が得られる。