法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-12

ビッター法による動的磁壁挙動に関する研究

石井, 隆 / ISHII, Takashi

(発行年 / Year)
2011-03-24
(学位授与年月日 / Date of Granted)
2011-03-24
(学位名 / Degree Name)
修士(工学)
(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

2010 年度　修士論文

ビッター法による動的磁壁挙動に関する研究

Research on Dynamic Magnetic Domain Walls Movement by Bitter Method

指導教授　齋藤　兆古

法政大学大学院
工学研究科電気工学専攻

学籍番号　09R3102

氏名　石井（イシイ）　隆（タカシ）

Abstract

Bitter method is most commonly observing way of the magnetic domain walls even though it is limited to the surface of specimen. To observe the magnetic domain walls by Bitter method, a drop of magnetic liquid is put on a surface of a target magnetic material after polished by electrical fields. Applying magnetic field to this magnetic material covered by magnetic fluid makes it possible to observe the magnetic domain walls dynamics by a microscope.

We have previously reported that local magnetization characteristics could be obtained from the visualized magnetic domain dynamics. Final purpose of our research on visualized magnetic domain walls dynamics is to work out a fully automatic quality control system of the electrical iron sheet producing plants. And also, we plan to deduce some rules governing the magnetic domain walls dynamics by consideration of the entire visualized results.

In this paper, we try to visualize the dynamic magnetic domain walls of ferromagnetic materials when superposing the direct current magnetic fields to the alternating current magnetic fields excitation, i.e. anhysteretic magnetizing condition.

Also we try to visualize the dynamic magnetic domain walls of ferromagnetic materials when magnetized in the perpendicular and longitudinal directions. Further, we try to extract the 1/f fluctuating frequency characteristics from these dynamic magnetic domain walls. This clarifies the 1/f fluctuation characteristics of the dynamic magnetic domain walls when magnetized to the perpendicular and longitudinal directions.

目次

第1章　緒論……4
第2章　ビッター法に拠る動的磁壁移動の可視化と巨視的磁化特性……5
2.1　磁性材料の巨視的磁化特性……5
2.1.1　磁区の仮説と発見……5
2.1.2　初期磁化曲線……5
2.1.3　磁気飽和現象……6
2.1.4　磁気履歴現象……7
2.2　ビッター法に拠る動的磁壁移動の可視化……7
2.2.1　実験準備……7
2.2.2　動的磁壁移動の可視化……8
2.3.3　動的磁壁画像……9
2.3　巨視的磁化特性の抽出……9
2.4　画素値による磁化特性……11
第3章　動的磁壁画像の1/fゆらぎ周波数……13
3.1　フーリエ変換……13
3.1.1　関数系の変換……13
3.1.2　関数の直交性と線形性……14
3.1.3　離散値系フーリエ変換……15
3.1.4　1次元フーリエ変換……17
3.2　動的磁壁画像における周波数特性……18
3.2.1　1/fゆらぎ周波数……18
3.2.2　時間領域の周波数特性……19
3.2.3　1/fゆらぎ周波数特性の可視化……20
第4章　直流偏磁……21
4.1　直流偏磁下における動的磁壁画像……21
4.2　直流偏磁下における磁化特性……22
第5章　動的磁壁画像と1/fゆらぎの関係……24
5.1　E型フェライトコア上の動的磁壁画像……24
5.2　長手方向と垂直方向の磁化特性……28
5.3　赤外線カメラによる熱分布……30
第6章　結論……31
参考文献……32
研究業績……33

謝辞……34

第１章　緒論

現代社会において，磁気を利用した電気・電子機器は必要不可欠であり，磁気装置は現代文明を支えている大きな要素と言っても過言ではない．超大型から超小型に至る磁気装置が活用される理由は，磁気の持つ本質的な特性である空間にエネルギーを蓄える性質だけでなく，磁束の流れ,あるいは磁気エネルギーを制御するのに適した磁性材料が存在することにあり，磁気装置全てに磁性材料が主要構成材料として使用されている．

大型・小型を問わず磁性材料を活用した磁気装置を開発・設計する場合，磁性材料の磁化特性を把握することが必要である．磁性材料の磁化特性は複雑多岐に亘り，磁気飽和特性，磁気飽和に至るまでの高透磁率特性，磁気ヒステリシスさらに磁歪など，どのような磁性材料でも多かれ少なかれ有する特性であり，磁気装置の開発・設計ではこれら多様な磁化特性から望ましい特性を目的に応じて利用している．

いわゆる強磁性体は磁区と呼ばれる微小磁石の集合で構成され，外部磁界に応じて材料中の磁気エネルギーが最小となるように磁区が変化する．すなわち，磁性材料の磁化過程は外部磁界に対して磁気エネルギーを最小化する磁区挙動である．所望の磁化特性を持つ材料開発・評価を計算機で機械的に行うため，磁区挙動を可視化することによる磁化過程の掌握は重要である．磁区挙動の可視化は，磁性コロイド溶液を用いたビッター法，磁気光学的方法，電子顕微鏡に拠る方法などがある．ビッター法は手軽に磁性体表面の磁壁を可視化する．また，磁気光学的方法は磁性体表面の磁区挙動を可視化する．電子顕微鏡に拠る方法は磁性体内部の磁区挙動を観察可能とするが，高価な機器を必要とする．

従来, 我々は磁区の電子顕微鏡画像から磁性体の磁化特性を抽出する全く新しい方法を提案した[1]. 現在，我々は安価な設備で磁性体の磁壁を可視化するビッター法を用いて磁性体の磁化特性を抽出する方法を開発している[2-7].

本論文では，強磁性体の動的磁壁移動をビッター法で可視化し，動的磁壁画像の特徴を1/fゆらぎ周波数分布特性で評価する．交流磁界中における強磁性体の磁壁移動および，交流磁界に直流磁界を重畳させた場合の磁壁移動をビッター法で可視化し，その結果から直流偏磁した場合の磁化特性抽出を試みる．また，動的磁壁画像のフレーム画像を構成する画素値より求めた局所的磁化特性と赤外線カメラによる熱分布から推定される鉄損分布に関して考察を行う．

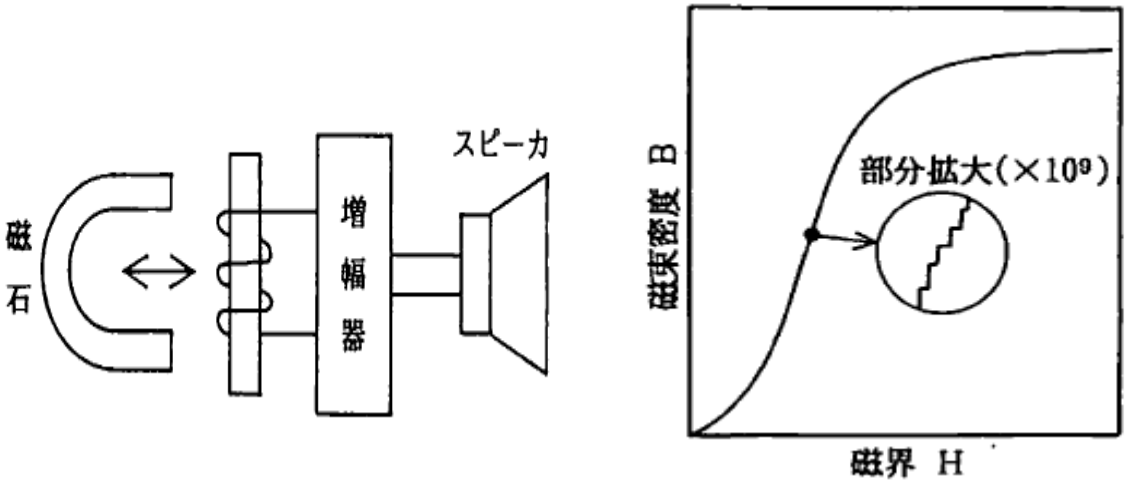
第２章　ビッター法に拠る動的磁壁画像の可視化と巨視的磁化特性

2.1 磁性材料の巨視的磁化特性

2.1.1 磁区の仮説と発見

鉄，コバルト，ニッケルのような金属だけが磁石に吸引され，銅やアルミニウム等は磁石に吸引されない．このことを調べてみると，結果的に鉄，コバルト，ニッケルのような強磁性体は自発磁化を持つことが他の非磁性体金属との本質的な違いであることが見いだされた．自発磁化を強磁性体は有しているにも拘らず必ずしも磁化していないことは，強磁性体が磁区に分かれていて，各磁区内の磁化方向がそれぞれ異なっているために全体として磁化されていない状態になるとする仮説は1907年P. Weiss によって提唱された．

1919 年，Barkhausen は強磁性体の磁化が不連続的に行われることを発見した．Fig.1 に示すように，強磁性体にコイルを巻き，コイルに誘起する電圧を増幅器で増幅しスピーカで出力する装置で，左側から永久磁石を近づけると強磁性体の自発磁化の方向が外部からの磁界に応じて変化し，音を発生する．このとき，永久磁石の運動速度に応じた音よりはるかに高い周波数の雑音が発生する．これをバルクハウゼン雑音といい，これが磁区の発見の一動機となった．Fig.1 (b)に示す磁化曲線の拡大部分は多くの不連続的な磁化が行われることを示す．これは主として，磁壁が磁性体中の不純物や欠陥にひっかかりながら移動することに起因する．



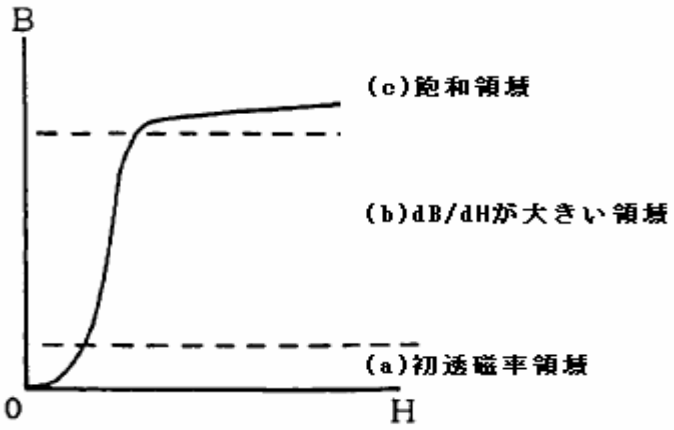
(a) Observation method.　　(b) Magnetization curve.

Fig.1 Barkhausen noise.

2.1.2 初期磁化曲線

強磁性体の磁化特性を論ずる際，強磁性体が全く磁化されていない状態，すなわち，磁界が零のとき，外部に現れる磁化が零の状態から考えることが必要である．この状態を消磁状態といい，磁性体を消磁状態にするには，強磁性体をキュリー点まで熱し，無磁界中で冷却する熱消磁，交流磁界を加えて磁化特性を描かせ，交流磁界を徐々に小さくし磁化特性を零点に収束させる交流消磁がある．消磁状態から磁界Hを徐々に加えて行くと，磁束密度B はFig.2示すように，最初は緩やかに増加し，次

に急激に増加し，また緩やかな増加となり，最終的には一定値に近づく．この曲線が初期磁化曲線と呼ばれるものである．



(a) Initial permeability region. (b) dB/dH is large region. (c) Saturation region.

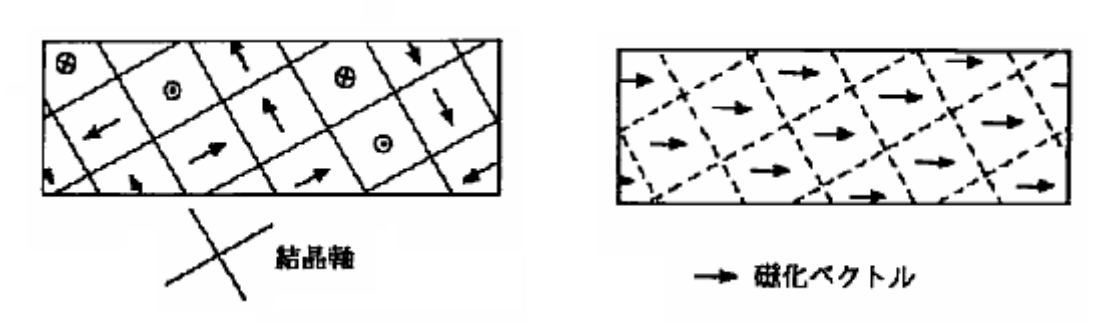
Fig.2 Initial magnetization curve.

この初期磁化曲線において，Fig.2に示すように，磁化過程は大まかに三領域に分類することができる．これらの各領域に対応する磁区状態を観察すると，(a)の初透磁率領域では可逆的磁壁移動(復元可能な磁区の変化)により磁化が行われる．この領域は可逆的磁壁移動領域と呼ばれているが，実際は磁壁の摩擦を伴って磁壁移動が行われるために，外部磁界を零にしても磁束密度は零にならない．すなわち，残留磁気が残る．従って，厳密な意味で可逆でなく，通常，Rayleigh の法則が成り立つ範囲を初透磁率領域という．また，Rayleigh loop のように規則的な履歴現象を生ずることは，外部磁界を取り去った場合，磁区状態がもとの状態に復帰することを意味する．従って，可逆的磁壁移動範囲をRayleigh範囲ともいう．これに対し，(b)のdB/dHが大きい領域では，外部磁界を取り去っても元の磁区状態に復帰できない．このため，(b)の領域は非可逆的磁壁移動によって磁化される状態である．従って，(b)の領域を非可逆的磁壁移動領域という．(c)の領域では，磁壁移動による磁化は限界となり，各磁区内の自発磁化の方向が回転し磁化される．このため，(c)の領域では，物理的磁壁移動がなく，各磁区内の自発磁化の方向が回転することから可逆的な磁化過程となる．従って，(c)の領域は可逆的回転磁化領域と呼ばれる．

2.1.3 磁気飽和現象

磁性体は外部から磁界を加えたとき，容易に磁化されるのを大きな特徴とし，磁束は，最初は急激に増加するが，ある一定値以上では飽和する．この現象を磁気飽和現象という．この磁気飽和現象と磁区の関係を調べるため，Fig.3に示すような正方形の磁区を仮定する．Fig.3 (a)では，各磁区の自発磁化の方向がランダムな方向を向いており，各磁区の自発磁化は互いに打ち消し合い全体として磁化されていない状態である．Fig.3 (b)では，外部から磁界が加わり，その結果，各磁区中の自発磁化は外部

磁界と全て同じ方向に揃った状態である．従って，この状態では，これ以上の磁束密度の増加が望めない．この状態を磁気飽和状態という．



(a) Demagnetized state.　　(b) Saturated state.

Fig.3 Magnetic domains and magnetized states.

2.1.4 磁気履歴現象

自発磁化を持つ磁区間の境界を磁壁という．外部から磁界が加わり，自発磁化の方向が外部磁界と一致しようとする．このとき，各磁区内部の自発磁化の方向が変化する前に，磁壁が移動する．磁壁の移動は往路と帰路で異なる経路をとり，これが磁気履歴現象を呈する原因である．

2.2 ビッター法に拠る動的磁壁移動の可視化

2.2.1 実験準備

ビッター法による磁壁は，磁性体の表面の磁区観察を通して行うため機械研磨によるひずみの影響を受けやすく，ひずみの入った表面層を取り除く必要がある．磁性体のひずみを取り除くため，サンドペーパー等で物理的加工を施した後，化学的処理により表面ひずみを取り除く．この化学的処理は電解研摩法と呼ばれ，磁性体表面を電気化学的にエッチングする原理に基づく．すなわち，Fig.4に示すように，リン酸85%と無水クロム酸を重量比で9 対1 の割合で混合した電解液をビーカーにいれ，面積の広い銅板を陰極，試料を陽極として電解研摩を行う．Fig.5は，金属光学顕微鏡を用いて倍率700倍で撮影した磁性材料表面の研磨前と研磨後の表面磁区画像である．

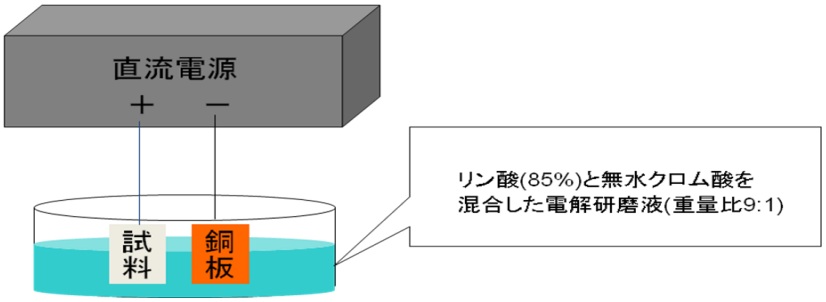
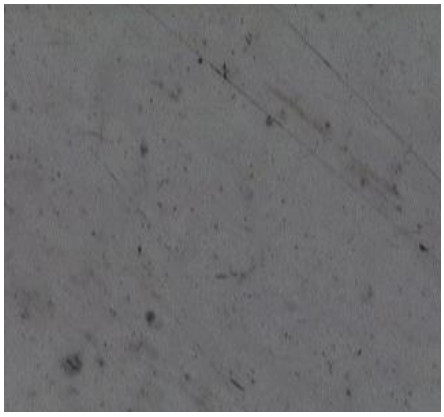


Fig.4 Electro-polishing process.

(a) Before electro-polishing.



(b) After electro-polishing.

Fig.5 Before and after electro-polished images of the magnetic material surfaces.

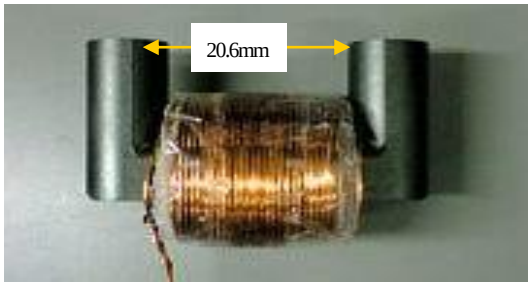
2.2.2 動的磁壁移動の可視化

試料台に試料を載せて，研磨面にスポイトで磁性コロイド溶液を垂らし，カバーガラスを載せて試料の磁壁を観察する．強磁性微粒子(γ酸化鉄)のコロイド液を強磁性体表面につけると，コロイド液内に分散していた酸化鉄の微粒子が，磁壁付近の急峻な磁化変化による漏れ磁束の勾配に吸引されて凝集し表面近傍の磁壁観測ができる．この引き付けられた微粒子を光学顕微鏡で観察する，この原理はマグネットビューワーなどの商品に応用されており，比較的面倒な実験準備を必要とせずに磁壁観察を可能とする[2].

金属試料表面の磁壁を観察するには，反射型の金属光学顕微鏡を用いる．倍率は100～200倍程度でよいが，本研究では，700倍で実験を行った．Fig.6は，動的磁壁挙動の可視化に用いた実験装置である．励磁コイルから周波数1Hzの交流磁界を磁壁の可視化対象に印加する．Table.1 に実験に用いた諸定数を示す．顕微鏡はKEYENCE 社のHD 中倍率ズームレンズVH-Z75 に高精細クイックマイクロスコープVH-5000 を接続して用いた．

供試材料は軟鉄，珪素鋼板，パーマロイ45%，ニッケルの4 種類である．試料に磁界を印加すると，磁界振幅に応じて磁壁が移動し，磁壁移動は磁性流体の移動を促す．この状況を撮影する．動画の撮影に用いたサンプリング周波数は30Hzであるので，印加した外部磁界の1 周期毎に30 枚のフレーム画像を得ることができる．

(a) Entire measurement system.



(b) Exciting coil and ferrite yoke.

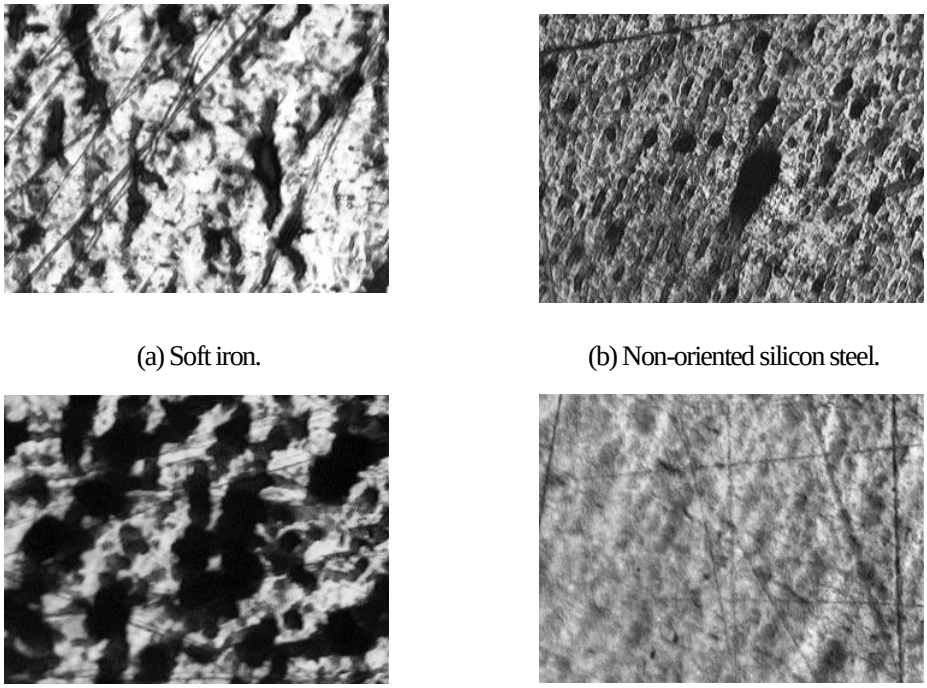
Fig.6 Experimental devices.

Table.1 Various constants used in the experiments.

	Turn [Turn]	Diameter of coil. [mm]	Length of coil. [mm]	Thickness of coil [mm]
Exciting coil.	300	10	30	0.6
Search coil.	200	15	15	0.2

2.2.3 動的磁壁画像

前節ではビッター法による動的磁壁画像の撮影方法を述べた．Fig.7に交流磁界印加時の各種磁性体の動的磁壁画像のフレーム画像を示す. 励磁コイルに周波数1Hz ，1.0Aの電流を流して試料を磁化し，倍率700倍で動的磁壁画像を撮影した.



(a) Soft iron. (b) Non-oriented silicon steel.

(c) Permalloy45%. (d) Nickel.

Fig.7 Sample flame images of dynamic magnetic domain walls.

2.3 巨視的磁化特性の抽出

試料を磁化させる外部磁界は，式(1)で与えられる.

$$H(t) = \frac{N_1 I(t)}{L}\left[A/m\right] \tag{1}$$

磁束密度の時間変化によって試料に巻いたサーチコイルに発生する誘起電圧$v(t)$を測定する．ファラデーの法則である式(2)を積分形に変換して式(3)を得る．

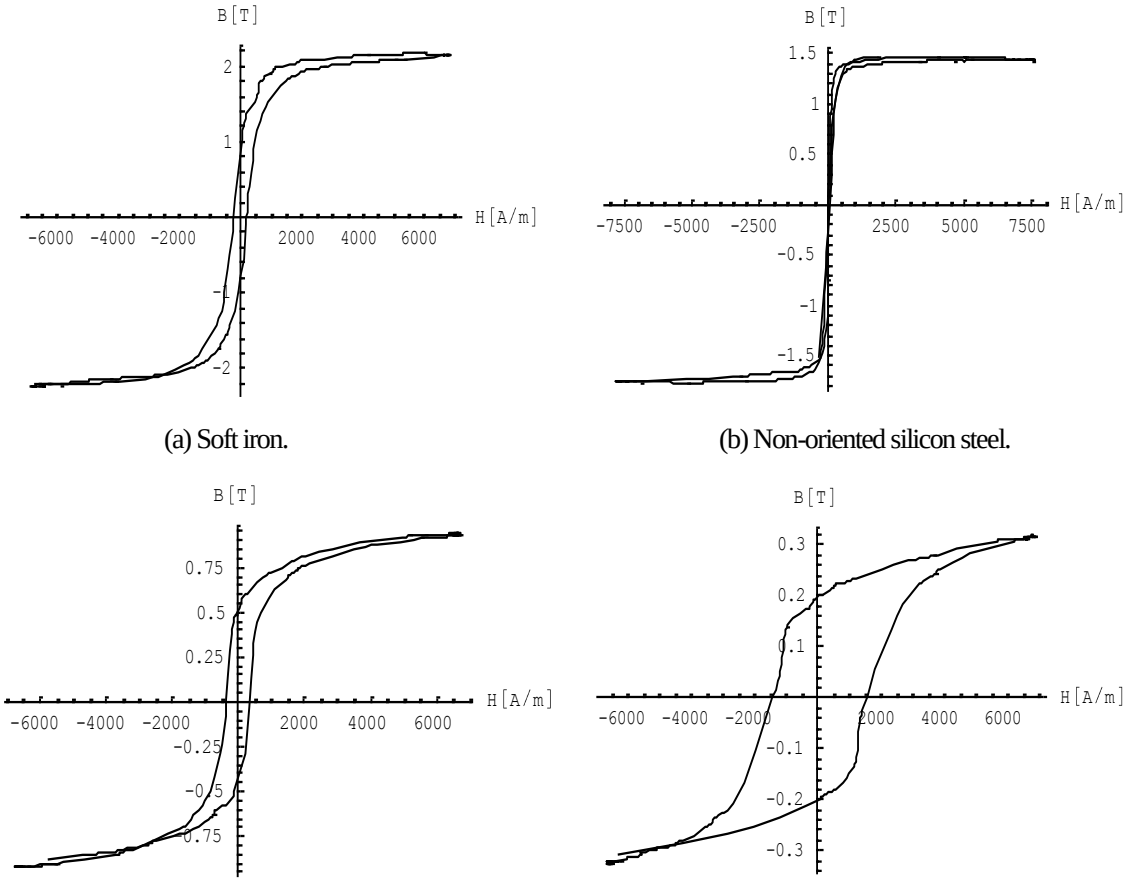
$$v(t) = -N_2 \frac{d\varphi(t)}{dt}[V] \tag{2}$$

$$B(t) = \frac{1}{N_2 S}\int V(t)dt[T] \tag{3}$$

ここで，式(1)から(3)で使われた記号は以下の通りである．

v ：誘起電圧，N_1 ：励磁コイルの巻き数，N_2 ：検出コイルの巻き数，I ：電流，
L ：磁路長，φ ：磁束，S ：断面積

式(3)から磁束密度の変化を算出することができ，磁界は励磁電流から求められるので試料のB-Hループ，すなわち，磁化特性を得ることができる．Fig.6(b)に示す励磁コイルへ周波数1Hzの交流磁界を印加した場合の磁化特性をFig.8に示す．



(a) Soft iron.　(b) Non-oriented silicon steel.

(c) Permalloy45%.　(d) Nickel.

Fig.8 B-H Loops of the tested magnetic materials.

2.4 画素値による磁化特性

Fig.9 は Fig.7(a)に示す軟鉄の各モノクロフレーム画像の画素値の正規化した平均値を時間（フレーム）方向へプロットした波形である.

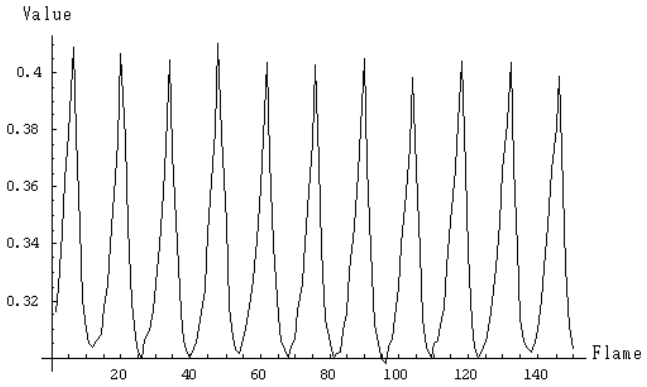


Fig.9 Average pixel values in each of the flame images in time t axis.
Sample: Soft iron.

Fig.9 に示す画素値の平均と実測磁束密度との比から換算係数を計算し，Fig.10 に示すようなモノクロフレーム画像の画素値を磁束密度に対応した値へ換算する.

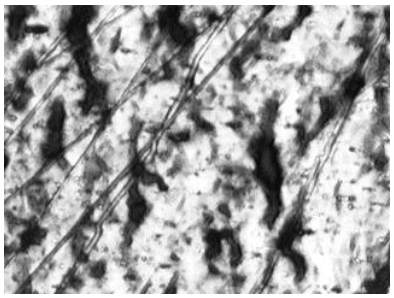


Fig.10 Flame image of the dynamic magnetic domain walls.
Sample: Soft iron.

モノクロ画像の画素値を磁束密度に対応した値へ換算した画素値から動的磁壁画像の磁化特性を再現する．Fig.11 は再現された軟鉄の磁化特性である．Fig.8 の実測した磁化特性と再現された磁化特性を比較すると，再現された磁化特性は Fig.8 よりも滑らかな曲線で再現されていることが分かる．これは，1 フレーム全体の画素値の平均で磁束密度を対応させるため，一種の内挿効果が発揮されることによる.

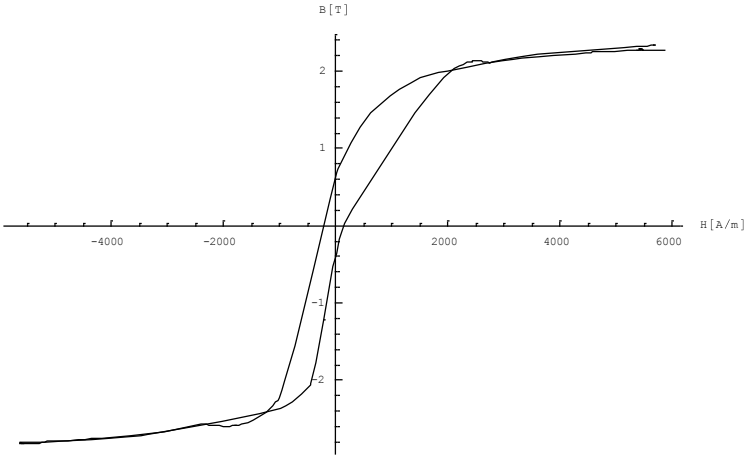


Fig.11 B-H Loop reproduced from the entire referred pixel values of the sequential flame images.

第 3 章　動的磁壁画像の 1/f ゆらぎ周波数

3.1 フーリエ変換

データを直交するデータ(線形独立，すなわち，互いに重複する情報を持たないデータ)の線形和へ並べ直す演算の代表にフーリエ級数がある．計算機で扱い得るのは連続関数を離散化して得られた一連の数値である．このため，解析的な関数のように無限の概念が使えない．また，フーリエ変換やフーリエ級数は関数が連続関数であるため，基準座標の選び方で原点に対して線対称か点対称かで偶関数か奇関数がそれぞれ決まる．このため，離散化された数値の並びで与えられる計算機中の一連の離散値データも原点に対して線対称か点対称かで偶関数か奇関数かがそれぞれ仮定できる．

3.1.1 関数系の変換

古典的な関数変換の目的は，解析的に扱いにくい関数系を解析的に扱いやすい関数系へ変換することである．例えば，ラプラス変換は微積分演算を単純な掛け算や割り算へ変換させる．また関数系の変換とは，ある関数，例えば時間変化する関数を解析が容易な周期関数の和で表現することにも使われる．具体的な例としてフーリエ変換を取り上げる．フーリエ変換は解析的に扱えない関数を解析的に扱える角周波数の異なる正弦波と余弦波の和で近似的に表現する変換である．換言すれば，フーリエ変換は解析的に扱いにくい関数系を解析的に扱いやすい関数系へ分解する変換と考えてもよい．

任意の時間 t をパラメータとする関数 f(t)を一定値a_0，正弦波および余弦波の和で表現可能とし，ω を角周波数をとして，式(4)を仮定する．

$$f(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(i\omega t) + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos(i\omega t) \tag{4}$$

問題は式(4)の係数a_0，a_i，b_iを決める方法である．関数 *f(t)* が *t=0* から *t=T* の区間で式(4)の係数を決めることを考えれば，式(4)は，$\omega = 2\pi/T$ であるから，式(5)とも書ける．

$$f(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin\left(i\frac{2\pi}{T}t\right) + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos\left(i\frac{2\pi}{T}t\right) \tag{5}$$

式(5)の両辺を時間 *t=0* から *t=T* の区間について積分すると式(6)が成り立つ．

$$\begin{aligned}\int_0^T f(t)dt &= \int_0^T \left(a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(i\frac{2\pi}{T}t) + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos(i\frac{2\pi}{T}t) \right) dt \\ &= a_0 T\end{aligned} \tag{6}$$

したがって，定数項a_0は式(7)となる．

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \tag{7}$$

次に，式(5)の両辺に正弦波$\sin\left[j(2\pi/T)t\right]$，$j = 1,2,3,...$を掛け算し，時間 *t=0* から *t=T*の区間について積分する．

$$\begin{aligned}\int_0^T f(t)\sin(j\frac{2\pi}{T}t)dt &= \int_0^T\left(a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(i\frac{2\pi}{T}t) + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos(i\frac{2\pi}{T}t)\right)\times\sin(i\frac{2\pi}{T}t) \\ &= a_i\frac{T}{2},\ i = j \quad or \quad 0,\ i \neq j\end{aligned} \tag{8}$$

式(8)から，係数a_iは式(9)で得られる．

$$a_i = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(i\frac{2\pi}{T}t)dt \tag{9}$$

同様に，式(5)の両辺に余弦波$\cos\left[j(2\pi/T)t\right]$，$j = 1,2,3,...$を掛け算し，時間 *t=0* から *t=T* の区間について積分することで，式(10)で示すように係数b_iが得られる．

$$b_i = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(i\frac{2\pi}{T}t)dt \tag{10}$$

したがって，関数 *f(t)* は，区間 *t=0* から *t=T* で，式(11)と書ける．

$$\begin{aligned}f(t) = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt &+ \sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(i\frac{2\pi}{T}t)dt\right)\sin\left(i\frac{2\pi}{T}t\right) \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(i\frac{2\pi}{T}t)dt\right)\cos\left(i\frac{2\pi}{T}t\right)\end{aligned} \tag{11}$$

これがいわゆるフーリエ変換の原型となるフーリエ級数であり，左辺の関数 *f(t)* を右辺の計算が簡単な定数項と三角関数の和に変換している．

3.1.2 関数の直交性と線形性

フーリエ級数の考え方の中に重要な関数間で成り立つ性質，すなわち，関数の直交性が使われている．まず，式(7)の係数が計算される過程を考える．式(6)は式(5)の両辺に定数値 1 を掛け算し積分する演算である．このとき，式(12)の関係が成り立つために，式(7)の係数a_0が計算できる．

$$\int_0^T 1\cdot\sin(i\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad \int_0^T 1\cdot\cos(i\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad i = 1.2.3\ldots \tag{12}$$

この関係を，定数値 1 と正弦波$\sin\left[j\left(2\pi/T\right)t\right]$，および余弦波$\cos\left[j\left(2\pi/T\right)t\right]$間の直交性と呼ぶ．同様に，式(9)，式(10)で計算されるa_i，b_iは式(13)のような直交性が成り立つことに基づいている．

$$\int_0^T 1\cdot\sin(i\frac{2\pi}{T}t)\sin(j\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad \int_0^T 1\cdot\cos(i\frac{2\pi}{T}t)\cos(j\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad i \neq j \tag{13}$$

また，式(12)，式(13)から，直交性とは与えられた関数を他の関数の和で表現しようとする場合，和となる関数の大きさ（係数）を一意的に決める条件であることがわかる．言い換えれば，与えられた関数を他の関数の和で表現できる条件である．

ある任意の時間 *t*をパラメータとする関数 *f(t)* は，区間 *t=0* から *t=T* で，一定値，正弦波および余弦波の和で表現できることがわかった．この変換は，一定値，正弦波および余弦波間で直交性が成り立つことが条件であった．この結果に至る過程を考えてみると，展開される関数の和で元の関数が表現されるとする大前提がある．ある関数が他の関数の和で表現できる性質を線形性と呼ぶ．では，式(9)で計算される正弦波の係数a_iが定数c_iの n 個の和で表現されるとする．すなわち，式(14)である．

$$a_i = c_i + c_i + \ldots = nc_i \tag{14}$$

式(14)から，和を前提とする系では比例関係が成り立つことを意味する．すなわち，線形性とは比例関係が成立する系である．

3.1.3 離散値系フーリエ変換

離散値なる用語が生まれたのは計数型計算機を用いて数値計算を行う場合，連続関数をサンプリングして得られる数値で代表したことに起因する．例えば，関数 *f(t)* を時間 *t=0* から *t=T* の区間で，Δtごとに n 個サンプリングして離散値系で表すと，式(15)のベクトルとなる．

$$F = \left[f\left(\Delta t\right), f\left(2\Delta t\right) f\left(3\Delta t\right)\ldots f\left(n\Delta t\right)\right]^T \tag{15}$$

同様にして，式(4)を離散値系で書けば式(16)のようになる．ただし，**I** は n 次の単位列ベクトルである．

$$
\begin{pmatrix} f(\Delta t) \\ f(2\Delta t) \\ f(3\Delta t) \\ \vdots \\ f(n\Delta t) \end{pmatrix} = a_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin(\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}\Delta t) \\ \sin(\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}2\Delta t) \\ \sin(\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}3\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin(\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}n\Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}
$$

$$
+ \begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \cos(3\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}\Delta t) \\ \cos(\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cos(3\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}2\Delta t) \\ \cos(\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cos(3\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}3\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos(\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cos(3\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}n\Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}
$$

or (16)

$$
\mathbf{F} = a_0\mathbf{I} + A\mathbf{S} + B\mathbf{C}
$$

また，式(16)の右辺の係数a_0，ベクトル$\mathbf{S}$，および ベクトル$\mathbf{C}$ は式(17)で与えられる．

$$
a_0 = \frac{1}{n}\mathbf{I}^T \cdot \mathbf{F}, \quad \mathbf{S} = \frac{2}{n}A^T \cdot \mathbf{F}, \quad \mathbf{C} = \frac{2}{n}B^T \cdot \mathbf{F} \tag{17}
$$

ここで，離散値系でフーリエ係数を計算する過程で，式(16)を

$$
\begin{aligned} \mathbf{F} &= a_0 \frac{1}{\sqrt{n}}\mathbf{I} + \sqrt{\frac{2}{n}}A\mathbf{S} + \sqrt{\frac{2}{n}}B\mathbf{C} \\ &= a_0\mathbf{I}' + A'\mathbf{S} + B'\mathbf{C} \end{aligned} \tag{18}
$$

と書き直すと，

$$
\begin{aligned} & a_0 = \frac{1}{\sqrt{n}}\mathbf{I}'^T \cdot \mathbf{F}, \quad \mathbf{S} = \sqrt{\frac{2}{n}}A'^T \cdot \mathbf{F}, \quad \mathbf{C} = \sqrt{\frac{2}{n}}B'^T \cdot \mathbf{F} \\ & A'^T \cdot A' = I, \qquad B'^T \cdot B' = I \end{aligned} \tag{19}
$$

の関係が成り立つ．I は n 次の単位行列である．この結果は，離散値系で正弦波や余弦波のフーリエ

係数を求める場合，式(19)の係数行列 A'， B' の逆行列がそれぞれの転置行列で与えられることを意味する．また，式(18)のように離散値系でフーリエ変換を行うことを離散値系フーリエ変換（Discrete Fourier Transform, DFT)という．

3.1.4 1次元フーリエ変換

画像データは，2 次元配列で格納された数値の並びとしてデジタル計算機で表現される．この数値の並びを系統的に変更することを考える．すなわち，画像を構成する数値データを系統的に並べかえる演算を画像データの変換と呼ぶ．ここでは画像データを複素数へ変換するフーリエ変換を導入する．フーリエ変換はフーリエ級数を複素数で行う演算と考える．

簡単のため，式(4)で n 次の 1 次元ベクトル $\mathbf{F}$ をフーリエ変換する例を考える．

$$\mathbf{F} = \left[f(0), f(\Delta x) f(2\Delta x) \ldots f\left(\overline{n-1}\Delta x\right) \right] \tag{20}$$

変換行列は式(21)で与えられる．

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{pmatrix} e^0 & e^0 & e^0 & \cdots & e^0 \\ e^0 & e^{i\Delta x} & e^{i2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\Delta x} \\ e^0 & e^{i2\Delta x} & e^{i4\Delta x} & \cdots & e^{i2\overline{n-1}\Delta x} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^0 & e^{i\overline{n-1}\Delta x} & e^{i\overline{n-1}2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\overline{n-1}\Delta x} \end{pmatrix}$$

$$e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i\sin(\alpha), \qquad i = \sqrt{-1} \tag{21}$$

式(20)の DFT は，式(21)の変換行列を使って式(22)のように行われる．

$$\mathbf{F}' = \mathbf{FC}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{pmatrix} e^0 & e^0 & e^0 & \cdots & e^0 \\ e^0 & e^{i\Delta x} & e^{i2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\Delta x} \\ e^0 & e^{i2\Delta x} & e^{i4\Delta x} & \cdots & e^{i2\overline{n-1}\Delta x} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^0 & e^{i\overline{n-1}\Delta x} & e^{i\overline{n-1}2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\overline{n-1}\Delta x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(0) \\ f(\Delta x) \\ f(2\Delta x) \\ \vdots \\ f\left(\overline{n-1}\Delta x\right) \end{pmatrix} \tag{22}$$

DFT逆変換は，上添え字「*」が複素共役演算を示すこととして，式(23)で行われる．

$$\mathbf{F} = \left(C^T\right)^* \mathbf{F}' \tag{23}$$

式(23)が成り立つためには，式(24)の条件が必要である．

$$C^{-1} = \left(C^T\right)^* \tag{24}$$

このように，元の行列の転置行列の複素共役が逆行列となる行列をエルミート行列と呼ぶ．

3.2 動的磁壁画像における周波数特性

本節ではDFTを用いて自然界の動画像における時間領域の周波数解析について述べる．計算機に取り込まれた動画像は静止画像を時系列に並べた一連のフレーム画像からなる．金属顕微鏡で撮影した動画像を計算機に取り込み，動画像で同一空間座標に位置する画素値の時間（フレーム）方向周波数特性を求める．1フレームを構成する全画素について同様に周波数特性を計算することで動画像の時間領域周波数特性が得られる．

本論文で使う動的磁壁画像は1 秒間に約30 コマのフレーム画像から構成されている．各フレーム画像は画素の集合であり，各画素は可視光の波長によってそれぞれR(赤），G（緑), B(青)成分の色情報を持つ．通常，各波長の分解能は8 ビットであるから，RGB成分はそれぞれ0 から255 までの256 階調の画素値を取る[2].

3.2.1 1/f ゆらぎ周波数

「1/f ゆらぎ」は自然界に多く存在し，例えば小川のせせらぎ，小鳥の囀り，爽やかなそよ風などの心安らぐリズムなどが相当する．同様に，心地良い音楽を聴いたり，快い感じを抱いたり，安静にしているときの脳波にも「1/f ゆらぎ」が存在する．信号へDFTを適用し，各周波数に対するパワースペクトラムを計算する．周波数の低下とともにパワースペクトラムが増加するような信号の中で，パワースペクトラムの振幅が周波数に対して反比例する信号を「1/f ゆらぎ」と呼ぶ．

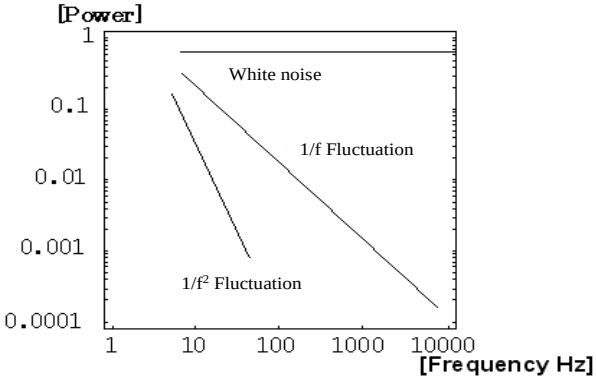


Fig.12 Typical Fourier power spectrum.

ゆらぎ周波数解析を視覚的に判りやすくするために，よく行われる方法は，フーリエ・パワースペクトラム対周波数の両対数図を描き，フーリエ・パワースペクトラムの周波数に対する傾きを直線近似し，直線の傾きからゆらぎの種類を大別する方法である．

Fig.12 にフーリエ・パワースペクトラムの一例を示す．Fig.12 において，直線の傾きがゼロの場合は主にホワイトノイズである．また，直線の傾きが -2など急になる程単調な信号で「$1/f^2$ ゆらぎ」と呼ぶ．ホワイトノイズと単調な信号の中間的な信号で傾きが約 -1 の場合を「1/f ゆらぎ」と呼び，人間が心地よいと感じる信号と言われる．

3.2.2 時間領域の周波数特性

動画像のゆらぎ周波数成分を可視化する方法は，動画像を構成する各フレーム画像で同一空間座標の画素値をフレーム方向，すなわち，時間軸方向へDFT を適用し，各周波数に対するパワースペクトラムを計算する．具体的には，Fig.7に示した動的磁壁画像の各フレーム画像で，同一空間座標をとる時間軸方向の画素値ベクトルへDFTを適用し，各周波数に対するパワースペクトラムを計算する．この計算を1フレームを構成する全画素へ適用して，動画像の周波数特性が求まる．フーリエ・パワースペクトラムと周波数の関係をFig.13に示すような両対数図に描く．Fig.13に示すフーリエ・パワースペクトラムと周波数の関係を直線近似する．この直線のパラメータを決定するために最小自乗法を適用する．ただし，DFTスペクトラムは，全サンプル数に等しい実部と虚部を与えるから，独立なパワースペクトラムは全サンプル数の半分までで有り，さらにDFT の精度を勘案して，全サンプル数の1/4 項までの低周波領域から近似直線の傾きを求める．Fig.13は典型的なパワースペクトラム対周波数特性であり，周波数が高いほどDFTの精度が悪く，振動的にパワースペクトラムが変化することが判る．

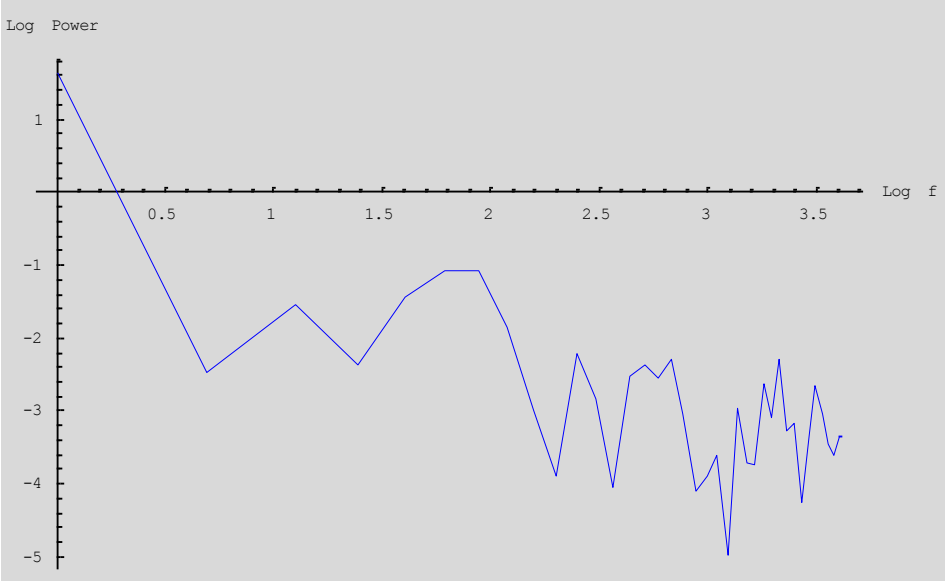


Fig.13 Typical Log-Log graph of power spectrum and frequency characteristics.

3.2.3　1/f ゆらぎ周波数特性の可視化

動的磁壁画像における1/fゆらぎ周波数特性の可視化について述べる．周波数1Hzの交流磁界を印加した各磁性材料の動的磁壁画像の各フレームの画素値を時系列(フレーム)方向にDFT 解析し，各周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムを計算する．フーリエ・パワースペクトラムの傾きが-1.1 から-0.9の場合は画素値を1 とし，その他の値は画素値をゼロとして得られる1/f ゆらぎ周波数の二値化画像を得る．

軟鉄に周波数1Hzの交流磁界を印加した場合の1/fゆらぎ周波数分布をFig.14に示す．白色の点は1/fゆらぎを表し，それ以外は黒色である．

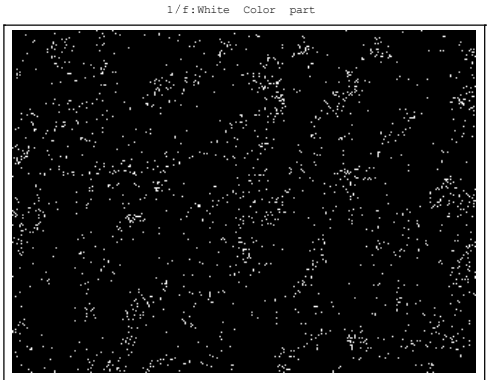
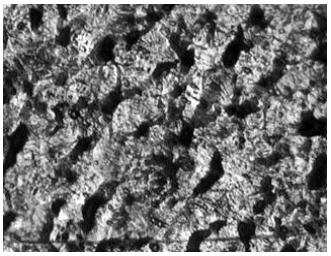


Fig.14 Extracted 1/f frequency fluctuations.
Sample: Soft iron.

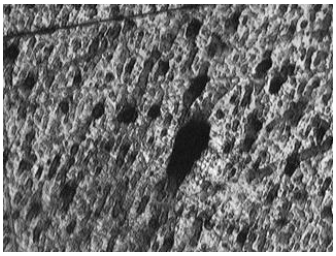
第 4 章　直流偏磁

4.1 直流偏磁下における動的磁壁画像

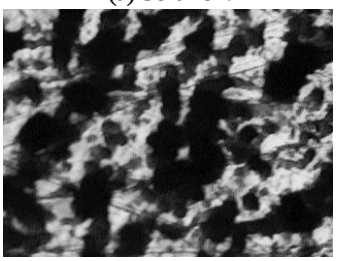
周波数 1Hz の交流磁界を印加し，金属光学顕微鏡を用いて倍率 700 倍で撮影した動的磁壁画像のフレーム画像を Fig.15 に示す．Fig.16 は周波数 1Hz の交流磁界へ直流磁界を重畳した場合，すなわち，直流偏磁下の動的磁壁画像のフレーム画像である．また，Fig.17 に正弦波交流磁界と直流偏磁下における動的磁壁画像の 1/f ゆらぎ周波数分布を白黒二値化して示す.



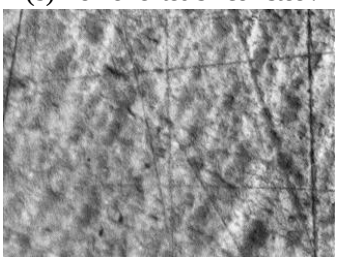
(a) Soft iron.



(b) Non-oriented silicon steel.

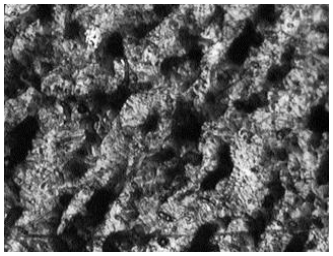


(c) Permalloy45%.

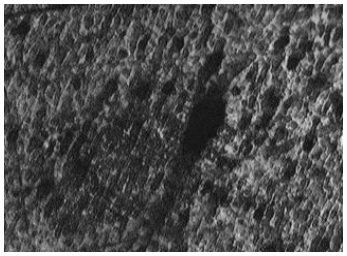


(d) Nickel.

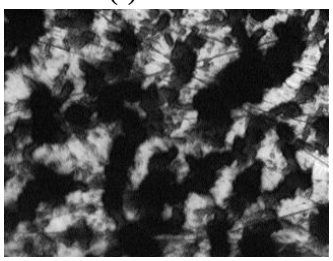
Fig.15 Flame images of the dynamic magnetic domain walls under alternating magnetic fields.



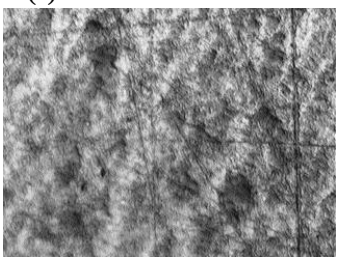
(a)Soft iron.



(b) Non-oriented silicon steel.

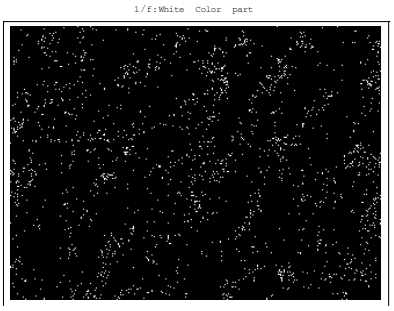


(c)Permalloy45%.

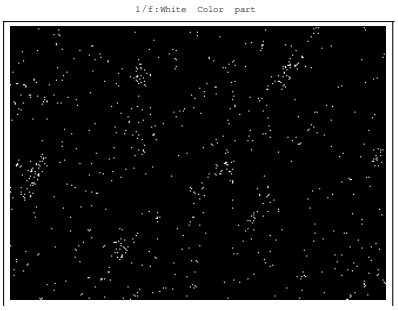


(d)Nickel.

Fig.16 Flame images of the dynamic magnetic domain walls under anhysteretic magnetic fields.

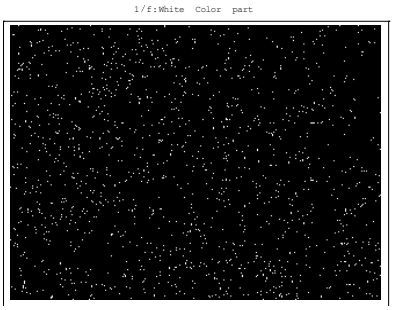


Sinusoidal field.



Sinusoidal +DC fields.

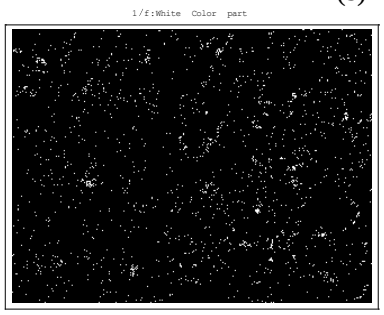
(a) Soft iron.



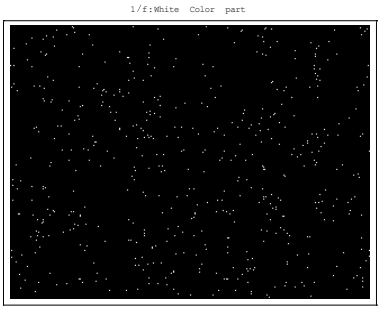
Sinusoidal field.

Sinusoidal +DC fields.

(b) Non-oriented silicon steel.

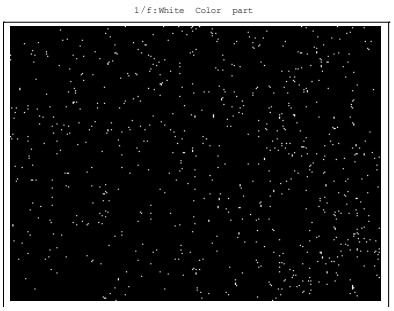


Sinusoidal field.



Sinusoidal +DC fields.

(c) Permalloy45%.



Sinusoidal field.

Sinusoidal +DC fields.

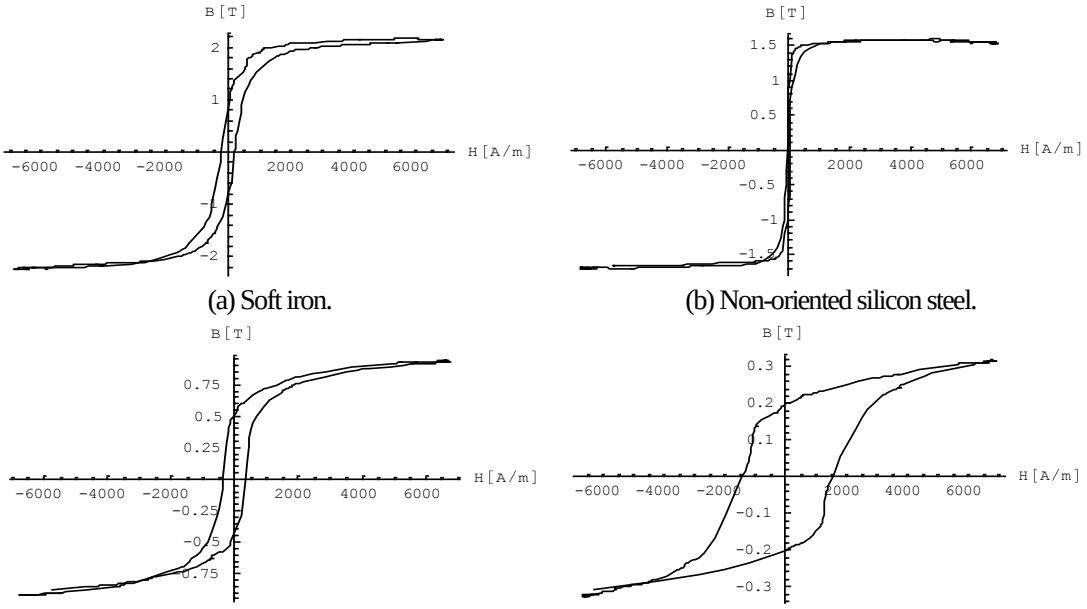
(d) Nickel.

Fig.17 Extracted 1/f frequency fluctuation.

4.2 直流偏磁下における磁化特性

Fig.18 は周波数 1Hz の交流磁界を印加した場合の磁化特性である．また，Fig.19 は周波数 1Hz の交

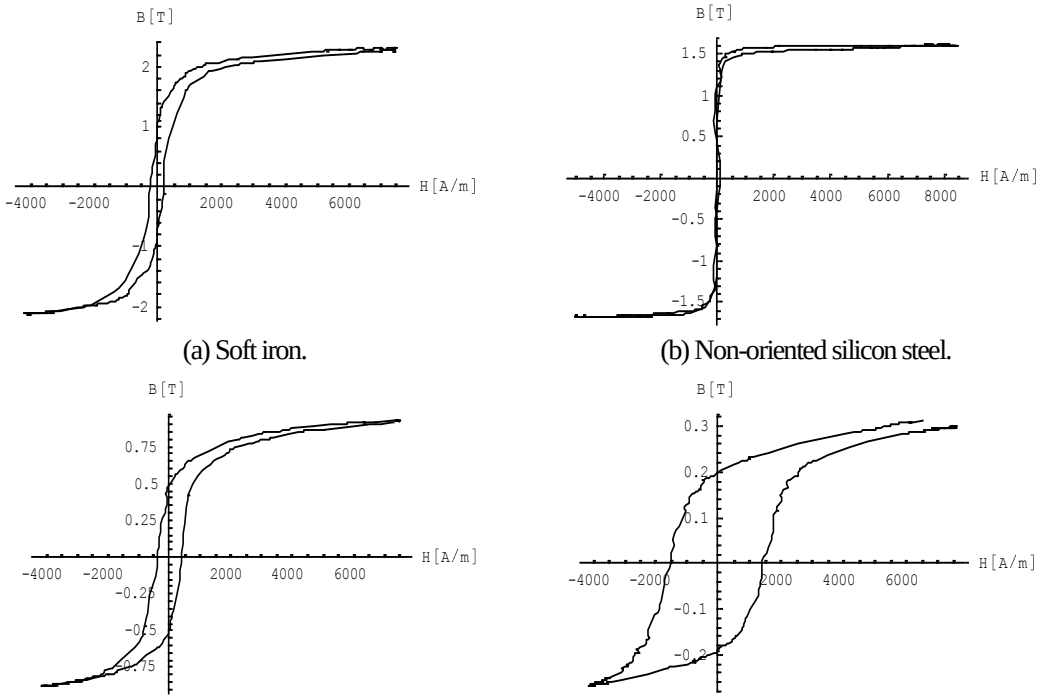
流磁界下に直流磁界を重畳した直流偏磁下の磁化特性である.



(a) Soft iron. (b) Non-oriented silicon steel.

(c) Permalloy45%. (d) Nickel.

Fig.18 B-H Loops of the tested magnetic materials.



(a) Soft iron. (b) Non-oriented silicon steel.

(c) Permalloy45%. (d) Nickel.

Fig.19 Anhysteretic B-H loops of the tested magnetic materials.

第 5 章　動的磁壁画像と 1/f ゆらぎの関係

5.1 E 型フェライトコア上の動的磁壁画像

Fig.20 に示すように，E 型フェライトコアの中央脚に励磁コイルを巻き，方向性珪素鋼板および無方向性珪素鋼板，パーマロイ 45%に 1 Hz の正弦波交流磁界を印加させた場合の各点における動的磁壁画像を Figs.21-23 に示す．撮影は，金属光学顕微鏡を用いて倍率 700 倍で行った．

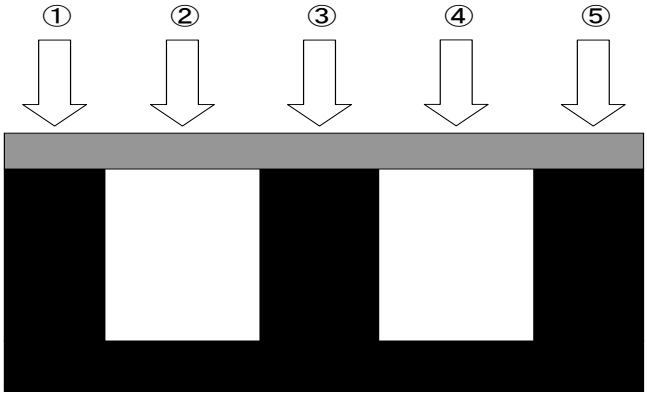
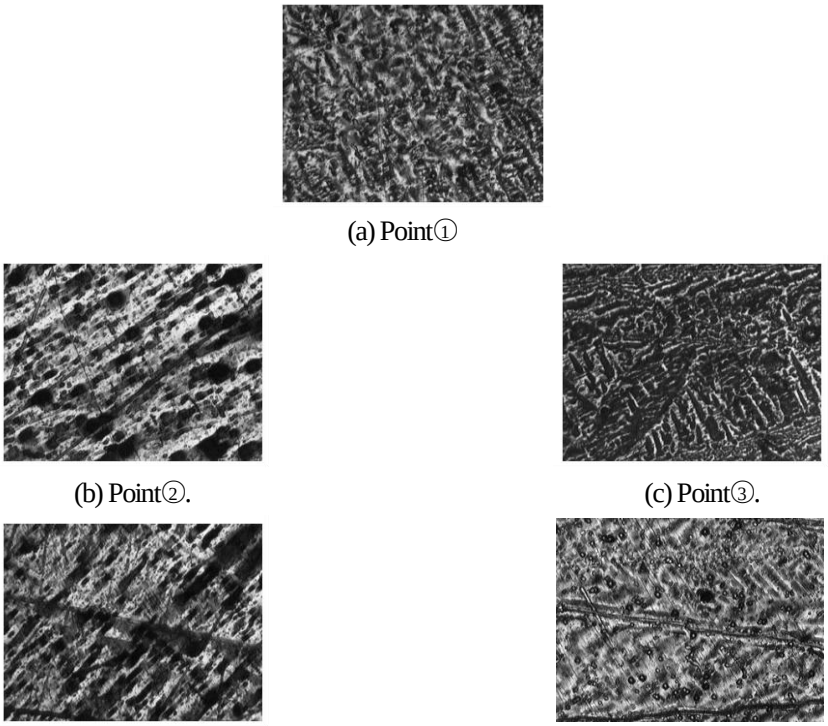


Fig.20 Experimental devices.



(a) Point①

(b) Point②.

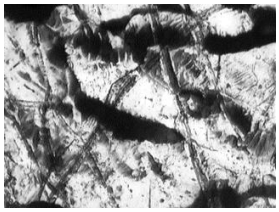
(c) Point③.

(d) Point④.

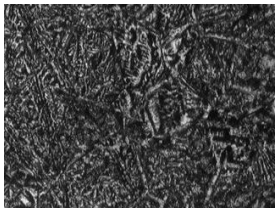
(e) Point⑤.

Fig.21 Flame images of the dynamic magnetic domain walls at each of the positions ①,②,③,④ and ⑤.
Sample: Grain oriented silicon steel.

(a)Point①.



(b) Point②.

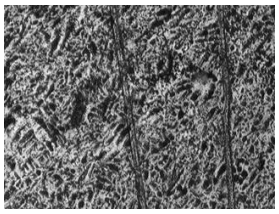


(c) Point③.

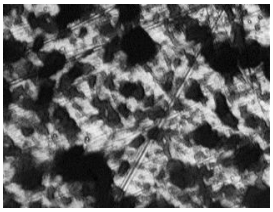
(d) Point④.

(e) Point⑤.

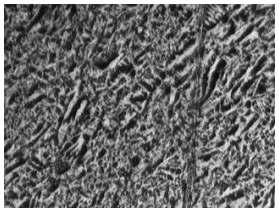
Fig.22 Flame images of the dynamic magnetic domain walls at each of the positions ①,②,③,④ and ⑤.
Sample: Non-oriented silicon steel.



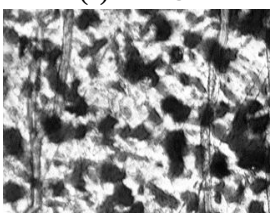
(a)Point①.



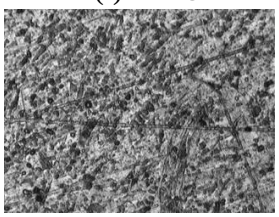
(b) Point②.



(c) Point③.



(d) Point④.



(e) Point⑤.

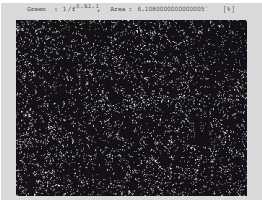
Fig.23 Flame images of the magnetic domain walls at each of the positions ①,②,③,④ and ⑤.
Sample: Permalloy45%.

Figs.24-26 に Fig.20 で示した各点それぞれにおける方向性珪素鋼板，無方向性珪素鋼板，パーマロイ 45%の磁区画像の 1/f ゆらぎ周波数分布を白黒二値化させた画像を示す. 白色の点は 1/f ゆらぎを表し，それ以外は黒色である．また，方向性珪素鋼板，無方向性珪素鋼板，パーマロイ 45%の 1/f 周波数分布特性を式(25)で評価した結果を Table.2，Table.3，Table.4 に示す.

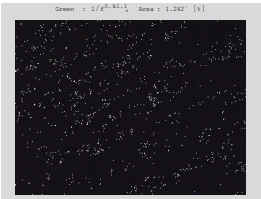
$$\frac{1/f\text{を呈する画素数}}{\text{全画素数}}\times 100[\%] \tag{25}$$

コアヘッド上の point①，point③，point⑤とコアヘッド間の point②，point④の 1/f 周波数分布特性を比較すると，コアヘッド上の方が 1/f ゆらぎ周波数が多く表れていることが分かる．すなわち，水平磁界を印加させた場合より，垂直磁界を印加させた場合の方が 1/f ゆらぎ周波数が顕著に表れる.

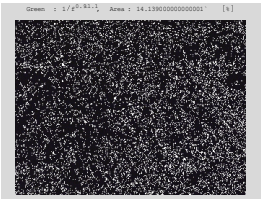
方向性珪素鋼板と無方向性珪素鋼板を比較した場合，無方向性珪素鋼板はコアヘッド間で方向性珪素鋼板より多くの 1/f ゆらぎ周波数が観察される.



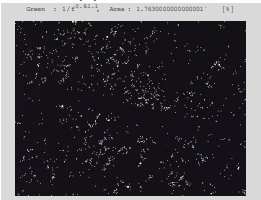
(a) Point①.



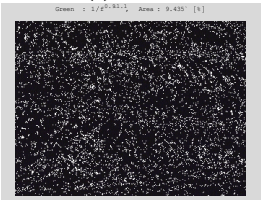
(b) Point②.



(c) Point③.



(d) Point④.

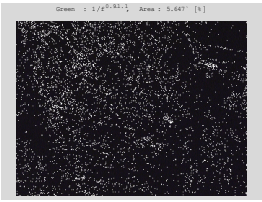


(e) Point⑤.

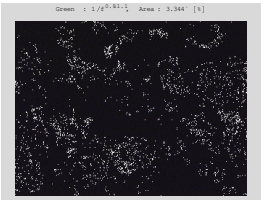
Fig.24 Extracted 1/f frequency fluctuations from the grain oriented silicon steel.

①,②,③,④ and ⑤ refer to the sampled points.

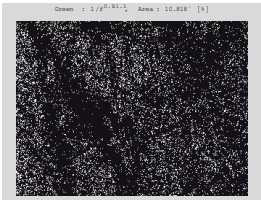
White point denotes a 1/f frequency pixel.



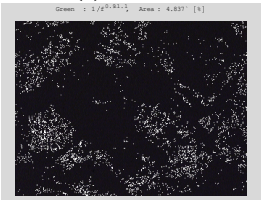
(a) Point①.



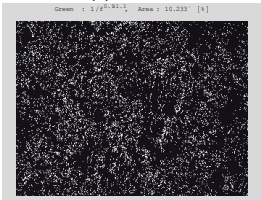
(b) Point②.



(c) Point③.



(d) Point⑤.

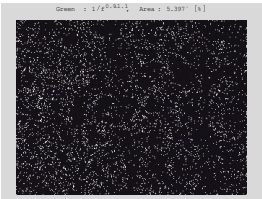


(e) Point⑤.

Fig.25 Extracted 1/f frequency fluctuations from the non-oriented silicon steel.

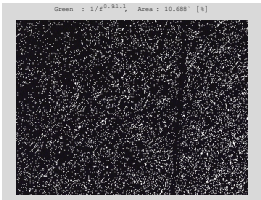
①,②,③,④ and ⑤ refer to the sampled points.

White point denotes a 1/f frequency pixel.



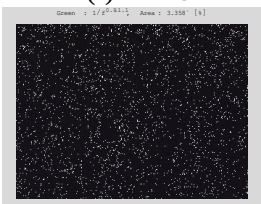
(a) Point①.

(b) Point②.



(c) Point③.

(d) Point④.



(e) Point⑤.

Fig.26 Extracted 1/f frequency fluctuations from the permalloy45%.

①,②,③,④ and ⑤ refer to the sampled points.

White point denotes a 1/f frequency pixel.

Table.2 1/f frequency fluctuation characteristics of the grain oriented silicon steel.

The Point.	Extraction Rate.
①	6.11%
②	1.24%
③	14.13%
④	1.76%
⑤	9.43%

Table.3 1/f frequency fluctuation characteristics of the non-oriented silicon steel.

The Point.	Extraction Rate.
①	5,65%
②	3.34%
③	10.82%
④	4.84%
⑤	10.23%

Table.4 1/f Frequency fluctuation characteristics of the permalloy45%.

The Point.	Extraction Rate.
①	5.40%
②	0.08%
③	10.69%
④	0.05%
⑤	3.36%

5.2 長手方向と垂直方向の磁化特性

Fig.27 に示すように，U 字型フェライトコアを用いて継鉄を構成する．U 字型フェライトコアの底部に励磁コイルを巻き，サンプルである軟鉄板に周波数 1Hz の交流磁界を印加し，Fig.27 に示す各点における動的磁壁画像のフレーム画像を Fig.28 に示す．撮影は，金属光学顕微鏡を用いて倍率 700[倍]で行った．

Fig.29 は Fig.27 の Point②に検出コイルを巻き，得られた誘起電圧と励磁電流より求めた磁化特性である．

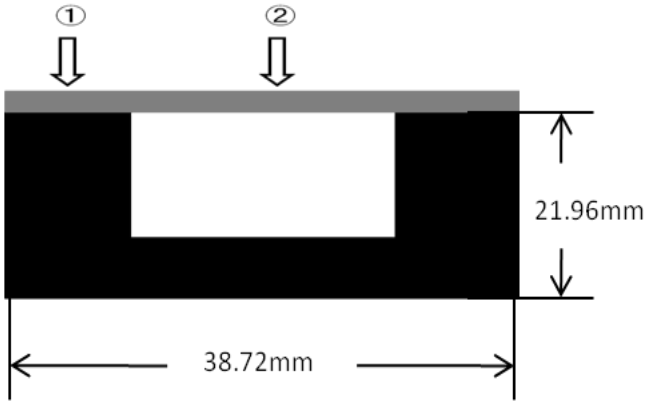
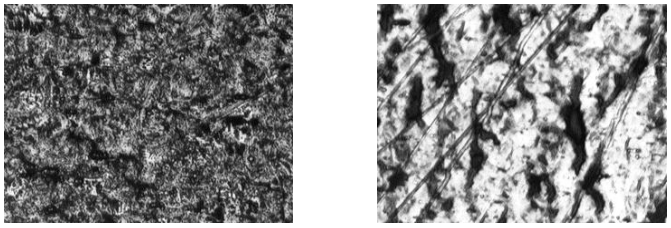


Fig.27 Experimental device for the local magnetization characteristics measurements.



(a) Point①　　(b) Point②.

Fig.28 Flame images of the dynamic magnetic domain walls at each of the positions: ① and ② in Fig.27.

Sample: Soft iron.

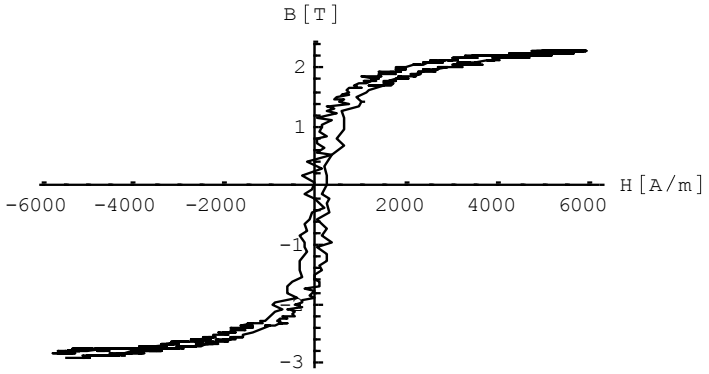
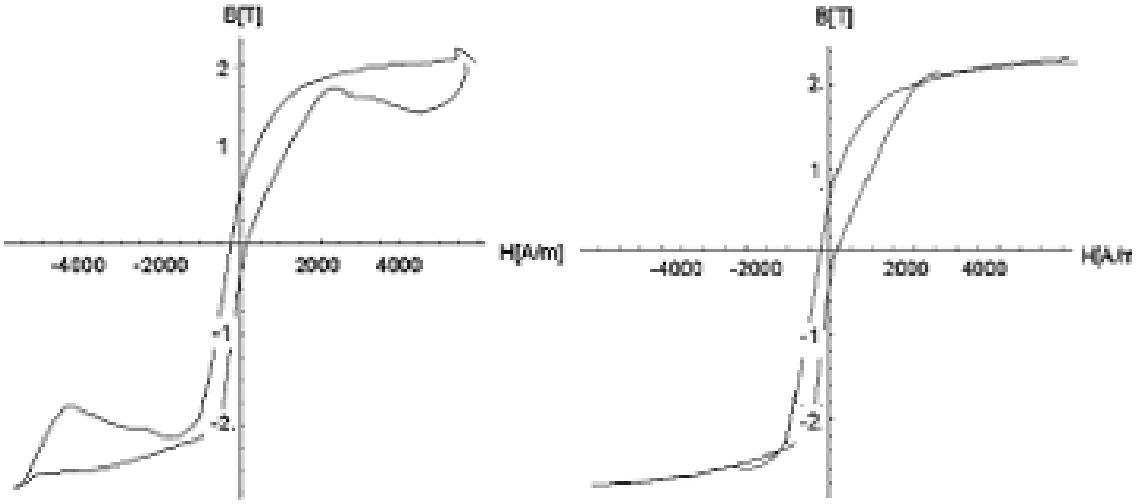


Fig.29 B-H loop of a tested soft iron.

Fig.30 は Fig.29 で得られた磁束密度と Fig.28(b)の動的磁壁画像の平均画素値を対応させ，Point①と Point②の平均画素値から求めた磁化特性である．垂直方向磁化が強い部分 Point①の方が長手方向の Point ②に比べ, ループ幅が広くなることがわかる. 尚, Fig.28(b)の飽和磁束密度を基準として, Fig.28(a)

の画素値が対応する磁束密度を決定した.

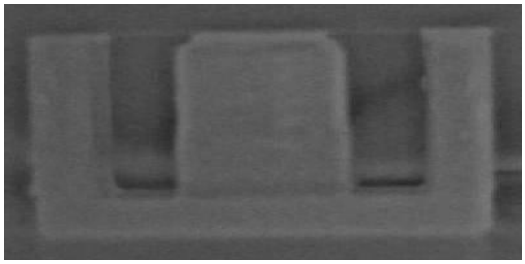


(a) Point①. (b) Point②.

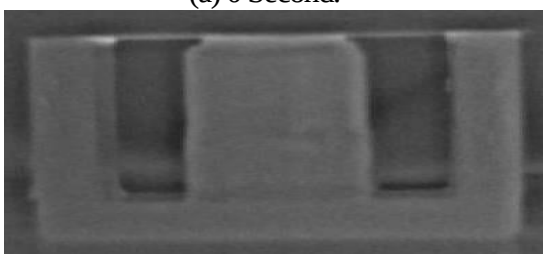
Fig.30 Magnetization characteristics of the tested soft iron evaluated from the entire pixel values in each of the flame images.

5.3 赤外線カメラによる熱分布

赤外線カメラ（三菱サーマルメジャー）を使用し，Fig.27 の実験装置に 1kHz の交流磁界を 60 秒間印加した場合の側面から見た赤外線画像を Fig.31 に示す. Fig.31(b)より垂直方向磁化が強い部分の熱分布が大きいため画像の色彩が白色に変化し，鉄損が増加していることが判明した．特に，長手方向から垂直方向へ変化する変曲部の熱分布変化が顕著に表れた.



(a) 0 Second.



(b) 60 Second.

Fig.31 Side view of the infrared images.
Whiter: high temperature, Black: low temperature

第 6 章　結論

本論文では, 従来から我々のグループで開発している動的磁壁画像から局所磁化特性および 1/f ゆらぎ周波数特性に拠る鉄損分布特性を求める方法を，直流偏磁下の動的磁壁画像へ拡張を試みた．その結果，直流偏磁が起きた場合，どのように磁壁移動へ反映するかを可視化した．さらに，1/f ゆらぎ周波数特性で直流偏磁特性を評価すると, 直流偏磁は 1/f ゆらぎ周波数を削減することを示した. これは, 直流偏磁によって磁壁移動が妨げられるためである.

次に，E 型フェライトコアを継鉄として強磁性体板を交流磁化した場合の動的磁壁移動画像を可視化し，1/f ゆらぎ周波数分布を抽出した．その結果，コアヘッド間の長手方向磁界が支配的な部分よりもコアヘッド上の垂直磁界が支配的な部分の方が 1/f ゆらぎ周波数が顕著であることが判明した. 従って，1/f ゆらぎ数と鉄損の関係から，1/f ゆらぎ数が多い部分は鉄損が大きい [2]．すなわち，磁束の流れる方向が変化する部分の鉄損が大きくなる可能性を示唆した.

また，無方向性珪素鋼板は，方向性珪素鋼板よりコアヘッド間，すなわち，長手方向における 1/f ゆらぎ周波数が顕著に呈することが判明した．これは，結晶中の原子配列方向がランダムであることに起因すると考えられる.

最後に，U 字型フェライトコアを継鉄として薄板状強磁性体の動的磁壁移動画像を可視化し，1 フレーム画像を構成する全画素値の平均値から巨視的磁化特性を抽出した．その結果，コアヘッド上の垂直磁界が支配的な部分はコアヘッド間の長手方向磁界が支配的な部分に比較して B-H ループ幅が広くなり，鉄損が大きくなることを明らかにした．すなわち，磁束の流れる方向が変化する部分の鉄損が大きくなることを示した.

赤外線カメラを用いてによる鉄損分布の検証を行った．その結果，鉄損は，最も磁束密度が高く垂直方向磁化が強い中央脚上に多く，さらに，磁束が長手方向から垂直方向へ変化する変曲部（左脚の右端部）に集中して存在することが判明した．この結果は動的磁壁画像から得られた傾向と一致した [7].

参考文献

[1] Hisashi Endo, Seiji Hayano, Masahiro Fujikura, Hisashi Mogi, Chikara Kaido and Yoshifuru Saito; Magnetic domain dynamics visualization, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics 15 (2001/2002) 409–416

[2] 須永高志，寺西正晃，齋藤兆古，堀井清之 : ビッター法による可視化画像から 1/f ゆらぎの抽出，可視化情報学会シンポジウム，2006 年 7 月，A311.

[3] 石井隆，齋藤兆古，堀井清之: 動的磁壁画像の可視化による強磁性体の磁化特性，可視化情報学会シンポジウム，2009 年 7 月，P01-004

[4] 石井隆，齋藤兆古: 動的磁壁画像の可視化による強磁性体の磁化特性と 1/f ゆらぎ周波数特性，可視化情報学会全国講演会，2009 年 10 月，P01-004

[5] 石井隆，齋藤兆古，堀井清之: 強磁性体の動的磁区画像と周波数ゆらぎ特性に関する幾つかの考察，可視化情報学会シンポジウム，2010 年 7 月，P01-001

[6] 石井隆，齋藤兆古:ビッター法による磁区画像の可視化とその応用，可視化情報学会全国講演会，2010 年 10 月，P01-001

[7] 石井隆，齊藤兆古，ビッター法による動的磁区挙動に関する研究，　電気学会マグネティックス研究会，2010 年 11 月，MAG-10-153

研究業績

[1] 石井隆，齋藤兆古，堀井清之: 動的磁壁画像の可視化による強磁性体の磁化特性，可視化情報学会シンポジウム，2009 年 7 月，P01-004

[2] 石井隆，齋藤兆古: 動的磁壁画像の可視化による強磁性体の磁化特性と 1/f ゆらぎ周波数特性，可視化情報学会全国講演会，2009 年 10 月，P01-004

[3] 石井隆, 齋藤兆古, 堀井清之: 強磁性体の動的磁区画像と周波数ゆらぎ特性に関する幾つかの考察, 可視化情報学会シンポジウム，2010 年 7 月，P01-001

[4] 石井隆，齋藤兆古:ビッター法による磁区画像の可視化とその応用，可視化情報学会全国講演会，2010 年 10 月，P01-001

[5] 石井隆，齊藤兆古，ビッター法による動的磁区挙動に関する研究，　電気学会マグネティックス研究会，2010 年 11 月，MAG-10-153

謝辞

本研究を進めるに当たり，齋藤兆古教授，早野誠治元教授には数多くのご指導，ご支援を賜りました．深く感謝致します．また，齋藤兆古研究室の皆様には，公私にわたりご助言，ご支援を賜りました．ありがとうございました．