法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-06-02

母不良率の変化点検出におけるハイブリッド方式に関する研究

TSUTSUMI, Yukihiko / 堤, 悠己彦

(発行年 / Year)
2011-03-24
(学位授与年月日 / Date of Granted)
2011-03-24
(学位名 / Degree Name)
修士(工学)
(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

2010 年度　修士論文

母不良率の変化点検出における ハイブリッド方式に関する研究

A STUDY ON A HYBRID ESTIMATION METHOD FOR CHANGE POINT DETECTION PROBLEMS

指導教員　木村　光宏

法政大学大学院工学研究科
システム工学専攻修士課程

堤　悠己彦

Yukihiko Tsutsumi

要 旨

生産工程において，製品を製造する機械がある時点において故障する（不良品製造率が増加する）場合を考える．このとき機械が故障する時点を，機械の状態を直接調べることをせずに，製品の状態を調べることで推定する方法について研究する．具体的には，製品の品質特性値（缶の直径，鉄板の厚さなど）が正規分布に従うときの，母平均のシフトを検出する手法について検討する．

本研究では，まず CUSUM（cumulative sum；累積和管理図）モデルおよび隠れマルコフモデルを用いて正規分布に従う観測データの母平均がシフトする時点を推定する方法について述べる．そしてシフト前の母平均値，製品の不良率からシフト後の不良率を求め，それぞれ推定結果を得るために消費した損失コストを算出する．そうして得られたデータから 2 つの方法の長所を組み合わせ，推定するために消費するコストを最小限に抑える新たな方法について提案・考察する．

Abstract

In this study, we focus on a phenomenon in which a manufacturing system suddenly begins yielding many defective products during production processes. Especially, we consider a statistical method of estimating mean shift for a fraction defective of population of the products. In order to treat this type of problems, the CUSUM (cumulative sum) method is widely known as a traditional method for this estimation problem. The method enables us to find when the mean shift phenomenon occurs under several assumptions and conditions.

In contrast, from the view point of stochastic processes, this estimation problem can be dealt with a Markov process as follows. The process is assumed that it has two states, one is good (fraction defective is low) and the other bad (fraction defective is high), and starts in the good state with probability one. Then we are interested in judging when the state has moved to the bad state by analyzing the observed results (i.e. the product is good or bad). Under this modeling, HMM (hidden Markov model) can greatly help us to find the time point of mean shift occurrence. Also in our previous work, we have already found that these two estimation methods have advantage points and disadvantage ones vice versa. Thus the main goal of this study is to propose a new hybrid method based on the CUSUM method and HMM, and assess its performance by using a simulation approach.

目 次

1 はじめに **1**

2 CUSUM 法 **3**
2.1 CUSUM 法とは . . . 3
2.2 累積和の算出 . . . 3
2.3 V マスク法による判定 . . . 3
2.4 決定区間法 . . . 5

3 隠れマルコフモデルを用いた推定方法 **7**
3.1 隠れマルコフモデルとは . . . 7
3.2 モデルの仮定 . . . 7
3.3 記号の定義 . . . 7
3.4 シフト時点の推定 . . . 9
3.4.1 前進後退手続き . . . 9
3.4.2 バウム・ウェルチの再推定法 . . . 10

4 シミュレーションデータによるモデルの比較 **12**
4.1 シミュレーションデータ . . . 12
4.2 両推定方法の検出傾向 . . . 17
4.3 推定による検出精度 . . . 17
4.4 両推定方法の優劣の比較 . . . 17
4.4.1 CUSUM 法による推定の利点 . . . 18
4.4.2 HMM を用いた推定の利点 . . . 18

5 損失コストのモデル化 **19**
5.1 記号の定義 . . . 19
5.2 CUSUM 法による損失コスト . . . 19
5.2.1 検出されたシフト位置が 25 以前の場合 . . . 19
5.2.2 検出されたシフト位置が 25 より後の場合 . . . 20
5.2.3 シフトを検出できなかった場合 . . . 20
5.3 HMM を用いた推定方法による損失コスト . . . 20
5.3.1 シフトを検出できた場合 . . . 20
5.3.2 シフトを検出できなかった場合 . . . 21
5.4 数値例と考察 . . . 21
5.4.1 CUSUM 法による場合に関する考察 . . . 22
5.4.2 HMM を用いた場合に関するの考察 . . . 22
5.4.3 両推定法における平均損失コストの比較 . . . 22

6　ハイブリッド方式の提案と考察 **23**
6.1　閾値による判定を組み入れたハイブリッド方式 23
6.2　ハイブリッド方式による平均損失コストの算出と考察 24
6.3　CUSUM 法との比較 25

7　おわりに **27**

参考文献 **28**

謝辞 **29**

1　はじめに

品質管理において，品質の良い製品を作り続ける場合，製造後の完成品を検査していたのでは手間もコストもかかり効率が悪い．そのため，製造の段階で品質の保証されたものを作ることが必要となり，製造段階で不良品を作り込まないようにするための生産工程の管理が重要といえる．これが工程管理の基本である．

実際の工程では，データを採取している最中も母集団が変化しているので工程が安定せず，解析を行っても有効な結果が得られないことが多い．当然，その結果をもとにしておこした行動による効果も期待出来ないだろう．この場合，工程を安定させるためには，工程に影響を与える要因を把握することが重要であり，そのためには，まず工程がどの時点で変化を起こしているかに注目して，その点を推定することが要因を追求する第一歩であり，もっとも効率的な方法であるといえる．よって良い品質の製品を作り続けるためには，生産工程における異常を素早く，正確に発見することの出来る方法が必要不可欠である．また，リアルタイム・ベースでの工程管理が可能である今日では，原因となり得る設備の稼働に注目し，そこから有効な情報を迅速に把握し，さらにばらつきやトラブルを発見するための方法論が必要である．

本研究では，この問題を変化点検出問題として取り上げる．変化点検出問題とは，変動する時系列データの変化点を検出する問題のことであり，変化点候補の前後で統計モデルを当てはめ、検出を行うことで，それらのモデルの違いを明らかにすることが可能である [1].

そこで本研究では，製品の品質特性値を想定した正規分布に従う数値列から，CUSUM モデルおよび隠れマルコフモデルを用いた推定方法により母平均がシフトする時点の推定を行い，シフト前の母平均値，製品の不良率からシフト後の不良率を求め，それぞれの推定方法における平均損失コストを算出し，結果を検証する．

２章では，従来より知られている推定方法である累積和管理図法（CUSUM 法）について述べる [2, 3, 4]．CUSUM 法は，個々の観測値だけではなく，それまでの観測値の持つ情報を利用しているので，工程平均の微小な変化を早期に検出することが出来るとされている．検出方法には，V マスク法と決定区間法があり，それぞれについて説明する．

３章では，CUSUM モデルに対し，従来用いられることが少ない隠れマルコフモデルを用いた推定方法について述べる．[5, 6] 隠れマルコフモデルは，変動のある時系列パターンの確率的な性質をより精密に表現出来るとされている．これを用いて，正規分布に従う観測値の母平均がシフトした時点を推定する方法について説明する．

４章では，実際に作成した正規分布に従うシミュレーションデータを用いて，CUSUM モデルおよび隠れマルコフモデルを用いた推定をそれぞれ行った結果について述べる．こうして得られた変化点検出問題における検出結果から，本研究の目的である損失コストのモデル化させていく．

５章では，シミュレーションデータにおける母平均のシフト位置の推定によって得られたデータから，それぞれの推定方法における平均損失コストの算出方法について述べる．算出によって得られた平均損失コストの値を比較することによって，２つのモデルの良し悪しを考察し，本研究の主題の１つである両方のモデルが互いに欠点を補い合うような新しいモデルの検討の基礎とする．

６章では，本研究で新たに提案する，HMM を用いた推定方法をベースに CUSUM 法の特徴を合わせたハイブリッド方式の導入方法とそれによって起こる平均損失コストの変化について述べ

る．

７章では，本研究のまとめと，今後の課題について述べる．

2 CUSUM 法

2.1 CUSUM 法とは

本章では，工程平均がシフトする場合においてのシフトした時点の推定方法として従来から用いられている累積和管理図法（以下 CUSUM 法 [2, 3, 4] とする）について説明する．

一般的に使われている管理図，$\bar{x}-\mathrm{R}$ 管理図，pn 管理図などは shewhart が提唱したシューハート管理図である．これに対して Page によって 1954 年に発表され，Ewan（1963），Johnson（1961），Johson and Leone（1962）によって発展したのが CUSUM モデルである [3]．

シューハート管理図ではプロット点は群ごとのサンプル情報に基づいて計算され描かれるが，工程平均が段階的に微小に変化した場合には個々の点だけではなく，それまでの点のもつ情報を利用した方が変化を早く検出出来る．

この微小な工程平均の変化を検出可能にしたのが CUSUM 法であり，各群のデータと参照値（データの平均値など）との差を求め，その累積を管理図上にプロットすることにより，プロットの傾斜の変化から工程平均の変化が識別可能となる．

更にこのプロットに対して Barnard が 1959 年に管理限界線として V マスク法を提案した [3]．これは，各群のプロットに対し V 字型の直線を引き，それ以前の群のプロットがこの辺の外側にある場合に，その群の工程平均が変化したと判断する．

このように，CUSUM 法は，シフトが検出された時点で計算をストップするので，シフト後のデータは必要なく，早期に工程の異常を発見するのに有用である．

2.2 累積和の算出

累積和管理図を描く場合，まず参照値や処置すべきレベルを設定し，各群のデータと参照値の差から，その累積和をプロットするとともに，工程異常を判定するための V マスク表示を行う（後述）．参照値には，通常対象となるデータの平均値を, また処置すべきレベルに対しては規格値などを用いる（特定の値を用いる場合などもある）．累積和は以下の式によって計算される．

$$S_k = \sum_{i=1}^{k} (x_i - x_0)\ . \tag{1}$$

ここで，各パラメータは
S_k：累積和　k：群の数　i：群番号　x_0：参照値　x_i：群 i のデータ
を意味する．

2.3 V マスク法による判定

累積和管理図で管理限界線に相当する V マスク法は，累積和管理図上の各群のプロットに対して前方距離 d のところを頂点に V 字の形に展開した直線となる．累積和のプロットがこの V マスクの外側にあるならば，その群は工程平均が変化したと判断する．

Vマスクは以下の式で計算される．　Vの頂点と各群の特性値との距離を d，V字の角度を θ とすると，

$$d = \frac{2a\sigma}{(\mu_i - \mu_0)^2} \ , \tag{2}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2}(\mu_i - \mu_0) \ , \tag{3}$$

$$\mu_i - \mu_0 = \delta\sigma \ , \tag{4}$$

により計算され，各パラメータは
μ_0：参照値（CL）　μ_i：群 i の平均　σ：標準偏差　δ：変動指数
を意味する．さらに，

$$a = \ln\frac{1-\beta}{\alpha} \ , \tag{5}$$

であり，α および β は
α：第１種の誤り　β：第２種の誤り
を意味している．

Vマスクの２本の直線は式（2.6）〜（2.10）のように表される．

$$y = ax + b_1 \ , \tag{6}$$

$$y = -ax + b_2 \ , \tag{7}$$

$$a = |\tan\theta| \ , \tag{8}$$

$$b_1 = \mu_0 - ad \ , \tag{9}$$

$$b_2 = \mu_0 + ad \ . \tag{10}$$

導いたVマスクの直線式から各点の上限値，下限値を導き，過去のデータと参照することで判定を行う．すなわち

$$h_1 = ai + b_1 \ , \tag{11}$$

$$h_2 = -ai + b_2 \ , \tag{12}$$

$$h_1 \le x_i \le h_2 \ , \tag{13}$$

であり，同様に
h_1：下限値　h_2：上限値　i：群番号　x_i：群 i のデータ
を意味する．

式（2.13）に x_i が収まらない場合は i 番目において，母平均のシフトが起こったと考えることが出来る．また, 式（2.13）に当てはまらないものが複数検出された場合は，最も早期に発見された点においてシフトがあったと考える．

JUSE 統計解析パッケージ [7] を用いてVマスク法による判定の実行例を図 1 に載せる．
尚，本研究においては後述するようにシミュレーションによって作成した数千セットのデータを処理する必要があるため，Vマスク法による CUSUM 法を C 言語によって別途作成して用いる．

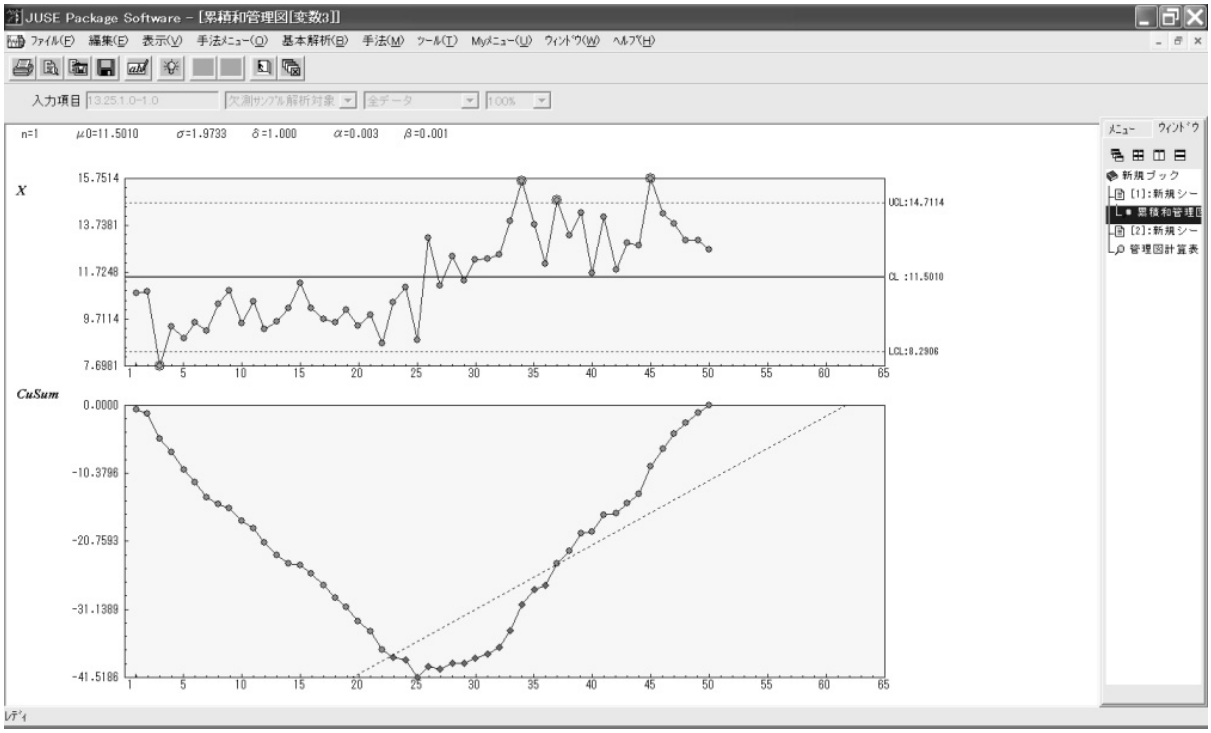

図 1: JUSE 統計解析を用いた V マスク法による判定の実行例

2.4 決定区間法

決定区間法では，二つのパラメータ (h, x_0) によって管理図の方法，書き方が決まり，プロットされる累積和統計量（CUSUM）S_k が h を越えたとき異常，すなわち変化が起きたと判定する．S_k は参照値と呼ばれる x_0 を用いて式（2.1）で定義される．x_i は通常の管理図にプロットされる点と同じである．S_k は初期値 0 から始まり $(x_i - x_0)$ の累積和が逐次計算されるが，累積和が 0 またはマイナスになると 0 にリセットされる．0 に再び戻る場合には工程は安定であり，h に達した時に異常と判断される．0 以下になった場合は異常は無いと判断されてしまうため，これを上側決定区間法という（逆の場合を下側決定区間法，両者を平行して行うものを両側決定区間法という）．

累積和管理図の性能を表す特性として平均連長（ARL; average run length）がある．これは CUSUM が初期値 0 から出発して初めて h に達するまでの平均サンプリング回数（群の数）であり，途中何回か 0 に戻った場合その数も含まれる．一般に初期値 z で始めた時の ARL を $L(z)(z = 0, \cdots, h-1)$ で表記すると

$$L(z) = 1 + L(0)F(x_0 - z) + \sum_{y=1}^{h-1} L(y)f(y - z + x_0)\ , \tag{14}$$

という再帰方程式が導かれる．ここに $f(\cdot), F(\cdot)$ は観測値のとる確率および分布関数である．右辺は 1 回目のサンプリングの状況を表し，第 2 項は CUSUM の値が 0 に戻る場合，第 3 項は CUSUM が $y(y = 1, \cdots, h-1)$ となる場合の和を表す．上の方程式の解のうち $L(0)$ が ARL の値となる．

観測値が計量値の場合には，上の式の $\sum$ のかわりに 0 から h までの積分の形になり, 積分方程式を解くことになる．

ARL の値は工程が望ましい状態にあるときにはなるべく大きく，望ましくない状態, すなわち検出したい工程平均での ARL はなるべく小さい方が良い．h,x_0 のうち重要なパラメータは x_0 であり，通常 x_0 の値は両者の状態の中間の値（例えば両者の工程平均の平均値）が取られ，それが決まった後でそれぞれの ARL を勘案して h が決められる．h の決定は Ewan と Kemp により研究されたノモグラムを用いることで求めることが出来るが，標本の大きさ N が定まっていない場合には合格品質水準（AQL; acceptable quality level）と不合格品質水準（RQL; rejectable quality level）の両方における ARL を任意に定め，ある RQL における ARL が望ましいものとなるまでノモグラムの参照が必要となってくる．これは片側決定区間法だけでなく両側決定区間法の場合においても同様である．[3]

V マスク法と決定区間法の比較を行うと，パラメータ間には

$$h = \frac{2\sigma}{\sqrt{N}} d \tan\theta \ , \tag{15}$$

$$x_0 = \mu_0 + \frac{2\sigma}{\sqrt{N}} \tan\theta \ , \tag{16}$$

$$\mu_1 - \mu_0 = \frac{4\sigma}{\sqrt{N}} \tan\theta \ , \tag{17}$$

という関係があることが Kemp（1961 年）により示されている．尚，本研究においては，V マスク法を用いたため決定区間法は紹介するにとどめる．

3　隠れマルコフモデルを用いた推定方法

本章では，前章で述べた CUSUM 法に対して，本研究で新たに提案する隠れマルコフモデル [5, 6] を用いた推定方法について説明する．

3.1　隠れマルコフモデルとは

ある記号の出現確率が、直前の記号によって決定されるような確率過程をマルコフ過程 (Markov process) といい，マルコフ過程に従って記号が出現すると仮定する確率モデルのことを，マルコフモデル (Markov Model) という．

マルコフモデルのうち外から観測できるものは，モデルによって生成された出力データ系列だけであって，一般にモデルの内部の状態とそのシフトの様子は外からは観測できない．そのことから，このような確率モデルは隠れマルコフモデル (hidden-Markov model; 以下 HMM と略す) と呼ばれている．HMM は，変動のある時系列パターンの確率的な性質をより精密に表現出来るとされており，音声認識などの分野で用いられている [6]．更にこれを用いることにより，CUSUM 法では推定出来なかったシフト後の母不良率，母平均値などの未知のパラメータを推定することも出来る．

3.2　モデルの仮定

ここで取り扱う問題に対するモデルの仮定として，以下の 3 つを挙げる．

1.　モデルの状態数を 2 とする．モデルの状態はそれぞれシフト前の状態及びシフト後の状態を表すこととし，シフト前の状態を正常，シフト後の状態を故障と定義する．
2.　状態シフトの後，現在の状態に従ってデータが生ずる．
3.　初期状態は正常である．

このモデルにおいて，状態がシフトした時点の推定を行う．

3.3　記号の定義

本章で用いる記号の定義を以下に示す．

M：本研究で考察するモデル
n：状態がシフトした時点
T：データ数
N：モデルの状態数（$= 2$)
$O[1, T]$：1 番目から T 番目までの出力データ系列
$o[t]$：時刻 t における観測値
$q[t]$：時刻 t における状態
v_k：観測値
a_{ij}：状態 q_i から状態 q_j への状態遷移確率

$b_j[v_k]$：ある時点で状態 q_j にいて，v_k が観測される確率
σ_1^2：状態が正常のときに従う正規分布の分散
σ_2^2：状態が故障のときに従う正規分布の分散
π_i：初期分布（$i = 1, 2$）

定義されたパラメータを用いて本研究で扱う HMM のモデルを図示すると，図 2 の様に表す事ができる．

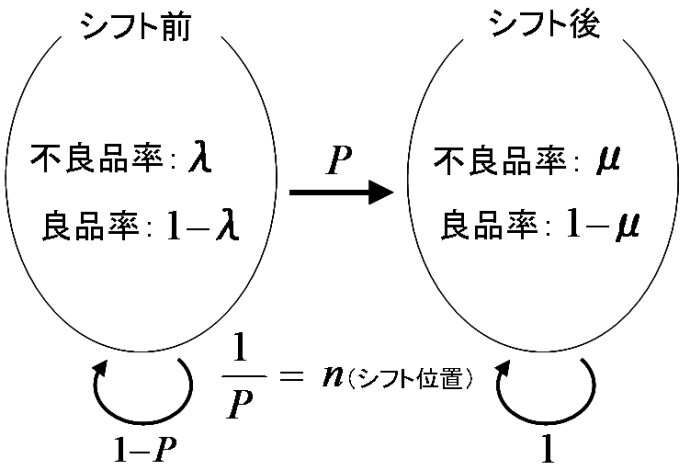

図 2: 本研究で扱う HMM のモデル

ここでは，状態が正常から故障へと変わる確率を P とし，1 度故障となったら，正常に戻ることはないとしたモデルを考えているので，状態遷移確率 a_{ij} を以下のように表せる．

$a_{11} = 1 - P$
$a_{12} = P$
$a_{21} = 0$
$a_{22} = 1$

状態が正常（$j = 1$）のときの母平均を λ，状態が故障（$j = 2$) のときの母平均を μ とすると，$b_j[v_k]$ を以下のように表せる．

$$b_1[o[t]] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{o[t] - \lambda}{\sigma_1})^2] \ , \tag{18}$$

$$b_2[o[t]] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{o[t] - \mu}{\sigma_2})^2] \ . \tag{19}$$

初期状態は正常にあるので，初期分布 π_i は以下のように与えられる．

$\pi_1 = 1$
$\pi_2 = 0$

3.4 シフト時点の推定

状態がシフトした時点 n を推定する為には，まず状態遷移確率 P の値を求めることが必要となる．本研究では，

・前進後退手続き (forward-backward procedure)

・バウム・ウェルチの再推定法 (Baum-Welch re-estimation)

と呼ばれる 2 つの方法を組み合わせることで P の値の推定を試みる [5, 6].

3.4.1 前進後退手続き

前進後退手続きとは，確率モデルにおいて，ある時点で各状態にいるフォワードパス（前向き）確率とバックフォワードパス（後ろ向き）確率を求めることができる手法である．はじめにこの手法を用い，出力データ系列 $O[1,T]$ を生成するフォワードパス確率およびバックフォワードパス確率を求める．

フォワードパス確率 $\alpha_i[t]$ を

$$\alpha_i[t] = \Pr(O[1,t] = o[1]o[2]\cdots o[t] \mid q[t] = s_i, M_k) \ , \tag{20}$$

で定義し，$\alpha_i[t]$ の t を 1 から逐次増やしながら，その値を次のように計算する．

(1) 初期化

$t = 1$ のときのフォワードパス確率 α を求める．$\pi_1 = 1$，$\pi_2 = 0$ なので，

$$\alpha_1[1] = \pi_1 b_1(o[1]) = b_1(o[1]) \ , \tag{21}$$

$$\alpha_2[1] = \pi_2 b_2(o[1]) = 0 \ , \tag{22}$$

となる．

(2) 逐次計算

t が 2 から T までのフォワードパス確率を，

$$\alpha_1[t] = (\sum_{i=1}^{2} a_{i1}) b_1(o[t]) \ , \tag{23}$$

$$\alpha_2[t] = (\sum_{i=1}^{2} a_{i2}) b_2(o[t]) \qquad (t = 2, 3, \cdots, T), \tag{24}$$

による逐次計算で求める．

バックフォワードパス確率 $\beta_i[t]$ を

$$\beta_i[t] = Pr(O[t+1,T] = o[t+1]o[t+2]\cdots o[T] \mid q[t] = s_i, M_k) \ , \tag{25}$$

で定義し，$\beta_i[T]$ の t を T から逐次増やしながら，その値を次のように計算する．

(1) 初期化

$t = T$ において，バックワードパス確率は 1 とする．

$$\beta_1[T] = 1 \ , \tag{26}$$

$$\beta_2[T] = 1 \ . \tag{27}$$

(2) 逐次計算

t が $T-1$ から 1 までのバックワードパス確率を,

$$\beta_1[t] = \sum_{i=1}^{2} a_{1j} b_j(o[t+1]) \beta_j[t+1] \ , \tag{28}$$

$$\beta_2[t] = \sum_{i=1}^{2} a_{2j} b_j(o[t+1]) \beta_j[t+1] \qquad (t = T-1, T-2, \cdots, 1), \tag{29}$$

による逐次計算で求める．

3.4.2 バウム・ウェルチの再推定法

バウム・ウェルチの再推定法とは，HMM の各状態におけるフォワードパス確率とバックフォワードパス確率から，HMM のパラメータ群（遷移確率と出力確率）について、最尤値と事後確率および最頻値の予測値を計算できる手法である．この手法を用い，先で求めたフォワードパス確率 $(\alpha_i[t])$，$(\beta_j[t])$ から，未知のパラメータである状態遷移確率 P を推定する．

モデル M と出力データ系列 $O[1,T]$ が与えられたとき，モデルの状態が $q[t] = q_1$ （正常）から $q[t+1] = q_2$（故障）に変化する条件付き確率 $\gamma_{ij}[t]$ は,

$$\gamma_{ij}[t] = Pr(q[t] = q_1,\ q[t+1] = q_2 \mid O[1,T], M) = \frac{\alpha_i[t] \alpha_{ij} b_j(o[t+1]) \beta_j[t+1]}{Pr(O[1,T)] \mid M)} \ , \tag{30}$$

で与えられる．

ここで，$\gamma_{ij}[t]$ はモデル M の状態が $q[t] = q_i$ から $q[t] = q_i$ から $q[t+1] = q_j$ にシフトする確率を与えるが，確率

$$\gamma_i[t] = \sum_{j=1}^{2} \gamma_{ij}[t] = \frac{\alpha_i[t]}{Pr(o[1,T] \mid M)} \sum_{j=1}^{2} a_{ij} b_j(o[t+1]) \beta_j[t+1] = \frac{\alpha_i[t] \beta_i[t]}{Pr(O[1,T] \mid M)} \ , \tag{31}$$

はモデル M の状態が $q[t] = q_1$ となる確率である．

したがって，モデル M の状態遷移確率の再推定値を $\bar{a}_{ij}$ としたとき,

$$\bar{a}_{ij} = \frac{\sum\limits_{t=1}^{T-1} \gamma_{ij}[t]}{\sum\limits_{t=1}^{T-1} \gamma_i[t]} = \frac{\sum\limits_{t=1}^{T-1} \alpha[t] a_{ij} b_j(o[t+1]) \beta_j[t+1]}{\sum\limits_{t=1}^{T-1} \alpha_i[t] \beta_i[t]} \ , \tag{32}$$

をとることが出来る．ここで，

$$\xi_{ij}[t] = \alpha_i[t] a_{ij} b_j(o[t+1]) \beta_j[t+1] \ , \tag{33}$$

$$\delta_i[t] = \alpha_i[t] \beta_i[t] \ , \tag{34}$$

とおくと，式 (3.15) は

$$\bar{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_{ij}[t]}{\sum_{t=1}^{T-1} \delta_i[t]} \ , \tag{35}$$

と表せる．

したがって，求める状態遷移確率 P の再推定値 $\bar{P}$ は，式 (3.18) より

$$\bar{P} = \bar{a}_{12} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_{12}[t]}{\sum_{t=1}^{T-1} \delta_1[t]} \ , \tag{36}$$

とすることで推定出来る．

この $\bar{P}$ を用いて繰り返し推定を行うことにより，最終的な推定値 $\tilde{P}$ を得ることが出来る．

このようにして求められた状態遷移確率 $\tilde{P}$ から，シフトが生じた点 n を

$$\tilde{n} = \frac{1}{\tilde{P}} \ , \tag{37}$$

により推定することが出来る．

また，状態遷移確率 P を求めるために既知とした λ，μ の推定値をバウム・ウェルチの再推定法によって求めることも可能である．ここで求める λ は，状態が正常（$j = 1$）で，$o[t]$ が観測される確率であるから，

$$\bar{\lambda} = \bar{b}_1[o[t]] = \frac{\sum_{t=1}^{T} o[t] \gamma_1[t]}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_1[t]} \ , \tag{38}$$

により求めることができる．μ は，状態が故障（$j = 2$）で，$o[t]$ が観測される確率であるから，

$$\bar{\mu} = \bar{b}_2[o[t]] = \frac{\sum_{t=1}^{T} o[t] \gamma_2[t]}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_2[t]} \ , \tag{39}$$

により求めることができる．こうして λ，μ の再推定値 $\bar{\lambda}$，$\bar{\mu}$ が得られ，同様に繰り返し推定を行うことで，最終的な推定値 $\tilde{\lambda}$，$\tilde{\mu}$ を得ることができる．

4　シミュレーションデータによるモデルの比較

本章では，シミュレーションを行うため作成したデータと，前章で導いた方法に基づいて CUSUM 法および HMM を用いた推定方法による検出を行った結果について述べる．得られた推定結果の値を用い，本研究の目的となる損失コストのモデル化を試みる．

4.1　シミュレーションデータ

母平均がシフトする前のデータとして正規乱数を 25 個，そこから続いて母平均を変化させた正規乱数を 25 個，合わせて 50 個のデータを用意し，さらに検出の度数を調べるために，このデータを計 1000 セット作成した．シフト後の母平均による推定結果の変化を調べるため，シフト前の平均を $\lambda = 10.0$，シフト後の平均を $\mu = 11.0, 12.0, 13.0$ の 3 パターンに分け，分散を $\sigma^2 = 1.0$ に固定したデータを用意した．その一例として検出に使用した 1 セットのデータ列をそれぞれ表 1 に示す．これらのシミュレーションデータから，2 つの方法を用いて母平均値が変化する時点の推定を行う．

はじめに，CUSUM 法を用いてシフト時点を計測する．第 1 種誤りである α を 0.003，第 2 種誤りである β を 0.001 とし，式（2.5）より a を，式（2.2）よりプロットに対する前方距離 d をそれぞれ求める．そして式（2.6）〜式 (2.10) により直線の式を求め，式（2.13）となる最初の点を計測し，それを 1000 セット分繰り返し行う．得られた検出結果をそれぞれ表 2 に示し，それらをグラフ化したものを図 3 に示す．

次に，HMM を用いた推定方法によってシフト時点を計測する．状態遷移確率である P を式（3.19）により 30 回再推定し，何個目の観測値でシフトしたかを式（3.16）により計測しながら．それを 1000 セット繰り返した．得られた検出結果をそれぞれ表 3 に示し，それらをグラフ化したものを図 4 に示す．

また，HMM における検出傾向をより詳しく調べるため，シフト前のデータ数はそのままにし，母平均がシフトした後のデータ数を 25 から $20, 15, 10, 5$ の 4 パターンに変化させたデータについても同様に推定を行った．得られた検出結果の一例として，シフト後の平均を $\mu = 13.0$ としたものをそれぞれ表 4 に示している．

表 1: シミュレーションデータの一例

母平均値 / 番号	10→11	10→12	10→13
1	9.644018	9.401554	10.013737
2	10.487089	9.027537	8.067449
3	10.032438	10.427853	9.175499
4	9.746618	8.737314	9.683408
5	9.471315	11.200563	9.16644
6	10.512243	10.423708	11.203508
7	11.235546	10.542831	9.131272
8	8.771447	10.180377	9.027831
9	11.857433	9.878176	10.267065
10	9.33296	9.95256	10.634319
11	8.382761	10.069849	9.083489
12	11.268846	10.499692	10.344691
13	9.719409	9.887477	10.258154
14	10.933033	10.523799	11.569989
15	11.119256	12.249851	11.865121
16	8.759589	10.89734	10.959522
17	9.073901	9.43769	10.071622
18	11.339447	9.934972	9.843532
19	10.595035	10.587091	10.755583
20	9.709882	11.41775	10.918747
21	9.521615	8.528549	9.94086
22	9.123647	10.808358	8.544537
23	11.163519	11.512211	9.795278
24	8.51674	9.95951	9.848832
25	11.741866	10.560208	7.174378

母平均値 / 番号	10→11	10→12	10→13
26	10.819565	12.319536	12.487098
27	11.974375	13.348177	11.631427
28	11.251996	10.257755	13.957952
29	10.876994	11.10766	13.480799
30	11.796756	11.975459	14.042902
31	10.990473	12.312604	12.085281
32	9.159607	10.881194	13.229593
33	11.23145	10.240229	11.74977
34	10.164002	11.855359	13.783286
35	10.130568	13.443742	12.072997
36	11.297072	12.521786	13.053793
37	11.054195	12.483178	11.223983
38	10.085118	12.266579	11.828528
39	11.051808	10.419647	11.681985
40	12.000176	12.119506	12.417886
41	10.845591	11.396475	13.463763
42	10.775981	11.23256	13.72224
43	11.213728	13.033001	13.579972
44	12.044477	11.55415	14.284245
45	13.0868	12.810537	12.870667
46	11.937891	11.496598	12.024852
47	11.064338	11.555868	14.002569
48	9.169365	12.826516	11.915229
49	12.381956	10.996796	12.044735
50	12.216933	12.588699	13.460131

表 2: CUSUM 法による検出結果

母平均値 / 番号	10→11	10→12	10→13
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0
16	0	0	0
17	0	0	0
18	0	0	0
19	0	0	0
20	0	0	0
21	0	1	0
22	1	2	6
23	0	12	25
24	2	60	122
25	7	398	812

母平均値 / 番号	10→11	10→12	10→13
26	3	86	28
27	7	42	4
28	2	27	1
29	3	17	0
30	3	9	1
31	3	13	1
32	3	8	0
33	2	7	0
34	2	2	0
35	2	6	0
36	2	3	0
37	1	1	0
38	4	0	0
39	0	0	0
40	0	1	0
41	0	0	0
42	0	0	0
43	0	0	0
44	0	0	0
45	0	0	0
46	0	0	0
47	0	0	0
48	0	0	0
49	0	0	0
50	0	0	0

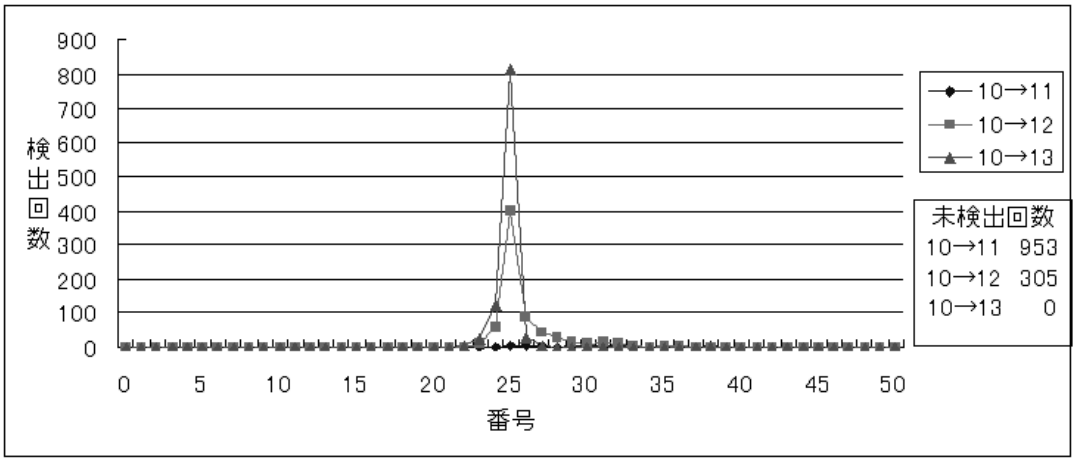

図 3: CUSUM 法による検出結果

表 3: HMM を用いた推定方法による検出結果

番号＼母平均値	10→11	10→12	10→13
1	8	3	0
2	5	1	0
3	9	4	0
4	2	1	0
5	4	3	0
6	4	2	0
7	3	1	0
8	5	1	0
9	3	1	0
10	3	0	0
11	1	5	0
12	1	2	1
13	4	1	0
14	4	3	1
15	7	3	0
16	8	5	0
17	3	3	1
18	5	3	0
19	8	8	1
20	9	12	5
21	11	20	4
22	12	29	10
23	25	79	32
24	39	296	484
25	54	365	444

番号＼母平均値	10→11	10→12	10→13
26	19	49	12
27	8	10	4
28	5	6	1
29	5	5	0
30	0	1	0
31	0	0	0
32	0	0	0
33	0	2	0
34	2	1	0
35	2	0	0
36	0	0	0
37	0	0	0
38	1	1	0
39	1	0	0
40	0	0	0
41	1	0	0
42	1	0	0
43	0	0	0
44	0	1	0
45	0	0	0
46	1	0	0
47	0	0	0
48	1	0	0
49	0	0	0
50	0	0	0

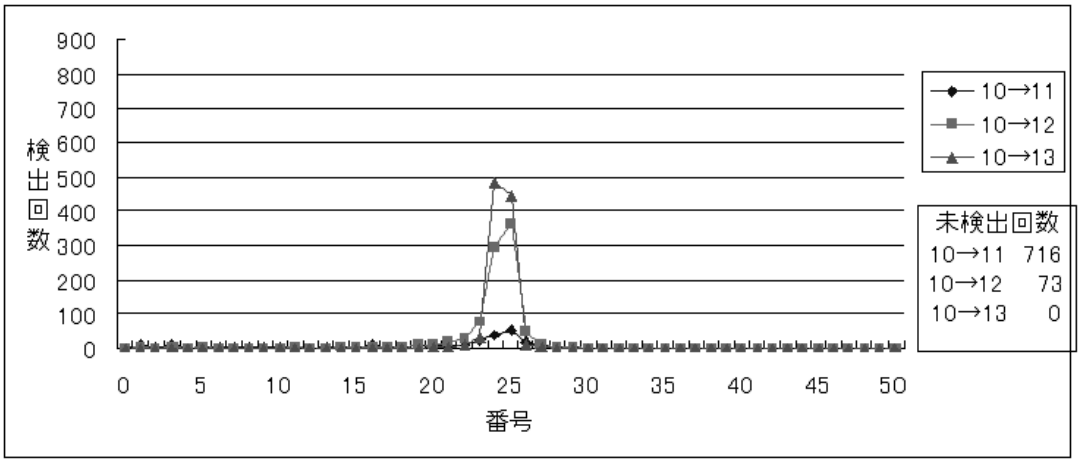

図 4: HMM を用いた推定方法による検出結果

表 4: シフト後のデータ数を変化させた場合の，HMM を用いた推定結果の推移 ($\mu = 13.0$)

番号＼シフト後のデータ数	25	20	15	10	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	1	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	1	0	1	0	0
13	0	0	1	0	0
14	1	0	0	0	1
15	0	1	0	0	0
16	0	1	1	0	1
17	1	0	2	1	0
18	0	1	0	0	3
19	1	2	2	0	2
20	5	2	2	1	3
21	4	2	0	4	4
22	10	13	9	6	5
23	32	38	32	34	21
24	484	495	477	440	471
25	444	430	456	504	467
26	12	11	11	7	14
27	4	3	2	1	3
28	1	1	1	1	4
29	0	0	1	0	0
30	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	—
32	0	0	0	0	—
33	0	0	0	0	—
34	0	0	0	0	—
35	0	0	0	0	—
36	0	0	0	—	—
37	0	0	0	—	—
38	0	0	0	—	—
39	0	0	0	—	—
40	0	0	0	—	—
41	0	0	—	—	—
42	0	0	—	—	—
43	0	0	—	—	—
44	0	0	—	—	—
45	0	0	—	—	—
46	0	—	—	—	—
47	0	—	—	—	—
48	0	—	—	—	—
49	0	—	—	—	—
50	0	—	—	—	—
未検出	0	0	1	0	1

4.2 両推定方法の検出傾向

図 3，図 4 を見ると，２つの方法による検出傾向として，以下の点が挙げられる．

・両推定方法共にシフト前後の母平均の差が大きい程，検出数が多くなり，母平均の差が 3 $(10 \rightarrow 13)$ のとき，検出率が 100% となっている．

・図 3，図 4 を比べてみると，CUSUM 法による検出では実際にシフトした位置である 25 での検出数が突出して高く，検出時点のバラつきが少ないことに対して，HMM を用いた推定方法による検出では，25 以外でも高い検出率を残しており，バラつきがやや多く見られ，特に実際にシフトが起こる前に検出することが多い．

・CUSUM 法による推定は HMM を用いた推定よりも全体的に検出数が少ない．特に母平均の差が 1 $(10 \rightarrow 11)$ の場合では，HMM を用いた推定では約 30% の検出率を残しているが，CUSUM 法による推定では 5% 以下の推定率という結果となり，結果に大きな差が出た．

また，表 4 を見ると，シフト後のデータ数を変化させても，検出結果にほとんど差は出ていないことが分かる．シフト後の母平均 $\mu = 11.0$，12.0 としたときの推定でもほぼ同じ結果を得られたため，シフト後のデータ数を変化させただけでは，検出数に影響を与えることはないと思われる．

4.3 推定による検出精度

シミュレーションデータから得られた推定結果から，検出精度を求める．データ番号において $i = 22$〜28 のときに検出されば正検出，それ以外の場合は誤検出として，HMM を用いた推定結果と CUSUM 法による推定結果の正検出数と CUSUM 法による推定の正検出数を 1 としたときの正検出数の比についてまとめたものを表 5 に示す．

表 5: 正検出数と比の比較

	10→11		10→12		10→13	
推定方法	正検出数	比	正検出数	比	正検出数	比
CUSUM	22	1	627	1	998	1
HMM(k=5)	188	8.545	848	1.352	985	0.987
HMM(k=10)	165	7.500	845	1.348	993	0.995
HMM(k=15)	179	8.136	851	1.357	988	0.990
HMM(k=20)	189	8.591	832	1.327	991	0.993
HMM(k=25)	162	7.364	834	1.330	987	0.989

4.4 両推定方法の優劣の比較

得られた推定結果から，各手法において優れている点，劣っている点をまとめた結果は以下の通りである．これらを踏まえて，次章から，２つの推定方法のそれぞれの欠点を補い，利点を活かす手段について模索していく．

4.4.1 CUSUM 法による推定の利点

CUSUM 法による推定が HMM を用いた推定と比べ勝っている点として，検出にバラつきが少ないことが挙げられている事から，全体の検出率が HMM を用いた推定と等しい場合（本研究ではシフト後の母平均が 13 のとき），検出精度において CUSUM 法による推定の方が優れる結果が得られることが分かる．

4.4.2 HMM を用いた推定の利点

HMM を用いた推定が CUSUM 法による推定よりも優れている点として，検出率が全体的に高いことが挙げられる．このことから，両推定における検出率が 100% でない限り，特に CUSUM 法による推定においてほとんど検出ができない程シフト前後のデータの変化量の幅が小さい場合において，HMM を用いた推定を行った方が信頼できる結果が得られる可能性が高いことが分かる．

5　損失コストのモデル化

本章では，前章におけるシミュレーションデータから得られた推定結果を用いて，それぞれの推定方法を用いた検出による損失コストを算出する方法について述べる．

5.1　記号の定義

損失コストの算出において用いる記号を以下のように定義する．

i：データ番号

t：シフトが検出された時点

S_i：時点 i におけるシフトの検出数

S_n：シミュレーションデータからシフトが検出できなかった回数

N：シミュレーション回数　　γ：シフト前の製品の不良率

ρ：シフト後の製品の不良率

k：母平均シフト後のデータ数

L：不良品を製造したことによる損失

P：良品を製造したことによる収入

C：シフト位置の推定による損失コスト

本研究で用いたシミュレーションデータにおける理想的な場合は，実際にシフトされる時点において検出を止める場合である．この場合，検出による損失コストは，シフト前において確率 γ で不良品製造による損失 L が発生するので，

$$C = 25\gamma L, \tag{40}$$

と表すことができる．

5.2　CUSUM 法による損失コスト

CUSUM 法は，シフトが検出された時点で推定を打ち切る方法なので，検出されたシフト位置，シフト検出の成否によって損失コストは異なる．算出方法は以下の通りに分けられ，これらの平均損失コストの総和が CUSUM 法による平均損失コストとなる．

5.2.1　検出されたシフト位置が 25 以前の場合

検出されるシフト位置が 25 より前になった場合，シフトが検出されてから実際に不良率がシフトされるまでの間に得られる，確率 $(1-\gamma)$ で発生する良品を製造したことによる収入 P を損失コストに加えなければならない．よって，この場合における損失コストは

$$C = \{t\gamma L + (25-t)(1-\gamma)P\} \quad (t \leqq 25), \tag{41}$$

と表すことができる．そして，シミュレーション回数，シフトの検出数から平均損失コスト $\bar{C}$ を算出すると

$$\bar{C} = \sum_{i=1}^{t} [\{i\gamma L + (25-i)(1-\gamma)P\} \frac{S_i}{N}] \quad (t \leqq 25), \tag{42}$$

となる．

5.2.2　検出されたシフト位置が 25 より後の場合

検出されるシフト位置が 25 より後になった場合，シフト後において確率 ρ で発生する損失 L を，シフトをするまでの損失コストに加えなければならない．よって，この場合における損失コストは

$$C = \{25\gamma L + (t-25)\rho L\} \quad (t > 25), \tag{43}$$

と表すことができる．そして，平均損失コスト $\bar{C}$ を算出すると

$$\bar{C} = \sum_{i=25}^{t} \{(25\gamma L + (i-25)\rho L)\ \frac{S_i}{N}\} \quad (t > 25), \tag{44}$$

となる．

5.2.3　シフトを検出できなかった場合

CUSUM 法の定義より，シフトを検出できなかった場合とは，すべての時点において推定を行った場合を示す．よって，この場合における損失コストは

$$C = 25\gamma L + 25\rho L\ , \tag{45}$$

と表すことができる．そして，シフトの未検出数から平均損失コスト $\bar{C}$ を算出すると

$$\bar{C} = (25\gamma L + 25\rho L)\ \frac{S_n}{N}\ , \tag{46}$$

となる．

5.3　HMM を用いた推定方法による損失コスト

HMM の定義より，HMM を用いた推定は検出後のデータも必要なので，調べるデータの数によって損失コストも異なる．よって，この場合の損失コストは

$$C = \{25\gamma L + (k-25)\rho L\} \quad (k \geqq 1), \tag{47}$$

と表すことができ，調べるデータの数が少ないほど損失コストが少なくなる．
平均損失コストは，シフト検出の成否によって以下の通りに分けられる．これらの平均損失コストの総和を HMM を用いた推定による平均損失コストとする．

5.3.1　シフトを検出できた場合

シフトを検出できた場合，シミュレーション回数，データの検出数から平均損失コストを算出すると

$$\bar{C} = \sum_{i=1}^{25+k} \{(25\gamma L + k\rho L)\ \frac{S_i}{N}\}\ , \tag{48}$$

となる．

5.3.2　シフトを検出できなかった場合

シフトを検出できなかった場合，平均損失コストは，式 5.9 における検出数 S_i を未検出数 N に置き換えることによって表すことができる．よって，この場合における平均損失コストは

$$\bar{C} = \sum_{i=1}^{25+k} \{(25\gamma L + k\rho L)\ \frac{S_n}{N}\}\ , \tag{49}$$

となる．

5.4　数値例と考察

前節での算出によって得られる損失コストの値がそれぞれどのように振舞うのかについて調べる．HMM による推定シフト後のデータ数シフト前の不良率を $\gamma = 0.05$，良品製造による利益を $P = 1$，不良品製造による損失を $L = 2$，そして HMM を用いた推定においてシフト後のデータ数 k を $25, 20, 15, 10, 5$ の 5 パターンとしたときの推定法，データ量の違いによる平均損失コストの推移と理想的な場合における損失コストについて表 6 にまとめ，それをグラフ化したものを図 5 に示す．

表 6: 推定法およびデータ量の違いによる平均損失コストの推移

母平均値	理想コスト	CUSUM	HMM(k=25)	HMM(k=20)	HMM(k=15)	HMM(k=10)	HMM(k=5)
10→11	2.5	10.686	11.004	9.294	7.579	5.872	4.159
10→12	2.5	11.163	28.300	23.117	17.962	12.807	7.660
10→13	2.5	2.747	45.042	36.534	28.025	19.497	11.008

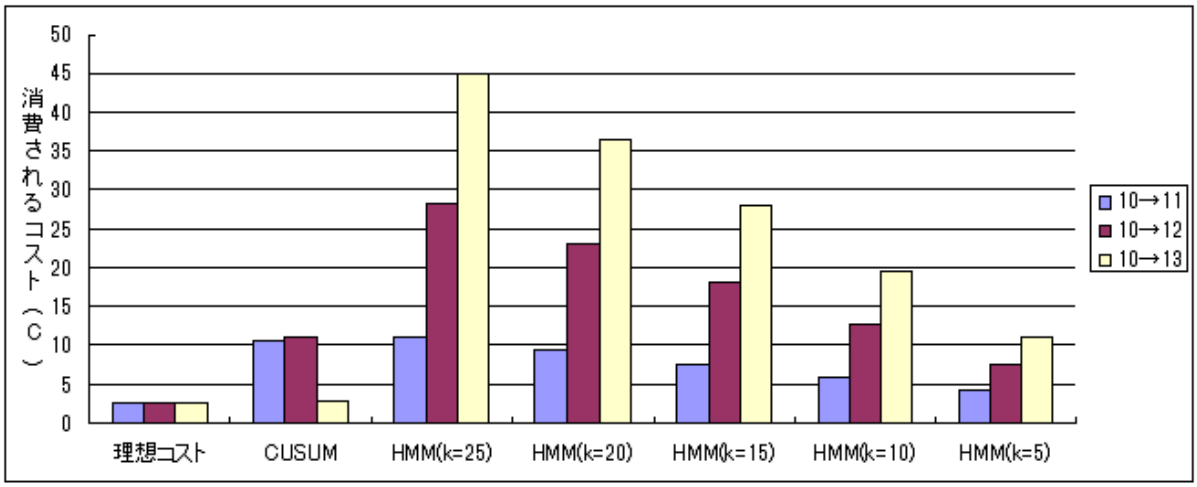

図 5: 推定法およびデータ量の違いによる平均損失コストの推移

5.4.1 CUSUM 法による場合に関する考察

図 5 を見ると，CUSUM 法における平均損失コストの算出結果では，シフト後の母平均 μ の値が 13 のときに最も平均損失コストが少なく，理想的な場合における損失コストに最も近い結果を得られているが，$\mu = 11$ の場合の平均損失コストよりも $\mu = 12$ の場合における平均損失コストの方が高い結果になっている．このことから，μ および全体の検出数と平均損失コストは比例関係にはないということが分かる．しかし，図 3 の CUSUM 法による推定結果を比較してみると，$\mu = 12$ において実際にシフトした 25 以外においても多くの検出数を残し，バラつきがやや多く発生していることが分かる．よって，CUSUM 法における平均損失コストの値は，全体の検出数よりも，検出の精度（バラつき）に依存しているのではないかと思われる．

5.4.2 HMM を用いた場合に関するの考察

図 5 から見てとれるように，HMM を用いた推定における平均損失コストは，シフト後の母平均 μ，およびシフト後のデータ数 k の値が小さくなるほど平均損失コストの値も小さくなり，理想的な場合における損失コストに近い結果を得られていることがわかる．このことから，HMM を用いた推定における平均損失コストの値は，全体の検出数，および全体のデータ数に依存しているのではないかと思われる．

5.4.3 両推定法における平均損失コストの比較

図 5 の両推定法における平均損失コストの値を比較すると，シフト後の母平均 μ の値が 13 のとき，全ての場面において CUSUM 法による推定の方が平均損失コストの値が小さくなり，理想的な場合における損失コストに近い結果を得られているが，$\mu = 11$ および 12 のときは，HMM を用いた推定におけるシフト後のデータ数が少ない場合において，HMM を用いた推定の方が平均損失コストの値が小さい結果になっている．

6　ハイブリッド方式の提案と考察

本章では，表 5，図 5 とそれらをもとに得られた考察から，HMM を用いた推定をベースに CUSUM 法の特徴を合わせたハイブリッド方式の導入方法とそれによって起こる平均損失コストの変化について述べる．そして CUSUM 法による推定の平均損失コストや検出精度と比較した結果を検証する．

6.1　閾値による判定を組み入れたハイブリッド方式

まず，式 (3.21)，式 (3.22) から HMM を用いた推定を行ったときの $\tilde{\lambda}$，$\tilde{\mu}$ を推定する．そして得られた推定値から閾値を 2 として $|\tilde{\lambda} - \tilde{\mu}|$ が 2 未満ならば HMM を用いた推定，それ以外ならば CUSUM 法による推定を行う，という判定を行う．そうして得られた判定結果から，HMM と CUSUM 法を合わせることでハイブリッド方式による損失コストのモデル化を行うことが可能となる．

実際に本研究における 1000 セットのシミュレーションデータからそれぞれ閾値による判定を行った結果の一例として，シフト後の母平均 μ を 12，シフト後のデータ数 k を $25, 20, 15, 10, 5$ の 5 パターンとしたときの判定結果を表 7，同様に判定を行った結果の一覧を表 8 に示す．

表 7: 閾値による判定結果 ($\mu = 12$)

セット ＼ シフト後のデータ数	k=25	k=20	k=15	k=10	k=5
1	HMM	HMM	CUSUM	CUSUM	HMM
2	HMM	CUSUM	CUSUM	CUSUM	HMM
3	CUSUM	HMM	CUSUM	HMM	HMM
4	CUSUM	CUSUM	CUSUM	CUSUM	CUSUM
5	CUSUM	CUSUM	HMM	CUSUM	HMM
6	HMM	CUSUM	CUSUM	CUSUM	HMM
7	CUSUM	CUSUM	CUSUM	CUSUM	HMM
8	HMM	CUSUM	HMM	CUSUM	CUSUM
9	CUSUM	HMM	CUSUM	CUSUM	CUSUM
10	HMM	CUSUM	HMM	CUSUM	HMM
⋮					
991	HMM	CUSUM	CUSUM	CUSUM	HMM
992	CUSUM	HMM	CUSUM	CUSUM	HMM
993	HMM	CUSUM	HMM	CUSUM	CUSUM
994	HMM	HMM	HMM	HMM	HMM
995	CUSUM	HMM	CUSUM	HMM	HMM
996	CUSUM	HMM	CUSUM	CUSUM	HMM
997	CUSUM	HMM	CUSUM	CUSUM	CUSUM
998	HMM	CUSUM	HMM	HMM	CUSUM
999	HMM	HMM	CUSUM	HMM	CUSUM
1000	CUSUM	CUSUM	CUSUM	HMM	CUSUM
HMM計	520	497	512	506	491
CUSUM計	480	503	488	494	509

表 8: 判定結果の一覧

母平均 (データ数) / 判定結果	10→11 (k=25)	10→11 (k=20)	10→11 (k=15)	10→11 (k=10)	10→11 (k=5)
HMM	925	939	949	961	955
CUSUM	75	61	51	39	45
母平均 (データ数) / 判定結果	10→12 (k=25)	10→12 (k=20)	10→12 (k=15)	10→12 (k=10)	10→12 (k=5)
HMM	520	497	512	506	491
CUSUM	480	503	488	494	509
母平均 (データ数) / 判定結果	10→13 (k=25)	10→13 (k=20)	10→13 (k=15)	10→13 (k=10)	10→13 (k=5)
HMM	21	25	35	26	30
CUSUM	979	975	965	974	970

6.2 ハイブリッド方式による平均損失コストの算出と考察

ハイブリッド方式の導入によって起こる損失コストの算出において用いる記号を以下のように定義する.

S_h：閾値によって HMM を用いた推定を行うと判定された回数

S_c：閾値によって CUSUM 法による推定を行うと判定された回数

N：シミュレーション回数

C_h：HMM を用いた推定における損失コスト

C_c：CUSUM 法による推定における損失コスト

以上の定義から，ハイブリッド方式の導入によって起こる平均損失コスト $\bar{C}$ は

$$\bar{C} = \bar{C}_H \frac{S_H}{N} + \bar{C}_C \frac{S_C}{N} \ , \tag{50}$$

によって求めることができる.

実際に表5，表7からハイブリッド方式の導入によって起こる平均損失コストを算出し，CUSUM 法による平均損失コストと比較した結果を表 9，それをグラフ化したものを図 6 に示す.

表 9: ハイブリッド方式および CUSUM 法による平均損失コストの推移

	10→11		10→12		10→13	
推定方法	コスト	比	コスト	比	コスト	比
CUSUM	10.686	1.000	11.163	1.000	2.747	1.000
ハイブリッド(k=5)	10.197	0.954	7.660	0.686	2.920	1.063
ハイブリッド(k=10)	10.393	0.973	12.807	1.147	3.165	1.152
ハイブリッド(k=15)	10.528	0.985	17.962	1.609	3.631	1.322
ハイブリッド(k=20)	10.632	0.995	23.117	2.071	3.625	1.320
ハイブリッド(k=25)	10.701	1.001	28.300	2.535	4.015	1.462

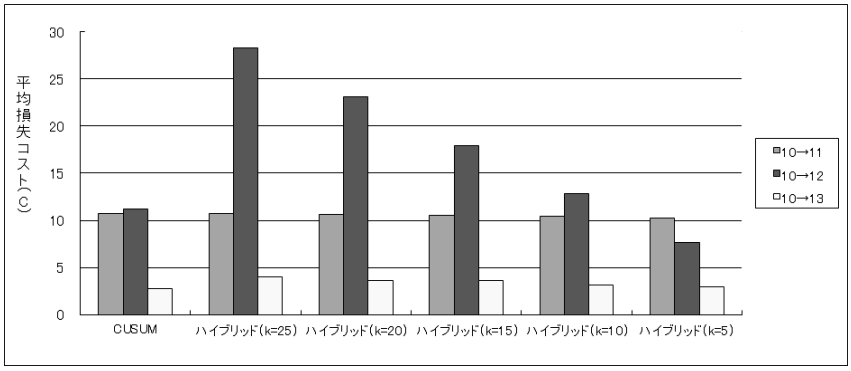

図 6: ハイブリッド方式および CUSUM 法による平均損失コストの推移

表 5 と表 9 を比較して見ると，ハイブリッド方式による推定では平均損失コストの値が CUSUM 法による推定での平均損失コストの値に近くなり，全体的に理想的な場合における損失コストに近い結果を得られていることが分かる．

6.3 CUSUM 法との比較

表 5 の正検出数，表 9 の平均損失コストの比について散布図にしたグラフをそれぞれ図 7〜9 に示す．

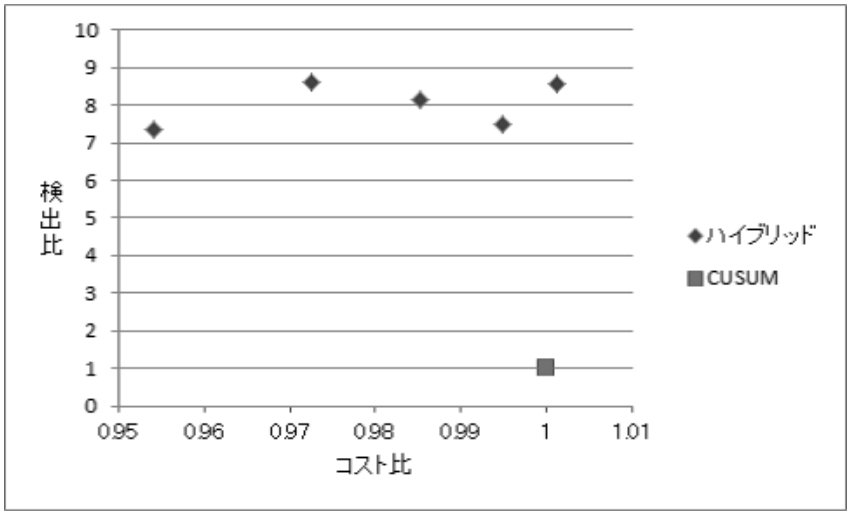

図 7: 正検出数，平均損失コストの比 ($\mu = 11$)

まず図 7 では，シフト後の母平均が $\mu = 13$ と設定されている．CUSUM 法の場合を基準とすれば，検出比はハイブリッド方式がはるかに良くなることと，コスト比も 1 つの例を除き，他すべての場面で CUSUM 法による推定よりも優れていることがわかる．

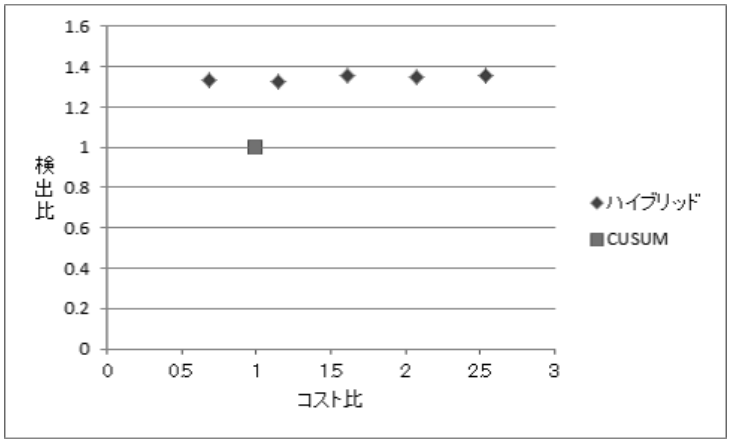

図 8: 正検出数，平均損失コストの比 ($\mu = 12$)

図 8 では，シフト後の母平均が $\mu = 12$ と設定されている．これを見ると，検出比においてはハイブリッド方式，コスト面においては CUSUM 法による推定の方が優れ，データ数が最少の場面に両面においてハイブリッド方式による推定が勝っていることがわかる．

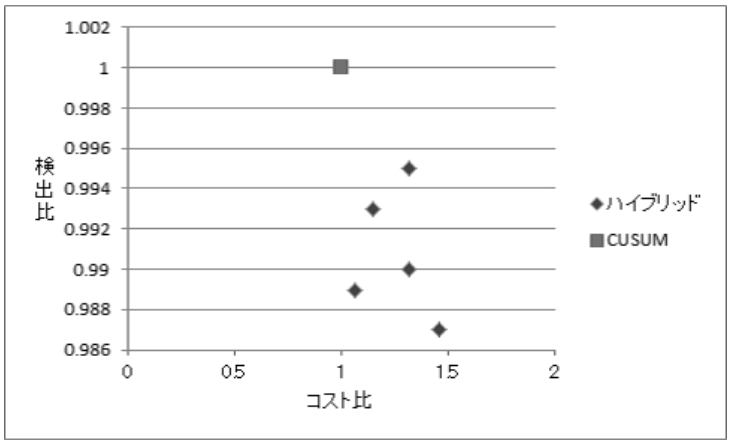

図 9: 正検出数，平均損失コストの比 ($\mu = 13$)

図 9 では，シフト後の母平均が $\mu = 11$ と設定されている．これを見ると，ハイブリッド方式による推定はコスト，検出比においてすべての場面で CUSUM 法による推定に劣っていることがわかる．

7　おわりに

本研究では，製造工程において品質特性値がシフトする時点の推定に従来用いられている CUSUM 法に対し，HMM を用いた推定方法をベースに CUSUM 法の特徴を合わせたハイブリッド方式による推定についての提案と検証を試みた．そして，実際にシミュレーションデータから得られた推定結果から，品質特性値の母平均の変化量，およびシフトが起こった後のデータの数によって推定結果は変化し，それらによって検出精度，損失コストにおいて CUSUM 法との優劣が決まることが分かった．

本研究において，ハイブリッド方式による推定が CUSUM 法と比べ優れている点，劣っている点について分かったことは以下の通りである．

・母平均シフトによる品質特性値の変化量が小さいほど，ハイブリッド方式による推定はコスト，検出精度の両面においてより有利な結果が得られる．

・シフト後のデータ数が多いほど，ハイブリッド方式による推定はコスト面において有利となり，母平均シフトによる品質特性値の変化量によっては，コスト，検出精度の両面において CUSUM 法と比べ優れた結果を得ることができる．

・母平均シフトによる品質特性値の変化量が，両推定方法において全体の検出率が 100% となる程大きい場合，ハイブリッド方式による推定は CUSUM 法と比べコスト，検出精度の両面において劣った結果となる．

今後の課題として，総合的な評価において本研究で新たに提案したハイブリッド方式と CUSUM 法のどちらの推定方法がより効率的であるかの境界をよりはっきりとさせることと，ハイブリッド方式における閾値の設定においてより適切な方法を明らかにすることが必要であろうことが挙げられる．

参考文献

[1] 水野正崇，堤悠己彦，中里建治：「隠れマルコフモデルを用いた母平均シフト現象の検出法に関する考察」，2008 年度経営工学科　卒業論文 (2009).

[2] 圓川隆夫，宮川雅巳：ＳＱＣ理論と実際, 朝倉書店 (1992).

[3] D. M. Hawkins and D. H. Olwell： *Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement*, Springer-Verlag New York (1998).

[4] R．H．ウッドワーズ，P．L．ゴールドスミス：企業効果のための管理技法シリーズ 3　品質管理のための累積和法，培風館 (1973).

[5] M. Kimura and S. Yamada： “A Hidden-Marcov Estimation Method for Mean-Shift Detection of Fraction Defective in Production Process Control”, Mathematical and Computer Modelling, Vol. 38, pp. 1293-1301 (2003).

[6] 古井貞熙：音声情報処理，森北出版 (1998).

[7] JUSE 統計パッケージ 2002 ユーザーマニュアル, （株）日本科学技術研修所 (2002).

謝辞

本研究を進めるにあたり，本学院工学研究科システム工学専攻，木村光宏教授のご指導ご鞭撻のほど心より御礼申し上げます．また，副査を担当して頂きました本学院工学研究科システム工学専攻，古林隆教授に深く感謝致します．そして，多大な協力をして頂いた信頼性工学研究室の先輩，同輩，後輩諸氏に深く御礼申し上げます．