

ダイバージングSPECTシステムにおける解析
的画像再構成に関する研究

草柳, 達也 / KUSAYANAGI, Tatsuya

(発行年 / Year)

2010-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)

2010-03-24

(学位名 / Degree Name)

修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)

法政大学 (Hosei University)

目次

Abstract	2
第1章 はじめに	4
第2章 SPECT システム	6
2.1 Single Photon Emission CT : SPECT	6
2.2 ガンマカメラ (Gamma camera)	6
2.2.1 シンチレーション検出器 (scintillation detector)	7
2.2.2 半導体検出器 (semiconductor detector)	7
2.3 コリメータ (collimator)	8
2.3.1 パラレルホールコリメータ (parallel hole collimator)	8
2.3.2 ダイバージングコリメータ (diverging collimator)	8
2.4 提案システム	9
2.4.1 ダイバージング SPECT システム	9
2.4.2 システム上の問題点	9
第3章 画像再構成理論	11
3.1 コーンビーム投影システムとの類似性	11
3.2 コーンビーム投影理論	12
3.3 ラドン変換・ラドン逆変換	14
3.4 再構成手法 (微分型解析的再構成法)	15
3.4.1 概要	15
3.4.2 Grangeat's algorithm	15
コーンビーム X 線変換	15
3D ラドン変換の一次偏微分	16
重み付きコーンビーム X 線変換	16
再構成処理 (Step1 Convolution)	16
再構成処理 (Step2 Backprojection)	17
3.4.3 Hu's algorithm	18
3.4.4 Yang's algorithm	18
3.5 再構成手法 (リビニングアルゴリズム)	22
3.5.1 概要	22
3.5.2 P(planar)-FDK Method	23
3.5.3 T(tent)-FDK Method	25
3.5.4 FDK-slant Method	26
第4章 シミュレーション	28
4.1 ファントム	28
4.2 シミュレーション画像への雑音付加	29

4.2.1	雑音割合の計算	29
4.3	SPECT システムにおける様々な再構成法の適用	30
4.3.1	シミュレーション条件	30
4.4	シミュレーション結果	31
4.4.1	w/o noise : FDK method, Yang's algorithm	31
4.4.2	w/o noise : T-FDK method, FDK-slant method	32
4.4.3	w/ noise : FDK-method, Yang's algorithm	33
4.4.4	w/ noise : T-FDK method, FDK-slant method	34
4.5	コーン角の変化による再構成画像への影響	35
4.6	再構成手法別における雑音耐性	36
4.6.1	カウント数 : 10 M	36
4.6.2	カウント数 : 30 M	37
4.6.3	カウント数 : 100 M	38
4.7	雑音補正フィルタを用いての画像への影響	39
4.7.1	カットオフ周波数 : 0.25 cycles/pixels (10 M)	39
4.7.2	カットオフ周波数 : 0.25 cycles/pixels (60 M)	40
4.7.3	カットオフ周波数 : 0.25 cycles/pixels (100 M)	41
4.7.4	カットオフ周波数 : 0.5 cycles/pixels (10 M)	42
4.7.5	カットオフ周波数 : 0.5 cycles/pixels (60 M)	43
4.7.6	カットオフ周波数 : 0.5 cycles/pixels (100 M)	44
4.8	原画像と結果画像の差分に基づく定量的評価	45
4.9	再構成手法別による計算時間の比較	46
第5章	考察	48
5.1	ダイバージング SPECT システム	48
5.2	再構成手法 (微分型解析的手法)	49
5.3	再構成手法 (リビニング法)	50
5.4	コーン角の大きさによる再構成画像の画質への影響	50
5.5	再構成手法における雑音耐性	51
5.6	雑音補正フィルタについて	51
5.7	MSE による評価	52
5.8	計算時間による再構成手法の評価	52
第6章	まとめ	54
	謝辞	55
	参考文献	56
	発表論文	58
付録A	FORE 法	A1
A.1	Frequency distance relation(FDR)	A1
A.2	FORE algorithm	A2



Abstract

Single photon emission CT (SPECT) systems with a semiconductor detector have several advantages compared with conventional SPECT systems with a NaI(Tl) scintillation detector in terms of energy resolution and spatial resolution. On the other hand, one of the disadvantages of the detector is a small field-of-view (FOV), and thus we proposed a new SPECT system with a diverging collimator to enlarge the FOV. In this SPECT system with the diverging collimator, the effect of the shadow zone and a truncation problem in the axial direction should be considered. And to cope with this problem, we adopted an FBP-type cone-beam reconstruction algorithm with Radon space interpolation, which was proposed by Yang et al. This method reconstructs more accurate images than the Feldkamp, Davis, Kress (FDK) method or Grangeat's method. In this study we evaluated the images reconstructed with Yang's method applied to the data acquired with a diverging collimator. The results obtained with simulations showed the feasibility of the SPECT system with a semiconductor detector and a diverging collimator.

第1章 はじめに

近年、医療現場において核医学診断装置を用いた医療診断は大きな役割を担っている。核医学診断装置の歴史は、1947年に Kallmann が光電子増倍管の先端にナフタレン結晶を付けたシンチレーション検出器を初めて開発したことに始まる。また、1951年にイギリスの Meyneord らとアメリカの Cassen らが体内の放射線同位元素 (RI) の分布を体外計測し、画像として記録することに成功している。そして、1958年に Anger によりガンマカメラが発明され、核医学は大きな進展を成し遂げた。1972年にイギリスの EMI 社の Hounsfield によって人体の断面を画像化する断層面撮影装置である CT (Computed Tomography : CT) が開発された。CT とは被検体に指向性のある放射線を照射し、その断層面図をコンピュータを用いて再構成を行い、映像化するものである。この CT 技術によって、人体を傷つけることなく内部の構造を断層画像として見ることができ、病変部分の早期発見や、臨床診断で大きな役割を担うことになる。CT には線源を被検体の外部に置き、多方向から X 線を照射し、透過してきた X 線を検出器で測定し、その吸収係数分布から断層画像を再構成し表示する透過型 CT (Transmission CT) と、被検体内に線源を分布させ被検体外にある検出器で検出した線源分布から断層画像を表示する放射型 CT (Emission CT) がある。X 線 CT は前者に属し、SPECT (Single Photon Emission CT : SPECT) や陽電子放射型 CT (Positron Emission CT : PET) は後者に属する。

本研究で取り扱う SPECT システムでは一般的に NaI 検出器が用いられているが、シンチレータと光電子増倍管を用いた構成となるために空間分解能が低く、また、NaI の性質によりエネルギー分解能も低い。一方、近年研究が進められている常温使用が可能な半導体検出器はピクセル型検出器であり、固有空間分解能を小さくする事が可能で、かつエネルギー分解能も高いために、次世代の核医学診断装置として有望視されている。このような半導体検出器の欠点は、その結晶生成の過程においてロッドのサイズを大きく出来ない点にある。また、均一な分布の結晶が要求されるため、コストが高いという欠点があり、従来のパラレルホールコリメータを装着させただけでは視野が狭いという問題点がある。パラレルホールコリメータを用いた場合でもマウスなどの小動物イメージングには適用できるが他の小動物や人間へのイメージングを考えた場合、対象物の大きさが制限されるため、このような半導体検出器の適用は小動物などの有効視野の狭い対象物に限られているというのが現実である。我々はこのような半導体検出器を用いた SPECT システムの実現に向けて様々な研究を行ってきた。半導体検出器の持つ有効視野が狭いという欠点を克服する一つの手立てはダイバージングコリメータを検出器の前面に装着することである。このようなダイバージングコリメータと半導体検出器の組み合わせにより、比較的大きな臓器も SPECT 画像として映像化することが可能となる。本研究では、半導体検出器にダイバージングコリメータを装着することにより視野を拡大させる。しかしながら、提案するダイバージング SPECT システムにおいて画像再構成を行う際にいくつかの問題が発生する。一つ目は shadow zone の影響による画質劣化である。二つ目は体軸方向におけるトランケーションによるアーチファクトの発生である。これらの問題を解決するために、我々はダイバージング SPECT が平面軌道のコーンビーム投影と類似していることに着目し、コーンビーム投影においてこれらの問題を解決するために開発された画像再構成法を適用した。本研究の目的はダイバージング SPECT シス

テムで得られた画像の画質改善を行うことである。

コーンビームのように一周で投影データを得るタイプのシステムで画像を再構成する場合、不完全データという問題が発生する。特にこのような不完全投影データから三次元物体を再構成する場合、仰角(コーン角)の大きな角度方向で得られたデータに対しての再構成は歪みが大きく、大きなボケが体軸方向に発生する。これはいわゆる、shadow zone の影響によるものであり、この不完全な投影データを用いて高画質のCT画像を再構成する方法が1998年に Grangeat らによって開発された。また、投影経路が物体に対して斜めに設定されてしまい、結果として再構成画像の中に歪みとして現れてしまうトランケーションと呼ばれる不完全データ問題に対しては、Grangeat 法を基にし、高画質な画像を再構成する手段が2000年代になり Hu や Yang らによって開発されてきた。本論分では提案するシステムに対して Yang らの手法を用いシミュレーションを行い、従来用いられていた解析的手法であるFDK(Feldkamp-Davis-Kress)法と比較する。また、コーン角の大きさによる影響、および量子雑音の点で評価を行い、MSE(Mean Square Error :平均二乗誤差)を用いて画像の定量的な評価を行う。

第2章 SPECTシステム

2.1 Single Photon Emission CT : SPECT

現在、医療現場で用いられている臓器の機能診断システムとしてSPECTとPETがある。SPECTの性能指標である空間分解能は7~8 mm程度であるのに対し、PETの空間分解能は4~5 mmとなっている。本研究では単光子放射核種を用いたSPECTシステムに着目する。このSPECTシステムでは主にNaIシンチレーション検出器が用いられ、製造過程から安価のため、検出器の大型化が可能であるという利点がある。しかし、空間分解能の点から見ると臓器の機能部位を正確に特定できないという問題点がある。そこで、現在開発が進められているCdTeやCdZnTe(CZT)を用いた半導体検出器を用いることにする。この検出器は比較的エネルギー分解能、空間分解能が高いという利点があり、高解像度の診断画像を得られるので現在最も注目されている検出器である。ここではシンチレーション検出器、半導体検出器の基本的な原理について述べる。

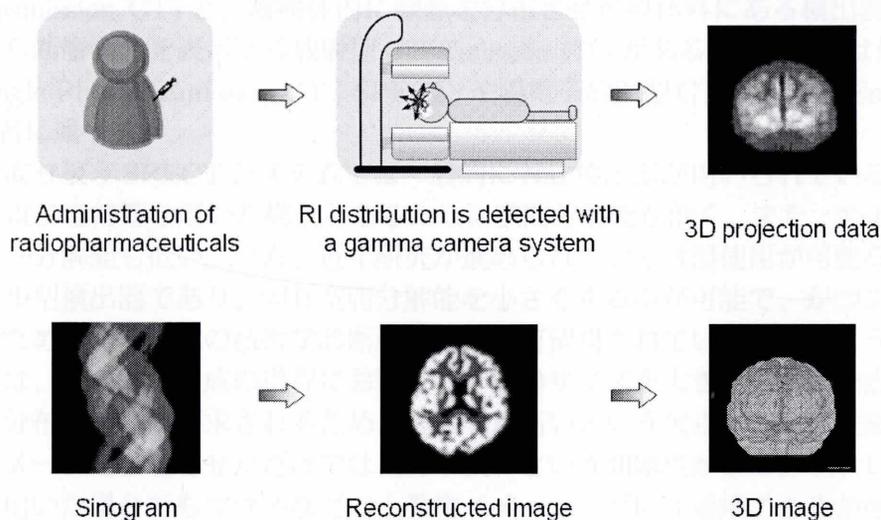


Fig. 2.1: SPECT system

2.2 ガンマカメラ (Gamma camera)

ガンマカメラとは、被検体内に放射線医薬品を投与し、その被検体内のガンマ線分布を検出することにより映像化する装置である。ガンマ線を検出する検出器はシンチレーション検出器と半導体検出器の二種類に分類される。現在、医療現場では一般的にシンチレーション検出器が用いられている。この検出器は、人体の横幅を覆うことの出来る広い有効視野が確保できる特性を持っている。しかし、エネルギー分解能、空間分解能が低いという問題がある。分解能が低いと再構成したときの画像の画質を著しく低下させ、診断に影響を及ぼすのである。これらの問題点を解決するために近年、開発が進められている半導体検出器は、有効視野が狭いという欠点があるものの、エネルギー分解能、空間分解能が高いという利点があり、次世代のガンマカメラシステムとして非常に有望視されている。

2.2.1 シンチレーション検出器 (scintillation detector)

シンチレーション検出器はシンチレータと光電子増倍管からなるものである。放射線がシンチレータに入射し、その中でエネルギーを失うとその失ったエネルギーに比例した光を放出する。この光をシンチレーション(蛍光)と言い、光電子増倍管で何倍にも増幅し電氣的パルス信号に変換される。その後のパルスは増幅器(アンプ)によって増幅、波高分析器(PHA)によって分別され、1カウントとして記録される。ガンマ線やX線の検出器にはヨウ化ナトリウム(NaI[Tl])の検出器が用いられる。

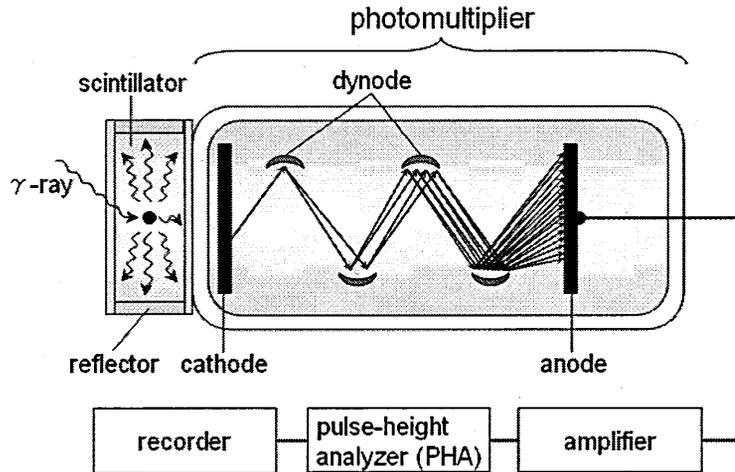


Fig. 2.2: scintillation detector

2.2.2 半導体検出器 (semiconductor detector)

放射線検出器に用いられる半導体としては、SiやGeなどの単結晶半導体素子が挙げられている。これらの素子はバンドギャップが小さいため、エネルギー分解能が非常に高いが、低温下でないと使用することができない。一方、CdTe系の化合物半導体は放射線の吸収効率が高く、室温での使用が可能である。このため、光電効果を利用することにより、シンチレーション検出器のように放射線を光に変換せずに検出できる室温動作の小型高感度検出器を作ることが可能である。半導体検出器は素子表面の電極をピクセル化して、各ピクセルに対応する読出回路を設置して構成されている。このようなピクセル形検出器の空間分解能は検出器の画素サイズに依存する。

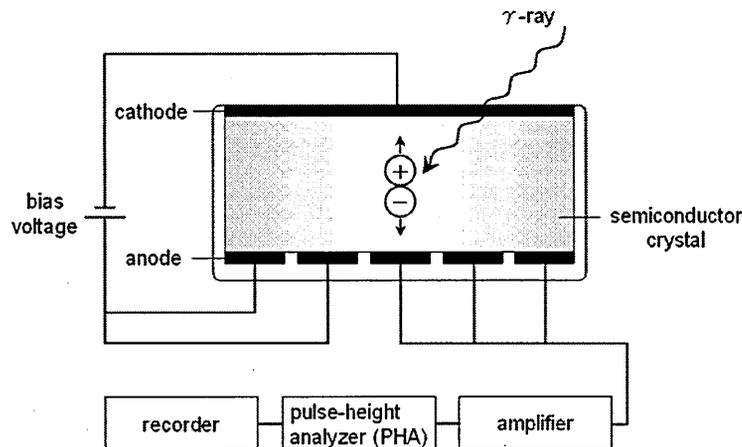


Fig. 2.3: semiconductor detector

2.3 コリメータ (collimator)

コリメータは検出器の表面に装着され、単光子放出核種から放出されるガンマ線の飛来方向を特定し検出器に入射させ、それ以外の方向から飛来するガンマ線を遮断するための装置である。これにより検出器はガンマ線の放射位置を正確に検出できる。そして、コリメータの存在はSPECTでの画質を決定する重大な役割を担っている。

コリメータにおいて、孔と孔との間の隔壁の厚さは検出の対象となるガンマ線のエネルギーと関連性があり、通常、隔壁を透過するガンマ線の割合が5%以下になるような厚さを設計の目安にしている。このため高いエネルギーのガンマ線を計測する場合には、隔壁の厚さは低エネルギーのガンマ線を対象としたものよりも厚くなる。材質は通常、原子番号の大きい物質、例えばタングステン [W, 吸収係数: 36.284(140keV)]、鉛 [Pb, 吸収係数: 27.127(140keV)] などが使用される。コリメータの厚みが増加するほど散乱線を除去でき、より正確な光子の位置情報を知ることができる。その反面、検出感度は低下してしまう。

2.3.1 パラレルホールコリメータ (parallel hole collimator)

パラレルホールコリメータは、単光子放出型の放射性同位元素を利用する核医学診断で一般的に用いられているコリメータである。形状は鉛板に垂直方向の孔を平行に多数空けたもので、薄い鉛板を隔壁として無数の孔が平行に並んだ形状となっている。コリメータの諸特性はコリメータの厚さ、孔の直径、形状、隔壁の厚さなどによって決まる。これらの組み合わせによって中エネルギー用や低エネルギー用のものがあり、他に汎用、高分解能用、高感度用などの種類があり、目的や用途に応じて選択することができる。ガンマ線のエネルギーが高いほど透過力が強いため、解像度を犠牲にしてコリメータの厚さや隔壁の厚さを変えたりする。また、高感度ほど孔径を大きくしている。

2.3.2 ダイバージングコリメータ (diverging collimator)

ダイバージングコリメータは各孔の形状を検出器から放射状に広げたものであり、線源をコリメータ面から離すことによって検出器より大きい被写体でも有効視野内に納めることができる。パラレルホールコリメータは鉛などのガンマ線を阻止することができる金属板に孔を空けることによって製造している。しかし、ダイバージングコリメータは異なる角度の孔で構成しているため、パラレルホールコリメータと同様の製造方法は困難である。そこで、我々はタングステンの薄いプレートに孔を空け、それを何層にも重ねることで異なる孔を持つダイバージングコリメータを製造した。

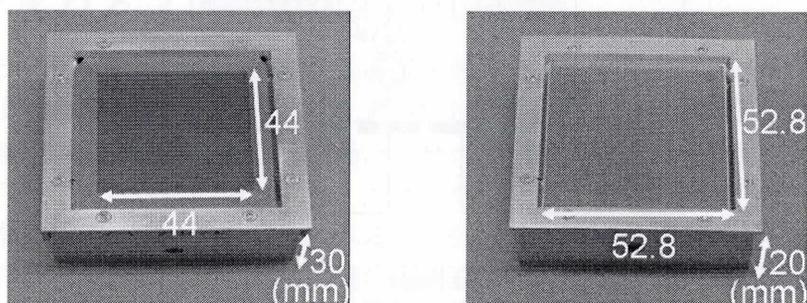


Fig. 2.4: left:parallel-hple, right:diverging-hole

2.4 提案システム

2.4.1 ダイバージングSPECTシステム

近年、SPECTでは臨床で用いられているシンチレーション検出器に代わり、室内で使用する事の出来る半導体検出器を使い、高分解能を実現する研究が行われている。それは半導体検出器がシンチレーション検出器に比べ、高いエネルギー分解能、空間分解能、コントラスト分解能を有することが利点にある。一方、このような半導体検出器の欠点は、その結晶生成の過程においてロッドを大きく出来ない点である。また、均一な分布の結晶が要求されるため、歩留が悪く、コストが高いという問題があり、大きな検出器を構成することが困難であり、従来の平行多孔型コリメータでは視野が狭い。故に、従来のパラレルホールコリメータを装着させただけでは視野が狭く、半導体検出器の適用は小動物などの有効視野の狭い対象物に限られているというのが現実である。半導体検出器に関する研究はA.Zumbiehlらや、Y.Eisenらによっても行われているが、構成される検出器は小型であり、臨床への適用には至っていない。

この半導体検出器の持つ有効視野が狭いという欠点を克服する一つの手立ては焦点距離の身近なダイバージングコリメータと半導体検出器の組み合わせにより、パラレルホールコリメータを装着した時よりも視野が広がり、比較的大きな臓器もSPECT画像として映像化することが可能となる。

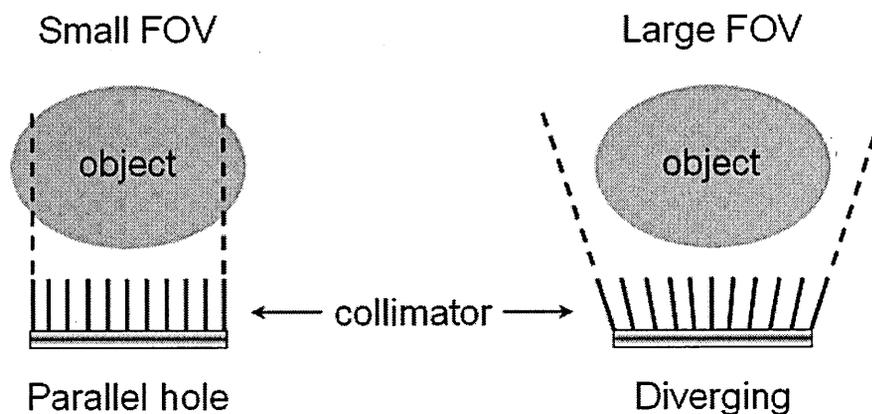


Fig. 2.5: Deference of Filed of View(FOV)

2.4.2 システム上の問題点

ダイバージングコリメータを用いることで我々は有効視野を広げることに成功した。しかし、このシステムの画像再構成において新たに shadow zone 問題と体軸方向におけるトランケーション問題について考えなければならない。これらの問題は再構成画像に歪みをもたらす、結果として画質が劣化する要因となるのである。そこでダイバージングSPECTが平面軌道のコーンビーム投影に類似していることに着目し、X線CTの領域において開発が進められているアルゴリズムを適用する。

そもそも平面軌道でのコーンビーム投影は、一回転で特定の臓器全体をカバーし、三次元データを取得することが可能という利点を持ち、簡単化・回転対称性のために幅広く利用されてきた。しかし、そこから得られる再構成画像は近似的なもののみとされる。三次元ラドン空間上では、平面軌道のコーンビーム投影で得られるデータは円環状の領域のみでしか完全なデータが得られない。この円環状の領域以外の場所が "shadow zone" と呼ばれる。こ

の shadow zone は再構成画像に歪みを発生させる要因となる。ここで言う歪みとは、コーン角が大きい位置における再構成画像の強度を落としてしまい、結果として画質を劣化させてしまうのである。

このようなダイバージェンスコーンを用いた一周で投影データを得るタイプのシステムにより画像を再構成する場合、従来のコーンビーム CT で生じていたデータの不完全問題が発生する。特にこのような不完全投影データから三次元物体を再構成する場合、コーン角の大きな角度方向で得られたデータに対しての再構成は歪みが大きく、大きなボケが体軸方向に発生する。これはいわゆる shadow zone の影響によるものであり、このような不完全投影データを用いて高画質の CT 画像を再構成する方法が Grangear らによって開発されてきた。しかし、ダイバージェンスコーンを用いて有効視野を広げることにも成功しても、非常に大きな物体に対してはどうしてもトランケーションが発生してしまう。この問題が発生してしまった時は Yang らが提案した手法を用いて問題を解決することができた。Yang らが提案した手法は shadow zone 及びトランケーションに対して有効な手法と知られており、本研究において重要な手法のうちの一つとして用いる。shadow zone とトランケーションの影響を受けたシミュレーション結果を Fig. 2.6 に示す。また、その他にも shadow zone の影響を受けないリビンング法についての画像再構成理論についても次章で述べる。

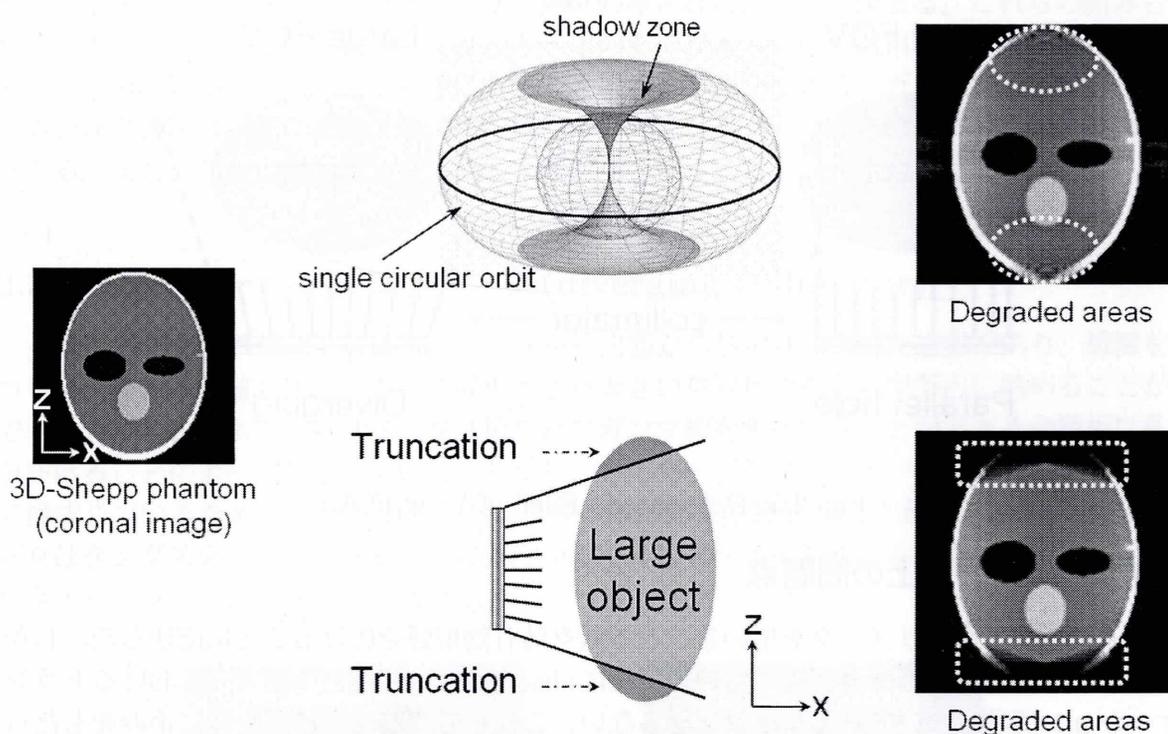


Fig. 2.6: Occured problem(left:original image, up:shadow zone, bottom:truncation)

第3章 画像再構成理論

3.1 コーンビーム投影システムとの類似性

前述ではダイバージング SPECT システムがコーンビーム投影システムに類似していることを述べた。そこで、ここではダイバージング SPECT システムとコーンビーム投影システムの類似性について検証を行う。

X線 CT システムでは、X線源から X線ビームを放射し検出器で検出する。このときビームが物体を透過することによって、その物体の吸収係数に伴い入射 X線強度よりも X線強度が弱くなる。吸収係数のより高い物体を透過すると検出器で検出される X線強度は弱くなる。一方で、SPECT システムでは、被検体内に放射性同位元素を投与し、ガンマカメラにより薬剤の濃度分布を検出する。このとき、X線 CT システムでの線源から検出器までの距離と、SPECT での回転半径と焦点までの距離を同等のものとして考えた時に画像を再構成することが可能となる。故に我々は X線 CT システムにおける画像再構成法を適用し、SPECT 画像での画質改善を試みる。

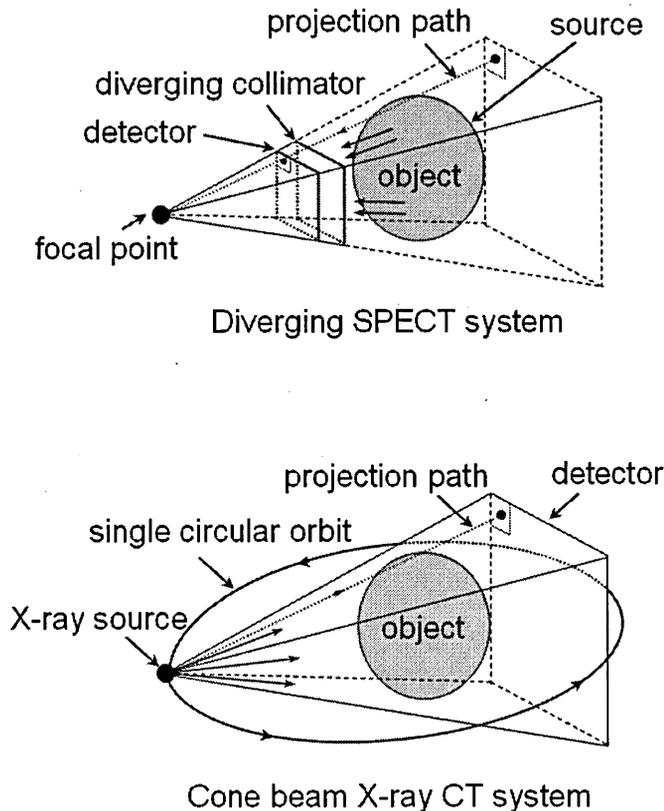


Fig. 3.1: Difference of SPECT and X-ray CT

3.2 コーンビーム投影理論

ここでは三次元再構成におけるコーンビーム投影理論について述べる。三次元画像を二次元画像の積み重ねで構成されていると考え、各断層ごとにスキャンと再構成を繰り返すことにより三次元画像を再構成する事が出来る。しかし、この方法はデータの収集に多大な計算時間を要するため効率が悪い。これを解決するために被写体を三次元的にスキャンするコーンビームを用いる。コーンビームによる測定は Fig. 3.2, Fig. 3.3 のようなジオメトリで行われる。線源と検出器は被写体を挟んで配置され、微小角度回転し投影を行う。一度に被写体全体をスキャンすることが出来るため、短時間で測定が可能である。

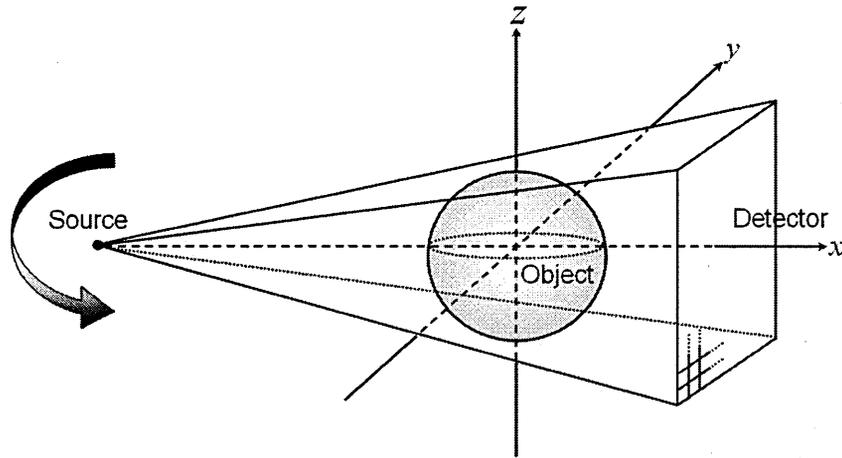


Fig. 3.2: conebeam geometry

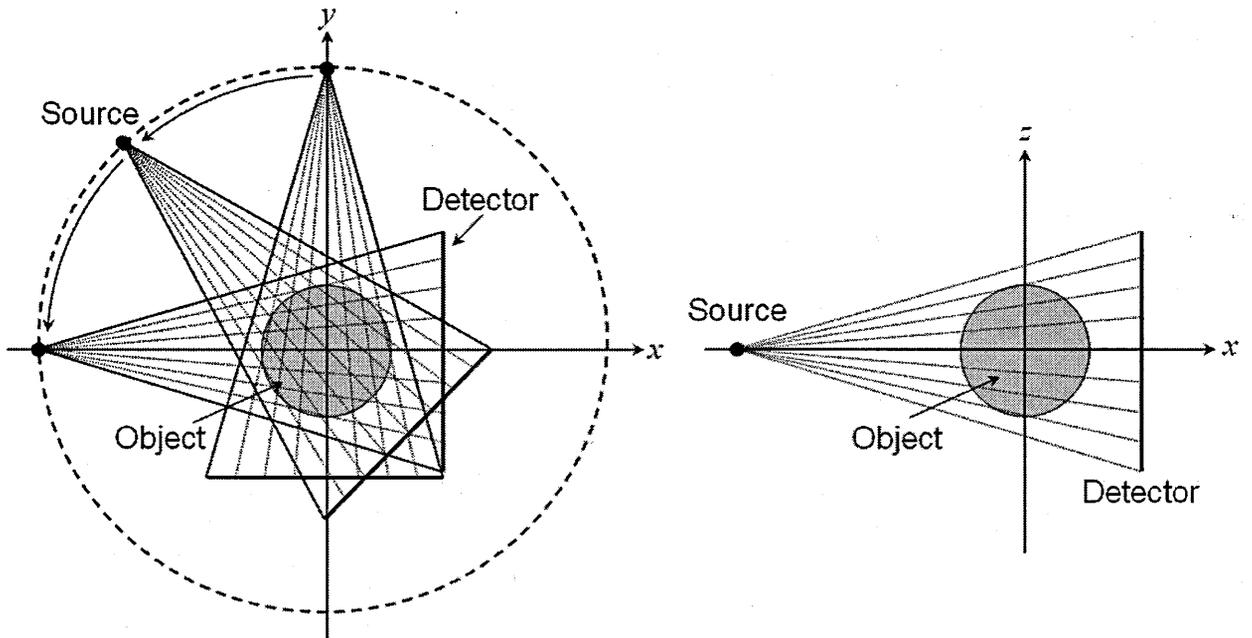


Fig. 3.3: Transverse component (left:top-view, right: side-view)

以下にコーンビームでのデータ収集アルゴリズムについて説明する。まず、単一の円軌道に沿ってコーンビームの頂点が横になっている場合について考えると、その頂点の動きは Eq.(3.1) に示される。

$$\vec{S}_\beta = \begin{pmatrix} R \cos(\beta) \\ R \sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ where } \beta \in [0, 2\pi) \quad (3.1)$$

この時 β は線源の投影角、 R は回転半径を示す。Fig. 3.4 に示すように正規直交型のベクトル \vec{e}_u, \vec{e}_v を検出器平面に定義すると、 $\vec{e}_w = \vec{e}_u \times \vec{e}_v$ となり、検出器の中心から原点までに描かれる直線状に位置する。そして検出器上の座標 (u, v) に対して、コーンビーム投影は次に示すとおりである。

$$p(u, v, \beta) = \int_0^\infty dt f(\vec{S}_\beta + t\vec{\alpha}) \quad (3.2)$$

この時のベクトル $\vec{\alpha}$ は

$$\vec{\alpha} = \frac{u \cdot \vec{e}_u + v \cdot \vec{e}_v - R \cdot \vec{e}_w}{\sqrt{u^2 + v^2 + R^2}} \quad (3.3)$$

簡単化のために、検出器平面の \vec{e}_v と x_3 軸は一致し、垂直とする。重み付けた投影データ $\hat{p}(u, v, \beta)$ は Ep.(3.4) に示すようになる。

$$\hat{p}(u, v, \beta) = \frac{R}{\sqrt{u^2 + v^2 + R^2}} p(u, v, \beta) \quad (3.4)$$

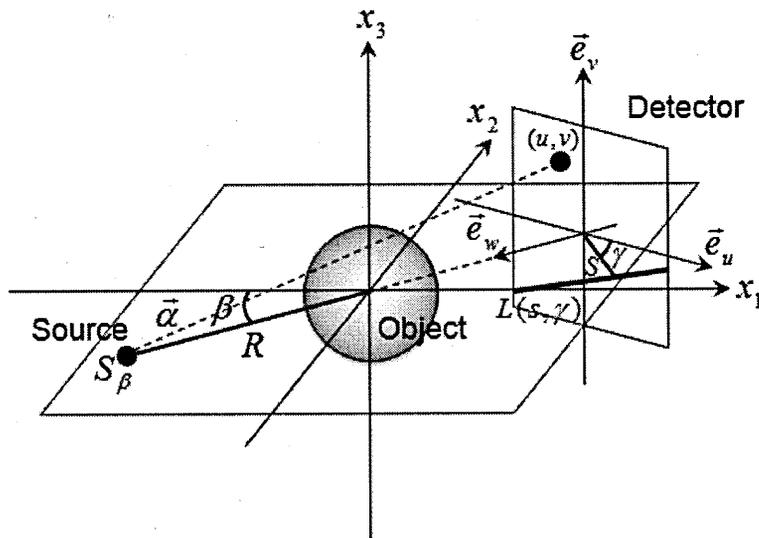


Fig. 3.4: Cone-beam data acquisition geometry

3.3 ラドン変換・ラドン逆変換

本研究で用いる再構成手法はラドン逆変換を基としている。本節ではラドン変換とその逆変換について述べる。

被写体 $f(\vec{x})$ の三次元ラドン変換 $R_f(\rho, \vec{n})$ は以下のようになる

$$R_f(\rho, \vec{n}) = \int \int_{\vec{x} \in \Pi(\rho, \vec{n})} d\vec{x} f(\vec{x}) \quad (3.5)$$

$$\Pi(\rho, \vec{n}) = \{\vec{x} \mid \vec{x} \cdot \vec{n} = \rho\} \quad (3.6)$$

ここで Fig. 3.5 右に示すように、 \vec{n} は角度 θ を持つ単位ベクトル、 ρ はその放射変数である。また、 $\Pi(\rho, \vec{n})$ は、 \vec{n} に垂直で原点から ρ の距離を持つ平面である。ベクトル \vec{n} は、極座標系で表示すると以下のようになる。

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

三次元ラドン逆変換に対し、FBP 法 (Filtered Backprojection method) を基礎とした手法において、再構成画像 $f(\vec{x})$ は変数 θ と ϕ 、それぞれに関して二次元の逆投影を行うことで再構成される。 $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ とすると再構成画像 $f(\vec{x})$ は Eq.(3.8) となる。

$$f(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi d\phi g(t, x_3, \phi) \Big|_{t=x_1 \sin \theta + x_3 \cos \theta} \quad (3.8)$$

$$g(t, x_3, \phi) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \left| \sin \theta \right| \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} R_f(\rho, \phi, \theta) \Big|_{\rho=t \sin \theta + x_3 \cos \theta} \quad (3.9)$$

ここで、 $R_f(\rho, \phi, \theta)$ は三次元ラドン逆変換 $R_f(\rho, \vec{n})$ の球座標表示である。

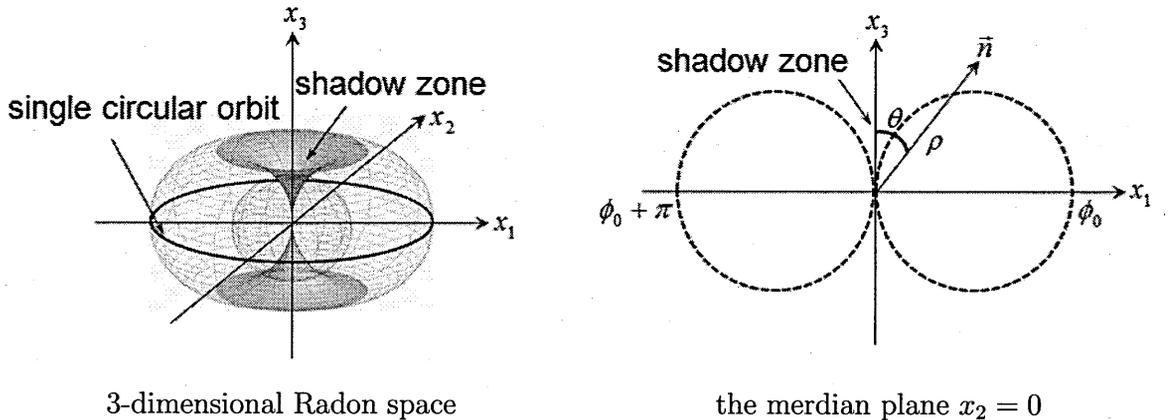


Fig. 3.5: the shadow zone in Radon space

3.4 再構成手法 (微分型解析的再構成法)

3.4.1 概要

FBP 法のような形で書かれている shadow zone を満たすラドン空間の補間アルゴリズムは、単一円軌道から得られたコーンビームデータの再構成画像に対して述べられている。ラドン変換を基にした手法は、ラドン空間における shadow zone の境界線でのデータの補間によって満たされている。shadow zone を満たすことを示した Grangeat アルゴリズムの公式は検出器平面上の線積分の三次元ラドン変換の一次微分に関連したものであり、shadow zone の境界線を基に shadow zone に対して重みを付けて補正をする。しかし、shadow zone の境界上での三次元ラドン変換の一次微分に対応する線積分は、トランケーションされていないファン角方向に沿っている。つまり、軸方向にトランケーションされたデータには対応しておらず、境界部分の再構成が正確にされていないのである。そこで、Yang らは単一円軌道からのトランケーションデータに対して最適である shadow zone を満たすための補間の公式を提案した。我々の用いるダイバージング SPECT システムでは散乱の影響を減らすためにできるだけ検出器を被写体に近づけてデータ収集を行いたい、そのことによってコーン角が大きくなってしまい、shadow zone の影響が大きくなり再構成画像の強度が落ちてしまう。また、大きな被写体に対して小さな検出器を用いるため、軸方向に対するトランケーション問題が発生する。従来 SPECT システムにおいては、コーンビームデータとしてデータを扱っておらず、これらの問題に対して考慮されていなかったのだが、この手法を用いる事によって shadow zone 問題、トランケーション問題において解決する事ができる。また、Yang のアルゴリズムは X 線 CT システムを想定して考案された再構成アルゴリズムであるが、提案システムでは被写体に対して検出器を近づけることで開口の影響も低減し、無視できる状況であることを含め、ダイバージングコリメータを用いた事でコーンビームデータ収集法の状況に類似した環境であるためにこの手法を適用する。そのことにより、SPECT システムにおいてコーンビームデータからの良質な三次元再構成画像を期待できる。本節では Yang のアルゴリズムおよび、Yang のアルゴリズムの基礎となる Grangeat アルゴリズム、Hu アルゴリズムについて述べる。

3.4.2 Grangeat's algorithm

Grangeat アルゴリズムを用いた画像再構成ではラドン逆変換を基本としており、Grangeat らが提案した式に重みを掛け合わせることで shadow zone の補間を行い、画像を再構成する。また、Grangeat アルゴリズムでは効率的な実装を行うためにステップを二つに分けて画像を再構成する。まず再構成式を定式化するための準備として、コーンビーム X 線変換について以下について述べる。

コーンビーム X 線変換

コーンビームを用いた X 線変換では先に述べた、コーンビーム投影理論と重複する面があるので簡単に以下にデータ収集システムをモデル化した式について示す。

$$Xf(S, A) = \int_{a=0}^{\infty} f(S + a \cdot \vec{v}_1) da \quad (3.10)$$

このとき、 (x, y, z) 座標系におけるパラメータ M での rebinned-X 線変換の式が次のようになる。

$$\tilde{X}f(\phi, B) = \int_{M \in D(\phi, B)} f(M) dM \quad (3.11)$$

3D ラドン変換の一次偏微分

3D ラドン変換 Rf の式はラドン変換を基本として三次元形式で定式化すると以下のようになる。

$$Rf(\rho, \vec{n}) = \int \int_{M \in P(\rho, \vec{n})} f(M) dM \quad (3.12)$$

ここで、距離 ρ における一次偏微分 $\dot{R}f$ は以下のようになる。

$$\dot{R}f(\rho, \vec{n}) = \frac{\partial Rf}{\partial \rho}(\rho, \vec{n}) \quad (3.13)$$

以上のことより、逆ラドン変換は以下のようになる。

$$f(M) = -\frac{1}{8\pi^2} \int \frac{\partial Rf}{\partial \rho}(\vec{OM}, \vec{n}) d\vec{n} \quad (3.14)$$

重み付きコーンビーム X 線変換

重み付きの X 線変換 Yf は、検出器平面上の点 A において、以下のようになる。

$$Yf(S, A) = \frac{\|\vec{SO}\|}{\|\vec{SA}\|} \cdot XA(S, A) \quad (3.15)$$

また、上記の式の積分 SYf は以下のようになる。

$$SYf(S, A) = \int_{A \in D(S, \vec{n})} Yf(S, A) dA \quad (3.16)$$

この時の X 線変換とラドン変換の一次微分は以下の関係が成り立つ。

$$Yf(S, \vec{n}) = \frac{\|\vec{SO}\|^2}{\|\vec{SA} \wedge \vec{n}\|^2} \quad (3.17)$$

再構成処理 (Step1 Convolution)

効率的な実装のために処理を二つに分けて再構成を行うが、まず最初の Step として経線面に対して θ にわたり積分を施す。

Fig. 3.6 左に示す B を経線面と M の交点とする。このとき、フィルタ付き X 線変換の式は以下のように示すことができる。

$$HD\tilde{X}f(\phi, B) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial Rf}{\partial \rho} (\vec{OB} \cdot \vec{n}, \vec{n}) \cdot |\sin \theta| d\theta \quad (3.18)$$

HDはフィルタであり ramp-filtrerを用いる。このフィルタを用いることで shadow zone に対して重み付けを行う。フィルタの式を以下に示す。

$$f[HD](v, \theta) = |v| \cdot |\sin \theta| \quad (3.19)$$

ここで、 \hat{f} をフーリエ変換とすると、以下の二つの式が得られる。

$$Rf(\rho, \vec{n}) = \int_{v=-\infty}^{\infty} \hat{f}(v, \vec{n}) e^{2i\pi v \rho} dv \quad (3.20)$$

$$\tilde{X}f(\phi, B) = \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{v=-\infty}^{\infty} \hat{f}(v, \vec{n}) e^{2i\pi v \vec{OB} \cdot \vec{n}} d\theta dv \quad (3.21)$$

以上の式から、Step1でのフィルタリング後の式を以下に示す。

$$HD\tilde{X}f(\phi, B) = \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{v=-\infty}^{\infty} \hat{f}(v, \vec{n}) e^{2i\pi v \vec{OB} \cdot \vec{n}} \cdot v^2 \cdot |\sin \theta| d\theta dv \quad (3.22)$$

再構成処理 (Step2 Backprojection)

Step2として、各回転角に対してフィルタ付き X線変換 $HD\tilde{X}f$ の逆変換を行い再構成画像 $f(M)$ を得る式を以下に示す。

$$f(M) = \int_{\phi=0}^{\pi} HD\tilde{X}f(\phi, B(\phi, M)) d\phi \quad (3.23)$$

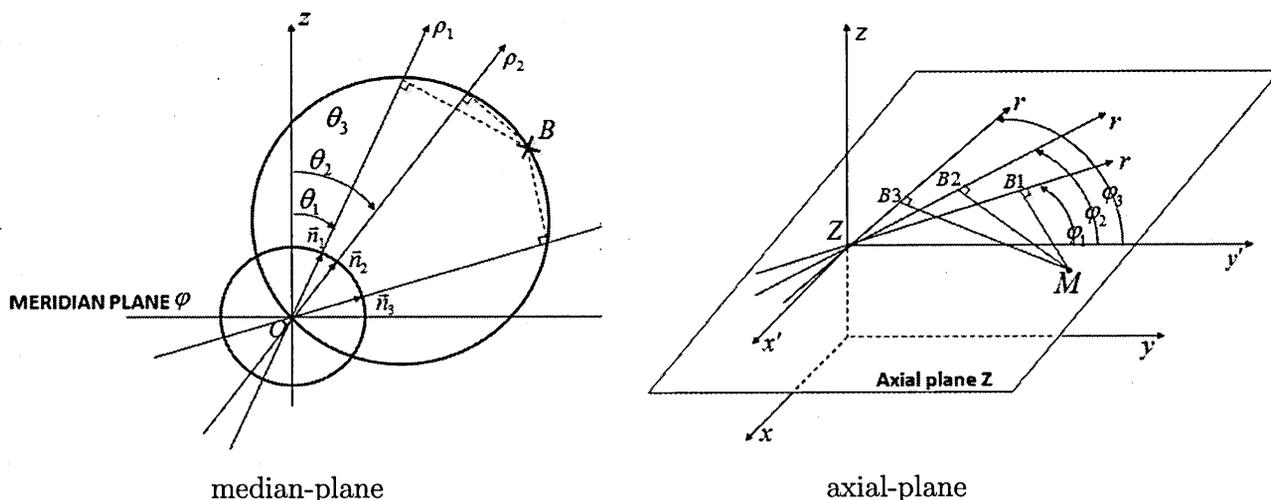


Fig. 3.6: detector position for Grangeat's algorithm

3.4.3 Hu's algorithm

Hu アルゴリズムでは Grangeat らが提案した式を元に考案されたものである。このアルゴリズムの特徴としては Grangeat アルゴリズムで補間することの出来なかった shadow zone の境界線上を補間することが可能となる。また、Hu のアルゴリズムでは再構成式を shadow zone f_G 、shadow zone 境界線 f_H 、に分けてそれぞれを再構成する。この考えは後に述べる Yang のアルゴリズムの基本となる理論である。

$$f_G(M) = -\frac{1}{8\pi^2} \int_{S(\Gamma)} \frac{\partial \hat{R}f}{\partial \rho} (\vec{OM} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (3.24)$$

$$f_H(M) = -\frac{1}{8\pi^2} \int_{S(H)} \frac{\partial \hat{R}f}{\partial \rho} (\vec{OM} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (3.25)$$

f_G に対しては shadow zone を補間することのできる Grangeat アルゴリズムを用いる。 $f_H(M)$ に対しては Hu が提案した式を用いる。ここで、さらに $f_H(M)$ を境界線部位 $f_{H_0}(M)$ とその他の部位 $f_{H_1}(M)$ に分けて考え、その式を以下に示す。

$$f_{H_0}(M) = \frac{1}{2} \oint \frac{R^2}{(R + \vec{OM})^2} \int \int FP_{\vec{OS}}(w, \phi) \cdot \sin \phi e^{j2\pi w} (y_0 \sin \phi + z_0 \cos \phi) d\phi dw \quad (3.26)$$

$$f_{H_1}(M) = \frac{1}{2} \oint \frac{R}{R + \vec{OM}} \cdot x \int \int FP_{\vec{OS}}(w_y, w_z) j w_z e^{j2\pi w_z} dw_y dw_z \quad (3.27)$$

以上より Eq.(3.24)、Eq.(3.26)、Eq.(3.27) の画像を合成して得られた再構成画像が以下の式となり、Hu アルゴリズムで得た画像である。

$$f_H = f_{H_0}(M) + f_{H_1}(M) + f_G(M) \quad (3.28)$$

3.4.4 Yang's algorithm

単一円軌道でのコーンビーム投影は、簡単化、回転対象性のために幅広く利用されてきた。しかし、そこから得られる再構成画像は近似的なもののみ可能であった。コーンビームの三次元ラドン空間上の特性というものは、Fig. 3.5 左に示すように円環状になっており、shadow zone と呼ばれる領域が存在する。この領域において、コーンビームでは十分なデータが得られない。また、従来手法の FDK 法といった再構成手法ではこの領域における再構成画像の強度が落ちてしまい、十分に精度の良い状態での画像を得ることが出来ていなかったのも現実である。そこで Yang らの提案したアルゴリズムでは (1) shadow zone、(2) shadow zone 境界線、(3) その他の領域に分類してそれぞれを Grangeat アルゴリズム、Hu アルゴリズム、FDK アルゴリズムで再構成を行う。

$$f_x = f_{FDK} + f_{Hu} + f_N \quad (3.29)$$

ここで f_{FDK} は FDK 法にあたる。shadow zone の境界線を表している f_{Hu} は Hu によって提案された再構成アルゴリズムであり、FDK 法において利用されていない円軌道からの得られたデータである。そして、 f_N は Grangeat アルゴリズムにより shadow zone 上のデータを補間することによって推定されるデータである。

第一に本再構成手法の要である shadow zone とその境界線について以下に述べる。この再構成法の基盤となっている Grangeat アルゴリズムでは、三次元ラドン空間における単一円軌道で得られたコーンビーム投影によって得られない領域である shadow zone が存在するというを明言している。この shadow zone は球座標系において $|\rho| > R |\sin \theta|$ で表される領域内に存在する。また、三領域の定義としてその他の二つの領域は、shadow zone の境界線が $|\rho| = R |\sin \theta|$ 、その他の領域が $|\rho| < R |\sin \theta|$ となっている。($\rho, R, \sin \theta$ については Fig. 3.5 右を参照)

Grangeat が提案した再構成式は、検出器上の線積分に対するラドン変換の一次偏微分 $\frac{\partial}{\partial \rho} Rf(\rho, \vec{n})$ に関するものである。検出器において、 u 軸で角度 γ を作り、原点から距離 s の直線 $L(s, \gamma)$ で以下の式を定義する。

$$J_\beta(s, \gamma) = \int \int_{(u,v) \in L(s,\gamma)} du dv \hat{p}(u, v, \beta) \quad (3.30)$$

Grangeat は以下の関係を証明している。

$$\frac{\partial}{\partial \rho} Rf(\rho, \vec{n}) = \frac{s^2 + R^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial s} J_B(s, \gamma) \quad (3.31)$$

ここで、

$$\rho = \vec{n} \cdot \vec{S}_\beta \quad (3.32)$$

$$\vec{n} = \frac{R \cos \gamma \vec{e}_u + R \sin \gamma \vec{e}_v + s \vec{e}_w}{\sqrt{R^2 + s^2}} \quad (3.33)$$

Fig. 3.5 において、 $\phi = \phi_0$ 上の面でのベクトル \vec{n} について考える。shadow zone の境界線は $|\rho| = R |\sin \theta|$ と表せる点 (ρ, ϕ_0, θ) である。

Eq.(3.32) から、Eq.(3.31) で用いられたコーンビームの頂点は \vec{S}_{ϕ_0} である。 $\vec{n}, \vec{e}_v, \vec{e}_w$ の三つのベクトルは同じ平面上に存在する。それ故に、Eq.(3.33) は $\cos \gamma = 0$ を意味している。よって、Eq.(3.30) における積分は、 $x_1 - x_2$ 平面方向のファンビームである \vec{e}_u 方向に沿って実行される。

$$\hat{J}_\phi(v) = \frac{\partial}{\partial v} \int du \hat{p}(u, v, \beta) \quad (3.34)$$

$$\hat{J}_\phi(v) = \frac{v^2 + R^2}{R^2} \hat{J}_\phi(v) \quad (3.35)$$

このとき、shadow zone の境界線での Grangeat の公式は Eq.(3.36) のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial \rho} Rf(\rho, \phi, \theta) = \hat{J}_\phi(v) \quad (3.36)$$

$$\bar{\theta}(\rho) = \sin^{-1} \frac{\rho}{R}, \quad \bar{v}(\rho) = \frac{R\rho}{\sqrt{R^2 - \rho^2}} \quad (3.37)$$

次に shadow zone の線形補間について述べる。shadow zone で失われたデータを推定するために、球座標系の θ 軸方向に沿った補間を行う。

ある特定の $\rho = \rho_0$ に対し、 $\theta_0 = \bar{\theta}(\rho_0)$, $v_0 = \bar{v}(\rho_0)$ であるとする、shadow zone では、三次元ラドン変換の一次偏微分は Eq.(3.38) のように推定できる。

$$\frac{\partial}{\partial \rho} R_f(\rho, \phi, \theta) \Big|_{\rho=\rho_0} \approx \hat{J}_\phi(v_0) \left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{2\theta_0} \right) + \hat{J}_{\phi+\pi}(v_0) \left(\frac{1}{2} - \frac{\theta}{2\theta_0} \right) \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} R_f(\rho, \phi, \theta) \Big|_{\rho=\rho_0} \approx K_0(\rho, \phi, \theta) + K_1(-\rho_0, \phi + \pi, \theta) \quad (3.39)$$

ここで $K_0(\rho_0, \phi, \theta)$ は Eq.(3.38) の右辺第一項の微分、 $K_1(-\rho_0, \phi, \theta)$ は右辺の第二項の微分を示している。

また、再構成を行う際、FBP 型の推定を行い結果画像を得る。再構成画像 $f_N(\vec{x})$ は三次元ラドン逆変換 (Eq.(3.8), Eq.(3.9)) を書き換えることによって、Eq.(3.39) として表すことができる。

$$f_N(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi d\phi g_N(t, x_3, \phi) \Big|_{t=x_1 \cos \phi + x_2 \sin \phi} \quad (3.40)$$

このとき、 $g_N(t, x_3, \phi)$ は以下のように表わされ、 $\theta_+(t, x_3)$ と $\theta_-(t, x_3)$ は Eq.(3.42) と定義される。

$$g_N(t, x_3, \phi) = \int_{\theta_-(t, x_3)}^{\theta_+(t, x_3)} d\theta |\sin \theta| \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} R_f(\rho, \phi, \theta) \Big|_{\rho=t \cos \theta + x_3 \sin \theta} \quad (3.41)$$

$$\theta_+(t, x_3) \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{x_3}{R-t}\right) & (x_3 \geq 0) \\ \tan^{-1}\left(-\frac{x_3}{R+t}\right) & (x_3 < 0) \end{cases} \quad \theta_-(t, x_3) \begin{cases} \tan^{-1}\left(-\frac{x_3}{R+t}\right) & (x_3 \geq 0) \\ \tan^{-1}\left(-\frac{x_3}{R-t}\right) & (x_3 < 0) \end{cases} \quad (3.42)$$

Eq.(3.42) に Eq.(3.39) を代入し、Eq.(3.40) を公式化する。

$$f_N(\vec{x}) \approx -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi h_N(t, x_3, \phi) \Big|_{t=x_1 \cos \phi + x_2 \sin \phi} \quad (3.43)$$

ここで、

$$h_N(t, x_3, \phi) = \begin{cases} \int_{\theta_-(t, x_3)}^{\theta_+(t, x_3)} d\theta |\sin \theta| K_0(\rho_0, \phi, \theta) \Big|_{\rho=t \sin \theta + x_3 \cos \theta} & (\phi < \pi) \\ \int_{\theta_+(-t, x_3)}^{\theta_-(-t, x_3)} d\theta |\sin \theta| K_1(-\rho_0, \phi, \theta) \Big|_{\rho=t \sin \theta + x_3 \cos \theta} & (\phi \geq \pi) \end{cases} \quad (3.44)$$

Eq.(3.44) は shiftvariant 型のフィルタリングとしてみなされる。そして、 ϕ は回転角 β と等しいので、Eq.(3.43) は推定の投影となる。フィルタリングは以下のようになされる。

Filtering-step

- **FDK-term**
⇒ Shepp & Logan filter
- **Hu-term**
⇒ $J_\phi = \frac{\partial}{\partial v} \int du \hat{p}(u, v, \beta)$
- **shadow zone-term**
⇒ $J_\phi(v)$ から $h_N(t, x_3, \beta)$ を算出する

最後に逆投影は次の三つの式で計算され、再構成画像 $f_{\vec{x}}$ が得られる。

Backprojection-step

- **FDK-term**
$$f(\vec{x}) = f(\vec{x}) + \frac{\Delta\beta}{4\pi^2} \frac{R^2}{(R+\vec{x}\cdot\vec{e}_w)^2} q\left(\frac{R\vec{x}\cdot\vec{e}_u}{R+\vec{x}\cdot\vec{e}_w}, \frac{Rx_3}{R+\vec{x}\cdot\vec{e}_w}, \beta\right)$$
- **Hu-term**
$$f(\vec{x}) = f(\vec{x}) - \frac{\Delta\beta}{4\pi^2} \frac{R^2}{(R+\vec{x}\cdot\vec{e}_w)^2} J_\beta\left(\frac{Rx_3}{R+\vec{x}\cdot\vec{e}_w}, \beta\right)$$
- **shadow zone-term**
$$f(\vec{x}) = f(\vec{x}) - \frac{\Delta\beta}{4\pi^2} h(\vec{x}\cdot\vec{e}_w, x_3, \beta)$$

3.5 再構成手法 (リビンングアルゴリズム)

3.5.1 概要

比較的小さい傾斜角に対して、簡単で実用的な三次元再構成法はいくつか提案されてきている。このうち最も簡単な手法としては、投影方向の検出器面と平行な投影とみなしてデータ収集を行い、従来の二次元再構成を行う方法である。Fig. 3.8左に示すように、傾斜した投影をひとつの平行スライスに書き込む(リビンングする)方法をSSRB(single-slice rebinning)法という。Fig. 3.8右のように傾斜した投影が横切る多数の平行スライスに書き込む方法をMSRB(multi-slice rebinning)法という。これらの方法を用いると、データのメモリ容量と画像再構成に必要な計算時間を大幅に低減出来る。しかし、SSRB法では検出器の中心軸からの距離に比例して体軸方向の解像力が低下し、MSRB法では視野全体に体軸方向のボケを生ずる。このボケは近似的に補正することが出来るが、それだけ統計雑音が増大してしまう。本研究ではSSRB法を基本として考えだされた、解析的再構成手法のFBP法を利用した、P(planar)-FDK法、T(tent)-FDK法、FDK-slant法について述べる。

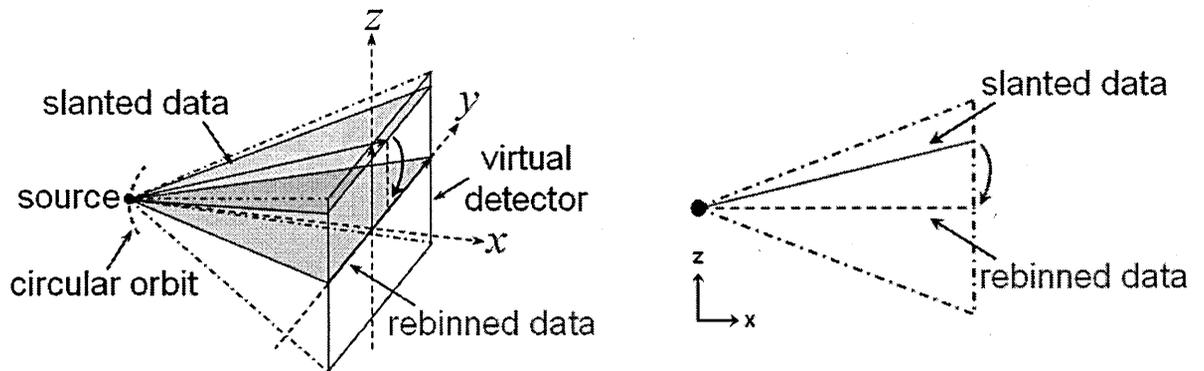


Fig. 3.7: Rebinning geometry

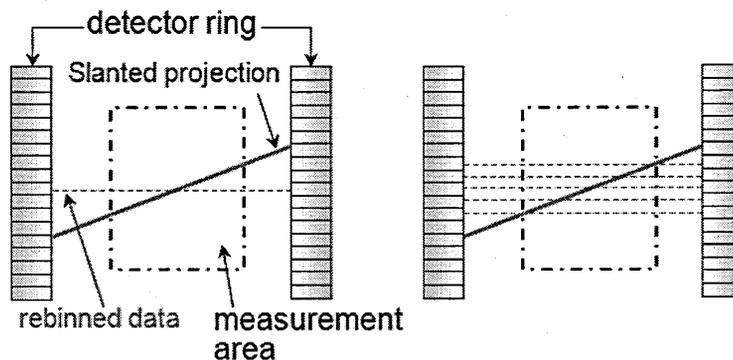


Fig. 3.8: Rebinning method(left : SSRB, right : MSRB)

3.5.2 P(planar)-FDK Method

コーンビーム型のデータを正確に平行にリビンングする困難さに Henrik Turbell が各二次元データ列を平面検出器において単独でリビンングする手法を提案した。P-FDK 法によるアルゴリズムを以下に示す。

- Step1 : リビンング投影データ

平面検出器から測定して得られた投影データからリビンングしたデータは Eq.(3.45) で示される。Fig. 3.9 にリビンングした後のビームについてのジオメトリを示す。

$$p^{FP}(\theta, t, b) = p^F\left(\theta - \arcsin \frac{t}{R}, \frac{tR}{\sqrt{R^2 - t^2}}, b\right) \quad (3.45)$$

ここで、 b は検出器平面上の配列を示し、変化することはない。

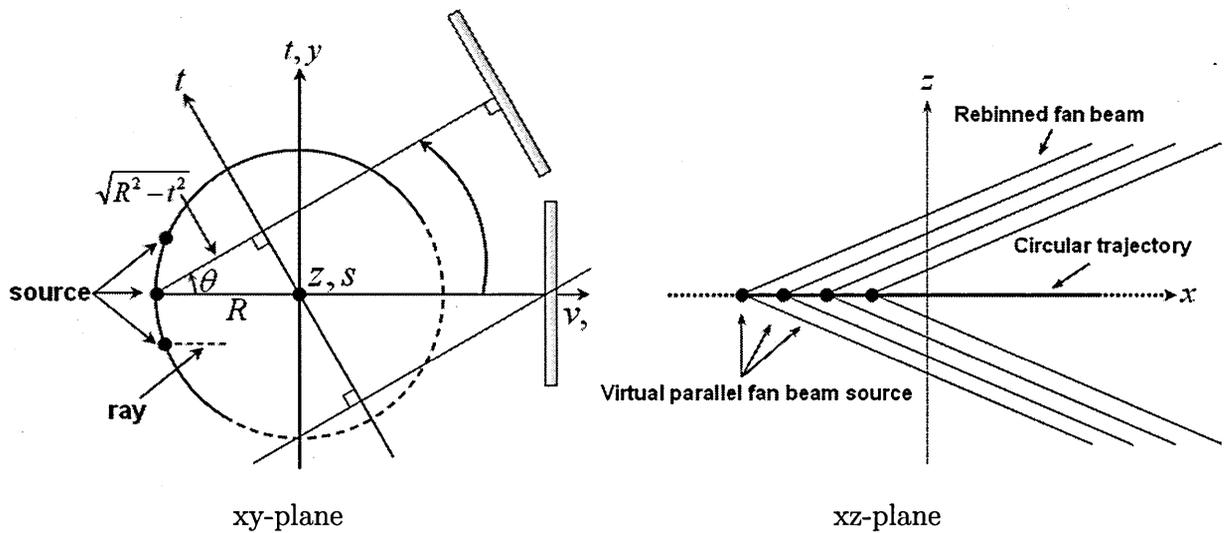


Fig. 3.9: The beam geometry after parallel rebinning

- Step2 : 重み付けリビンング投影データ

Eq.(3.45) で得られたリビンング投影データに対して、コーンビームによる重み付けおよびフィルタリングを行う。

$$\tilde{p}^{FP}(\theta, t, b) = \left(\frac{R^2}{\sqrt{R^4 + R^2 b^2 - b^2 t^2}} p^{FP}(\theta, t, b) * g^P(t) \right) \quad (3.46)$$

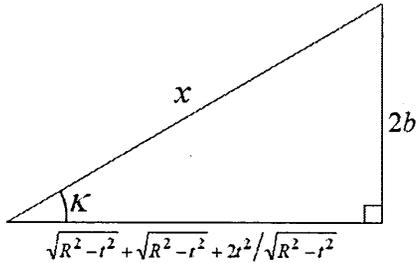
ここで、 $g^P(t)$ は ramp フィルタを示し、 $\frac{R^2}{\sqrt{R^4 + R^2 b^2 - b^2 t^2}}$ はコサイン角、ファン角からなる重みを示しており、以下にその重みの導出式を示す。

• コーン角に対する重みの導出

以下の図よりコーン角を示す κ に対する重みを計算する。また、 y 軸の距離は以下のように表す。

$$\sqrt{R^2 - t^2} + \sqrt{R^2 - t^2} + \frac{2t^2}{\sqrt{R^2 - t^2}} = \frac{2R^2}{\sqrt{R^2 - t^2}} \quad (3.47)$$

ここで、平面検出器の断面図より三平方の定理を用いて傾斜距離 x を計算する。



$$\begin{aligned} x^2 &= (2b)^2 + \frac{2R^2}{\sqrt{R^2 - t^2}} \\ &= 4b^2 + \frac{4R^4}{R^2 - t^2} \\ &= \frac{4b^2 R^2 - 4b^2 t^2 + 4R^4}{R^2 - t^2} \\ &= \frac{4b^2 R^2 - 4b^2 t^2 + 4R^4}{R^2 - t^2} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Eq.(3.48) からコサイン角 κ を計算すると以下のように重みが導出できる。

$$\cos \kappa = \frac{R^2}{\sqrt{R^4 + R^2 b^2 - b^2 t^2}} \quad (3.49)$$

• Step3 : P-FDK 法の逆投影

Eq.(3.46) の重み付けリビンゲ投影データをもとに平面検出器からなる P-FDK 法の逆投影式は以下ようになる。

$$f_{P-FDK}(x, y, z) = \int_0^{2\pi} \tilde{p}^{FP}(\theta, t(x, y, \theta), b(x, y, z, \theta)) d\theta \quad (3.50)$$

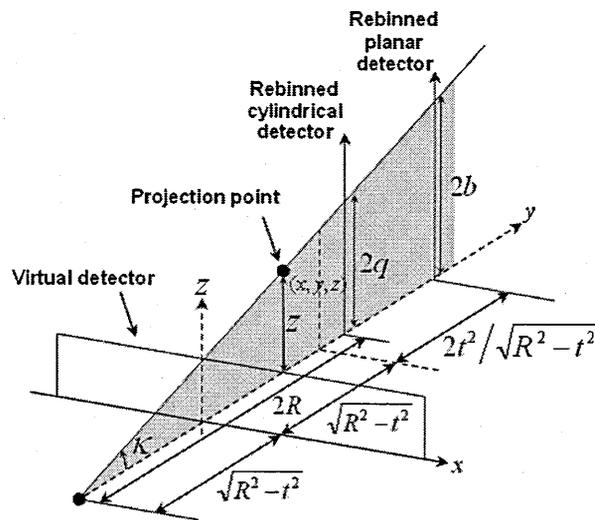


Fig. 3.10: detector position for planar detector

3.5.4 FDK-slant Method

FDK-slant 法はコーン角が大きいとき断面画像の画質を改善するために従来の FDK 法を改良して提案された手法である。slant アルゴリズムは平面上の有効視野内の全画素が平面外(垂直方向)からの画素の影響を受けないでフィルタリングを加える方法である。Fig. 3.12 右から、一つの投影角に対してフィルタリングを含んだ同じ画素が同様に、他の投影角に対してフィルタリングされるアルゴリズムである。Fig. 3.12 左を見ると、投影角 θ_{A_i} においてソース軌道と交差している平面セットに対して検出器は垂直に配置される。ここで、ソース軌道との交点を filtering line(book page) の「anchor point : 基準点」と言う。この基準点の配置が再構成画像のアーチファクトの発生に作用する。しかし、slant アルゴリズムでは基準点の配置ずれの誤差修正として、Fig. 3.13 で示すような、smoothing window をリビニング投影データに掛け合わせる事によって基準点の配置ずれによって発生するアーチファクトを低減している。

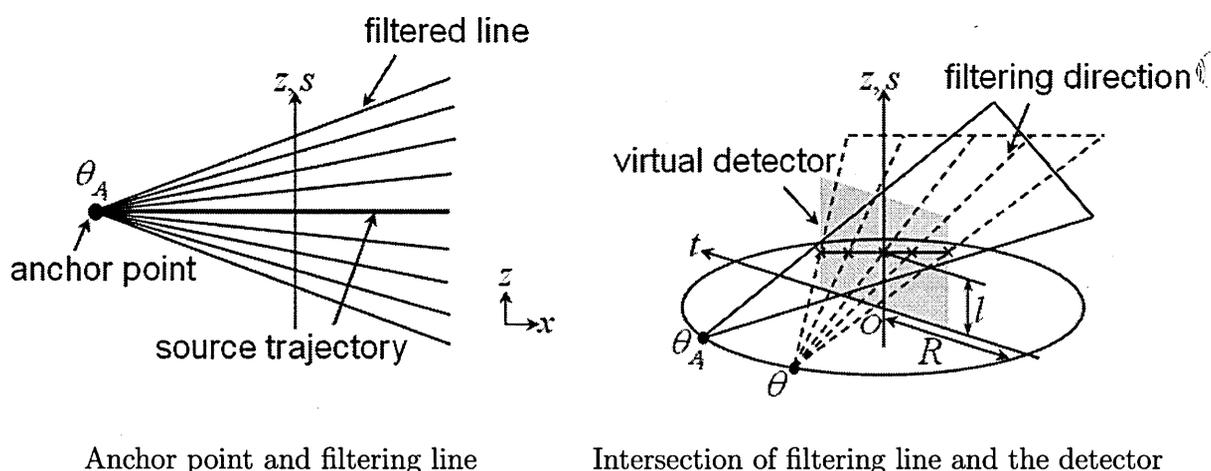


Fig. 3.12: Filtering direction

• Step1 : リビニング投影データ

検出器で測定して得られた投影データからリビニングしたデータを計算する。slant 型によるリビニングはコーン角方向に対して大きい filtering line 上を交差した断面画像に対して計算される。

$$p^{S_i}(\theta, t, l) = p^P(\theta, t, l - t \frac{l \sin(\theta - \theta_{A_i})}{R}) \quad (3.54)$$

• Step2 : 重み付けリビニング投影データ

Eq.(3.54) で得られたリビニング投影データに対して、コーンビームによる重み付けおよびフィルタリングを行う。

$$\tilde{p}^{S_i}(\theta, t, l) \left(\frac{\sqrt{R^2 - t^2}}{\sqrt{R^2 + s^2 - t^2}} p^{S_i}(\theta, t, l) * g^P(t) \right) w_i(\theta) \quad (3.55)$$

- Smoothing Window

anchor point の配置ずれによって発生するアーチファクトを低減するための smoothing window の誤差修正範囲を θ 方向に対して Fig. 3.13 と Eq.(3.56) に示す。

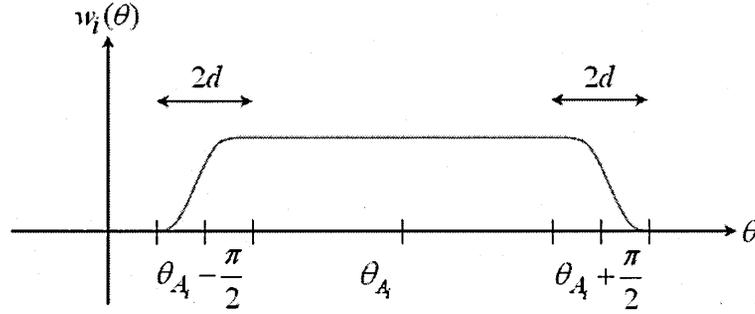


Fig. 3.13: smoothing window to θ -interval

$$w_i(\theta) = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta_{A_i} - \frac{\pi}{2} - d - \theta}{2d}\right) & \theta_{A_i} - \frac{\pi}{2} + d \leq \theta < \theta_{A_i} + \frac{\pi}{2} - d \\ 1.0 & \theta_{A_i} - \frac{\pi}{2} + d \leq \theta < \theta_{A_i} + \frac{\pi}{2} - d \\ \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta - \theta_{A_i} - \frac{\pi}{2} - d}{2d}\right) & \theta_{A_i} - \frac{\pi}{2} + d \leq \theta < \theta_{A_i} + \frac{\pi}{2} - d \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.56)$$

- Step3 : FDK-slant 法の逆投影

Eq.(3.55) の重み付けリビンング投影データをもとに平面検出器からなる FDK-slant 法の逆投影式は以下のようなになる。

$$f_{FDK-slant_i}(x, y, z) = \int_{\theta_{A_i} - \frac{\pi}{2} - d}^{\theta_{A_i} + \frac{\pi}{2} + d} \tilde{p}^{S_i}(\theta, t(x, y, \theta), l(x, y, z, \theta)) d\theta \quad (3.57)$$

- Step2 : 重み付けリビンング投影データ

Eq.(3.57) で得られた再構成式を簡単化すると以下のようなになる。

$$f_{slant}(x, y, z) = \frac{2}{i} \sum_{i=1}^{N_A} f_{FDK-slant_i}(x, y, z) \quad (3.58)$$

- Detector position

$$l(x, y, z, \theta) = s(x, y, z, \theta) \frac{zR\sqrt{R^2 - t(x, y, \theta)^2}}{(\sqrt{R^2 - t(x, y, z, \theta)^2} + v(x, y, \theta)) \cdot (R - t(x, y, \theta) \sin(\theta - \theta_{A_i}))}$$

$$t(x, y, \theta) = y \cos \theta - x \sin \theta$$

$$v(x, y, \theta) = x \cos \theta + y \sin \theta$$

第4章 シミュレーション

提案したダイバージングコリメータを用いた SPECT システムにおいて、定量的な評価を行うために数値ファントムを用いていくつかのシミュレーションを行った。シミュレーションにあたり、体軸方向にトランケーションを発生させ、shadow zone の影響が一番大きなコーン角でデータを収集するために、検出器のサイズよりも被写体のサイズを大きくしてシミュレーションを行った。また、shadow zone の影響が顕著に現れるスライス # 33 およびスライス # 64、shadow zone の影響を受けない中心画像のスライス # 44、トランケーションの影響を確認する coronal 画像の四枚を用いてそれぞれ違った再構成手法を適用して画質の回復度を定量的に評価を行う。

4.1 ファントム

Fig. 4.1 にサジタル面での原画像とな Brain ファントムとそのプロフィール、Fig. 4.2 に coronal 面での画像を示す。プロフィールは画像中の矢印の位置で切ったものとする。

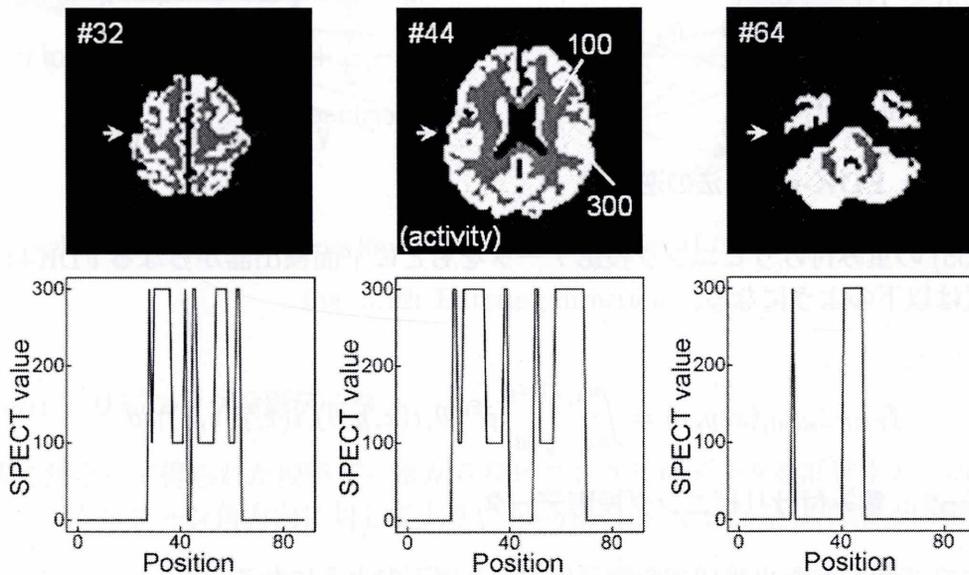


Fig. 4.1: Original image and profile for sagittal plane

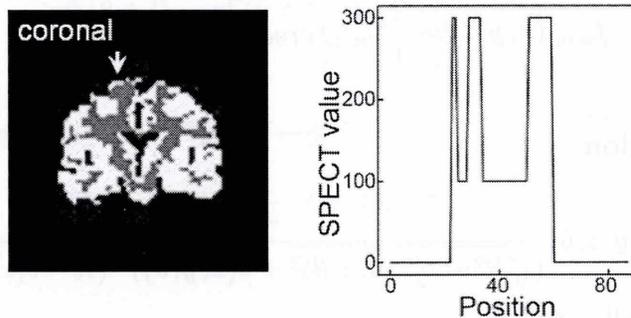


Fig. 4.2: Original image and profile for coronal plane

4.2 シミュレーション画像への雑音付加

光子の放出はポアソン分布に従うので、得られた投影データに現れるノイズの影響もポアソン分布に依存するものとして付加した。互いに無関係に単位時間あたり平均して λ 回起こるランダムな事象が、実際に単位時間に起こった回数を k とするポアソン分布 P_k は

$$P_k = \exp\{-\lambda\} \frac{\lambda^k}{k!} \quad (4.1)$$

で表される。まず、全方向での投影データの総和を求め、一回の検出で取れるデータ量を Eq.(4.2) から求める。ただし、 $p(\text{size}, \theta)$ を $\text{size} \times \text{size}$ の原画像を θ° で検出したノイズの付加されていない理想の投影データとする。また、 count は光子の検出個数とする。

$$\text{rate} = \frac{\sum_{\text{size}} \sum_{\theta} p(\text{size}, \theta)}{\text{count}} \quad (4.2)$$

ノイズ付加のため、Eq.(4.1) における λ を一つの投影データ量を得るための光子の検出回数 $\frac{p(\text{size}, \theta)}{\text{rate}}$ (以下 P とする)、 k をノイズを付加した投影データの場合における光子の検出回数 $\frac{p_n(\text{size}, \theta)}{\text{rate}}$ (以下 P_{noise} とする)、とする。また、 $P_n(\text{size}, \theta)$ は $\text{size} \times \text{size}$ の原画像を θ° で検出した投影データにノイズを付加した投影データである。

$$U = \exp\{-P\} \frac{P^{P_{\text{noise}}}}{P_{\text{noise}}!} \quad (4.3)$$

ここで、 P_k は 0 以上 1 未満の実数の一様乱数 U としてあり、ポアソン分布で起こるそれぞれの事象が独立していなければならないため乱数を用いる。Eq.(4.4) からノイズを付加した場合の光子の検出回数 P_{noise} を求める。この求め方は Eq.(4.4) を変形した

$$U \exp\{P\} = \frac{P^{P_{\text{noise}}}}{P_{\text{noise}}!} \quad (4.4)$$

の右辺が一様乱数の逆数を総乗したものと近似的に考えることができるので、右辺に対して 0 以上 1 未満の実数の一様乱数をかけていき、1 未満になった時までの乗算回数が P_{noise} となる。従って、ノイズを付加した投影データ $p_n(\text{size})$ が求まる。

4.2.1 雑音割合の計算

もとの投影データに対するノイズの割合は

$$\text{Rate} = \frac{\sum_{i=1}^I |P_i - P_{n,i}|}{\sum_{i=1}^I P_i} \quad (4.5)$$

により求める。 P_i はノイズを付加する前の投影データ、 $P_{n,i}$ はノイズを付加した投影データを表してる。

4.3 SPECTシステムにおける様々な再構成法の適用

4.3.1 シミュレーション条件

Table 4.1にシミュレーション条件を示す。シミュレーションはBrainファントムにおいて、雑音を付加しない場合と付加した場合の二種類に分けた条件下で行った。Fig. 4.3にシミュレーションで用いたジオメトリを示す。ここで、検出器の大きさとコーン角の大きさはトラッキングが発生する条件であらかじめ設定した。本研究で用いる再構成手法としては、微分型解析的再構成法であるYangのアルゴリズムを中心とする。比較対象の手法としては、従来のFDK法、リビンングアルゴリズムを用いたT-FDK、FDK-slant法を用いてそれぞれシミュレーションを行った

Table 4.1: simulation condition

Original image	Brain source
Pixel size	$1.0 \times 1.0 \times 1.0 \text{ mm}^3$
Matrix size	$88 \times 88 \times 88$
Projection angle	0~360 deg.
Projection number	360
Rotation radius	105 mm
Poisson noise	60 M/360 deg.
Azimuth angle	28 deg.(top-view), 14 deg.(side-view)
Reconstruction method	Yang's, FDK, T-FDK, FDK-slant
Butterworth filter	order : 2, cutoff : 0.5 cycles/pixel

*w/o attenuation correction, w/o scatter correction, w/o aperture correction

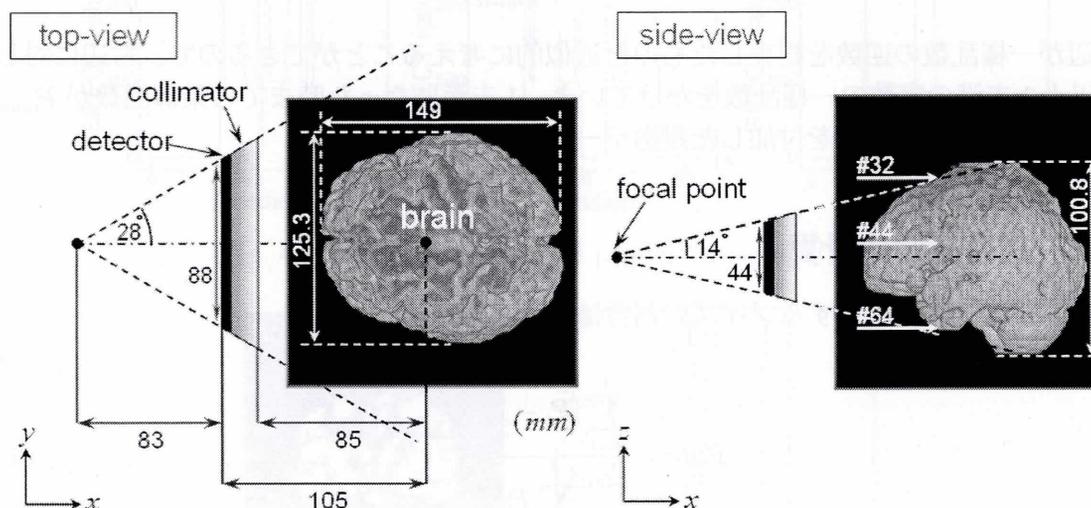


Fig. 4.3: Simulation geometry

4.4 シミュレーション結果

4.4.1 w/o noise : FDK method, Yang's algorithm

雑音影響なしの Brain ファントムの投影データを使って FDK 法と Yang のアルゴリズムを用いた再構成結果とプロフィールを Fig. 4.4 に示す。

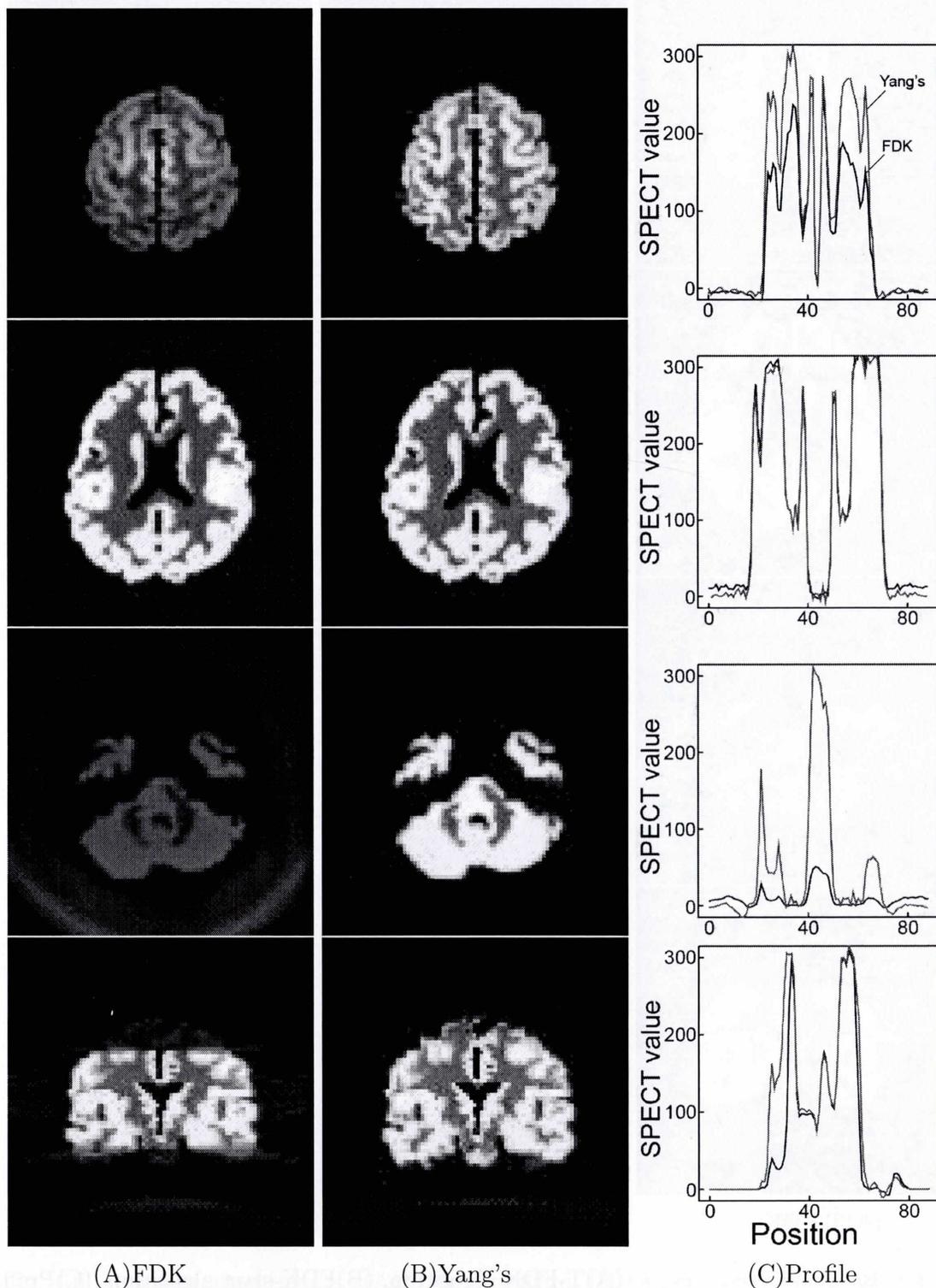


Fig. 4.4: Reconstructed images ((A)FDK algorithm, (B)Yang's algorithm, (C)Profile)

4.4.2 w/o noise : T-FDK method, FDK-slant method

雑音影響なしのBrainファントムの投影データを使ってT-FDK法とFDK-slant法を用いた再構成結果とプロファイルをFig. 4.5に示す。

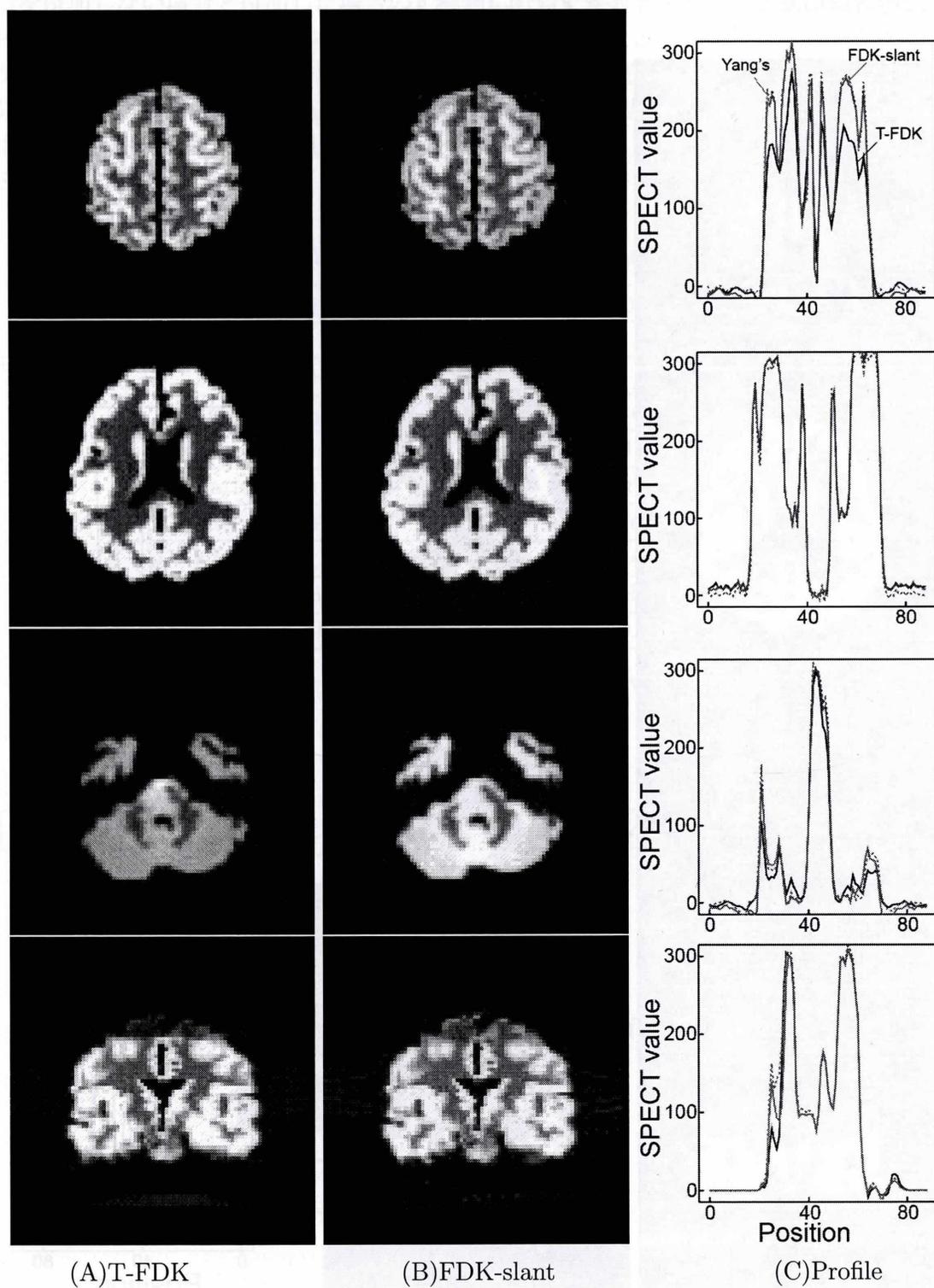


Fig. 4.5: Reconstructed images ((A)T-FDK algorithm, (B)FDK-slant algorithm, (C)Profile)

4.4.3 w/ noise : FDK-method, Yang's algorithm

雑音影響ありの Brain ファントムの投影データを使って FDK 法と Yang のアルゴリズムを用いた再構成結果とプロフィールを Fig. 4.6 に示す。

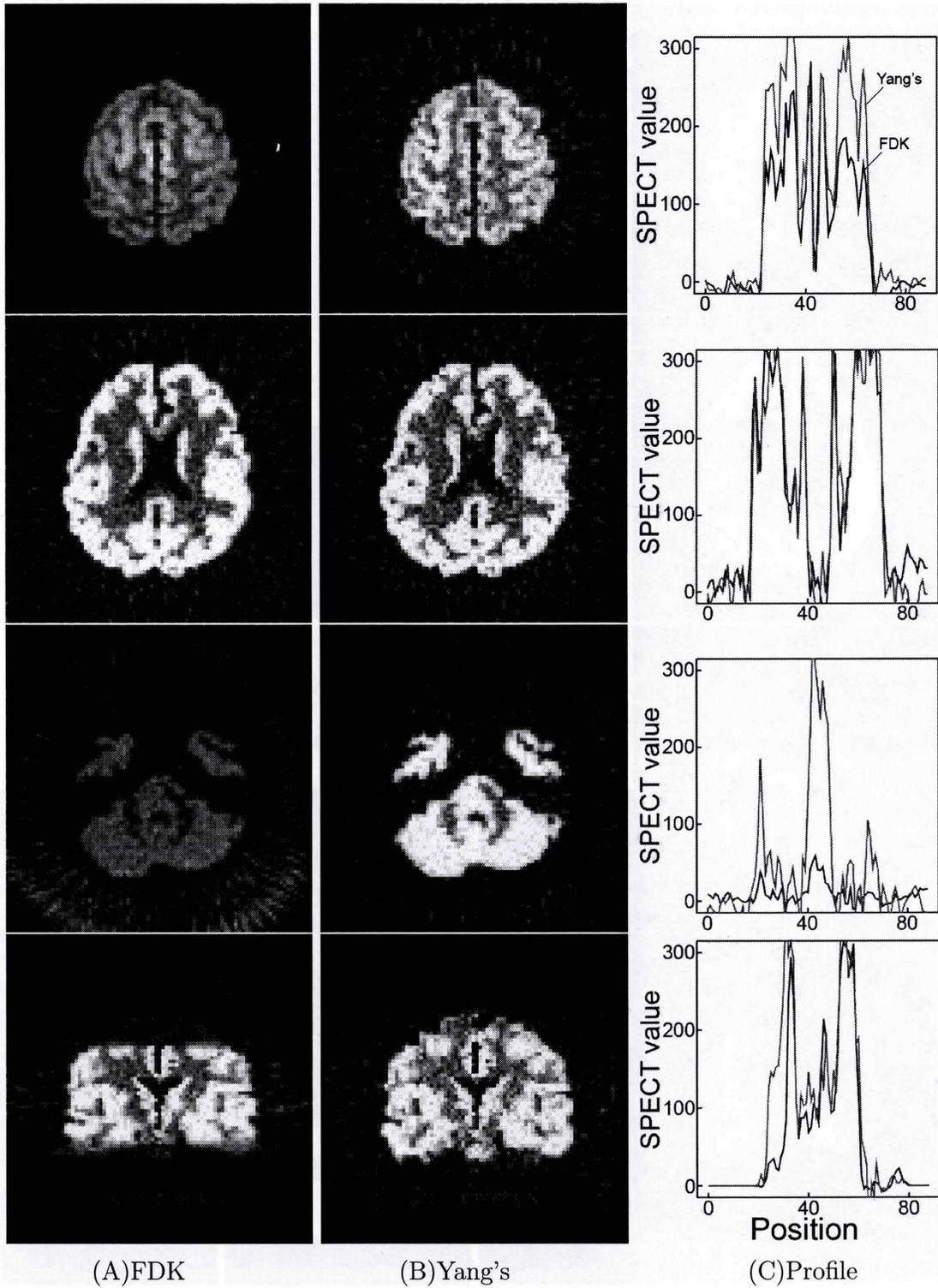


Fig. 4.6: Reconstructed images ((A)FDK algorithm, (B)Yang's algorithm, (C)Profile)

4.4.4 w/ noise : T-FDK method, FDK-slant method

雑音影響ありの Brain ファントムの投影データを使って T-FDK 法と FDK-slant 法を用いた再構成結果とプロファイルを図 4.7 に示す。

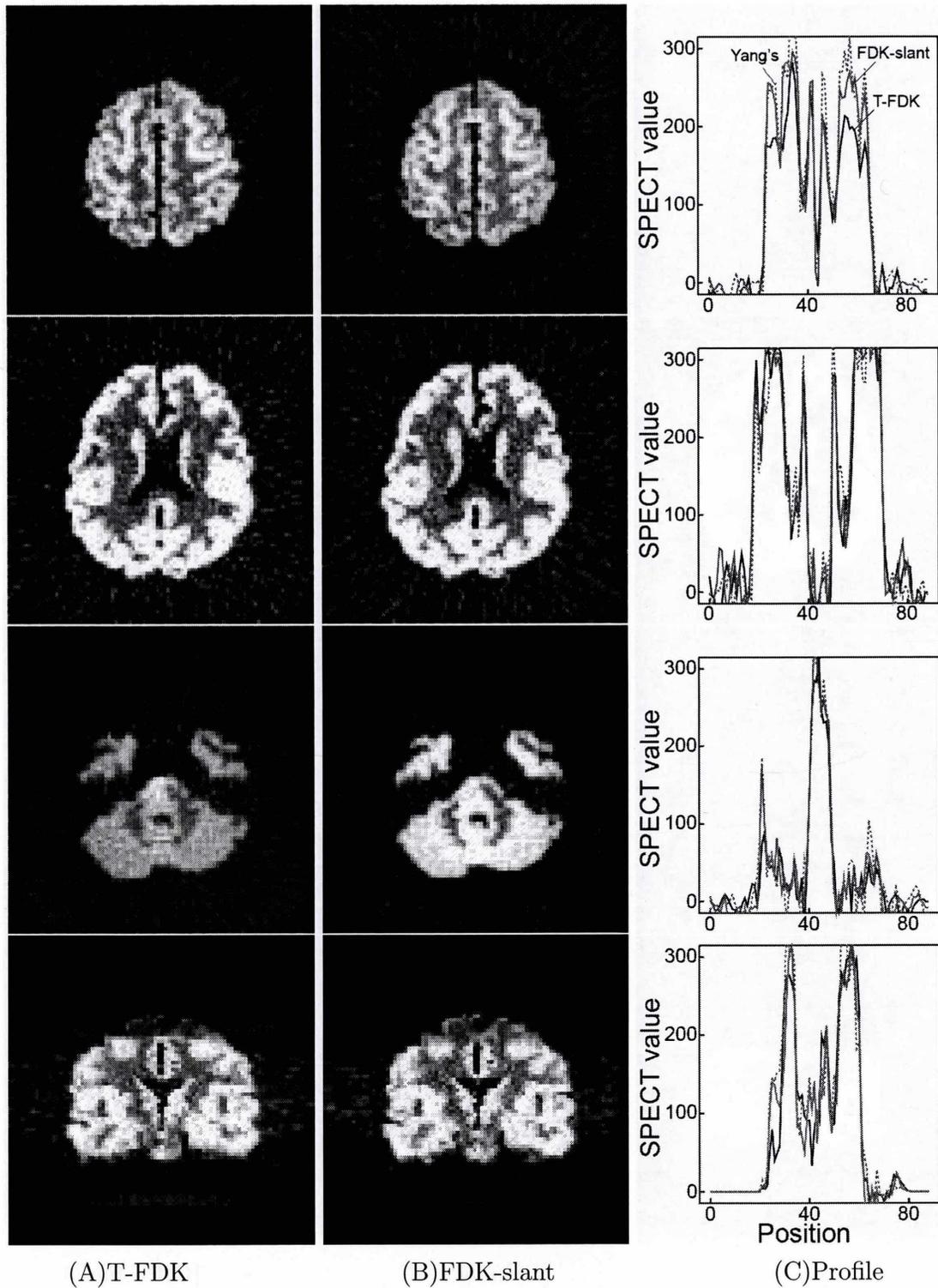


Fig. 4.7: Reconstructed images ((A)T-FDK algorithm, (B)FDK-slant algorithm, (C)Profile)

4.5 コーン角の変化による再構成画像への影響

ここまで述べたシミュレーションでのジオメトリは、コーン角が 28° (top-view)、 14° (side-view)での結果であった。しかし、この結果だけでは十分なシミュレーション結果とは言えない。そこで、コーン角をより大きくしたときのSPECT画像の画質への影響を見るために以下にコーン角のtop-viewとside-viewをそれぞれ二倍に大きくした時を仮定し、Brainファントムを用いてシミュレーションを行い画質評価を行う。ジオメトリとしてはFig. 4.3と同じものであるが、コーン角を大きくするために焦点距離を40 mmと設定し、約二倍のコーン角を実現した。その他の距離は同じである。雑音ありのシミュレーションにおいては、光子の検出カウントを360投影の方向に対して60 Mである。以下に用いたジオメトリを示す。今回の使用画像はshadow zoneの影響部位であるスライス# 33とスライス# 64のみを使用する。

再構成結果より、角度を大きくした場合にも雑音の有無に関わらずYangのアルゴリズムは画質劣化要因が補正されていて、良質な画像が得られている。しかし、角度 28° よりは劣化が見られている。

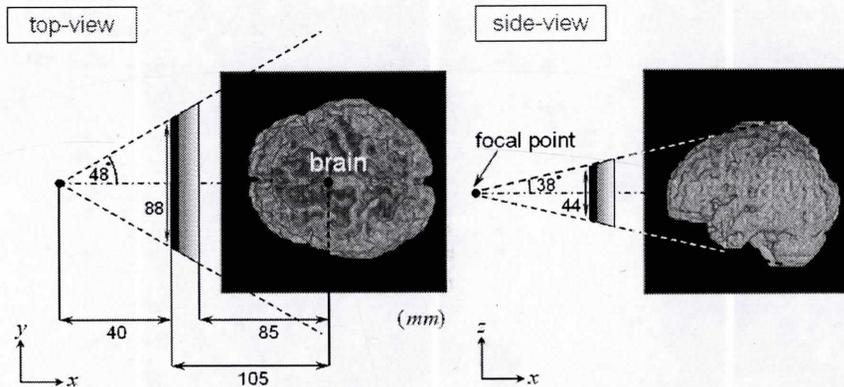
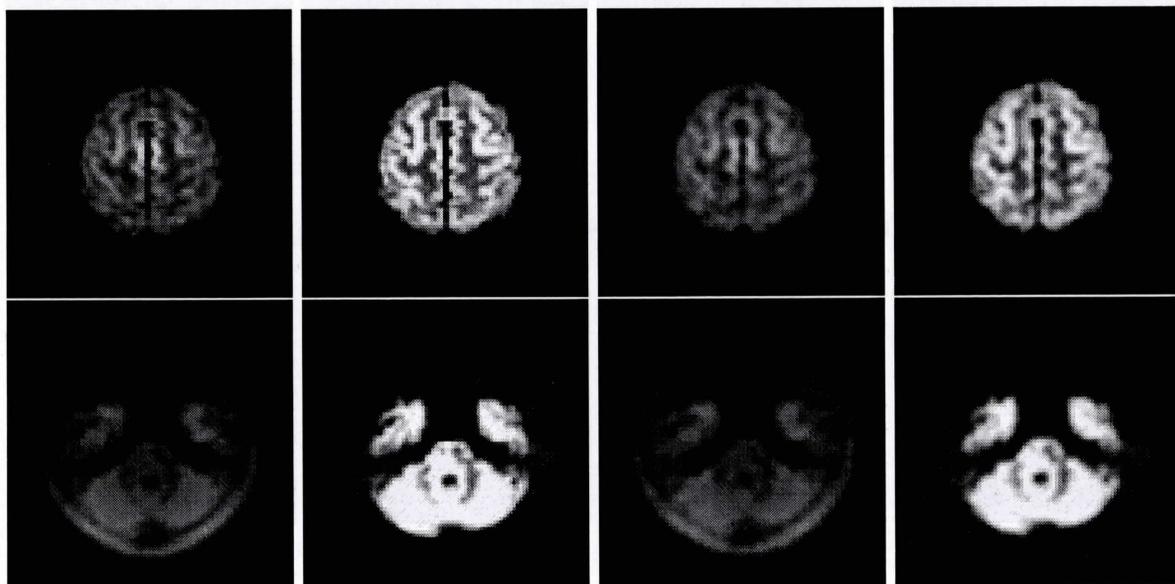


Fig. 4.8: Simulation geometry(top-view= 38° , side-view= 28°)



FDK(w/o noise) Yang's(w/o noise) FDK(w/ filter) Yang's(w/ filter)

Fig. 4.9: Reconstructed images(up:slice # 33, bottom:slice # 64)

4.6 再構成手法別における雑音耐性

本シミュレーションでは、光子検出カウント数を 60 M と設定して計算を行った。ここでは、光子検出カウント数の増減により再構成画像にどのような変化が出るのか検証を行う。今回の検証では発生光子数は 10 M、30 M、100 M と変化させてシミュレーションを行った。再構成手法には FDK 法、Yang のアルゴリズム、T-FDK 法、FDK-slant 法の四つの手法を用いた。また、光子発生数による画像への影響を見るために、雑音補正フィルタは掛けない画像とする。以下にカウント数別の再構成結果を示す。

4.6.1 カウント数：10 M

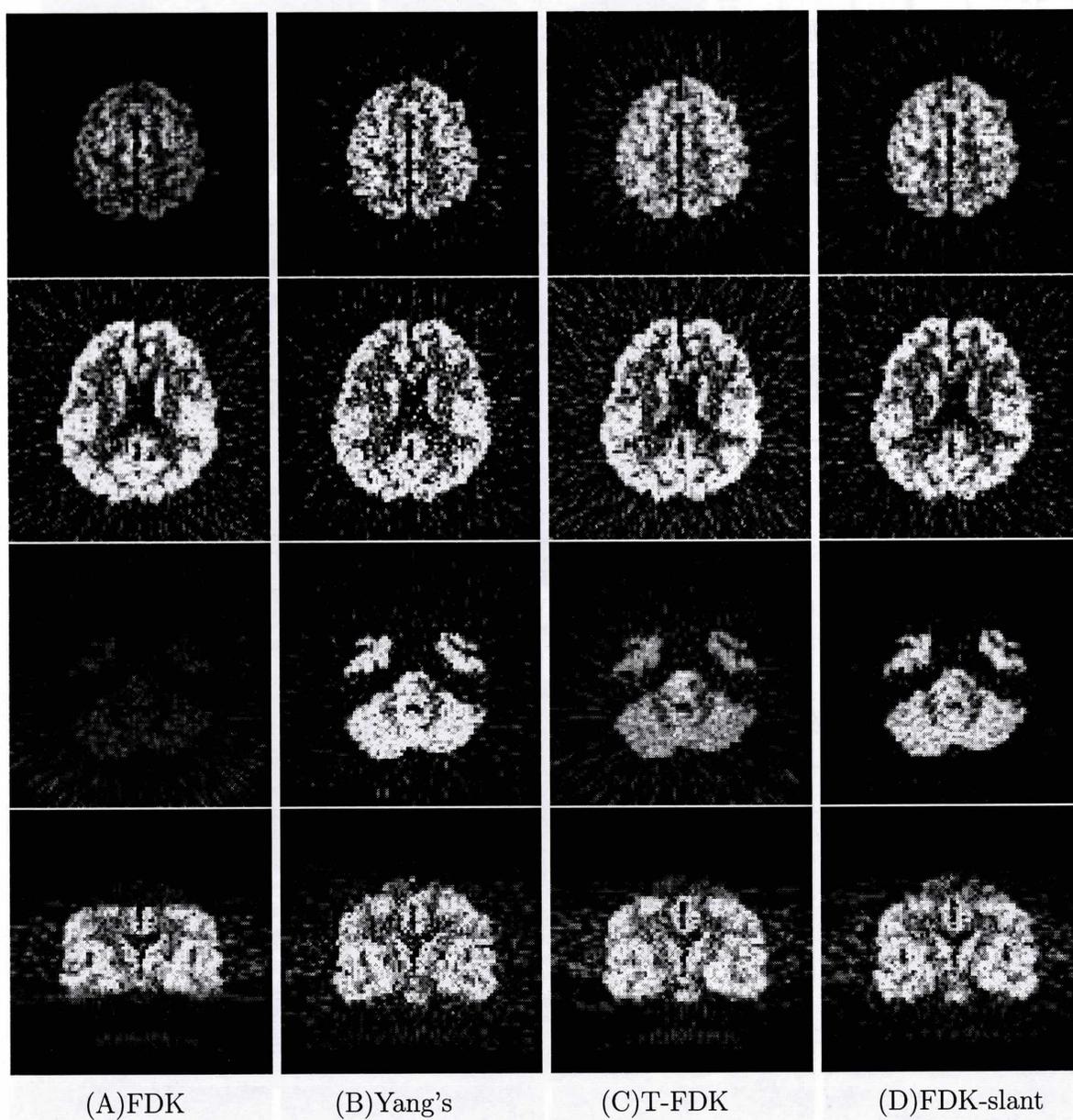
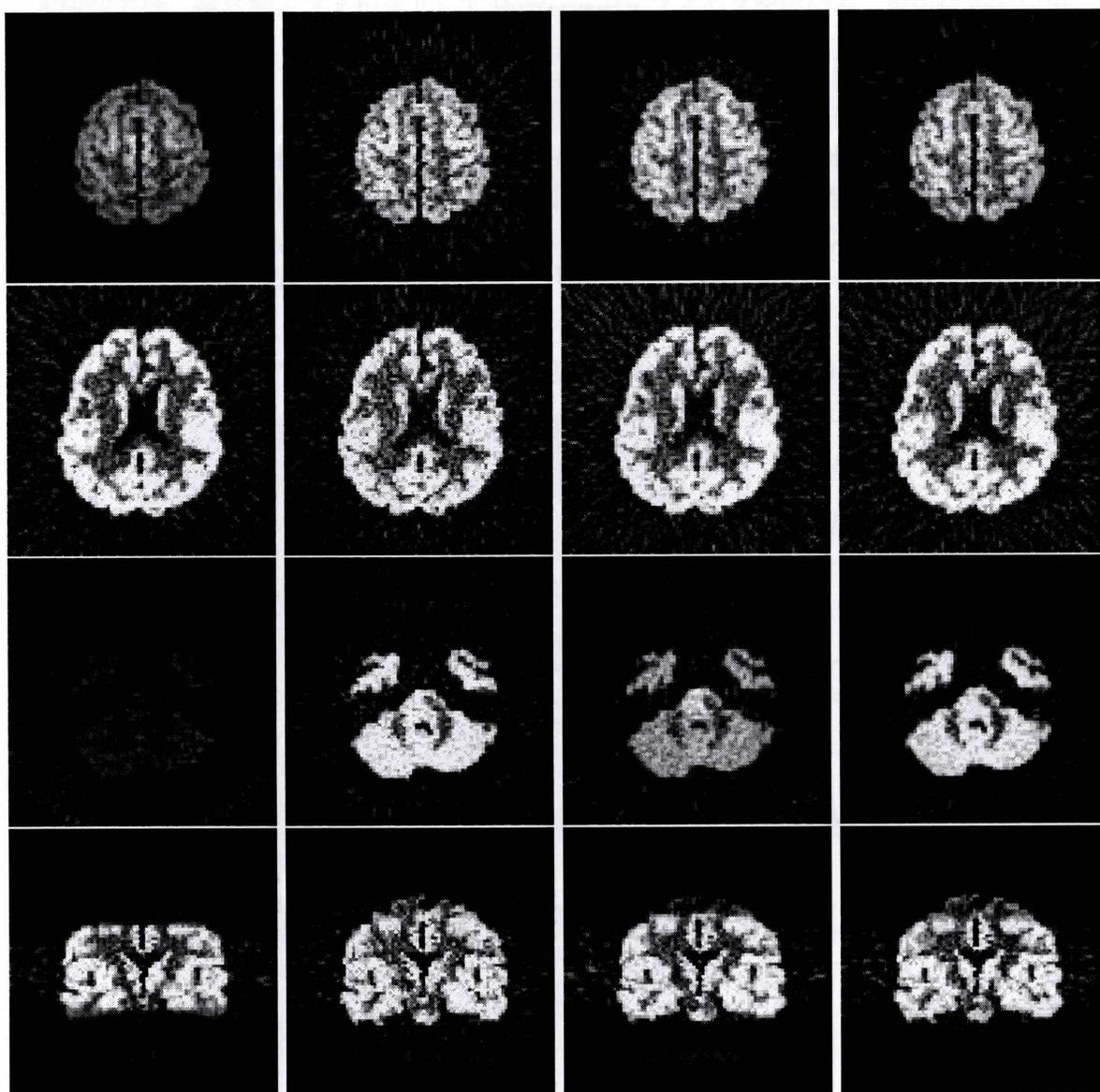


Fig. 4.10: Reconstructed images ((A)FDK, (B)Yang's, (C)T-FDK, (D)FDK-slant)

4.6.2 カウント数：30 M



(A)FDK

(B)Yang's

(C)T-FDK

(D)FDK-slant

Fig. 4.11: Reconstructed images ((A)FDK, (B)Yang's, (C)T-FDK, (D)FDK-slant)

4.6.3 カウント数：100 M

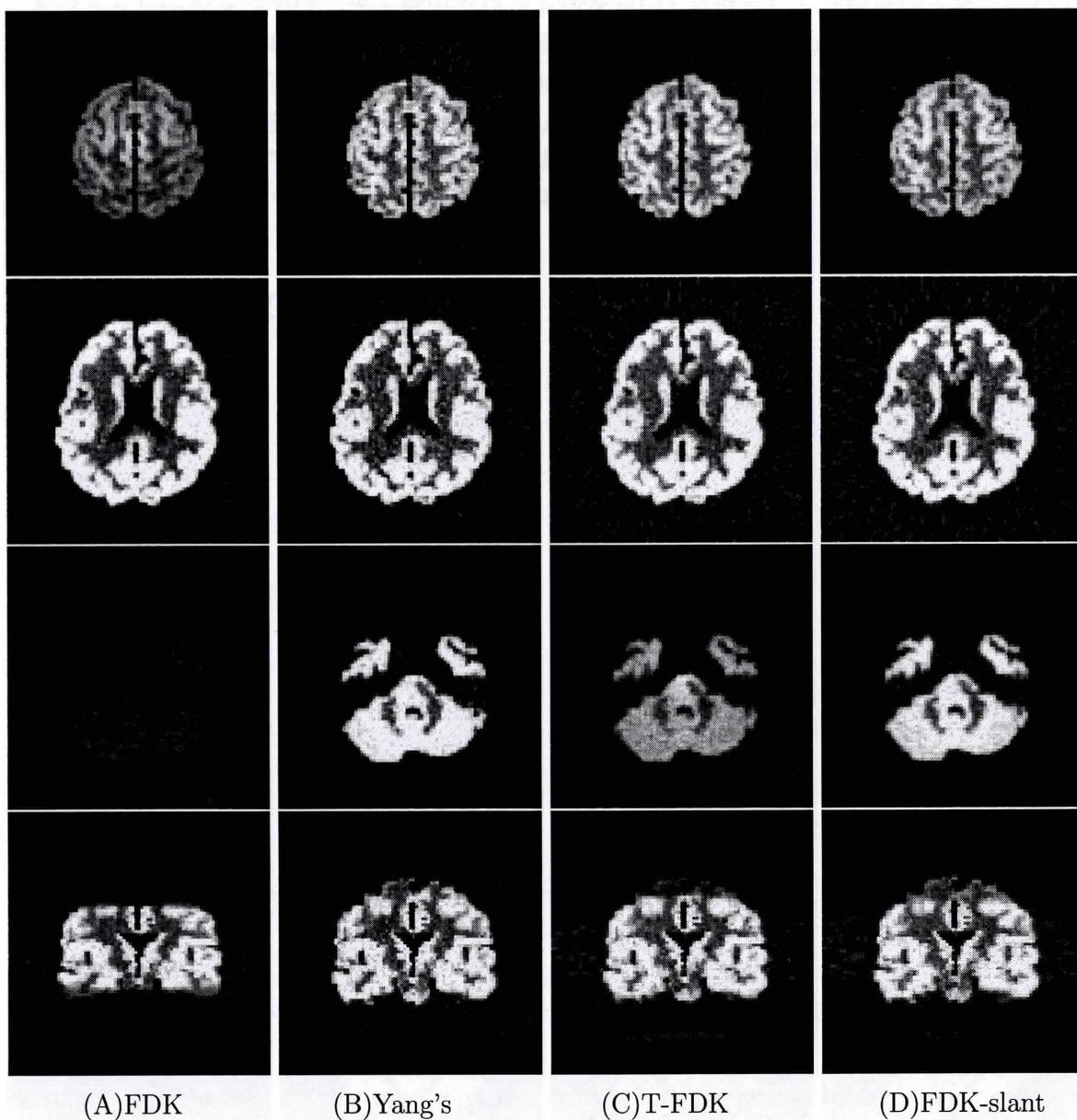


Fig. 4.12: Reconstructed images ((A)FDK, (B)Yang's, (C)T-FDK, (D)FDK-slant)

4.7 雑音補正フィルタを用いての画像への影響

本研究では、雑音補正フィルタとして Butterworth フィルタを用いる。単位は cycles/pixel である。

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{f_0}\right)^{2n}} \quad (4.6)$$

ここで、 f_0 はカットオフ周波数、 n は次数を示す。ここでは、カットオフ周波数を変えたことによる画像への影響を検証する。次数を 2 に固定、カットオフ周波数を 0.25、0.5 cycles/pixel の二種類に変化させる。再構成手法には FDK 法と Yang のアルゴリズムを用いる。以下に、結果画像とプロファイルを示す。プロファイルは先に述べたシミュレーションと同じ位置で切ったものとする。

4.7.1 カットオフ周波数：0.25 cycles/pixels (10 M)

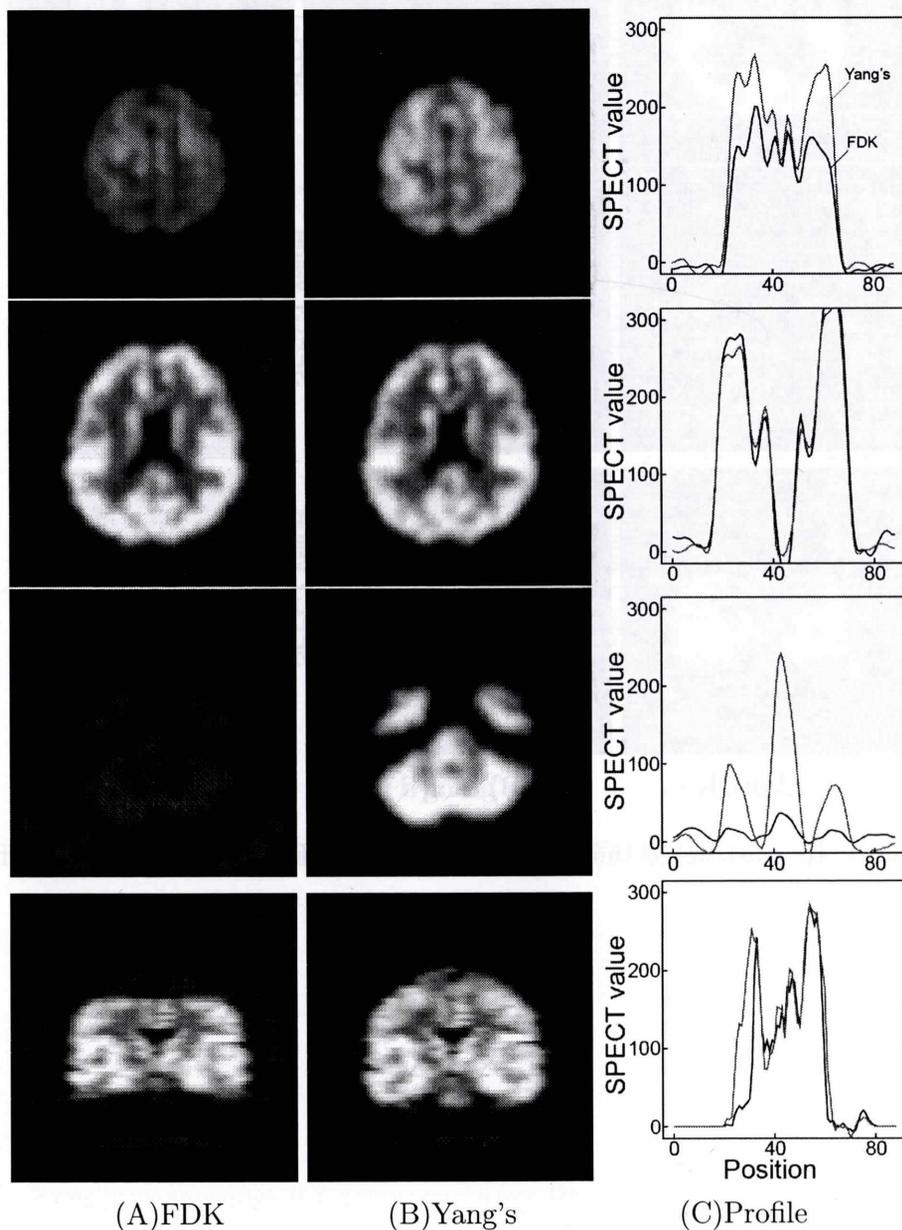


Fig. 4.13: Reconstructed images and Profile ((A)FDK, (B)Yang's, (C)Profile)

4.7.2 カットオフ周波数：0.25 cycles/pixels (60 M)

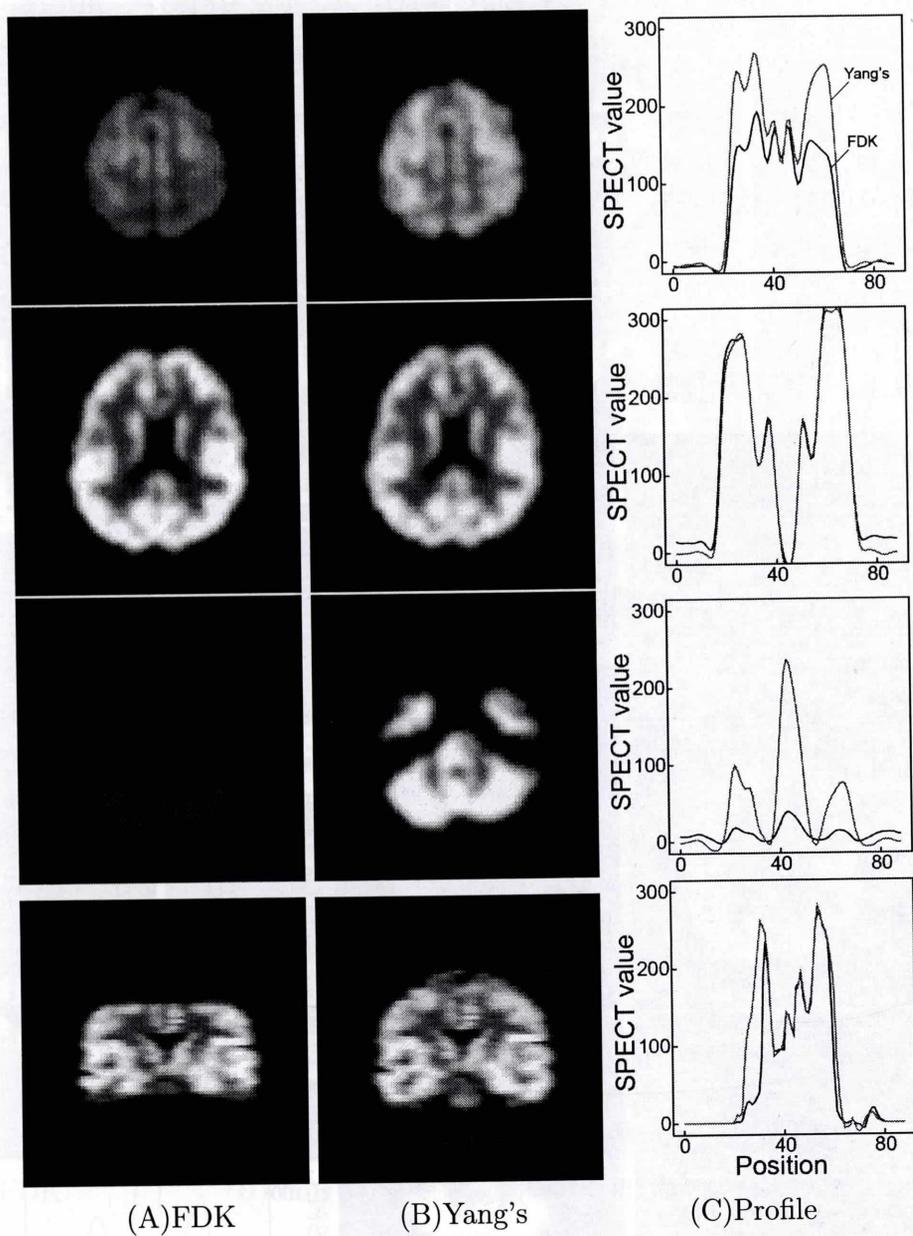


Fig. 4.14: Reconstructed images and Profile ((A)FDK, (B)Yang's, (C)Profile)

4.7.3 カットオフ周波数：0.25 cycles/pixels (100 M)

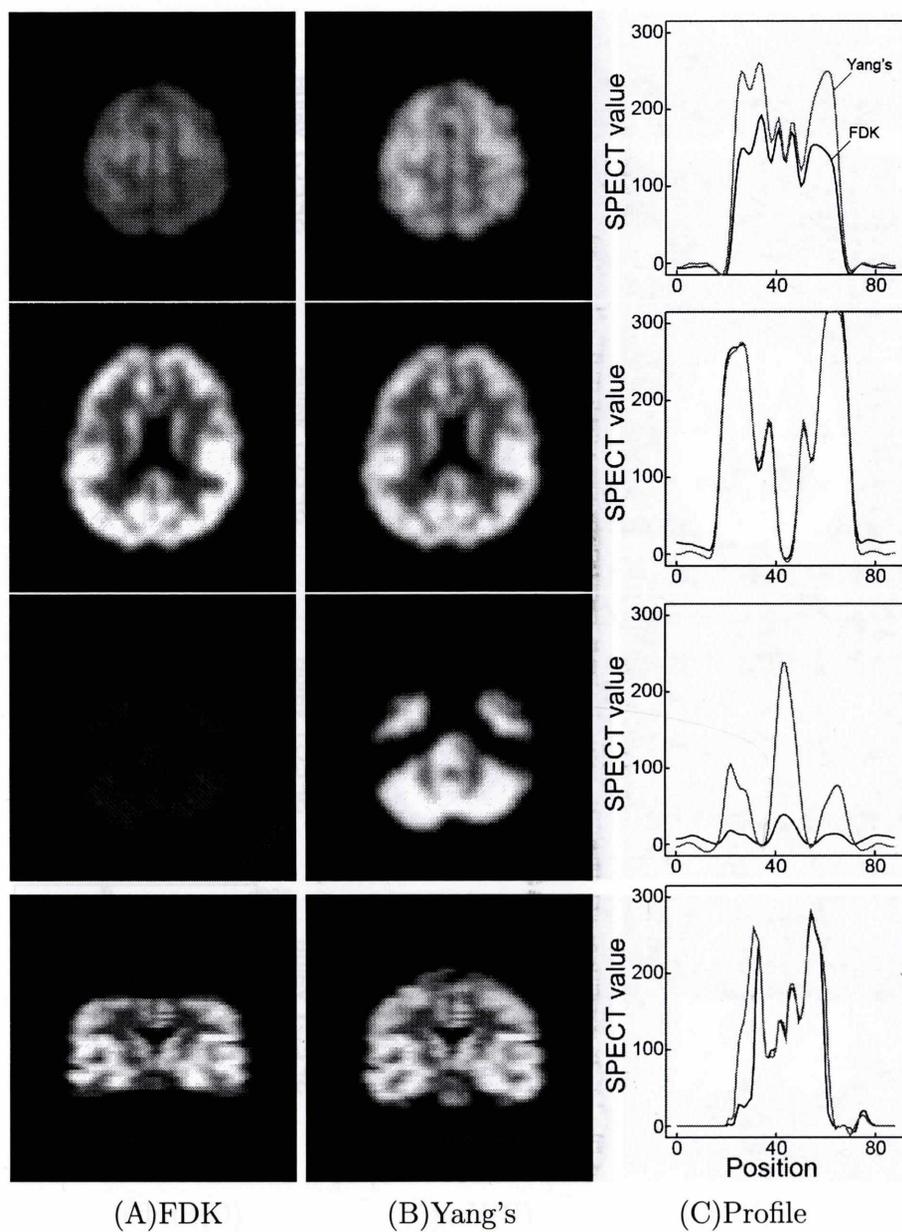


Fig. 4.15: Reconstructed images and Profile ((A)FDK, (B)Yang's, (C)Profile)

4.7.4 カットオフ周波数：0.5 cycles/pixels (10 M)

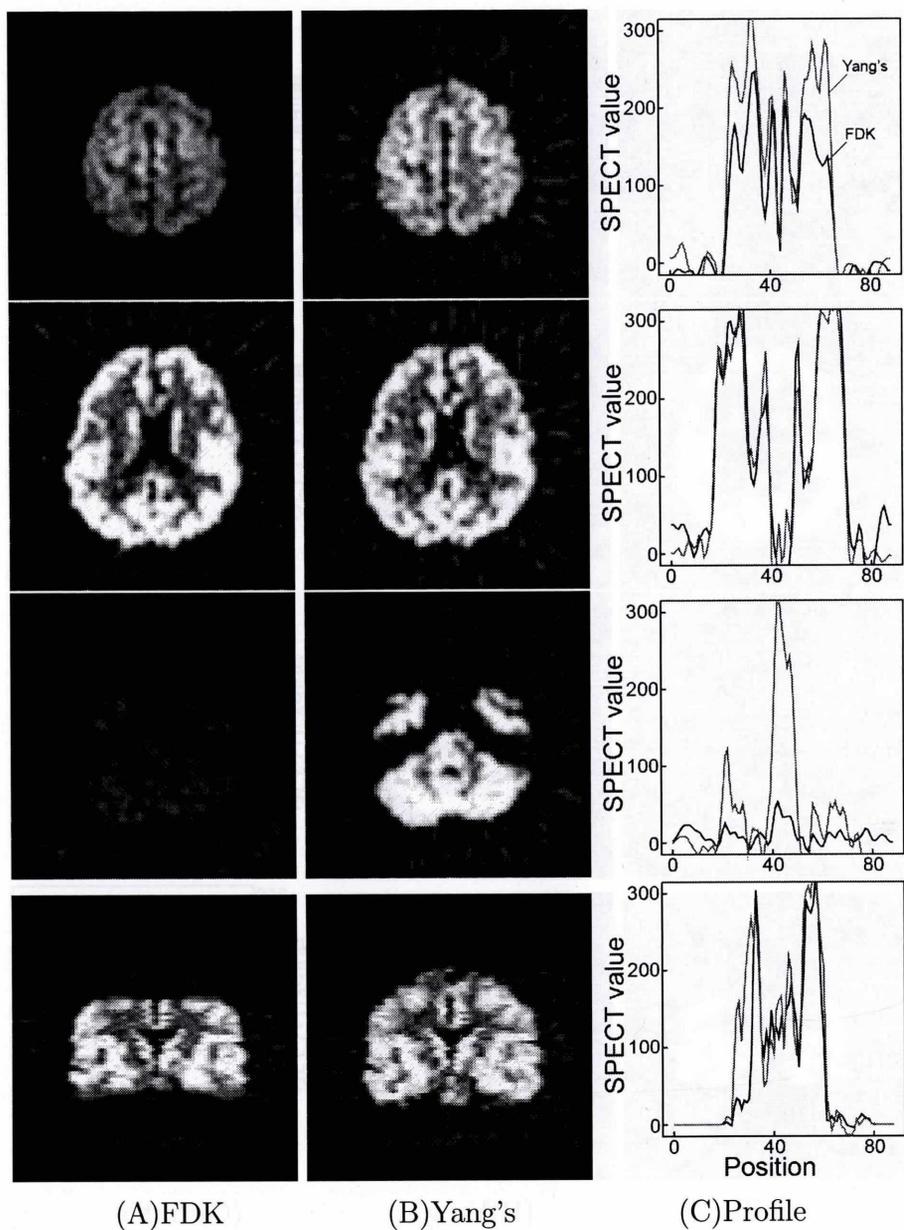


Fig. 4.16: Reconstructed images and Profile ((A)FDK, (B)Yang's, (C)Profile)

4.7.5 カットオフ周波数：0.5 cycles/pixels (60 M)

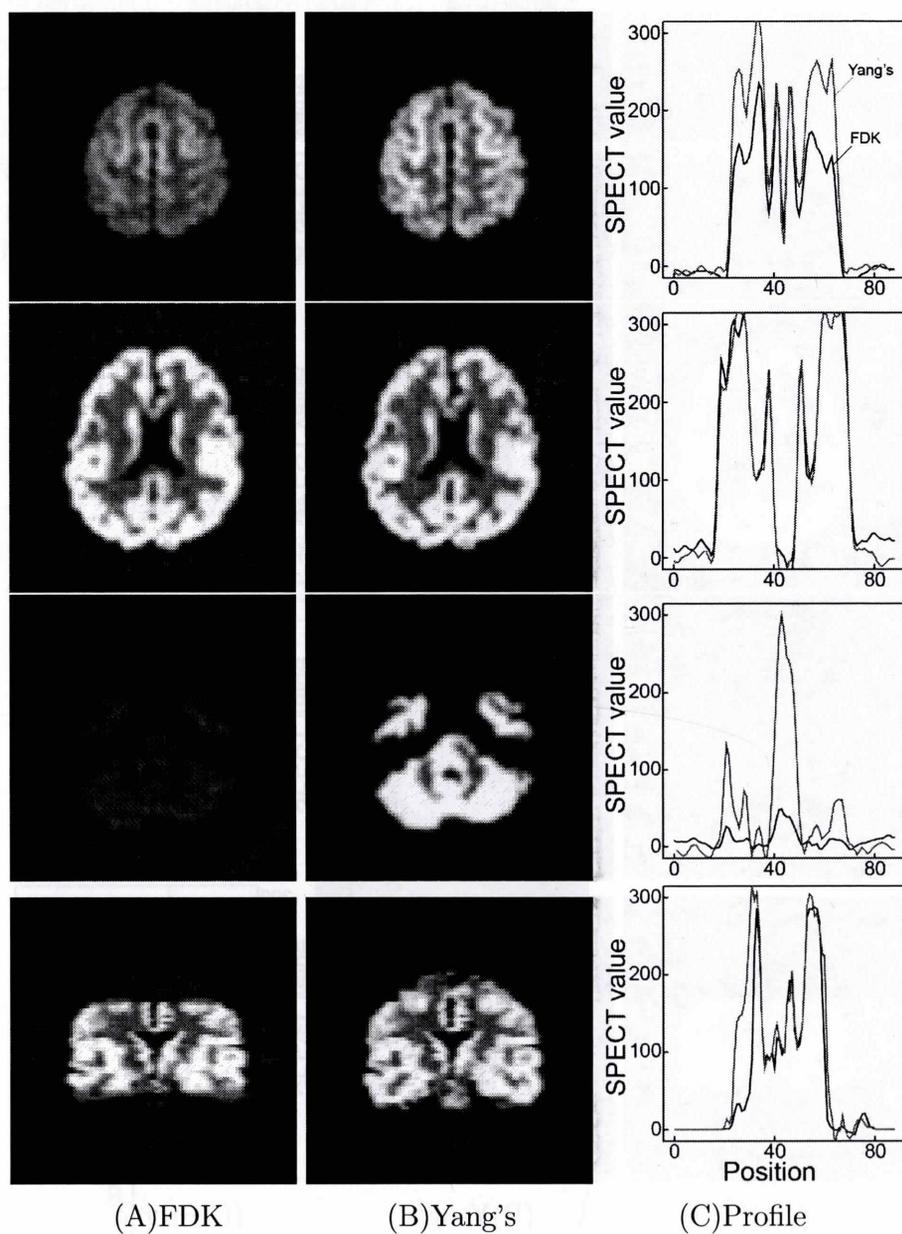


Fig. 4.17: Reconstructed images and Profile ((A)FDK, (B)Yang's, (C)Profile)

4.7.6 カットオフ周波数：0.5 cycles/pixels (100 M)

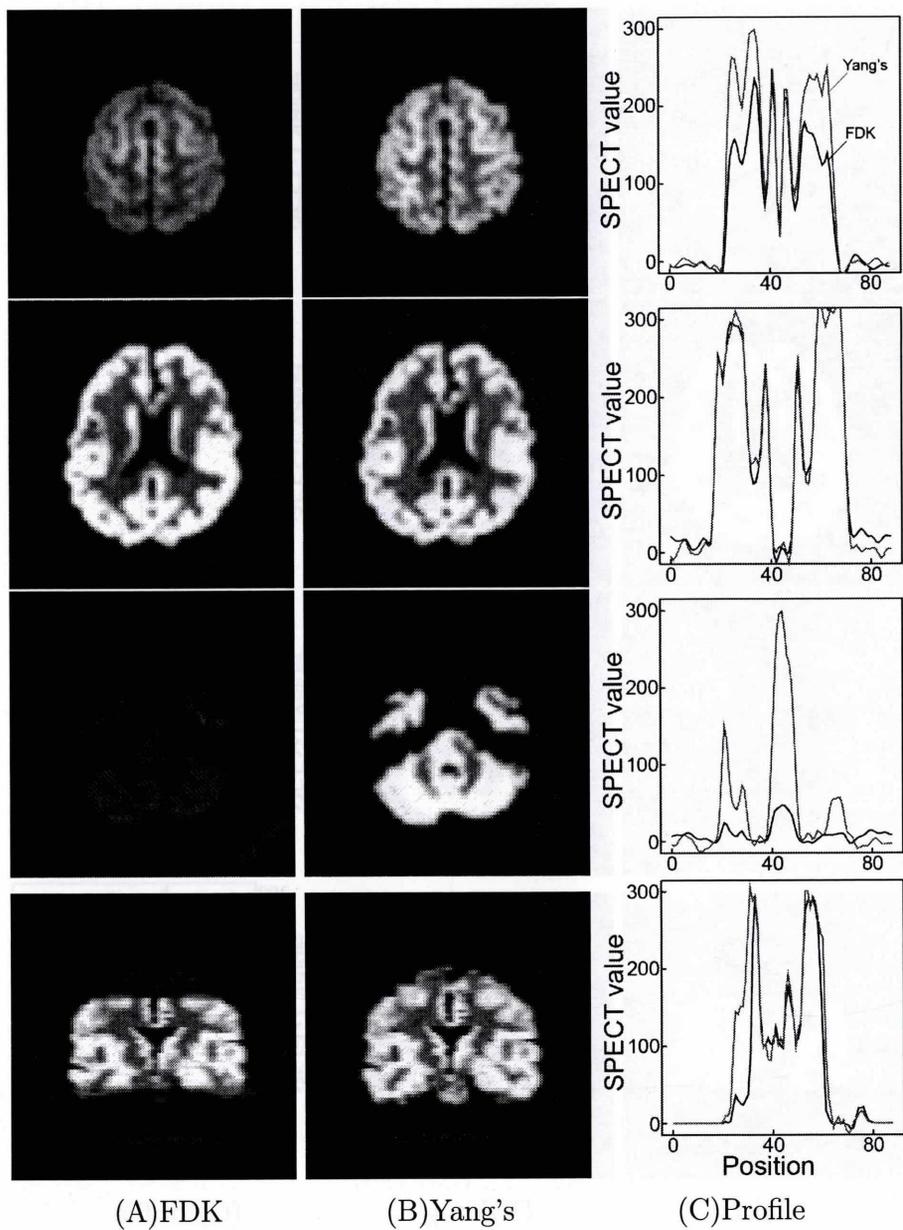


Fig. 4.18: Reconstructed images and Profile ((A)FDK, (B)Yang's, (C)Profile)

4.8 原画像と結果画像の差分に基づく定量的評価

いくつかの研究では、原画像を真値とし、結果画像と原画像の画素値の差分に基づく定量的な評価が行われている。ただし、このような評価を行うためには故意的に原画像にアーチファクトや劣化要因部分を作り、それを修復することで結果画像を作り出す必要がある。本研究では処理画像のラドン空間上で発生する shadow zone の問題やダイバージェンス角の開き具合の限界により生じるトランケーションといった問題があるので、上記で述べた内容は既に含まれている。MSE(Mean Square Error : 平均二乗誤差) は以下の式で定義される。 n は画像のサイズ、 f_1 は原画像の画素値、 f_2 は再構成画像の画素値を示す。

$$MSE = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n^2} (f_1 - f_2)^2 \quad (4.7)$$

【シミュレーション結果に対する MSE グラフ】

本研究において用いている FDK 法、Yang のアルゴリズム、T-FDK 法、FDK-slant 法の四つの MSE 値を以下のようにグラフ化して以下に示す。

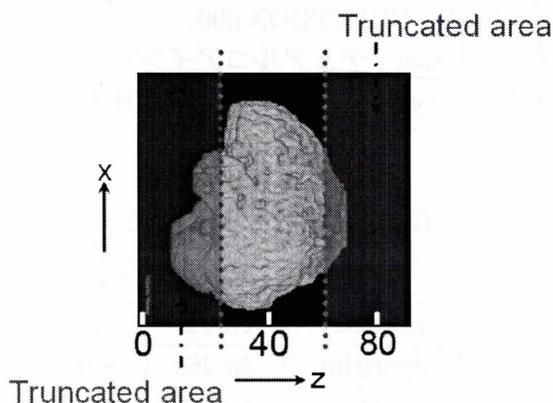


Fig. 4.19: Original image for 3D

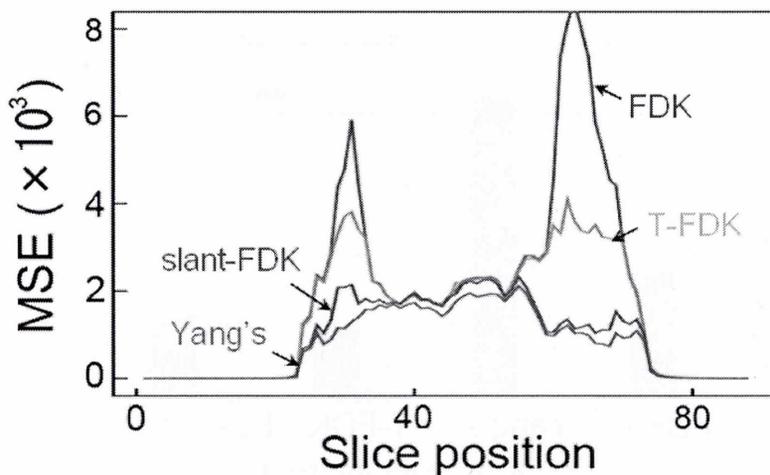


Fig. 4.20: MSE for slice by slice

4.9 再構成手法別による計算時間の比較

各再構成手法による計算処理時間の差を比較した。比較する手法は従来の手法である FDK 法、本研究で主に用いている Yang のアルゴリズムを用いた手法、リビニング法を用いた FDK-slant 型の手法の三つを用いて再構成に要する計算処理時間を計測した。再構成に用いた投影データの投影数は 180 投影と 360 投影の二つを用いて検証を行った。計算結果を Table 4.3 に示す。また、計測シミュレーションに用いたパラメータ表を Table 4.2 に示す。

Table 4.2: simulation condition

Original image	Brain source
Pixel size	$1.0 \times 1.0 \times 1.0 \text{ mm}^3$
Matrix size	$88 \times 88 \times 88$
Projection angle	0~360 deg.
Projection number	360
Rotation radius	105 mm
Azimuth angle	28 deg.(top-view), 14 deg.(side-view)
Reconstruction method	Yang's, FDK, FDK-slant

※使用パソコン環境 {
 DELL : PRECISION 690
 Processor : デュアルコアインテル Xeon プロセッサー
 Memory : クワッドチャンネル DDR2FullBuffered メモリ

【計算処理時間】

Table 4.3: 計算処理結果

	180 投影	360 投影
FDK method	1m45s	3m24s
Yang's algorithm	4m26s	8m53s
T-FDK method	1m12s	2m1s
FDK-slant method	0m50s	2m31s

*m : minute(分), s : second(秒)

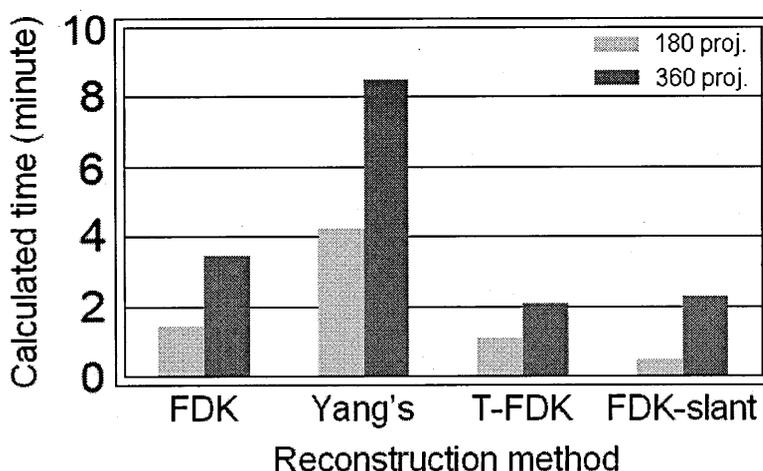


Fig. 4.21: Calculated time

計算結果から、解析的手法である FDK 法及び解析的手法を基にした手法である Yang のアルゴリズムにおいては従来手法である FDK 法の方が処理時間は早い結果となった。しかし、画質や雑音の耐性から見ると Yang のアルゴリズムを用いた結果の方が断然に良い結果が得られている。このことを考えると、プログラムを構築する段階でより高速な処理を実現できる事が考えられる。また、リビニング法を用いた手法である FDK-slant 法を用いた処理結果では解析的手法を用いた結果よりも早い処理時間となっている。これは、三次元のデータをそのまま扱う二つの手法に比べ、リビニング法は二次元にデータを書き換えてから再構成を行うので、三次元再構成でもかなり早い再構成が実現出来るということである。また、slant 型の手法では画質の改善も見られているので、これから注目すべき手法であると考えられる。

第5章 考察

5.1 ダイバージングSPECTシステム

半導体検出器は、高エネルギー分解能と高空間分解能を持ち合わせているため、臓器診断の核医学診断に対して期待が寄せられている。ダイバージングSPECTシステムは、その検出器の持つ小さな有効視野という欠点を克服し、大きな有効視野を実現した。つまり、マウスよりも大きなラットやウサギなどの動物実験を可能とし、核医学診断の発展の一部となることが可能であると考えられる。

しかし、現実問題としてダイバージングSPECTシステムにおいて歪みが生じるということも事実である。ここからは、その問題について考察を行う。ダイバージング角を持ったコリメータのシステムにおける特徴は、投影経路が焦点を頂点とした四角錐状に広がっていることである。画像劣化原因として挙げられるものの中にこの”広がり”も含まれることは確かである。Fig. 5.1に投影方向におけるデータ収集範囲の違いを示した。図中には、パラレルとダイバージングの各コリメータにおいて、0deg.でのデータ収集領域と180deg.でのデータ収集領域がどのようにになっているかを簡単に表している。

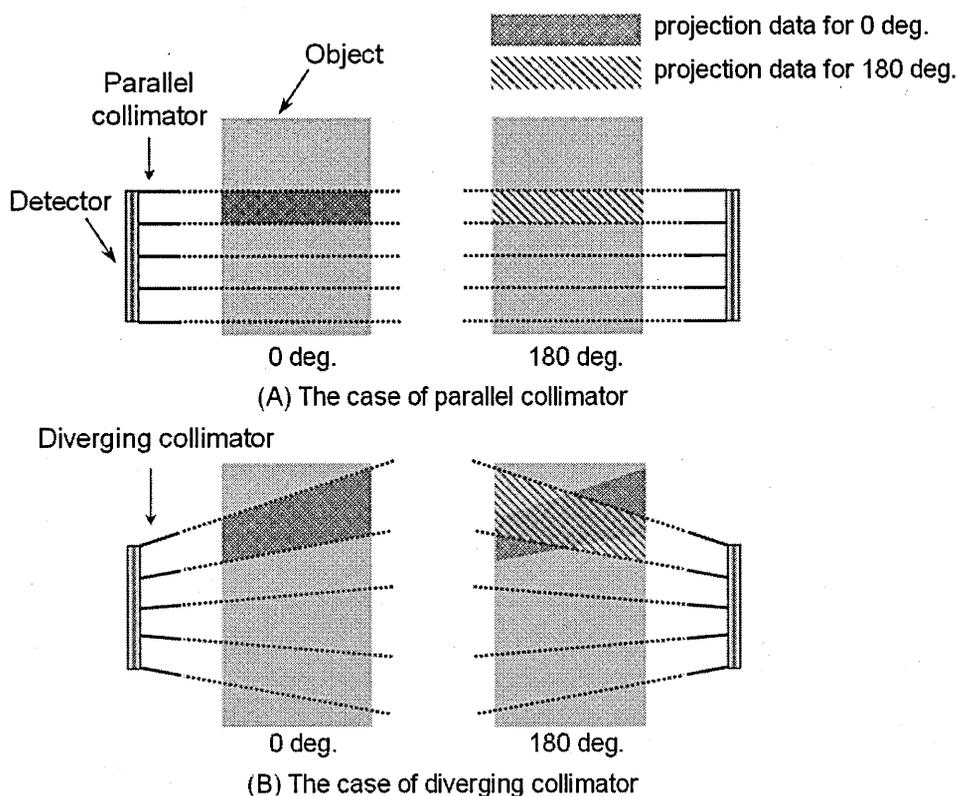


Fig. 5.1: Projection area for each collimators

まず、パラレルホールコリメータを用いた場合について考察すると、Fig. 5.1上に示すように、孔を形成する隔壁が平行になっているため、物体に対して各投影方向は平行である。

つまり、0deg. で得られるデータも、180deg. で得られるデータもほぼ同一であることが考えられる。しかし、Fig. 5.1 下を参照すると、ダイバージングコリメータを装着した場合について考えると、パラレルホールのとおりとは考えられない。ここで今回は注目領域として一番上のダイバージングホールについて考察する。ダイバージングコリメータが幾何学的構造上、広がりを持っていることは第二章で述べた。そのため、投影経路は斜め下方向から物体中を通り、斜め上方向へと伸びている。この投影経路の状態ではデータ収集を行うと、図に示すように0deg. と180deg. で得られるデータが一致しないのである。つまりこれは、投影各が変わる度にデータ収集できない領域が変わってしまっていることを表している。故に、この不完全データを用いて、再構成を行いSPECT 画像を作る際にアーチファクトが発生してしまうと考えられる。

また、投影方向によりデータが均一でないことに加え、投影経路の幅が一定でないことも画質劣化要因の一つであると考えられる。つまり、検出器から遠くなればなるほど、投影経路が広がっていくのである。ダイバージングコリメータを用いた研究も近年行われており、再構成法はファンビーム投影法の原理を用いることで、物体に対して水平面に対しては歪みを補正することが可能となった。しかし、コーン角方向に対して十分な配慮が行われず、体軸方向に歪みができてしまうと考えられる。さらに、コーン角方向の歪みを少なくするために、検出器の有効視野全体のデータを用いてデータ収集は行われておらず、ダイバージングシステムの利点を最大限に利用することが出来ていなかった。

これらを解決するために、本研究ではX線CTシステムの領域で開発が進められてきたアルゴリズムを適用し、良質な画像での再構成を可能にした。

5.2 再構成手法 (微分型解析的手法)

ここでは、ダイバージングSPECTシステムに適用したアルゴリズムについて検討する。本研究で用いた再構成法は解析的再構成手法であるFBP型の再構成法である。SPECT画像を構成する際に最も一般的に用いられる再構成手法は、ML-EM法(Maximum Likelihood Expectation Maximization)やOS-EM法(Ordered Subset Expectation Maximization)といった統計的画像再構成法である。しかし、今回はGrangeat、Huらのアルゴリズムを基礎とした微分型解析的手法であるYangのアルゴリズムの画像劣化要因の歪みに対する補正能力に着目しているため、これらの手法を用いた。

本研究における新規性は、コーンビーム型X線CTシステムにおける再構成手法をSPECTシステムに適用したことである。Yangのアルゴリズムは、データ不完全領域であるshadow zoneとデータ欠損領域であるトランケーションの二つの問題点に対して有効に働く再構成手法であるが、ダイバージングSPECTシステムにおいても有効であるかは定かではない。しかし、ダイバージング角を有するコリメータの幾何学的な形状のため、コーンビーム投影と類似性があることは十分考えられる。そこで、まずYangのアルゴリズムはFBP型の再構成手法であるため、簡単なFDK法で再構成したところ画質劣化が認められたので、Yangのアルゴリズムによる再構成画像の画質改善を行うことでSPECT画像においても良質な画像が得られると考えた。

結果として、コーンビーム型X線CTシステムの領域で開発されてきたアルゴリズムを適用することで、SPECT画像でも良質な画像を得ることに成功した。

5.3 再構成手法 (リビニング法)

リビニング法を用いた手法ではSSRB法 (Single-slice rebinning method) やMSRB法 (Multi-slice rebinning method)などをベースとしてFORE法 (Fourier rebinning method) といった様々な手法が提案されてきた。(参考のために付録AにFORE法について述べる) 本研究では解析的手法であるFBP法を基にして考えだされたTent型FDK法やslant型FDK法を用いて再構成を行ってきた。これらの特徴点としては、T-FDK法については水平成分に対する投影データを書き換えより早く再構成を行えるようにするために考案された手法である。また、slant型のFDK法では仰角(コーン角度)が大きい時に断面画像画質を改善するために考えだされた手法である。Fig. 5.2に示される図から、リビニング法は中央成分の上下に渡る斜め成分の画像を全て中央の二次元データに書き換えてから再構成を行うので計算時間もかなり早くなるのである。第4章で述べた計算時間の比較から見てもリビニング法を用いた手法は他の手法よりも早い計算時間である事が分かる。そして、slant型では斜め成分の傾きによりボケが発生する問題を平滑化処理をアルゴリズム内に付け加える事でより高画質な画像の再構成を実現している。

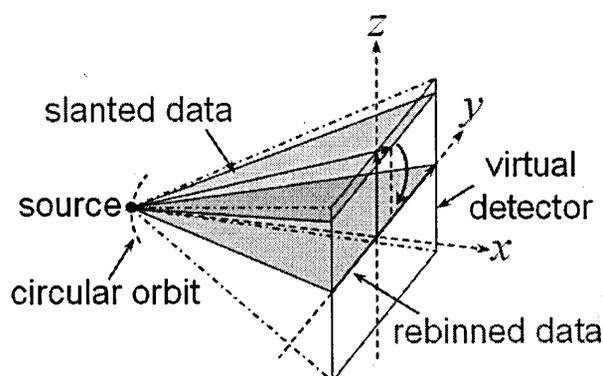


Fig. 5.2: Ribinning method

5.4 コーン角の大きさによる再構成画像の画質への影響

前述までで本研究でのシミュレーションで用いてきたコーン角28deg.(top-view)、14deg.(side-view)がshadow zoneの影響を考えたときに、大きな影響を及ぼす角度であるとは言えないということは述べた。shadow zoneというのはよりコーン角の大きなところで起きている問題であるからである。ここでは特にコーン角をより広げたことによるshadow zoneの影響について着目して考察していくこととする。コーン角を倍の角度にして行ったシミュレーション結果より、従来の再構成手法であるFDK法による結果画像を見てみると、コーン角が28deg.(top-view)のときよりも画像中心の強度が低下し、画質劣化が進んでいることが再構成結果から確認できる。そして、スライス# 64の結果画像の下の部分にはアーチファクトが発生してしまっている。つまり、コーン角の大きさが大きくなると、画質劣化も増倍することが分かった。それに対して、本研究で適用した画像再構成手法では、この画質劣化要因に有効に働き、再構成画像の画質改善を行うことができ、良質な再構成画像を得ることが出来ている。また、この傾向は雑音の有無に関わらず言えることである。ただ、コーン角度が倍になるとYangのアルゴリズムを用いてもエッジの部分に若干のボケが発生してしまう事がある。Fig. 4.9のスライス# 64の再構成結果を見ると分かるが、細かい部分の画像に対して少しボケが生じてしまっているのが分かる。しかし、これらの結果から言えることは、

Yang のアルゴリズムを用いれば、本研究で用いたコーン角の開き具合の場合において十分適用することが可能であると分かり、より大きな物体 (被写体) に対しての核医学診断が行えると考えられる。

5.5 再構成手法における雑音耐性

ダイバージング SPECT システムにおける Yang のアルゴリズムの適用として、60 M の光子検出カウントの場合においてシミュレーションを行ってきた。結果として雑音が付与されていないときと同様に、雑音の影響があるにもかかわらず画質劣化要因を補正し、良質な画像を得ることが出来た。しかし、実際の SPECT システムにおいて 60 M の光子検出カウントというものはかなり多いため、60 M カウントで良質な画像を得ることができたとしても、実験システムの段階では適用することが出来るが、本手法を SPECT 画像に対して有効的であることは一概には言えないのが現実である。そこで、雑音耐性に本手法が有効であるということの評価するために被写体となる Brain ファントムに対して半分のカウント数の 30 M とさらに低い 10 M カウントのときに対して、FDK 法と Yang のアルゴリズムを用いてシミュレーションを行った。

シミュレーション結果から、30 M カウントで行った結果では、カウント数が前に示した 60 M に比べ、半分になっているために再構成画像内に雑音の影響が見られ、画質が劣化してしまっている。しかし、Yang のアルゴリズムで再構成を行った場合には shadow zone の影響が少なくなり、画質強度も上がっている事が確認できる。

また、カウント数が 10 M の場合についてであるが、カウント数がさらに減ったことにより、shadow zone の影響が顕著に現れている。このことから、shadow zone 問題は、雑音問題に関連しており、雑音が多くなれば、その影響も顕著に現れてしまうと考えられている。しかし、本研究で用いた再構成手法である Yang のアルゴリズムは、この雑音の問題に関係なく、良質な画像を SPECT 画像として再構成出来ている。故に、本手法は雑音に影響を受けない、SPECT 画像を生成するために適した再構成手法であると考えられる。

5.6 雑音補正フィルタについて

次に雑音補正フィルタについて考察する。我々の適用した再構成手法では、雑音に対しても強い特性を持っていることが確認出来たが、雑音の影響が顕著に現れている状態で画像を得たとしても良質な画像を得たとは言いがたい。そこで、バターワースフィルタを用いて、雑音の補正を行った。

本研究でカットオフ周波数は 0.5 cycles/pixel に設定していたが、先に示してきたプロファイルでは値の高低差が多く見られ、未だ雑音の影響が残ったままである。検出カウント数が 60 M の場合、カットオフ周波数を 0.25 cycles/pixel とすると、プロファイルで Yang のアルゴリズムが画質劣化要因を補正できていることが簡単に確認できる。しかし、再構成画像は非常にボケが多くエッジ部分が潰れてしまい、視覚的に確認することが難しい。60 M は検出数が多いため、雑音の影響を大きく受けないので、カットオフ周波数を 0.5 cycles/pixel とすると画像的にもプロファイル的にも Yang のアルゴリズムの有効性が確認出来る。第四章の最初に行ったシミュレーションでは 0.5 cycles/pixel を用いたが、プロファイル上に多く雑音の影響が現れ、一目見て比較することが難しいため、0.5 cycles/pixel を用いた方が判断するには適切であると考えられる。

また、検出カウント数が 10 M のように少ないと、その分雑音が多くなり、良質な画像が

得られない。カットオフ周波数を 0.25 cycles/pixel とすると、雑音を補正することができ、プロファイルで Yang のアルゴリズムが画質劣化要因を補正出来ていることが簡単に確認できる。しかし、再構成画像は非常にボケてしまい、視覚的に確認する事が難しくなってしまう、実際の核医学診断を考えたときに適用出来ないと考えられる。カットオフ周波数を 0.5 cycles/pixel とすると、雑音が多いためにプロファイルでは雑音が補正されきれずに滑らかな線を描かない、0.25 cycles/pixel としたときよりも、画像的にはボケが少ない、良質な画像が得られているため、実際に利用するには、0.5 cycles/pixel 程度が最適であると考えられる。

以上のことを踏まえて考察を行うと、カットオフ周波数をきつく設定すると画像にボケが発生してしまい、良質な画像を得ることが出来ないが、プロファイルで確認するには有利であると考えられる。

5.7 MSE による評価

MSE を用いた画質の定量的評価では、shadow zone の影響を受けた部分やトランケーションの影響を受けた部分に対しての画像の復元具合について考察をする。本来、微分型の再構成手法に対して雑音を載せて画像の定量的な評価を行うために MSE を用いるのは考えられないのである。なぜならば、微分型の手法に対して雑音を載せてその結果画像に対してフィルタ (バターワースフィルタなど) を用いて低減しても、高周波成分が潰れてしまい原画像のエッジ部分とかけ離れた画像になってしまうからである。しかし、ここでは、トランケーション部に対しての復元具合を見る事が目的であるので、MSE の数値に対してはあまり着目しないものとする。そのために、Fig. 4.20 には各スライス毎の MSE 値を図に表したのである。この図を見ると、トランケーション部の影響があるスライス # 25 からスライス # 35 までの領域とスライス # 60 からスライス # 75 までの領域の部分では、従来手法である FDK 法が一番高い値 (悪い値) を示している。しかし、slant 型の手法や Yang のアルゴリズムでは値が低く、より原画像に近いことを数値的に示している事が分かる。このことから、トランケーション部に対して、再構成結果の画像と数値的な MSE グラフから Yang のアルゴリズムが一番回復度が高い手法であることが言えるのである。

5.8 計算時間による再構成手法の評価

本研究では従来の解析的手法である FDK 法とそれをベースとして提案された Yang のアルゴリズムとリビニング法を応用した T-FDK 法、FDK-slant 法を用いて三次元画像再構成を行い、shadow zone 問題やトランケーション問題を改善してきた。その中で、比較的計算時間の早い解析的手法を用いていることから、ここでは計算処理時間に着目して考察をする。まず、従来の手法である FDK 法に関しては投影数 180 及び 360 においても早い再構成処理が実現できている。しかし、問題点を改善するまでには至らなく、処理が早いだけの結果となっている。解析的手法をベースとして考えだされた Yang のアルゴリズムでは問題点を改善して良質な再構成画像を得る事に成功している。しかし、shadow zone の補正やトランケーションの補正など様々な式からなるアルゴリズムなので計算処理が遅く、360 投影のデータを用いた際には約 9 分もの時間を要する結果となってしまった。そこで、三次元データを二次元へ書き換える手法であるリビニング法を見てみると、従来の手法である FDK 法よりも早くトランケーションの問題を改善した良質な結果画像を得るのに成功した。しかし、補正を組み込んだ Yang のアルゴリズムよりは劣る結果となっていることも事実である。し

かし、計算時間が早く程よい結果を得られる手法としてこれから先の臨床診断などで期待できる手法の一つである。

第6章 まとめ

本研究では半導体検出器を用いたダイバージング SPECT システムを提案し、有効視野の小さな検出器に対して約二倍の有効視野を確保する事が出来た。提案したシステムの画像再構成において考えられる投影データ不完全問題に対し、コーンビーム投影でこれらの問題を解決する画像再構成法である Yang のアルゴリズムを提案したダイバージング SPECT システムに適用し、従来から用いられてきた FDK 法との画像評価を行った。同一条件下でデータの比較をすると、shadow zone の影響による画像強度の低下とトランケーションの問題におけるアーチファクトに対し、Yang のアルゴリズムは一番有効に働き、良質な画像を得る事が出来た。よって、ダイバージングコリメータを用いた場合での画像歪みの低減を実現出来るため、提案したダイバージング SPECT システムは実際の臨床システムへの適用が期待できる。

謝辞

本研究にあたり全般に渡って御指導頂きました尾川浩一教授、様々な助言を頂きました彌富仁先生、多くの面でお世話になりました富貴澤瑞穂氏、斉藤裕太氏および尾川研究室の方々に深く感謝致します。

参考文献

- [1] M. Fukizawa, K. Ogawa, "SPECT imaging with a semiconductor detector and a diverging collimator." Proc. 4th Int'l Fed. Med. Biomed. Eng., vol. 22, pp. 836-839, 2008.
- [2] K. Ogawa, M. Muraishi, "Feasibility study on an ultra-high resolution SPECT with CdTe detectors." IEEE Trans. Nucl. Sci., (in press) 2009.
- [3] L.A. Feldkamp L.C. Davis, J.W. Kress, "Practical cone-beam algorithm." J. Opt. Soc. Am., vol. A1, pp. 612-619, 1984.
- [4] H. Yang, M. Li, K. Koizumi, H. Kudo, "FBP-type cone-beam reconstruction algorithm with Radon space interpolation capabilities for axially truncated data from a circular orbit." Med. Imag. Tech., vol. 24, pp. 201-208, 2006.
- [5] H. Hu, "An improved cone-beam reconstruction algorithm for the circular orbit." Scanning, vol. 18, pp. 572-581, 1996.
- [6] H. Hu, "A New Cone Beam Reconstruction Algorithm for the Corcular Orbit." IEEE Trans. Nuc. Sci., vol. 18, pp. 572-581, 1996.
- [7] P. Grangeat, "Mathematical framework of cone-beam 3D reconstruction via the first derivative of the Radon transform." Lecture Notes in Math. vol. 1497, pp. 66-97, 1991.
- [8] H. Yang, M. Li, K. Koizumi, H. Kudo "Exact cone beam reconstruction for a saddle trajectory." Phy. Med. Biol. 51, pp. 1157-1172, 2006.
- [9] H. Yang, M. Li, K. Koizumi, H. Kudo "View-independent reconstruction algorithm algorithms for cone beam CT with general saddle trajectory." Phy. Med. Biol. 51, pp. 3865-3884, 2006.
- [10] H. Turbell, "Cone-beam reconstruction using filtered backprojection." Link?ping Universitet, Institute of Technology, Dissertation, No.672, 2001.
- [11] Y. Wang, "Composite cone-beam filtered backprojection algorithm based on nutating line." Optoelectron. Lett., vol. 2, pp. 221-224, 2006.
- [12] M. Grass, "3D cone-beam CT reconstruction for circular trajectories." Phy. Med. Biol. 45, pp. 329-347, 2000.
- [13] K. Ogawa, N. Masato, "A Reconsruction Algorithm from Trancated Projections." IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. 13, 1984.
- [14] F. Noo, J. D. Pack, "Therory for image reconstruction from diverging-beam projections in SPECT." IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. 6, pp. 3449-3452, 2006.

- [15] M. Defrise, F. Noo, R. Clackdoyle, H. Kudo, "Truncated Hilbert transform and image reconstruction from tomographic data" *Inverse Problems* 22, pp. 1037-1053, 2006.
- [16] D. C. Youla, H. Webb, "Image restoration by the method of convex projections: Part 1-Theory" *IEEE Trans. Med. Imag.* 1(2), pp. 81-94, 1982.
- [17] 工藤 博之, 斉藤 恒雄, "凸射影法による不完全な円すいビーム投影からの3次元CT画像再構成", *信学論 (D)*, vol. J72-D- , pp. 2137-2145, 1989.
- [18] 工藤 博之, 斉藤 恒雄, "凸射影法による不完全な投影データからのCT画像再構成", *信学論 (D)*, vol. J74-D- , pp. 96-104, 1991.
- [19] 工藤 博之, 斉藤 恒雄, "CT画像再構成問題の原理的考察-連続的に計測される投影データからの再構成-", *信学論 (D)*, vol. J70-D- , pp. 2773-2783, 1987.
- [20] 工藤 博之, 斉藤 恒雄, "投影角制限下における投影からの画像再生", *信学論 (D)*, vol. J70-D- , pp. 1527-1534, 1987.

発表論文

国際会議における発表

1. T. Kusayanagi, K. Ogawa, "Diverging SPECT system with a semiconductor detector," International Formula on Medical Imaging in Asia, 283-284, Jan 19-21, 2009, Taipei.
2. T. Kusayanagi, K. Ogawa, "Simulation Study on the Diverging SPECT System with a Semiconductor Detector," IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Conference Record CD-ROM, Oct 25-31, 2009, Florida, Orlando.

国内学会における発表

1. 草柳 達也, 尾川 浩一, "ダイバージング SPECT システムにおける画質改善," 日本医学物理学学会第 98 回学術大会, 医学物理第 29 巻 Sup.3, 199-200, 9.17-19, 2009, 京都.

付録A FORE法

本研究で用いてきたT-FDK法やFDK-slant法は全てリビニング法を基礎として提案されてきた再構成手法である。ここでは、リビニング法の基礎であるFORE法(Fourier rebinning method)についてその原理を示す。

本研究で用いてきた三次元画像再構成法では、再構成面に傾斜しているデータを用いて逆投影を行っている。このときに補間計算が行われているため再構成画像を得るのに長い計算時間を要する。この長い計算時間を解決するために投影データをフーリエ変換したときに示す性質であるFrequency distance relation(FDR)を用いてデータを周波数空間において処理を行い、再構成に必要とする計算時間を短縮する方法について説明する。

A.1 Frequency distance relation(FDR)

投影データを投影角度の順に並べた二次元データ $p(s, \theta)$ をサイノグラムという。このサイノグラムを s についてフーリエ変換し、投影角度 θ についてフーリエ級数展開を行って得られる二次元情報を $P(w, n)$ とする。

$$P(w, n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} p(s, \theta) \exp[-i(ws + n\theta)] ds d\theta \quad (\text{A.1})$$

ここで w は空間周波数、 n はフーリエ係数である。

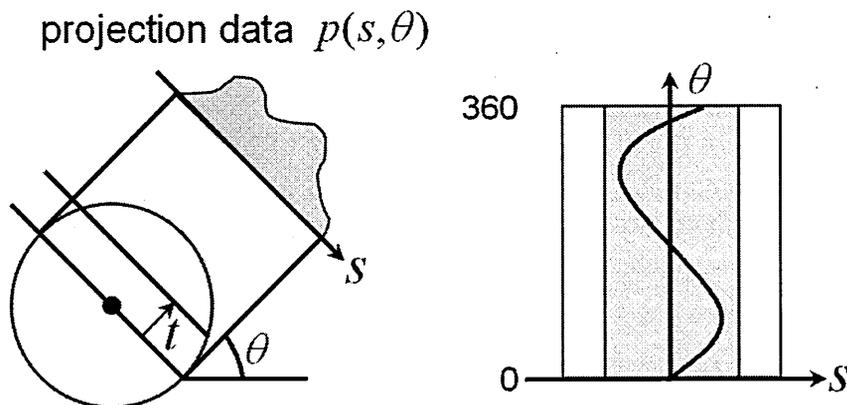


Fig. A.1: projection data & sinogram

この二次元情報には $|w| \gg 0$ において、原点座標を通り、傾斜 γ の線上の値には実空間の原点から投影方向への距離がある部分の線源分布の値が大きく寄与し、それ以外の部分の寄与は非常に小さいという性質を持つ。これは以下のように説明される。

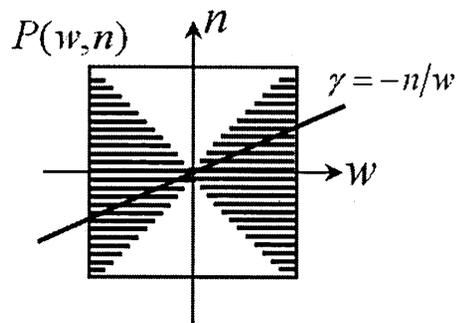


Fig. A.2: 2-D Fourier transform

ある (w, n) に対して、Eq.(A.1) も指数関数の項はサイノグラム上で二次元の平面波を意味し、その値は以下のようなになる。

$$ws + n\theta = c + 2m\pi \quad (\text{A.2})$$

Eq.(A.2) を満たすあらゆる (s, θ) に対して同じ値を持ち、サイノグラム上で多数の線で表せる。ここで c は常数、 m は整数である。ここである点線源について考えると、サイノグラムの軌跡は正弦波で表される。この場合 Eq.(A.1) の被積分関数の値は点の軌跡の傾斜が平面波の傾斜とほぼ等しい部分を除いて θ の変化によって激しく変動することになる。つまり、 θ について積分することに値がほぼ 0 となる。これは Eq.(A.1) の値にこれら二つの傾斜がほぼ等しい場所のみの値が大きな寄与を与えている事を示している。この関係を Frequency distance relation と呼ばれている。

A.2 FORE algorithm

フーリエリビニング法とは Frequency distance relation を三次元画像再構成問題に応用したものである。この方法では再構成面に対して傾斜しているデータから平行なデータを計算し、そのデータを用いて再構成を行うため、計算時間を短縮することが出来る。この方法のアルゴリズムは以下のような手順で行われる。

1. 投影データの測定
2. サイノグラムのフーリエ変換
3. Frequency distance relation を利用して画像の組み換え
4. 逆フーリエ変換
5. 二次元画像再構成

投影の測定にはコーンビーム投影法を用いて行う。この過程で得られた投影データは再構成面に対して傾きを持っている。傾斜した投影データを s 方向について連続的にフーリエ変換し、さらに ϕ 方向についてフーリエ級数展開を行う。

$$P(w, k, z, \sigma) = \int_0^{2\pi} \int_{-infly}^{+infly} p(s, \phi, \sigma) \exp[-i(ws + k\phi)] ds d\theta \quad (A.3)$$

これ以降は、Eq.(A.3) によって得られた二次元情報を $P(w, k, \sigma)$ をフーリエ変換と呼ぶ。次に Frequency distance relation を用いて傾斜した投影データのサイノグラムから xy 平面に平行なサイノグラムのフーリエ変換 $P_{reb}(w, k, z)$ に組み換える計算を行う。この計算は次式で示す。

$$P_{reb}(w, k, z) = \frac{\sum P(w, k, \sigma) \cdot H(w, \sigma)}{\sum H(w, \sigma)} \quad (A.4)$$

$$\begin{aligned} H(w, \sigma) &= 1 \quad w \geq w_0 \\ &= 0 \quad otherwise \end{aligned} \quad (A.5)$$

ここで $H(w, \sigma)$ はハイパスフィルタであり、組み換えが行われているスライス z は Frequency distance relation により次のように計算される。

$$z = z_0 - \frac{k}{w} \tan \theta \quad (A.6)$$

Eq.(A.6) は $|w| \gg 0$ においてのみ成立するため、低周波数成分については $z = z_0$ のスライスに値を返すものとしている。

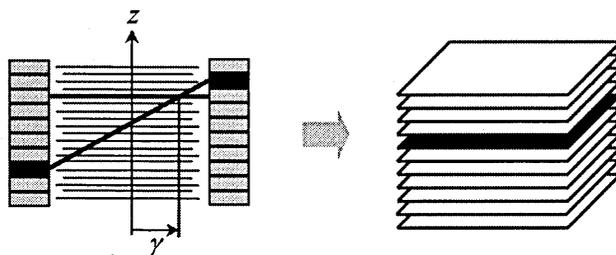


Fig. A.3: recombination

次に組み換えにより得られたフーリエ変換 $P_{reb}(w, k, z)$ の逆フーリエ変換を行う。

$$P(s, \phi, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-infly}^{+infly} \int_0^{2\pi} P_{reb}(w, k, z) \exp[i(ws + k\phi)] dw dk \quad (A.7)$$

これにより、 xy 平面に平行なサイノグラムの積み重ねが復元される。最後に FBP 法を用いて二次元再構成して再構成画像を得る事が出来る。