

## ウェーブレット変換を用いた低線量X線画像 に対する量子雑音除去とコントラスト強調

坂田, 昌彦 / SAKATA, Masahiko

---

(発行年 / Year)

2010-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)

2010-03-24

(学位名 / Degree Name)

修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)

法政大学 (Hosei University)

# 目次

Abstract	3
第1章 はじめに	4
第2章 放射線撮影	6
2.1 デジタルX線画像診断における FPD の歴史	6
2.2 ポアソン分布	8
第3章 ウェーブレット変換	10
3.1 フーリエ解析とウェーブレット解析	10
3.1.1 フーリエ解析	10
3.1.2 ウェーブレット解析	12
3.2 連続ウェーブレット変換	13
3.3 離散ウェーブレット変換	15
3.3.1 2進ウェーブレット	15
3.3.2 多重解像度解析	16
3.3.3 Daubechies のウェーブレット	19
第4章 ウェーブレット変換を用いた雑音低減	21
4.1 様々な閾値処理	21
4.1.1 Hard Thresholding	21
4.1.2 Soft Thresholding	22
4.2 Translation-Invariant Denoising	23
4.3 従来手法	24
4.3.1 Visu Shrink 法	24
4.3.2 SURE Shrink 法	24
4.3.3 Bayes Shrink 法	24
4.3.4 Wang の手法	26
4.4 提案手法による雑音除去	27
第5章 ウェーブレット変換を用いたコントラスト強調	31
5.1 従来手法	31
5.1.1 黒川の手法	31
5.1.2 Ito の手法	34
5.2 提案手法	35
第6章 シミュレーション	37
6.1 評価のためのサンプル画像と一般画像	37
6.2 ポアソン型ノイズの生成	38

6.3	提案手法による雑音低減法と従来手法との比較	39
6.3.1	シミュレーション条件	39
6.3.2	シミュレーション結果(サンプル画像)	39
6.3.3	シミュレーション結果(一般画像)	45
6.4	提案手法によるコントラスト強調法と従来手法との比較	65
6.4.1	シミュレーション条件	65
6.4.2	シミュレーション結果	65
<b>第7章</b>	<b>実験</b>	<b>71</b>
7.1	提案手法と従来手法の比較	71
7.1.1	実験条件	71
7.1.2	実験結果	72
<b>第8章</b>	<b>考察</b>	<b>85</b>
8.1	雑音除去結果に対する考察	85
8.2	コントラスト強調結果に対する考察	89
8.3	実験結果に対する考察	91
<b>第9章</b>	<b>結論</b>	<b>95</b>
	謝辞	96
	参考文献	97
	発表論文	99



# Abstract

An important issue in diagnostic imaging is to acquire high quality images with a small dose. However x-ray images acquired with a small dose are affected by the quantum noise. In this paper, we propose a new method to yield high quality images acquired with a small dose by reducing the noise and enhancing the contrast of images adequately. The proposed method consisted of the following steps: (1) pre-processing of an original image, (2) making 16 images with shifting the position of all pixels by several pixels in the image, (3) decomposition of these 16 images with a wavelet transform and reducing Poisson noise with a modified BayesShrink method in the wavelet domain, (4) reconstructing 16 denoised images with an inverse wavelet transform and restoring the pixel position, (5) averaging of 16 images pixel by pixel in the spatial domain, (6) decomposition of the averaged image with the wavelet transform and enhancing the contrast in the wavelet domain, (7) reconstructing a denoised and contrast enhanced image with the inverse wavelet transform, and (8) post-processing of the obtained image. To confirm the validity of our proposed method we acquired x-ray images of a standard human body phantom with small doses of  $1/12$  and  $1/25$  of the standard dose, and applied our method to these low-dose x-ray images. The validity of the proposed method was confirmed in comparison with the results processed using conventional methods.

# 第1章 はじめに

可能な限り低いX線量を用いて十分な診断画質を得ることは診断による患者の被ばくを軽減することにつながるため、放射線撮影において最も重要な課題の一つである。しかしながらX線の線量を低くすると、量子雑音により画質が低下する。雑音を除去する一般的な手法として、空間領域では線形フィルタ、メディアンフィルタなどがあり、周波数領域ではフーリエ変換を用いたウィナーフィルタなどがある。非線形処理であるメディアンフィルタは、エッジの保存とインパルス性の雑音に有効であるが、ガウス性の雑音や量子雑音に対してはうまく機能しない。また空間線形フィルタやウィナーフィルタをはじめとする周波数空間フィルタは空間分解能を低下させるという傾向がある。

これに対してウェーブレット変換 [1][2][3] を用いたアプローチは、画像の局所的特徴であるエッジ成分を失わないで雑音成分を選択的に除去することが可能である。この様なウェーブレット変換を用いた雑音除去手法には、ウェーブレット係数に対して閾値処理を行う Visu Shrink 法 [4] がある。この手法はガウス雑音が対象となっているが、雑音の大きさによって異なった閾値を経験的に決定しなければならず、実用上での問題がある。Shrink 法 [5] は原画像と劣化画像の平均二乗誤差を最小にする閾値を見つける手法であるが、そのためには劣化画像から原画像データの推定が必要であり、必ずしも最適な閾値が得られるわけではない。これに対して、各方向成分に対し、そのサブバンド毎にウェーブレット係数の統計的性質より決定される異なった閾値を使って処理を行う Bayes Shrink 法 [6] が提案された。この手法は Visu Shrink 法と比べるとエッジ情報を保存しやすいという性質を持つが、その反面、雑音の低減が不十分な場合がある。これらの二つの手法を含め、ウェーブレット変換を用いた多くの雑音除去手法は雑音のモデルとしてガウス雑音を想定しており [7] F. Luisier、画素値の変動がその平均値に依存する量子雑音に対しては十分な効力を出せない。一方、量子雑音を想定した雑音除去法もいくつかあるが [9][10][11]、雑音除去のプロセスで多くのエッジ情報が失われるという傾向がある。

ウェーブレット変換によるコントラスト強調もこれまで様々な手法が提案されてきた。Ito [13] はウェーブレット変換を用いて画像を多重分解し、全てのサブバンドの各々の係数の値に非線形の重みを掛けることで強調を実現している。しかしながら、それは汎用的な画像に対して効果が得られにくいといった性質を持ち、またそれぞれのレベルや方向成分を考慮していないので、周波数成分に応じた適当な強調が得られない可能性がある。また黒川 [12] はまずウェーブレット変換をする前に画像の平均濃度値をある任意の値にシフトさせ、その画像の濃度分布から重み関数を導出し、そこからウェーブレット変換を行って、そのレベルに応じた重み関数を用いてそれぞれのウェーブレット係数にその重みを掛けるという手法を提案した。これは汎用画像に対して高いコントラスト強調を実現したが、医用画像に対しては情報の損失が大きいことと背景が暗いなどの濃度分布の偏りによって大きく値が異なるなどの欠点がある。

提案手法では、低線量X線画像に対して量子雑音を除去した後、多少失われたエッジ部分の適切なコントラスト強調をする事で良好な画質を実現する。提案手法の手順は以下のとおりである；(1) 前処理として背景領域へのパディング、画像拡張などを必要に応じて行う。(2) Coifman ら [14] の提案する Translation-Invariant Denoising 法のためにピクセルの

シフトされた画像をパターンを変えてマザーウェーブレットのタップ数の2乗個分作成する。(3) シフトされた画像すべてに対してウェーブレット変換を行う。(4) ウェーブレット領域で量子雑音除去を行う。(5) 雑音除去されたすべての画像を逆ウェーブレット変換により再構成する。(6) すべての画像のピクセルシフト分を元に戻し、それらのすべての平均値をとって最終的な雑音除去画像とする。(7) 雑音除去画像に対してもう一度ウェーブレット変換を行い、それぞれのサブバンドに含まれるノイズ比を robust median estimator を利用した式から推定する。(8) 推定されたサブバンド毎のノイズ比やウェーブレットのレベルに従って変化する非線形関数による重みをウェーブレット係数に掛けることでコントラスト強調を行う。(9) 後処理として前処理として行ったパディング箇所、画像拡張の部分を元に戻す。

本研究では、シミュレーションと実験の両方の観点から従来手法と比較した提案手法の有効性を述べる。シミュレーションでは、コントラストの詳細な変化を調べるためのサンプル画像だけでなく、それぞれの手法の汎用性を比較するために9枚の標準画像を用いた。それらの画像に対して異なる大きさの量子雑音の変動を持つデータを生成し、それぞれの処理結果の比較を行う。実験では同一の対象物に対し異なる線量で複数枚分の撮影を行い、通常線量X線画像と低線量X線画像との比較を行った。

結果として、我々は通常の1/10線量のX線画像でも通常とほぼ同じ画質を実現した。この研究成果により低線量撮影下でも十分な画質を得ることにつながり、診断による患者の負担軽減に寄与できると考えられる。

## 第2章 放射線撮影

X線は1895年11月8日、ヴルツブルグ大学の物理学研究所所長であった Wilhelm Conrad Rontgen (レントゲン、1845~1925) によって陰極線の研究中に発見された。このX線の発見はその後の物理学、医学に大きな影響を与えた。ここでは実験で用いられたX線診断装置に用いられる Flat Panel Detector (FPD) の歴史やその特徴と、低線量下での撮影時に問題となるノイズの特徴であるポアソン分布についての説明を行う。

### 2.1 デジタルX線画像診断における FPD の歴史

近年の急速な医療情報電子化の進行により、医用画像デジタル化への要求が一気に高まった [16]。1990年代前半より一般X線検査ではCRによって、透視を必要とする消化管造影検査や血管造影検査はイメージインテンシファイア-TV (I.I. - TV) カメラ方式のDRによって画像のデジタル化が進められ、臨床のX線画像診断において広く普及するに至った。しかし、画像工学の進歩は著しく、95年には全く新しい革新的なデジタル画像診断装置として FPD が発表された。これは、アモルファス・セレン (a-Se) を撮像素子として用いる平面X線検出器であり、X線信号を直接デジタル電気信号に変換する。それまでのDRすべてが蛍光体によって、光信号を介してX線を電気信号に変換していたのとは異なり、直接変換型 (直接型) FPD の画質改善に対する大きな可能性が示唆された。しかし、実際の臨床においては、撮像素子のX線に対する感度不足や、メモリ・アーチファクトの問題から画質における問題が多く残った。

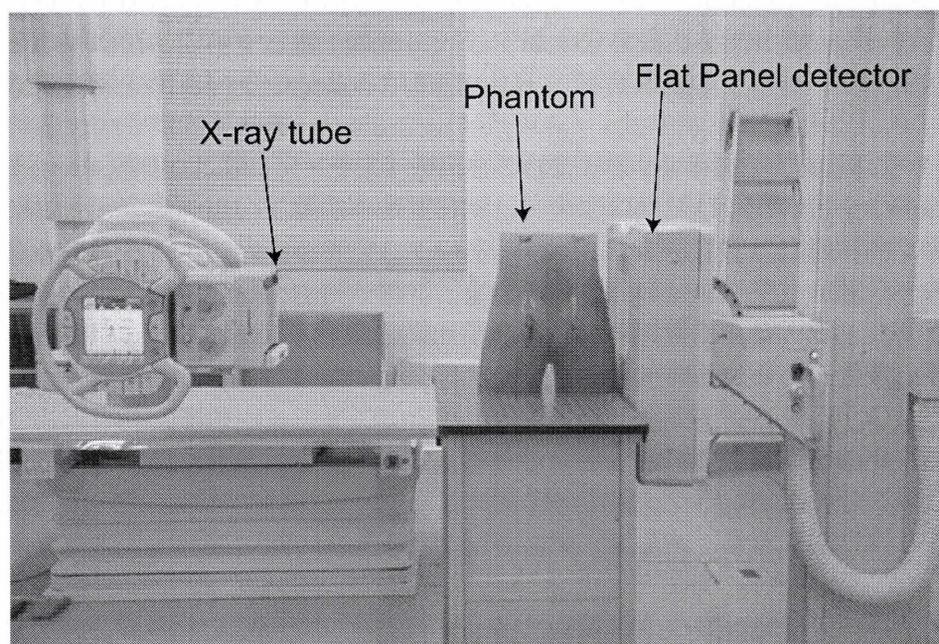


Fig. 2.1: FPD 搭載の X 線診断装置の例；(株) 島津製作所の RADspeed safire

他方で、アモルファス・シリコン (a-Si) を用いて、光信号により X 線に対する感度を高めた間接変換型 (間接型) も開発され、直接型と間接型の両面から開発が進められた。その後の改良により 1990 年代後半に入ると、胸部や乳房などの一般 X 線撮影に応用可能な FPD が登場し、実際の臨床で用いられるに至った。

登場初期の FPD は、X 線に対する感度不足から、消化管造影検査や血管造影検査において透視画像を得る事は困難であり、特に、低線量透視が必須となる消化管造影検査への鷹揚な不可能と考えられた。しかし、2000 年に入ると、低線量透視が可能な FPD を用いた FPD-DR が開発され、2003 年には消化管造影検査へ応用されるに至った。また、一般 X 線撮影における画質の問題も順次解決されていき、全国的に FPD-DR の導入が急速に進行し、現在では直接型、間接型に関わらず FPD は珍しいものでは無くなっている。

新しい X 線撮影計として登場した FPD は、画像工学の進歩により過去 10 年間に劇的な進歩を遂げた。以下に一般 X 線撮影における FPD の特徴を示す。

## FPD の主な特徴

- 即時表示が可能
- 高い機動性
- II. - TV カメラ方式の DR と同様に透視機能を備える

これらの利点から普及が進むことでコストも低くなり、近い将来すべての一般デジタル X 線検査は FPD 化されると考えられる。消化管造影検査では、C アーム透視台に装着された場合、X 線検出器として軽量でコンパクトな形状を生かした撮影システムにより、任意方向からの撮影が可能となり、機動性のある検査が可能となる。また、今後の画像工学の進歩により、現状の直接型 FPD より感度の高い撮像素子が開発されることで画質改善や高解像度化が進み、さらなる低線量化の可能性も十分にあると考えられる。

FPD は、画像デジタル化における X 線検出器の革新的な進歩と見なされるが、光学系の II を解する TV カメラ方式と比較して、撮像系における幾何学的な歪みが少なく、透視可能な FPD をコーンビーム CT に応用した場合、より高精細な三次元画像データの収集が可能となる。さらに、FPD の機動性を生かした、新しい多軌道三次元診断装置が開発される可能性も高い。画像診断の PACS 化が進む中、画質改善や低コスト化が進行することによって、FPD は X 線画像診断の中核的な存在になっていくと予想される。

## 2.2 ポアソン分布

放射性同位元素が崩壊する時間間隔は互いに独立で指数分布に従うため、単位時間あたりに計測される光子の個数はポアソン分布となる。簡単にいうと、単位時間あたりの計測光子数が常に同一の数とならず、ある揺らぎを持った数として観測されるということである。ポアソン分布では観測値（カウント）を  $k$ 、期待値（何回かの計測をしたとき平均的に得られるカウント）を  $\lambda$  としたとき、観測値  $k$  が得られる確率は次式で表される。

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (2.1)$$

また異なる期待値  $\lambda$  が与えられた際のポアソン分布以下の Fig. 2.2 に示す。

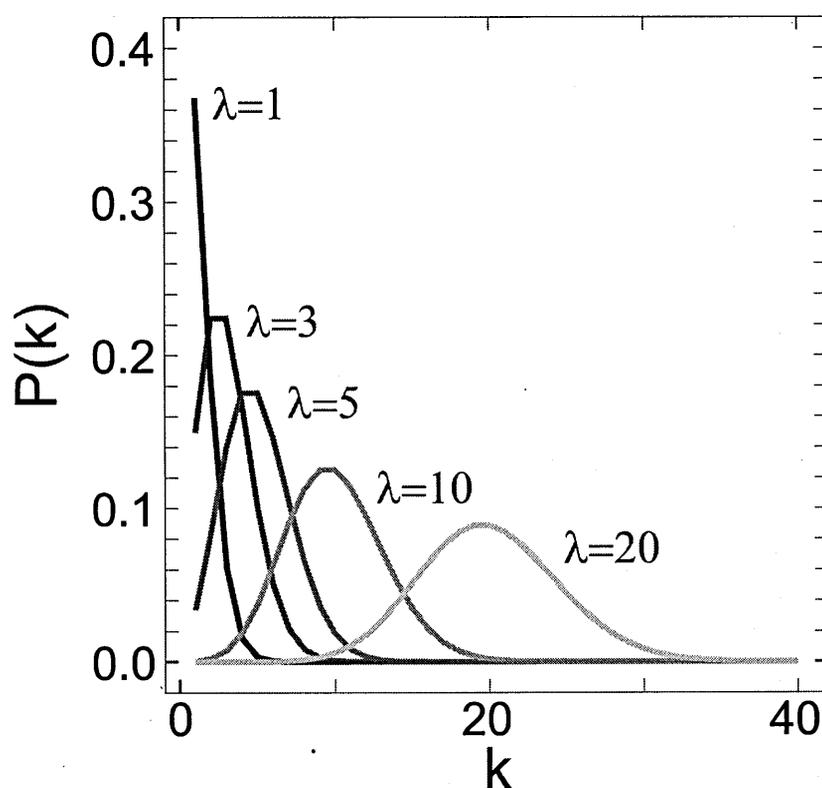


Fig. 2.2: ポアソン分布の例

また以下にポアソン分布の平均値 (mean), 分散 (V), 標準偏差 (SD) を以下に示す。

$$\text{mean} = \lambda \quad (2.2)$$

$$V(k) = \lambda \quad (2.3)$$

$$SD(k) = \sqrt{\lambda} \quad (2.4)$$

これらの確率分布は（その形状をよくわかるようにするため）連続関数として描いてあるが、実際には離散的な関数となっている。すなわち、 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  というように非負の整

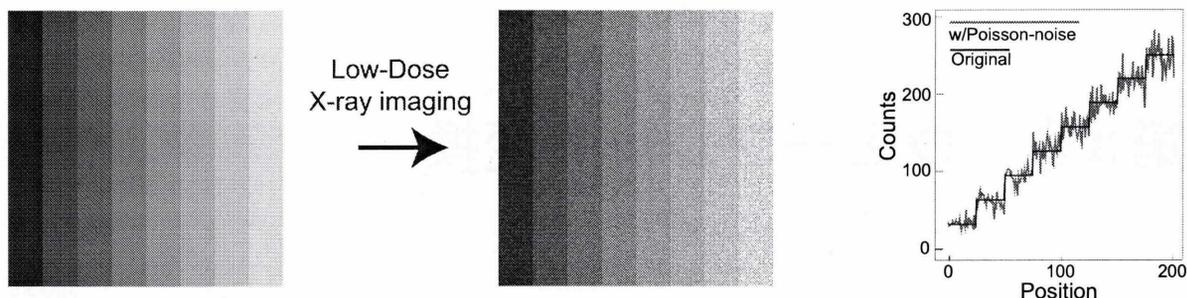


Fig. 2.3: 低線量撮影における量子雑音画像の例

数値に対して値をとる関数である。期待値が大きくなった時には左右対称の正規分布に近づいているのがわかる。また分散はこれらのピークの広がりであり、期待値が10程度以上あればほぼ正規分布とみなすことができる。例えば、測定カウントの平均値が $\lambda$ であれば分散も $\lambda$ に等しいので、その平方根の $\sqrt{\lambda}$ は標準偏差 $\sigma$ ということになる。よって、(期待値)  $\pm \sigma$ の範囲に収まるカウント値は全体の68%程度出現し、(期待値)  $\pm 2\sigma$ におさまるカウント値は95%出現することになる。ここで注意すべきことは、期待値が10カウントであっても非常に低い確率で18や3というカウントが計測されることがあることである。この点が一般の計測における測定誤差と違うところで、例えば真値10.0cmの長さの物体を1mmの目盛りのついた物差しで測るとき、読み値に変動があっても、たかだか10.1cmや9.9cmになるはずである。ところが、放射線計測の場合では18cmや3cmという読み値が現れてしまうことに相当するのである。このように放射線計測では観測値に必然的に大きな誤差(雑音)が混入しており、放射線の計測において測定されたカウント値はひとつの目安にすぎなく、大きなばらつきがあることを熟知すべきである。

ここで低線量X線撮影によって画像に量子雑音が含まれた場合の例をFig. 2.3に示す。この例からも分かるように、低線量X線撮影を $h$ 行った際はポアソン分布に従う量子雑音の入った画像となってしまいうため、画像処理などによって、それらを除く際にはこのカウントに依存した変動を考慮して行う必要がある。

# 第3章 ウェーブレット変換

ここでは、本研究で用いるウェーブレット変換とその比較として挙げられるフーリエ変換について述べる。ウェーブレット変換には、連続ウェーブレット変換と離散ウェーブレット変換がある。始めに導入としてフーリエ変換について述べ、次に基本である連続ウェーブレット変換について説明し、次に実際に解析に用いた離散ウェーブレット変換について説明する。

## 3.1 フーリエ解析とウェーブレット解析

### 3.1.1 フーリエ解析

#### フーリエ級数

周期  $T$  の周期関数は次の式のように表せる。

$$f(t) = f(t + T) \quad (3.1)$$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  とすれば Eq. 3.1 のフーリエ級数展開は、

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (3.2)$$

と表され、その係数  $a_0, a_n, b_n$  は次式で与えられる。

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (3.3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (3.4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (3.5)$$

係数  $a_0, a_n, b_n$  は関数  $f(t)$  が  $\cos n\omega_0 t$  あるいは  $\sin n\omega_0 t$  と相似な程度を表している。したがって、この係数の数値が 1 に近くなれば、よく似ているということで、1 となれば、 $f(t)$  は  $\cos n\omega_0 t$  または、 $\sin n\omega_0 t$  そのものを含んでいる。

#### 複素フーリエ級数

フーリエ級数展開式を複素表示するために、以下のオイラーの公式を用いる。

$$e^{in\omega t} = \cos n\omega t + i \sin n\omega t \quad (3.6)$$

$$e^{-in\omega t} = \cos n\omega t - i \sin n\omega t \quad (3.7)$$

または、

$$\cos n\omega t = \frac{1}{2}(e^{in\omega t} + e^{-in\omega t}) \quad (3.8)$$

$$\sin n\omega t = \frac{1}{2i}(e^{in\omega t} - e^{-in\omega t}) \quad (3.9)$$

これを Eq. 3.2 から Eq. 3.5 に代入して、 $a, b$  を  $C$  に置き換えると、フーリエ級数の複素関数表現、

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t} \quad (3.10)$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} h(t) e^{-in\omega t} dt \quad (3.11)$$

が得られる。

## フーリエ変換

変換操作とは観測パターンを基底関数に分解することである。フーリエ変換では複素正弦波が基底関数である。観測パターンを解析する順変換では、観測パターンと基底関数の内積を積分して変換係数(周波数成分)を得る。また、元の観測パターンを復元する逆変換では変換係数で重み付けた基底関数の線形和を求める。フーリエ変換(Fourier transform)は周期関数の周期  $T$  を  $T \rightarrow \pm\infty$  とすることから導かれて、

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.12)$$

で定義され、フーリエ逆変換(Inverse Fourier transform)は

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.13)$$

となる。 $F(\omega)$  が存在するための条件は、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (3.14)$$

であり、絶対可積分(absolute integrable)と呼ばれる。

## 窓フーリエ変換

窓フーリエ変換とは、信号に窓をかけ、窓枠から外側の信号は0として、窓から見える信号にフーリエ変換をほどこしたものである。窓関数の取り方によってはいくつかの窓フーリエ変換が知られている。ここでは、例として矩形窓フーリエ変換(rectangular window Fourier transform)を示す。Fig. 3.1 に示す矩形窓  $R_d$

$$R_d(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \leq \frac{d}{2}) \\ 0 & (|t| > \frac{d}{2}) \end{cases} \quad (3.15)$$

は  $R_d(t-b)$  と書いて、 $b$  をシフトすると、時間軸上を移動する窓となる。その窓から見える  $f(t)$  を時間軸に沿ってフーリエ変換するのを矩形窓フーリエ変換といって次のように表す。

$$(F_p f)(b, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_d(t-b) f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.16)$$

窓フーリエ変換ではシフトを用いて、時間軸上に窓を移動して窓幅だけの信号を切り出して周波数分析するので、時間軸に沿って周波数分解できる。また、窓幅を狭くすると、時間軸上で周波数の細かい変化を知ることができるフーリエ解析にはない機能がある。これが、窓フーリエ変換が「時間-周波数解析」と呼ばれる理由で、時間軸に沿って周波数の解析ができるということである。しかし、窓幅を狭くするに従って周波数分解能は悪化する。

### 3.1.2 ウェーブレット解析

ウェーブレットは三角関数や対数関数のような特定の決まった関数ではなく、局在する波を表すさまざまな関数の総称である。もっと正確に言えば、関数そのものを指すよりも、どのように使われるかに関連した呼び名である。waveは”波”、letは”小さい”、つまり局在していることを表している。周波数解析にはフーリエ変換がよく知られている。フーリエ変換は、定常的な観測パターン、つまり性質が時刻によって変わらない場合で有効であるが、非定常な場合は有効ではない。これに対してウェーブレット変換は、周波数と時間の両方の観点から波形を観測できるので、非定常の場合でも有効である。観測された信号のパターン  $h(t)$  に対してウェーブレットを用いてその信号  $h(t)$  の局所的様子を調べるためには、局所的な基本参照波  $\psi(t)$  (マザーウェーブレット) およびそれを拡大縮小し、平行移動した参照波、

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3.17)$$

をいくつか用意して、これらと観測パターンとの関係を調べる。ウェーブレット変換は、

$$W_\psi(t)(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3.18)$$

と表せる。これらを平行移動パラメータ  $b$  と拡大縮小パラメータ  $a$  を適切に決定し、 $\psi((x-b)/a)$  と置換することで観測パターンの局所的な性質を調べる。

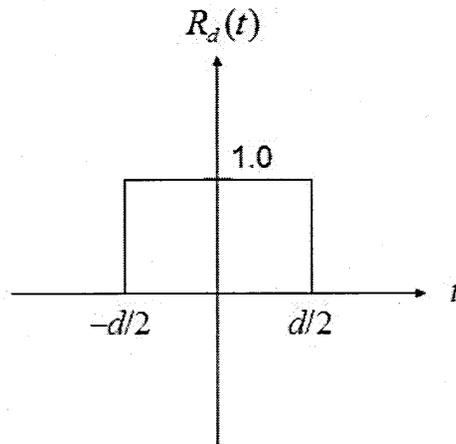


Fig. 3.1: 矩形波

## 3.2 連続ウェーブレット変換

実数 $R$ 上で定義された関数 $f$ のうち、次の条件を満たすものを2乗可積分関数と呼ぶ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (3.19)$$

つまり、 $f(t)$ は無限遠で0に収束する必要がある。2乗可積分関数の空間を $L^2(R)$ で表す。フーリエ変換の積分核である $e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$ は $L^2(R)$ には属さない。フーリエ級数展開は、 $e^{jn\omega_0 t}$ 一次結合により区間 $(-\pi, \pi)$ 上の任意の信号を表現する手段であった。これに対し、ウェーブレット変換は $L^2(R)$ に属する任意の信号を表現する手段である。

ここで、Fig. 3.2に示すような、平均値が0で、原点 $t=0$ の周りに局在する関数 $\psi$ をアナライジングウェーブレット (analyzing wavelet) あるいは、単にウェーブレット (wavelet) と呼ぶ。

この $\psi(t)$ を $t$ 軸上でシフトあるいは、拡大縮小して基底 $\psi_{a,b}(t)$ を生成する。

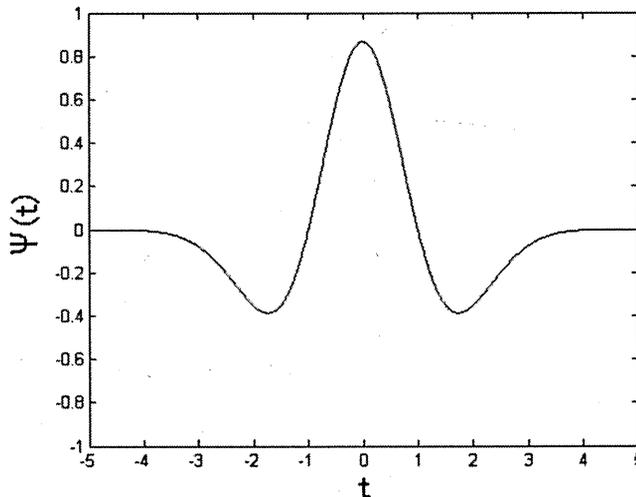


Fig. 3.2: ウェーブレットの一例 (メキシカンハット)

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3.20)$$

ここで、 $b$ はシフト、 $a > 0$ は拡大縮小のパラメータであり、スケールと呼ばれる。 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ は正規化のための係数である。この $\psi_{a,b}(t)$ と信号 $f(t)$ との内積が、ウェーブレット変換 (wavelet transform) である。

$$(W_{\psi} f)(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3.21)$$

ここで、 $\overline{\psi(\cdot)}$ は $\psi(\cdot)$ の複素共役である。

次に、この逆変換について述べることにする。まず、 $C_\psi$ を次式のように定義する。

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad (3.22)$$

ここで、 $\hat{\psi}(\omega)$ は $\psi(\omega)$ のフーリエ変換であり、次式のようになる。

$$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.23)$$

アナライジングウェーブレットは、逆変換の存在を確保するために必要な次の条件を満たすことが知られている。

$$\int_0^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega = \int_{-\infty}^0 \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega = \frac{1}{2}C_\psi < \infty \quad (3.24)$$

このとき、 $\hat{\psi}(\omega)$ は有限連続であるから、 $C_\psi < \infty$ が成立するためには、 $\hat{\psi}(0) = 0$ であることが必要である。つまり、 $\hat{\psi}(t)$ の直流成分が0すなわち、平均値が0で無ければならない。この条件を満たすとき、次の逆変換が成立する。

$$f(t) = \frac{2}{C_\psi} \int_0^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (W_\psi f)(b, a)\psi_{a,b}(t)db \right] \frac{da}{a^2} \quad (3.25)$$

つまり、基底 $\psi_{a,b}(t)$ により、信号 $f(t)$ を表現することが出来る。しかし、この表現では、信号の再構成のために $a$ と $b$ による無限積分が必要であり、現実的ではない。数値計算により信号のウェーブレット変換および逆変換を行うときは、次節で述べる離散ウェーブレット変換を使用する。積分角に正弦波と余弦波との合成を取って、内積をとったフーリエ級数に変えて、基底にウェーブレットを取って内積を取ったものである。言い換えると、フーリエ級数では、与えられた関数 $f(t)$ が正弦波または余弦波は無限に続く関数であるので、 $f(t)$ が時間軸上に局在したものであれば、正弦波または余弦波のように無限に続く関数にはあまり似ていない可能性がある。

そこで、時間軸に局在した関数 $f(t)$ に良く似た時間軸に局在した波、すなわちウェーブレットを用いたならば、時間軸上に局在する波形を適切に検出できる可能性がある。これがウェーブレットの発想である。

### 3.3 離散ウェーブレット変換

実際の数値計算（計算機上）においては前述したように連続ウェーブレット変換ではなく、離散ウェーブレット変換が用いられる。そこで、ここでは離散ウェーブレット変換について説明していく。

#### 3.3.1 2進ウェーブレット

離散化にあたり2進分割 (binary partition) をとり、 $a = 2^j, b = 2^j k$  とすると、連続ウェーブレットは次のように離散化され、これを  $\psi_{j,k}$  で表す。

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - k) \quad (3.26)$$

ここで、 $j$  はレベルと呼ばれるもので、 $j$  の値が小さくなると高周波になる。Eq. 3.26 を適当に選ぶと  $\psi_{j,k}$  を直交系にする事ができる。直交系とは、以下に述べる直交条件を満たすものを言う。直交条件にはシフトに関するものと、ダイレーションに関するものとの2種類がある。シフトに関する直交性は次の式で表される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t-k) \overline{\psi(t-n)} dt = \begin{cases} c & (n=k) \\ 0 & (n \neq k) \end{cases} \quad (3.27)$$

ここで、

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = c \quad (3.28)$$

上式で  $c = 1$  となるように正規化した場合を特に正規直交と呼ぶ。

ダイレーションに関する直交性は次の式で表される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} (2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m}t)) \overline{(2^{-\frac{n}{2}} \psi(2^{-n}t))} dt = \begin{cases} c & (n=m) \\ 0 & (n \neq m) \end{cases} \quad (3.29)$$

この場合も、 $c = 1$  なら正規直交である。

$\psi_{j,k}$  がこれらの直交条件を満たす時、信号  $f(t)$  は次のようにウェーブレットを基底とした級数に展開される。

$$f(t) = \sum_j \sum_k w_k^{(j)} \psi_{j,k}(t) \quad (3.30)$$

その展開係数  $w_k^{(j)}$  は、正規直交であれば次のような形で与えられる。

$$w_k^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{j,k}(t)} dt \quad (3.31)$$

### 3.3.2 多重解像度解析

音声や画像などのパターンなどは、様々な周波数成分によって出来ている。ウェーブレット変換を用いると、これらを高周波成分と低周波成分に分解することができる。ウェーブレット変換を繰り返し行うことにより、様々な解像度(多重解像度)の特徴を抽出できるので、ある特定の信号だけを目立たせたりすることが出来る、これを多重解像度解析 (MRA:Multi-Resolution Analysis) と呼ぶ。

まず、ウェーブレット展開係数を用いて、信号を分解、再構成する方法について述べていくことにする。信号をスケーリング関数の一次結合で近似する。スケーリング関数の一次結合を禁じ関数と呼ぶ。また、近似の精度をレベルと呼び、レベル0が最も精度の高い近似となり、レベルが大きくなるに従い、粗い近似となる。

スケーリング関数を  $\varphi(t)$  とし、この関数の一次結合によって、任意の信号  $f(t)$  の近似関数  $f_0(t)$  を次のように生成する。

$$f_0(t) = \sum_k s_k \varphi(t - k) \quad (3.32)$$

ここで、係数  $s_k$  は次式で与えられる。

$$s_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\varphi(t - k)} dt \quad (3.33)$$

ウェーブレットと同様に、スケーリング関数の整数シフトおよびダイレーションを考え、 $\varphi_{j,k}$  を次式で定義する。

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \varphi(2^{-j}t - k) \quad (3.34)$$

ここで、 $\varphi_{j,k}(t)$  はシフトおよびダイレーションに関して正規直交であるとする。

次に、この  $\varphi_{j,k}$  を使用して、レベル  $j$  の近似関数  $f_j(t)$  を次のように定義する。

$$f_j(t) = \sum_k s_k^{(j)} \varphi_{j,k}(t) \quad (3.35)$$

ここで、

$$s_k^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} f_j(t) \overline{\varphi_{j,k}(t)} dt \quad (3.36)$$

この  $s_k^{(j)}$  をスケーリング係数と呼ぶ。次に、レベル  $j$  の近似関数  $f_j$  から一つレベルの高いレベル  $j-1$  の近似関数  $f_{j-1}$  を生成することを考えると、次式が成り立つ。

$$f_{j-1}(t) = f_j(t) + g_j(t) \quad (3.37)$$

ここで、 $g_j(t)$  はレベル  $j$  のウェーブレット成分と呼ばれ、 $f_{j-1}$  から  $f_j$  を差し引いたもので、 $f_{j-1}$  を  $f_j$  で近似した場合に欠落した情報を示している。

また、レベルjの近似関数  $f_j$  とレベルjのウェーブレット成分  $g_j(t)$  を、それぞれスケーリング関数  $s^{(j)}$  とウェーブレット係数  $w^{(j)}$  を用いて表すと、

$$f_j(t) = \sum_k s_k^{(j)} \phi_{j,k}(t) \quad (3.38)$$

$$g_j(t) = \sum_k w_k^{(j)} \psi_{j,k}(t) \quad (3.39)$$

ここで、 $w_k^{(j)}$  は、レベルjのウェーブレット展開係数である。

以上をまとめると、レベルj-1の近似関数は、レベルjのスケーリング関数の一次結合  $f_j(t)$  と、レベルjのウェーブレットの一次結合  $g_j(t)$  に分解されるのである。

$$\begin{aligned} f_{j-1}(t) &= f_j(t) + g_j(t) \\ &= \sum_k s_k^{(j)} \phi_{j,k}(t) + \sum_k w_k^{(j)} \psi_{j,k}(t) \end{aligned} \quad (3.40)$$

次に、レベル0の近似関数  $f_0(t)$  を、レベルJの近似関数で表すことを考える。Eq. 3.36 に  $j=1, \dots, J$  を代入すると、再帰的に  $f_0(t)$  を求めることができる。 $f_0(t)$  は、 $f_J(t)$  と  $g_j(t)$  の集合との和として、次式で表されることが分かる。

$$\begin{aligned} f_0(t) &= g_1(t) + g_2(t) + \dots + g_J(t) + f_J(t) \\ &= \sum_{j=1}^J g_j(t) + f_J(t) \end{aligned} \quad (3.41)$$

この式は、信号  $f_0(t)$  をレベルjの近似関数  $f_J(t)$  で粗く近似した場合に、その過程で失われた成分  $g_j(t)$  を順次付加することで再現できることを表している。このように、信号  $f_0(t)$  をレベル0からレベルJまでのウェーブレット成分の和で近似でき、多重の解像度を持つウェーブレットで表すことが出来たといえる。このことから、この解析のことを多重解像度解析と呼ぶ。

次に、この多重解像度解析を2次元画像データに用いる場合について説明する。画像データは2次元の離散データとして与えられるものとし、 $f(m, n)$  で表す。まず、横軸方向に離散ウェーブレット変換を行い、その係数に対して縦軸方向に離散ウェーブレット変換を行う。画像データ  $f(m, n)$  をレベル0のスケーリング係数  $s_{m,n}^{(0)}$  とする。式で表すと以下のようなになる。まず、横軸方向に離散ウェーブレット変換を行う。

$$s_{m,n}^{(j+1,x)} = \sum_k \overline{p_{k-2m}} s_{k,n}^{(j)} \quad (3.42)$$

$$w_{m,n}^{(j+1,x)} = \sum_k \overline{q_{k-2m}} s_{k,n}^{(j)} \quad (3.43)$$

ここで、 $s_{m,n}^{(j+1,x)}$  と  $w_{m,n}^{(j+1,x)}$  はそれぞれ、横軸方向のスケーリング係数とウェーブレット展開係数である。次に、これらの係数に対して横軸方向に離散ウェーブレット変換を行う。

$$s_{m,n}^{(j+1)} = \sum_l \overline{p_{l-2m}} s_{m,l}^{(j+1,x)} \quad (3.44)$$

$$w_{m,n}^{(j+1,h)} = \sum_l \overline{q_{l-2m}} s_{m,l}^{(j)} \quad (3.45)$$

$$w_{m,n}^{(j+1,v)} = \sum_l \overline{p_{l-2m}} w_{m,l}^{(j)} \quad (3.46)$$

$$w_{m,n}^{(j+1,d)} = \sum_l \overline{q_{l-2m}} w_{m,l}^{(j)} \quad (3.47)$$

上式のうち、 $s_{m,n}^{(j+1)}$ のみをさらに4つの成分に分解することを繰り返すことで、2次元の多重解像度分解を行う。分解の様子を図に示すと Fig.3.3 のようになる。実際にある画像で行うと Fig.3.7 のようになる。これはレベル2まで行ったものである。

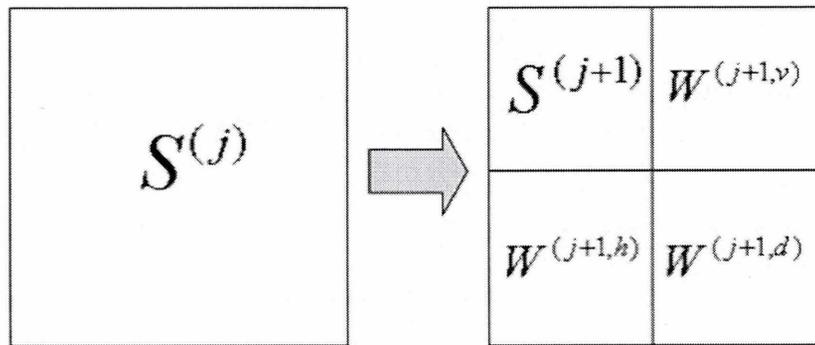


Fig. 3.3: 2次元多重解像度分解

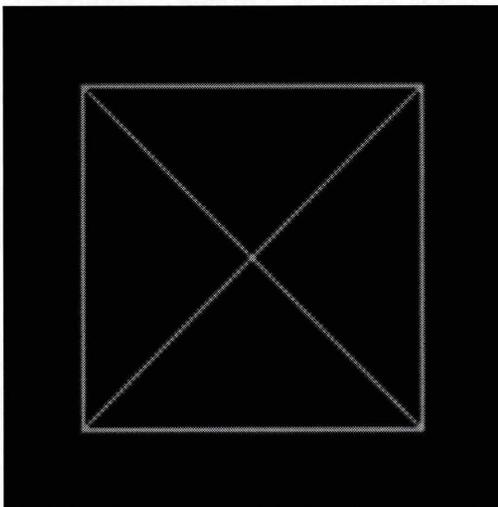


Fig. 3.4: 原画像

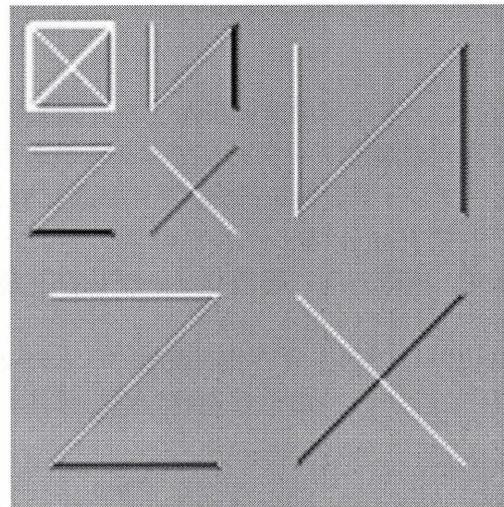


Fig. 3.5: レベル2までの分解

### 3.3.3 Daubechiesのウェーブレット

ここでは、画像処理分野で離散ウェーブレット変換の基底として良く用いられる Daubechies のウェーブレットについて述べることにする。Daubechies のウェーブレットは、直交条件を満たすウェーブレットとしてよく知られている。このウェーブレットの関数は形が複雑で、基底の関数では表現することができない。そこで、Daubechies は、自然数  $N$  を用いてウェーブレットの特徴づけを行っている。Fig.3.7 に  $N=2$  のウェーブレットを示す。

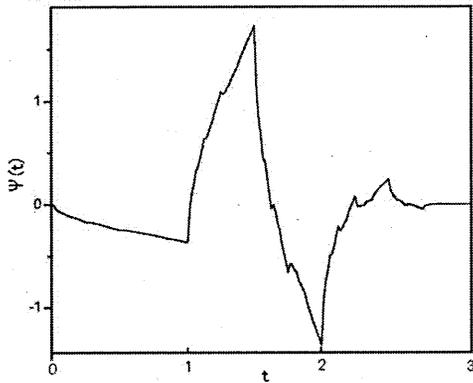


Fig. 3.6: Daubechies のウェーブレット関数

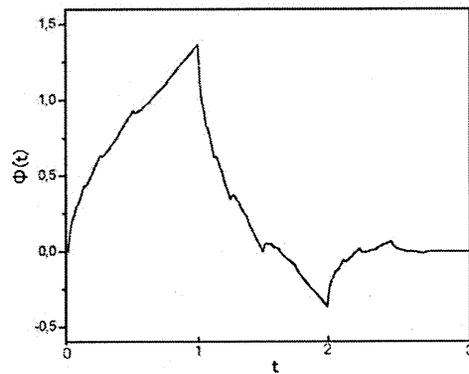


Fig. 3.7: Daubechies のスケーリング関数

この  $N$  は、展開項数  $1/2$  を表している。また、Daubechies のウェーブレットは、他に次のような特徴を持つ。

1. ウェーブレットとスケーリング関数はコンパクトサポートを持つ。
2. ウェーブレットでは、0次から  $N-1$  までの全てのモーメントが0である。

ここで、 $N-1$  次モーメントまでが0であることを式で表すと、次のようになる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \psi(x) dx = 0 \quad (n = 0, 1, \dots, N-1) \quad (3.48)$$

Daubechies のスケーリング関数を表す数列  $p_k$  は、Table3.1 で与えられる。

また、ウェーブレットを表す数列  $q_k$  は、 $p_k$  を使って表すことができる。

$$q_k = (-1)^k p_{1-k} \quad (3.49)$$

Table 3.1: Daubechies の数列  $p_k$ 

Tap 4 (N=2)	Tap 6 (N=3)	Tap 8 (N=4)
0.4829629131445341	0.3326705529500825	0.2303778133088964
0.8365163037378077	0.8068915093110924	0.7148465705529154
0.2241438680420134	0.4598775021184914	0.6308807679298587
-0.1294095225512603	-0.1350110200102546	-0.0279837694168599
	-0.0854412738820267	-0.1870348117190931
	0.0352262918857095	0.0308413818355607
		0.0328830116668852
		-0.0105974017850690

Daubechies のウェーブレットの特徴としては、数列  $p_k$  による Tap 数が増えるほど周波数分解能が向上する一方で、空間分解能は低下するという特徴がある。また Tap 数が増えれば増えるほど計算量もそれに比例して増加する。これらの特徴を応用を交えながらより具体的にいうと雑音除去などによる閾値処理を行った場合、同じ閾値でも Tap 数が大きいほど影響する範囲が大きくなるため、雑音除去の効果も大きい。よって比較的低めの閾値でもその効果は大きく雑音除去にはある程度の大きさを持った Tap を用いた処理が望ましいといえる。しかしながら、その影響する範囲の大きさから画像全体に必然的にボケが生じてしまい、詳細な空間分解能が必要とされるような医用画像では、空間分解能と周波数分解能のバランスを取りながら最適な Tap 数を選ぶ必要がある。最も空間分解能が良いウェーブレットは Tap2 の Haar のウェーブレットであるが、これは周波数分解能がかなり低く（コンピュータ上の表現では Tap2 という名前の通りウェーブレットの構成要素は 2 つ）、雑音除去にはあまり適していない。そのため次章でも紹介するが、提案手法では Daubechies Tap4 のウェーブレットを用いている。

# 第4章 ウェーブレット変換を用いた雑音低減

画像に含まれた雑音の低減手法の一つにウェーブレット縮退法 (Wavelet Shrinkage) がある。この手法は、Donohoらによって1994年に提案され、雑音の低減やデータの圧縮にも利用されている。この章では提案手法を含めたそれらの手法について述べる。

## 4.1 様々な閾値処理

ここでは、ウェーブレット縮退法によるさまざまな閾値処理について述べる。

### 4.1.1 Hard Thresholding

ウェーブレット縮退法は、ある閾値以下のウェーブレット係数の絶対値を縮退する雑音除去手法である。決定してウェーブレット係数の絶対値から閾値を減ずる方法は複数ある。その閾値処理法の一つに Hard Thresholding 法というものがある。これはウェーブレット係数の絶対値がある閾値よりも小さい場合は0で置き換え、それ以外の場合は何も処理をしない、という手法である。以下にその式を示し、その概略を以下の Fig. 4.1 に示す。

$$S_x = \begin{cases} x & (|x| > T \text{ の時}) \\ 0 & (|x| \leq T \text{ の時}) \end{cases} \quad (4.1)$$

ここで  $T$  は雑音除去のための閾値である。Hard Thresholding 法の特徴としては、以下のような点が挙げられる。

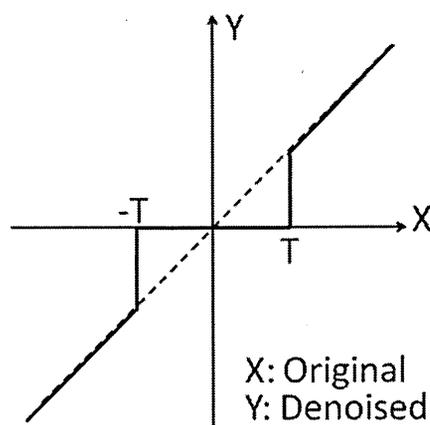


Fig. 4.1: Hard Thresholding 後のウェーブレット係数

## Hard Thresholding の特徴

1. 閾値以上の係数に影響が無いため、エッジなどの情報が保持されやすい
2. ウェーブレット領域上で値の急激な差が生じるため、再構成時にアーチファクトが発生する

2の特徴から、ウェーブレット縮退法における多くの研究は次に述べる Soft Thresholding 法を用いている。

### 4.1.2 Soft Thresholding

Hard Thresholding 法に対し、Soft Thresholding 法は得られた全てのウェーブレット係数の絶対値に対して、ある閾値で減じる手法である。そしてウェーブレット係数の絶対値が閾値以下の場合は Hard Thresholding 法と同様に、それを0で置き換える。以下にその式を示し、その概略を以下の Fig. 4.2 に示す。

$$S_x = \begin{cases} \text{sgn}(x)(|x| - T) & (|x| > T \text{ の時}) \\ 0 & (|x| \leq T \text{ の時}) \end{cases} \quad (4.2)$$

Soft Thresholding 法の特徴としては、以下のような点が挙げられる。

### Soft Thresholding の特徴

1. 閾値以上の雑音に対しても、その低減が可能
2. Hard Thresholding 法と比較して係数の急激な差が無いので、アーチファクトが出にくい
3. すべての係数に対して閾値処理を行うため、エッジなどの有効な値にも影響を及ぼす

3の特徴から Soft Thresholding 法を用いた閾値処理では、その閾値を十分に考慮して決定する必要がある。

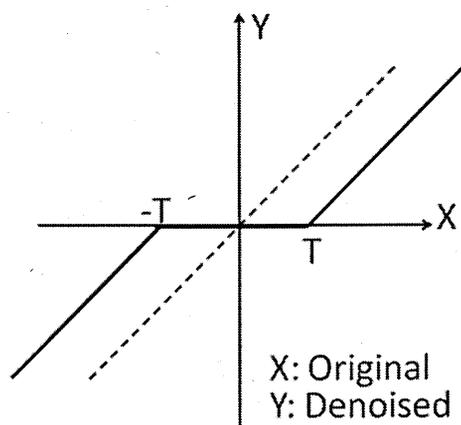


Fig. 4.2: Soft Thresholding 後のウェーブレット係数

## 4.2 Translation-Invariant Denoising

ウェーブレット変換を行い、その係数に対してある変化を加えると、画像を再構成した際に以下の Fig. 4.3 のようなアーチファクトやエッジ成分の落ち込みなどが見られることがある。この現象を抑えるために Coifman らの提案する Translation-Invariant Denoising 法がある。以下にその手順を示す。

### Translation-Invariant Denoising 法の手順

1. 画像のカウント（画素値）を空間領域上にて循環シフトしたデータを複数作成。
2. シフトされたすべてのデータに対してそれぞれウェーブレット変換。
3. ノイズ除去などの処理。
4. すべての処理されたデータに対してそれぞれ逆ウェーブレット変換。
5. それぞれのデータに対してシフトされた分だけ元の位置に戻す。
6. すべてのデータの平均をとる。

ここで1の循環シフトとは、以下の Fig. 4.4 のような手順で行われる。

このシフトにより Daubechies などウェーブレットによる空間領域の参照箇所がそれぞれ変化するため、処理結果もそれぞれ異なるものとなる。それらすべての平均をとることで、通常処理では失われていたエッジなどの情報も保持し、急激なウェーブレット係数の差によるアーチファクトも抑えることが可能になる。そのためシフトにより作成するデータは、ウェーブレットの Tap 数の2乗個使用することが望ましい。しかしながら、その計算量もそれに比例して増えるということにも注意する必要がある。

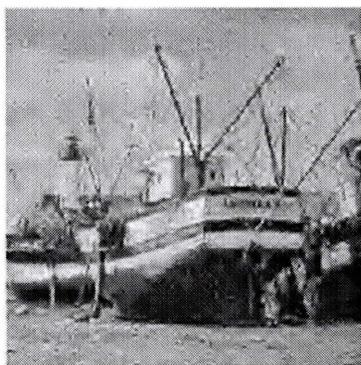


Fig. 4.3: ウェーブレット縮退法によるアーチファクトの例 (boats)

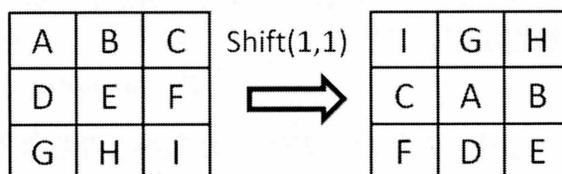


Fig. 4.4: シフトの例

## 4.3 従来手法

ここでは、ウェーブレット縮退法を実行するための閾値を算出する従来手法について述べる。

### 4.3.1 Visu Shrink 法

Visu Shrink 法は Donoho らによって提案されたウェーブレット縮退法のひとつである。ウェーブレット変換によって画像を多重解像度分解を  $J$  回行うと、水平、垂直、対角の成分がそれぞれ  $J$  個生成される。その  $3J$  個の全てのサブバンドに対して同じ閾値を用いて、ウェーブレット縮退法を行うのが Visu Shrink 法である。その閾値には Global Threshold を用いる。以下にその式を示す。

$$T = \sigma \sqrt{2 \log(N)} \quad (4.3)$$

ここで  $N$  は画像の画素数、 $\sigma$  は雑音の分散を示す。ただしウェーブレット分解において、分解レベルに依存してサブバンドの絶対値が大きくなるので、全てのレベル、全ての方向成分に対して、同じ閾値を使って処理を行うと画像データを過度に平滑化してしまうことが多いという問題がある。

### 4.3.2 SURE Shrink 法

SURE Shrink 法 (Stein's Unbiased Risk Estimator) は Stein の不偏リスク推定を用いたものであり、不偏型における損失： $\|\hat{\mu} - \mu\|^2$  を推定するものである。そして、その推定量は次式から得られる。

$$SURE(t, X) = d - 2 * \#(i : |x_i| \leq t) + \sum_{i=1}^d (|x_i| \wedge t)^2 \quad (4.4)$$

式 4.4 より、不偏リスク推定量は  $E_{\mu} \|\hat{\mu}^{(t)}(x) - \mu\|^2 = E_{\mu} SURE(t; X)$  となる。このリスク推定を用いると、

$$t^s = \operatorname{argmin}_{0 \leq t \leq \sqrt{2 \log d}} SURE(t; x) \quad (4.5)$$

となり、その  $SURE(t; x)$  が最小となるような  $t$  の値を求めることで適切な閾値  $t$  の値を得る。

### 4.3.3 Bayes Shrink 法

Bayes Shrink 法は Chang らによって提案されたサブバンドごとに異なった閾値処理を行うウェーブレット縮退法である。Bayes Shrink 法は観測モデルとして次式で表される。

$$Y = X + V \quad (4.6)$$

但し、 $Y$  は劣化画像のウェーブレット変換、 $X$  は原画像のウェーブレット変換、 $V$  はガウス分布  $H(0, \sigma^2)$  に従う雑音成分のウェーブレット変換を表す。ここで、 $X$  と  $V$  は互いに独立し

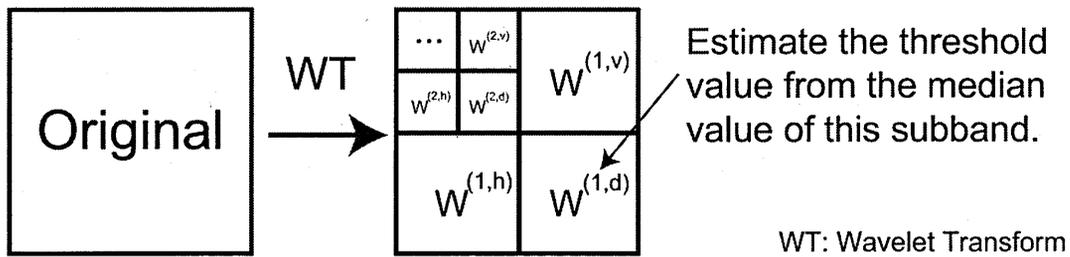


Fig. 4.5: robust median estimator の仕組み

ているので、 $Y, X, V$  の分散  $\sigma_Y^2, \sigma_X^2, \sigma^2$  は次式で表せる。

$$\sigma_Y^2 = \sigma_X^2 + \sigma^2 \quad (4.7)$$

ここで、Bayes Shrink 法の閾値導出方法を示す。

(1) 雑音の標準偏差の推定

雑音の標準偏差は robust median estimator を用いて以下の式から推定できる。

$$\tilde{\sigma} = \frac{\text{Median}(|X_{i,j}|)}{0.6745}, \quad X_{i,j} \in \text{subband } D^{(1)} \quad (4.8)$$

ここで、 $X_{i,j}$  は、レベル 1 のウェーブレット分解で得られる対角方向のサブバンド  $D^{(1)}$  内の展開係数を表す。この仕組みを Fig. 4.5 に示す。

(2) 劣化画像  $Y$  の分散の推定

劣化画像の分散は、以下の式から推定できる。

$$\tilde{\sigma}_Y^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i,j=1}^n Y_{i,j}^2 \quad (4.9)$$

ここで、 $n^2$  は注目領域内における全ての画素数である。 $Y_{i,j}$  は注目領域の係数である。

(3) 閾値  $B$  の計算

閾値  $B$  は (1)(2) の結果を用いて以下のように定めることができる。

$$B = \frac{\tilde{\sigma}^2}{\tilde{\sigma}_X} \quad (4.10)$$

但し、

$$\tilde{\sigma}_X = \begin{cases} \sqrt{\tilde{\sigma}_Y^2 - \tilde{\sigma}^2} & \text{for } \tilde{\sigma}_Y^2 \geq \tilde{\sigma}^2 \\ 0 & \text{for } \tilde{\sigma}_Y^2 < \tilde{\sigma}^2 \end{cases} \quad (4.11)$$

となる。ここで  $\tilde{\sigma}_x = 0$  の場合、閾値処理によってそのサブバンドの全てのウェーブレット係数を 0 にする。

以上のように全ての高周波成分に対して、異なる閾値  $B$  を用いて、ウェーブレット縮退法を行う手法が Bayes Shrink 法である。この手法により各サブバンドごとに適当な閾値を設定することができ、閾値処理された係数を用いて再構成することで、画像に含まれる雑音をより効果的に除去することができる。

#### 4.3.4 Wang の手法

Visu Shrink 法や Bayes Shrink 法はガウス雑音の除去を目的としているのに対し、低線量下での医用画像におけるノイズはポアソン分布に依存している。Wang らの手法は、本手法と同様に医用画像におけるノイズ除去を目的としている。その手法は Bayes Shrink 法によって得られた閾値に対して、まず前処理としてフーリエ変換をし、ウィナーフィルタの適応を行い、実験的に最も高い効果の得られた重み付けをするものであり、次式で表される。

$$T(x, y) = \sqrt{\frac{\log n^2}{2 \times j}} \times B \quad (4.12)$$

ここで  $n^2$  は注目サブバンドのサイズ、 $B$  は Bayes Shrink 法による閾値を表す。

この手法は四種類の異なる X 線医用画像のシミュレーションから得た最適な重みを用いたものだが、必ずしもポアソン分布の性質をその閾値処理に組み込んだものではない。また本来の Bayes Shrink 法による閾値に対してすべての場合に均一な重みを欠けているので、エッジの情報などが潰れてしまうという欠点も確認できる。

## 4.4 提案手法による雑音除去

提案手法による雑音除去は、低線量撮影によって生じる量子雑音の除去を目的としている。そのために量子雑音の性質を従来の閾値に組み込むことで最適な雑音除去を実現している。以下にその手順を示す。

### 提案手法による雑音除去の手順

1. Translation-Invariant Denoising (TID) 法を実行するため、原画像  $I_0$  (横、縦のサイズを  $M$ 、 $N$  とする) に対して縦、横方向に異なった画素分だけをずらした画像を 16 個作成 ( $I_0 \sim I_{15}$ ) する。ここでは使用するマザーウェーブレットのタップ数を 4 としている。
2.  $I_0 \sim I_{15}$  の画像についてウェーブレット変換を実施する。
3. それぞれの画像のレベル 1 のスケーリング係数  $S_{xy}^1$  を用いて重み  $\alpha$  を算出する。

$$\alpha = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^{M/2} \sum_{y=1}^{N/2} \frac{\sqrt{S_{xy}^1}}{S_{xy}^1} \quad (4.13)$$

4. それぞれの画像に対して雑音の局所的な標準偏差  $\tilde{\sigma}_{xy}$  を推定する。

$$\tilde{\sigma}_{xy} = \frac{\alpha \times S_{xy}^j}{2^j} \quad (4.14)$$

スケーリング係数は、X線の検出カウントの局所的な平均値に比例するので、式 4.13 より分解レベル 1 で基準となる重み  $\alpha$  を設定し、それを注目サブバンドと同レベルのスケーリング係数に掛けることで、すべてのレベル  $j$  でポアソン分布の標準偏差  $\sqrt{S_{xy}}$  を近似している。ここで式 4.14 の分母の項  $2^j$  はウェーブレット変換により、分解回数だけスケーリング係数の値が順次倍になっていくので、それを正規化するためのものである。

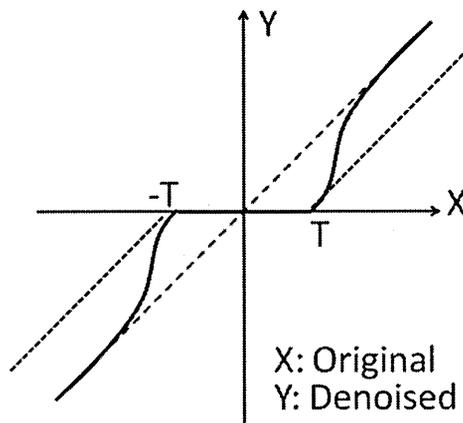


Fig. 4.6: 提案手法後のウェーブレット係数

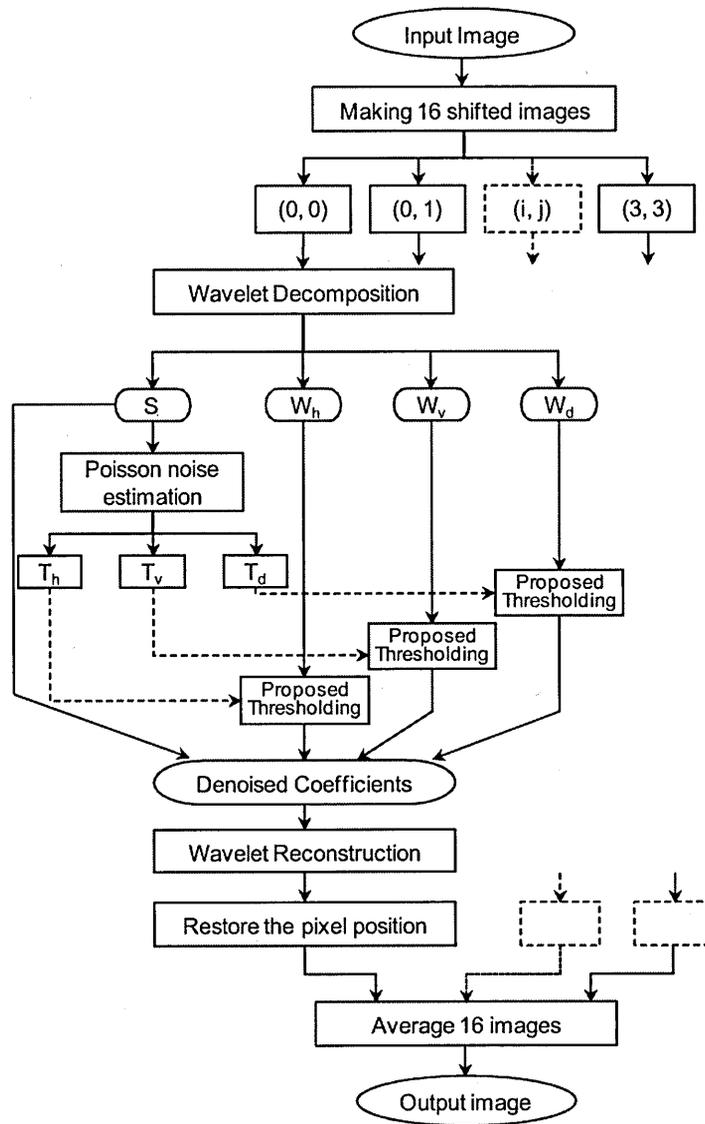


Fig. 4.7: 提案手法のアルゴリズム (雑音除去)

5.  $I_0 \sim I_{15}$  の画像のウェーブレット係数に対し、次式により雑音除去のための閾値  $T_{xy}$  を決める。

$$T_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy} \times B \quad (4.15)$$

ここで  $B_j$  は Bayes shrink 法によって算出された閾値を表す。

6. エッジ保持を実現する閾値処理は以下の関数を用いる。ここで図 4.6 に関数の概要を示す。

$$\tilde{\eta}_{xy} = \begin{cases} \text{if } |\eta_{xy}| > T_{xy} \\ \text{sgn}(\eta_{xy}) \times \left( |\eta_{xy}| - \frac{T_{xy} \exp(t_0 - |\eta_{xy}|)}{1 + \exp(t_0 - |\eta_{xy}|)} \right) \\ \text{otherwise} \\ 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

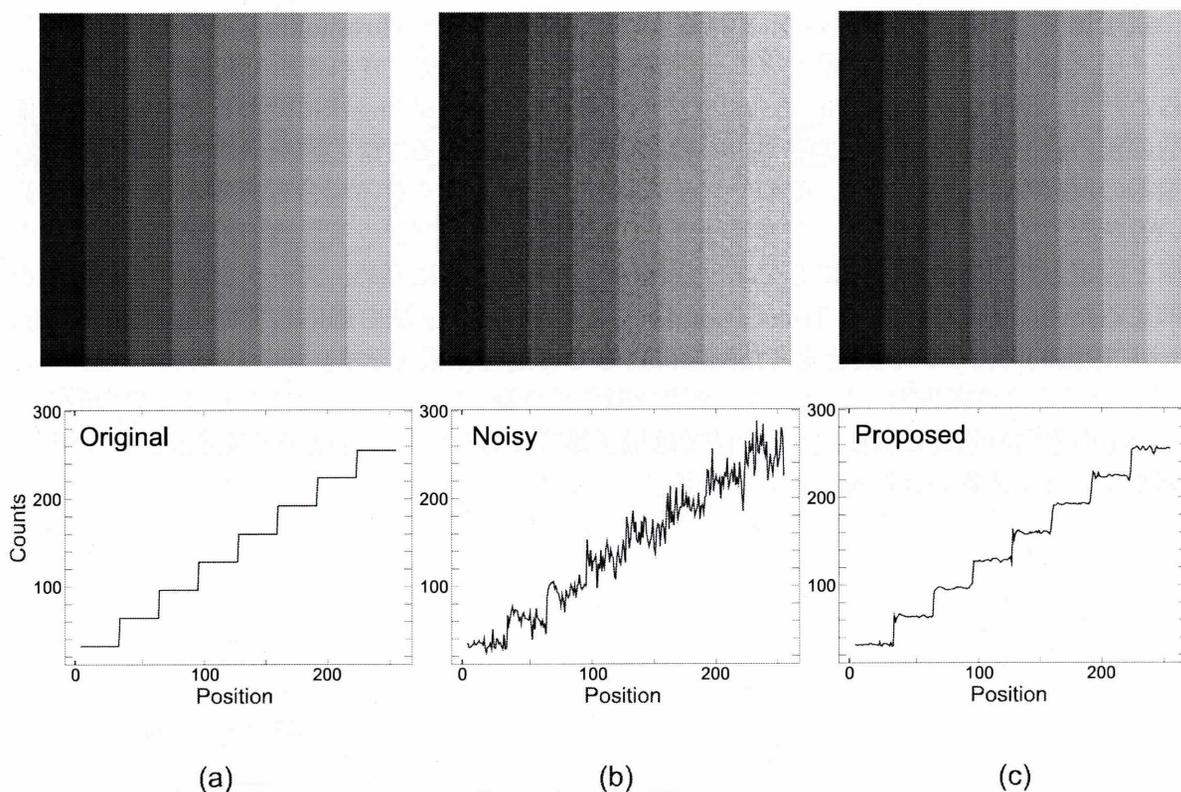


Fig. 4.8: それぞれの画像とプロファイルの比較; (a)Original, (b)Noisy, and (c)Proposed.

ここで  $\eta_{xy}$  はウェーブレット係数、 $\tilde{\eta}_{xy}$  は雑音除去後の係数、 $t_0$  は式 4.16 の変曲点を決める任意の値である。この関数を用いることで、ウェーブレット係数が 0 に近いところでは Soft Thresholding 法と同様に働き、しだいに係数が大きくなるに従って、緩やかに Hard Thresholding 法に遷移させることができる。これにより、係数が不連続に変更されることを抑えつつ、エッジ情報の保持を実現している。2つの Thresholding 法を切り替える指標となる  $t_0$  の値を低くするほどエッジ情報の保存性は良くなるが、その分雑音除去が十分でなくなる場合もあるので、適ぎ高めめの値を設定する必要がある。提案手法では全ウェーブレット係数の絶対値を取ったものに対し、その要素を大きい順に並び変えた上で上位 2% に相当する値を  $t_0$  と設定した。

7.  $I_0 \sim I_{15}$  の画像に対して逆ウェーブレット変換を実施する。
8.  $I_0 \sim I_{15}$  の画像について画素のシフトを戻し、それぞれの画素についての平均をとったものを雑音除去後の画像とする。

また Fig. 4.7 に提案手法による雑音除去ののアルゴリズムを示す。

提案手法ではポアソン分布の性質を用いてノイズを推定することで、効果的なノイズ除去を実現している。量子雑音の標準偏差は、X線の検出カウントが  $\lambda$  で表される時に、 $\sqrt{\lambda}$  と表される。ウェーブレット変換によるスケーリング係数は、X線の検出カウントと比例するので、提案手法では式 4.14 を用いてポアソン分布の標準偏差を表現している。具体的には式 4.13 よりウェーブレット変換による分解レベル 1 の時に基底となる重み  $\alpha$  を設定し、それを注目サブバンドと同レベルのスケーリング係数と掛けることで、すべてのレベルで  $\sqrt{S(x,y)}$  を近似する事ができる。ここで式 4.14 の分母の項  $2^j$  は Daubechies のウェーブレットを利用したウェーブレット変換により、分解回数だけスケーリング係数の値が 2 倍になるので、それを正規化するためのものである。

式 4.16 では、Fig. 4.6 から示されるように、最初は Soft Thresholding 法のように作用してノイズを十分に除去し、重大なエッジ情報が含まれると想定される所で変曲点  $t_0$  を設定することで、緩やかに Soft Thresholding 法から Hard Thresholding 法に変わることによって急激な係数の差の発生を抑えつつ、エッジ情報の保持を実現している。 $t_0$  の値を低くするほどエッジ情報の保存性は良くなるが、その分ノイズ除去が十分でなくなる場合もあるので、比較的高い値を設定する必要がある。提案手法では、 $t_0$  を全ウェーブレット係数の絶対値上位 2% の値と設定した。また、さらにこのエッジ保持の効果をさらに高め、アーチファクトの発生を抑えるために提案手法では Translation-Invariant Denoising 法も適応している。ここで Fig. 4.8 に段階的にカウント数を変えた画像に対しての処理結果を示す。

上記の手順の効果により、提案手法では量子雑音に対しても十分なノイズ除去をしながら、必要なエッジ情報の保持を実現している。

# 第5章 ウェーブレット変換を用いたコントラスト強調

画像のコントラスト強調法として、様々な手法が提案されている。代表的なものとしては、ヒストグラムを操作するものと、ウェーブレット変換を用いて周波数成分を操作するものが挙げられる。ヒストグラムを操作する手法については本論文では述べず、ウェーブレット変換を用いた手法に焦点をあて、提案手法とこれまで提案されてきた手法について以下に述べる。

## 5.1 従来手法

### 5.1.1 黒川の手法

黒川の手法では、2つの点に重点をおいて処理を行う。一つ目は、強調後に生じるスケールアウトを考慮に入れた原画像の濃度値のシフトである。二つ目は、この手法で重要となる重みの設定である。ここでは、この2点を中心に具体的な説明を行う。

まず、濃度値のシフトについて述べる。ダイナミックレンジを有効に使用し、適切にコントラスト強調を行うためには、画像の平均濃度値を操作する必要があると考える。コントラスト強調のされ方によっては、濃度値がダイナミックレンジを越えてしまう画素も発生してしまう。それは情報の損失であるので、できるだけそれを抑えるために、画像全体の画素値をシフトする。たとえば、濃度値の低い部分（暗い部分）の特徴をより強調するのであれば、あらかじめ画像の平均濃度値が高くなるように、画像全体の画素値をシフトする。今、 $M \times M$ 画素の原画像の濃度値を  $f(x, y)$  とし、シフト後の平均濃度値を  $ave$  とすると、シフトする値である  $offset$  は

$$offset = ave - \frac{1}{M^2} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^M f(x, y) \quad (5.1)$$

として与えられ、シフト後の画像  $\hat{f}(x, y)$  は

$$\hat{f}(x, y) = f(x, y) + offset \quad (5.2)$$

となる。ただし、 $\hat{f}(x, y) < 0$  のときは  $\hat{f}(x, y) = 0$ 、 $\hat{f}(x, y) > 255$  に対しては  $\hat{f}(x, y) = 255$  とする。

次に  $\hat{f}(x, y)$  をウェーブレット変換を用いてサブバンドに分解する。画像の濃度勾配情報は高周波成分に含まれているので、これを操作することでコントラストの強調を行う。本研究ではコントラスト強調を実現するために、Eq.5.3のようにレベル  $j$  のサブバンドの高周波

成分に重み  $\alpha(j)$  をつけて再構成を行った。この重みの値をレベル毎に変えることで強調の度合いを制御する。

$$s_{M,M}^{(j)} = \sum_k \sum_l [p_{M-2k} p_{M-2l} s_{k,l}^{(j+1)} + \alpha(j) p_{M-2k} p_{M-2l} w_{k,l}^{(j+1),h} + \alpha(j) q_{M-2k} p_{M-2l} w_{k,v}^{(j+1),h} + \alpha(j) q_{M-2k} q_{M-2l} w_{k,l}^{(j+1),d}] \quad (5.3)$$

ここで  $s_{k,l}^{(j+1)}$  はウェーブレット変換後のスケーリング係数、 $w_{k,l}^{(j+1),h}$ ,  $w_{k,l}^{(j+1),v}$ ,  $w_{k,l}^{(j+1),d}$  はそれぞれ水平、垂直、対角方向成分のウェーブレット係数である。また  $p$  はスケーリング関数の数列、 $q$  はウェーブレット数列である。

次に、提案手法において2つ目のポイントとなる重みの自動設定について述べることにする。画像のコントラストを強調するには、濃度勾配情報を含む高周波成分に重みをつけて増加させる必要がある。提案手法では、この重みを以下に述べる手法によって自動的に設定する。

まず、重み  $\alpha(j)$  とヒストグラムの関係について述べる。Fig.5.3 は原画像 moon の濃度レベルをシフトした画像の濃度ヒストグラムとレベルシフト後の画像のスケーリング係数を除く全てのサブバンドに均一の重み  $\alpha(j) = 2$  を掛けて強調した画像の濃度ヒストグラムを示す。両者を比較すると、原画像の標準偏差が 27.736 であり、強調画像の標準偏差は 50.333 となっているので、約 2 倍に濃度分布が広がっていることが確認できる。つまり、 $\alpha(j)$  の値を  $j$  によらず同一の値にして強調を行うと、重みの大きさに比例して濃度値の範囲が拡大することが推測される。ところが、 $\alpha(j)$  をあまりに大きくすると、濃度値 0~255 の範囲から外れる（以後スケールアウトと呼ぶ）画素が多くなり、その分が情報の損失となる。そこで、スケールアウト画素数の全画素数に対する割合から自動的に最適な重みを設定する手法が考案されている。



Fig. 5.1: 原画像 (moon)

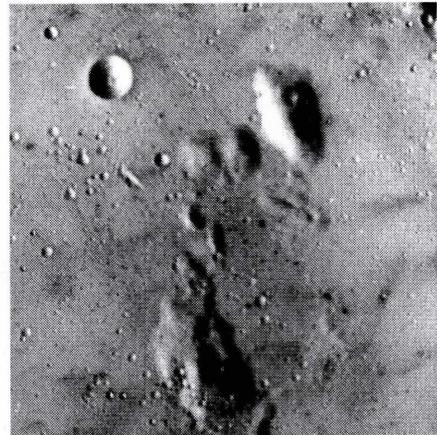


Fig. 5.2: 2倍の重み付け結果

その手順は、まず基準となる重み  $\alpha_0(\alpha(1))$  の値を求めるために、 $\hat{f}(x,y)$  から濃度ヒストグラム  $h(i) (i = 0 \sim 255)$  をつくる。そして濃度ヒストグラム

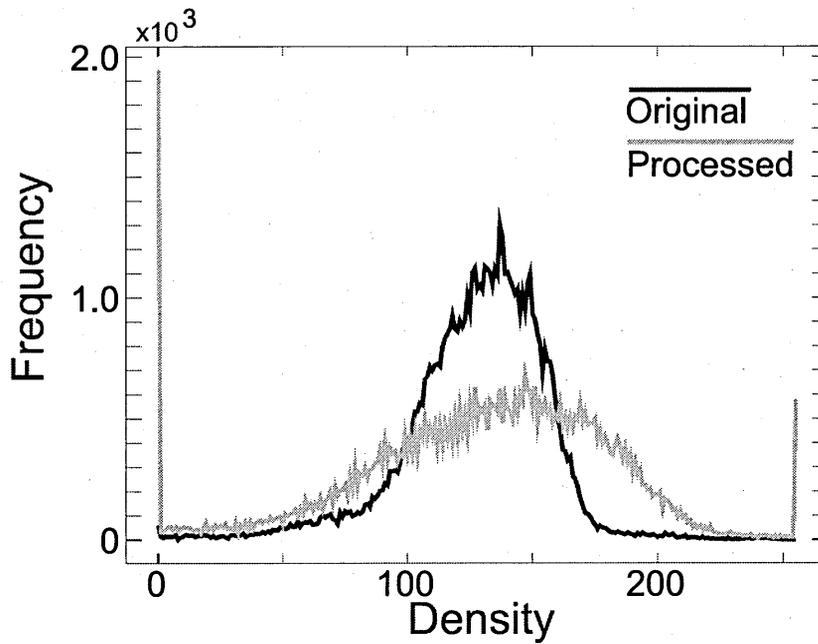


Fig. 5.3: moon における原画像と処理画像のヒストグラム

$$C_l(i_l) = \sum_{k=0}^{i_l} h(k) \quad (5.4)$$

$$C_h(i_h) = MN - \sum_{k=0}^{i_h} h(k) \quad (5.5)$$

を求める。スケールアウトの割合を  $\beta (0 \leq \beta < 1)$  とすると、 $M^2\beta$  個の画素がスケールアウトする事になる。そこで

$$MN\beta \cong C_l(i_l) + C_h(i_h) \quad (5.6)$$

となる  $i_l$  および  $i_h$  の値を、 $i_l$  についてはその値を 0 から 1 ずつ増加させ、一方、 $i_h$  については 255 から 1 ずつ減少させていく操作を同時に行って求め

$$\eta_0 = \frac{256}{i_h - i_l} \quad (5.7)$$

として  $\eta_0$  を決める。

重みが最高レベル  $J$  で 1 となるように、 $\eta_0$  から線形的に変化させた式は以下のようになる。

$$\eta_{(j)} = \frac{1}{J-1} ((1 - \eta_0)j + (J\eta_0 - 1)) \quad (5.8)$$

### 5.1.2 Itoの手法

この手法では、周波数成分を全てを操作し、強調を行う。具体的には、まずウェーブレット変換によって画像をサブバンドに分解する。次に、全てのサブバンドに対して次式を用いて、その係数値を変換する。

$$y = m \cdot (x/m)^p \quad (0 \leq x) \quad (5.9)$$

$$y = -m \cdot (-x/m)^p \quad (x < 0) \quad (5.10)$$

ここで、 $x$ は変換前の係数値、 $y$ は変換後の係数値、 $m$ は最大濃度値(8bitのグレイスケール画像の場合255)を表している。 $p(0 < p < 1)$ は強調の度合いであり、この値を小さくすればするほど強調される。最後に、逆ウェーブレット変換を行う。変換前と変換後の係数値についてグラフに表すと、図5.4のようになる。

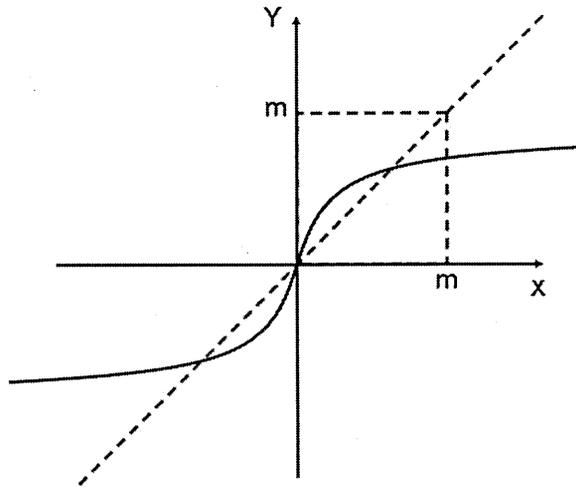


Fig. 5.4: 係数値変換関数

このグラフを見ても分かるように、係数値の小さいものを大きく、大きいものを小さくするように変換している。一般的にレベルの高いサブバンドの係数ほど、その値が高くなるので、この手法は周波数成分の高いものを強調し、またそれを目立たせるために低周波成分を目立たなくしているという処理を行っている。

## 5.2 提案手法

提案手法によるコントラスト強調では、ウェーブレット変換による方向成分、レベルに従い最適な重み付けを行う非線形関数を用いる。ここで、提案手法の説明の前に、ウェーブレット領域におけるコントラスト強調の際に留意すべき点を以下に挙げる。

### 提案手法によるコントラスト強調の手順

- 原画像に含まれるノイズレベルが高いほど、ノイズの強調を防ぐためにコントラスト強調の重みは低くなる。
- ウェーブレット領域上の対角成分は、ノイズとなる係数が多く存在するという特徴などがあるため、すべての方向成分で同一の重みである必要はない。
- 重みの項を正規化することで、原画像のビットの深さに関係なく、重みを決定する。
- サブバンドのレベルが高くなるほど低周波となり、影響を及ぼす範囲も大きくなるので、それに応じて重みは低くなる。

これらの点を考慮した上で、提案手法は構成される。以下にその手順を示し、また図 5.5 にその概要を示す。

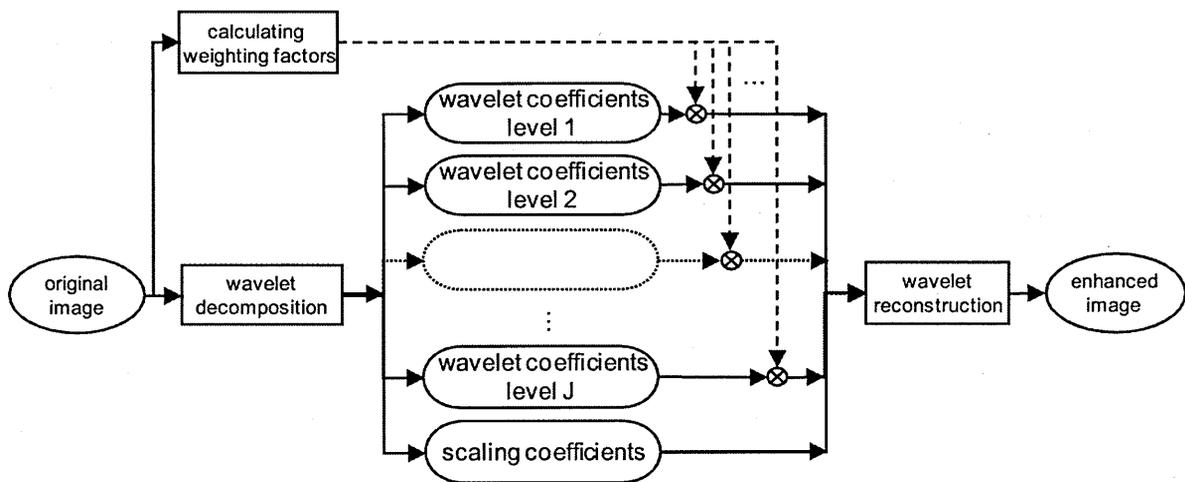


Fig. 5.5: 提案手法によるコントラスト強調のアルゴリズム

### 提案手法によるコントラスト強調の手順

1. まず原画像に含まれるノイズレベルを調べるために前章の Bayes Shrink 法で述べられた robust median estimator による雑音の標準偏差  $\sigma$  と劣化画像の標準偏差  $\sigma_Y$  を式 4.7、4.8 より算出する。

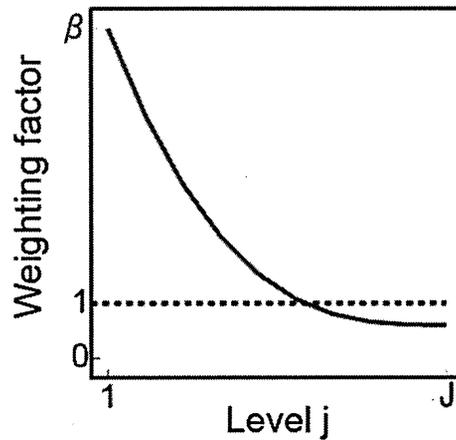


Fig. 5.6: 提案手法による非線形重み付け関数

2. 重みの基底となるサブバンド毎の値  $\beta$  を以下の式 5.11 のように定義する。

$$\beta = \begin{cases} \alpha_1 \left( 1.0 - \alpha_2 \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}_Y} \right) & \text{for } \tilde{\sigma} < \tilde{\sigma}_Y \\ \alpha_1 (1.0 - \alpha_2) & \text{for } \tilde{\sigma} \geq \tilde{\sigma}_Y \end{cases} \quad (5.11)$$

ここで  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  はそれぞれ  $\alpha_1 \geq 1.0$ 、 $1.0 \geq \alpha_2 > 0$  の任意の値である。

3. サブバンドのレベルが上がるに従って、より低周波成分となり強調によって影響を受ける範囲も大きくなる。そこでレベルに応じて重みの基底値  $\beta$  を非線形に低下させる関数を以下の式 5.12 に示す。

$$w(j) = \beta \left( \frac{J-j}{J-1} \right)^\gamma + b \quad (5.12)$$

ここで  $J$  はウェーブレットの最大レベル、 $\gamma$  は重み関数のゆがみ度、 $b$  は 0 と  $\beta$  の間の任意の値である。また図 5.6 にその概略を示す。

提案手法では、手順 1、2 によりノイズレベルに応じた重み付け関数を生成している。具体的には劣化画像の標準偏差  $\tilde{\sigma}_Y$  とその robust median estimator によって推定されるノイズの標準偏差  $\tilde{\sigma}$  の割り算の項  $\frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}_Y}$  で、原画像のビットの深さに依存しないノイズレベル算出し、それを負の項にすることでノイズのレベルが上がれば上がるほど、重みの係数は低くなるという仕組みである。またこの項は対角成分上のサブバンドのノイズが大きいために、重み付けを比較的低くするという効果も持つ。この作用によってノイズが少なく、かつ有効な値（エッジなど）が多く存在する可能性のあるサブバンドには比較的高めの重み付けがなされるために、方向成分毎にも最適なコントラスト強調がされる。

また手順 3 によりウェーブレットレベルが上がり、ウェーブレット係数が低周波成分に近づくほどその重み付けの値も小さくなる。手順 2 の  $\frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}_Y}$  の項もレベルが上がるほど、値が小さくなり重み付けの値は大きくなるのだが、式 5.12 によって非線形的に値が低下するために、高いレベルの時にはこのノイズレベルの項  $\frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}_Y}$  による影響は十分無視できる。

上記の手順によって提案手法では最適な重み付けを実現した。

## 第6章 シミュレーション

この章では、提案手法による雑音低減手法と従来手法との比較、提案手法によるコントラスト強調手法と従来手法との比較を通して提案手法が量子雑音の除去に対し有効であることを示す。まず、雑音低減手法ではある画像に対してポアソン型のノイズを計算機により発生させ、その雑音の大きさを変えたものを複数用意する。そして4章で述べた従来手法と提案手法による処理結果を比較する。雑音除去手法の比較方法として、PSNR(Peak Signal-to-Noise Ratio)とプロファイルから定量的評価を行い、処理画像の全体像、拡大箇所の比較から定質評価を行う。またコントラスト強調では、雑音除去後に少量のノイズが残っていることを想定し、あえて小さなノイズの付加された画像を作成し、提案手法によるコントラスト強調手法と従来手法の処理結果画像とそのプロファイルから比較を行う。

### 6.1 評価のためのサンプル画像と一般画像

このシミュレーションでは、それぞれの空間分解能やどの程度強調されているかをより用意に判断するためのサンプル画像を作成した。具体的にはサンプル画像には間隔の異なる細い線と太い線、大小2つの円を配置し、またそれらに対してガウスフィルタ処理(半径2 pixel)によってぼかしたものを対応する線や円の直下に配置した。また背景は画素値100に設定した。以下のFig. 6.1にその画像を示す。ここで、このシミュレーションではサンプル画像1枚に対して8つのプロファイルを取るが、そのそれぞれの名称と対応箇所をFig. 6.2に示す。

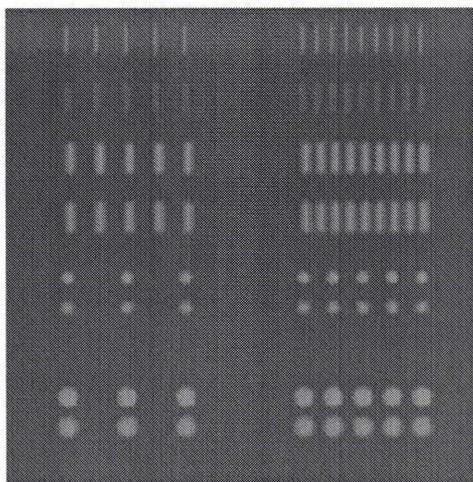


Fig. 6.1: サンプル画像

また本手法の汎用性を示すため、シミュレーションに使用する9枚の一般画像を以下のFig. 6.3に示す。

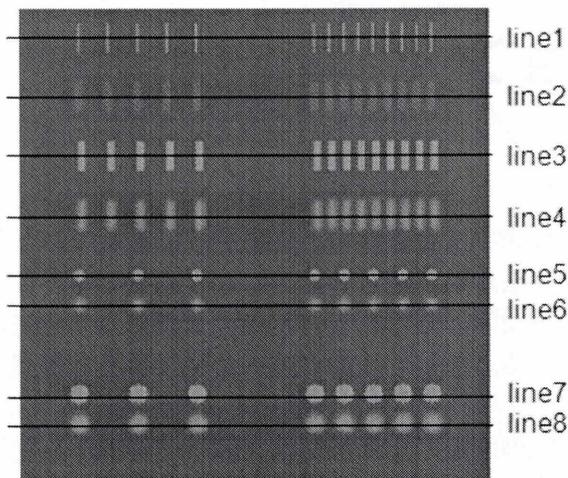


Fig. 6.2: サンプル画像におけるプロフィール箇所とその名称

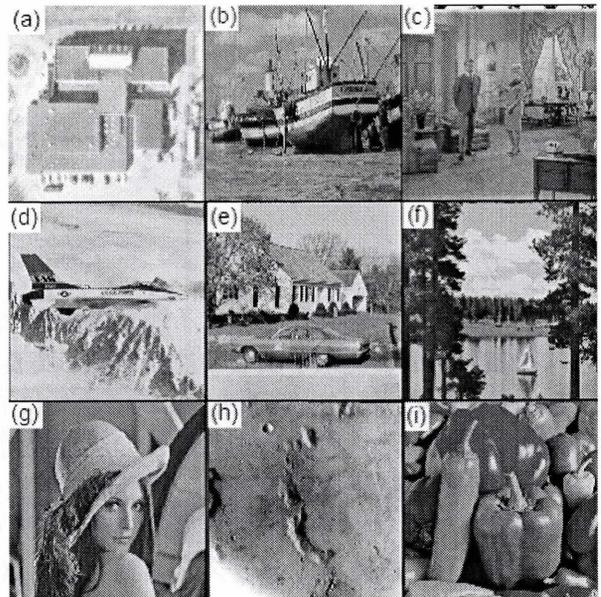


Fig. 6.3: 使用する一般画像; (a)b10, (b)boats, (c)couple, (d)f16, (e)house, (f)lake, (g)lenna, (h)moon, (i)peppers.

## 6.2 ポアソン型ノイズの生成

画像のカウント数からポアソン分布に依存したデータを生成する手法の一つとして Knuth のアルゴリズムがある。以下にその概要を示す。

### ポアソン分布の生成の手順

1. 初期値として  $L = e^{-\lambda \frac{mean}{\sigma^2}}$ ,  $k = 0, p = 1$  とする。ここで  $\lambda$  は画像のカウント数、 $mean$  はカウント数の平均値、 $\sigma^2$  はポアソン分布の分散である。
2.  $k$  に 1 を足す。
3. 閉区間  $[0,1]$  でのランダム変数  $u$  を生成し、それを  $p$  に掛ける。
4.  $L > p$  となるまで 2,3 を繰り返す。
5.  $(k-1) \frac{\sigma^2}{mean}$  を標準偏差  $\sigma$  の量子雑音の含まれたデータとする。

ここで生成されたポアソン分布のデータと 2 章で述べた Eqs. 2.2, 2.4 と差から Knuth によるアルゴリズムの精度を求め、カウント別での結果を以下の Table 6.1 に示す。ここで基準となる標準偏差値は  $\sigma = \sqrt{mean}$  と設定した。

Table 6.1: Precision of the generated data

Counts	32	64	128	192	255
Mean(%)	+0.9	-0.1	-0.0	-0.0	-0.0
SD(%)	+1.7	+0.0	+0.3	-0.1	-0.1

ここからもわかるように、それぞれの異なるカウントにおいて Knuth によるアルゴリズムの精度は、-0.1% から +1.7% の範囲に収まっており、本シミュレーションにおいて十分な精度を持っていることが確認できる。

## 6.3 提案手法による雑音低減法と従来手法との比較

ここでは画像に対して、提案手法による雑音除去手法と従来手法の Visu Shrink 法, Bayes Shrink 法そして提案手法と同様に Bayes Shrink 法に重みをかけて量子雑音除去を実現した Wang の手法のそれぞれの処理結果の比較を行う。

### 6.3.1 シミュレーション条件

シミュレーションでは様々な画像に対して処理結果が汎用性があること、異なる強さの雑音でも十分な効果があることを調べる。Figs. 6.1, 6.3 のサンプル画像と一般画像に対するシミュレーション条件を以下の Table 6.2 示す。

Table 6.2: シミュレーション条件

	サンプル画像	一般画像
画像サイズ	256×256	512×512
階調数	8 bit	
ウェーブレット	Daubechies (tap4)	
使用した量子雑音	$\sigma = 10, 15, 20, 25$	
変曲点 $t_0$ (Eq. 4.16)	上位 6 %	上位 2 %

ここで上記の変曲点の上位数%とはウェーブレット係数の絶対値をソートした際における上位数%の値である。

また評価の際に用いる PSNR は式 6.1 と定義する。

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{S_{max}^2}{MSE} \right) \quad (6.1)$$

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (f(x, y) - g(x, y))^2 \quad (6.2)$$

ここで  $S_{max}$  は画像の最大カウント数、 $f(x, y)$  は原画像、 $g(x, y)$  は処理画像、 $M, N$  は画像は縦、横のサイズを示す。今回のシミュレーションでは階調数が 8 ビットのため  $S_{max}$  を 255 と設定した。

### 6.3.2 シミュレーション結果 (サンプル画像)

以下にサンプル画像に対する処理結果を示す。

サンプル画像

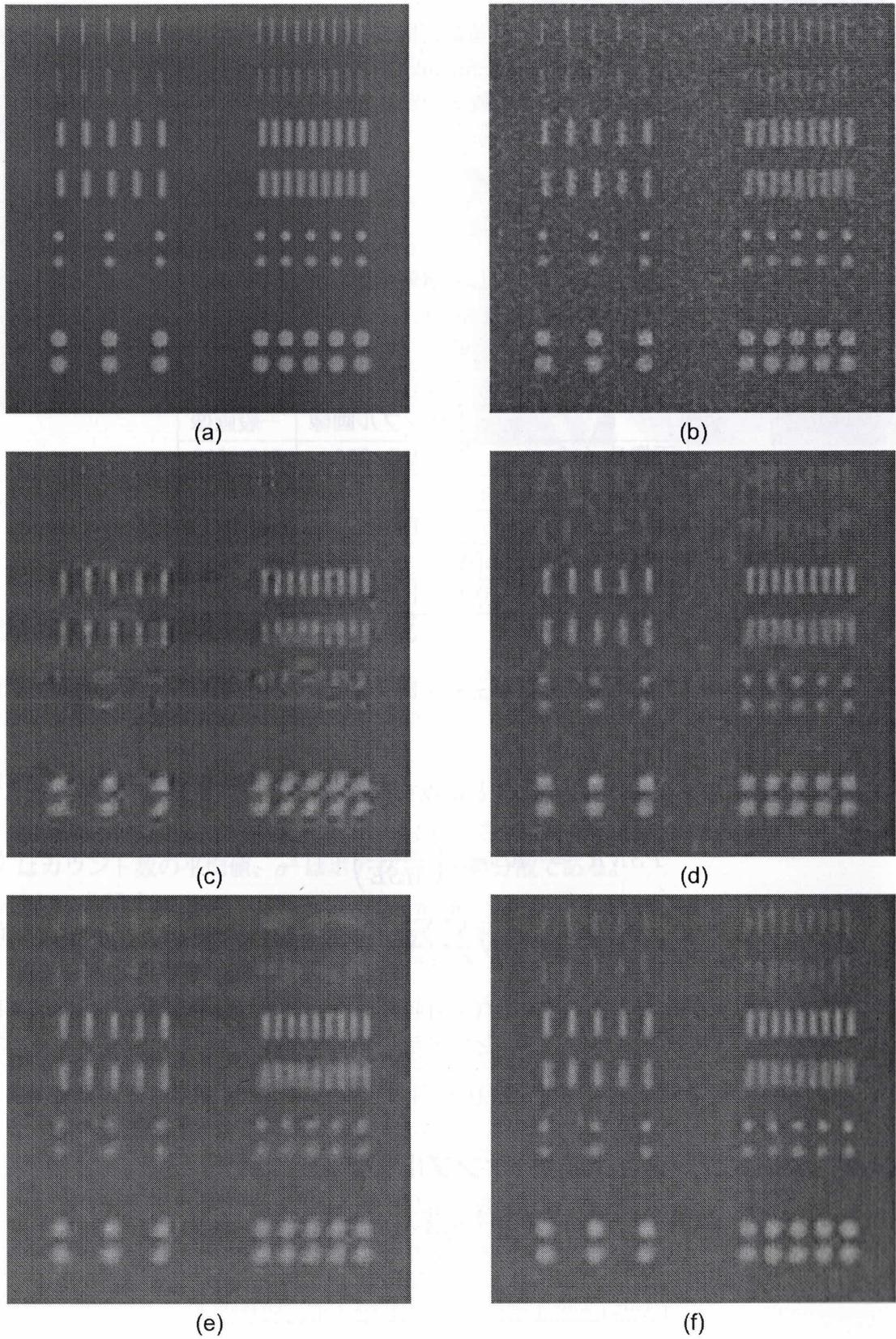


Fig. 6.4: サンプル画像に対する結果; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 10$ ), (c)Kurokawa, (d)Ito, and (e)Proposed.

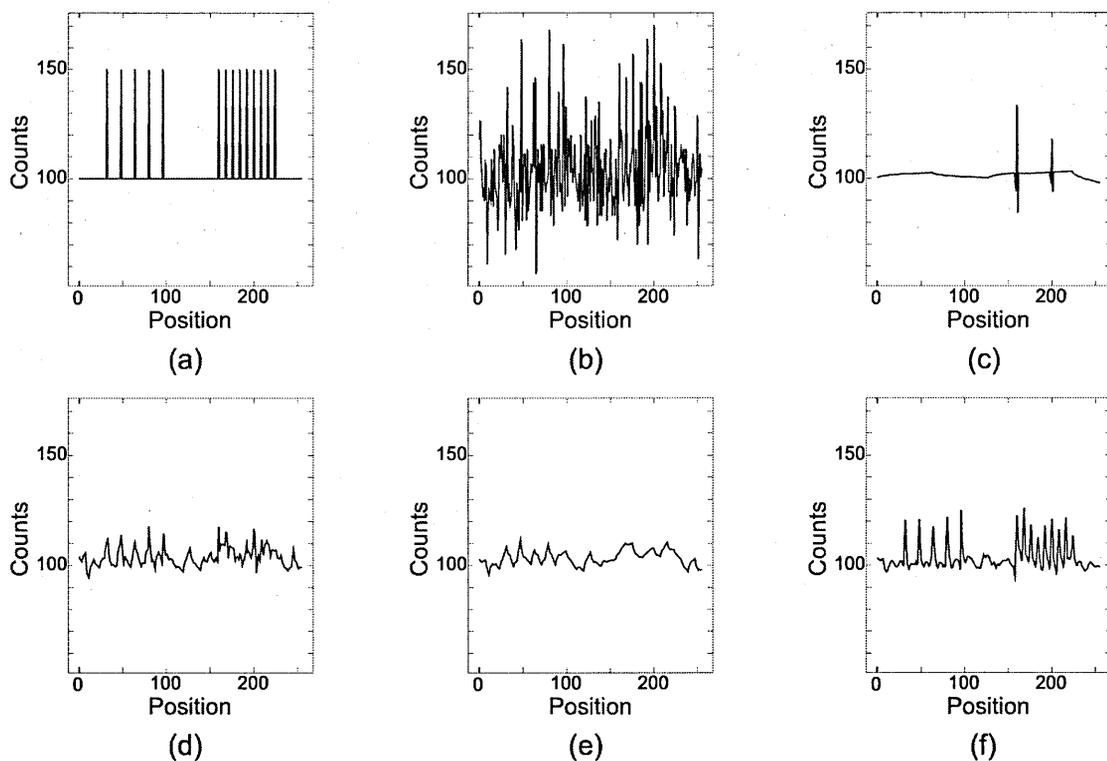


Fig. 6.5: line1上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

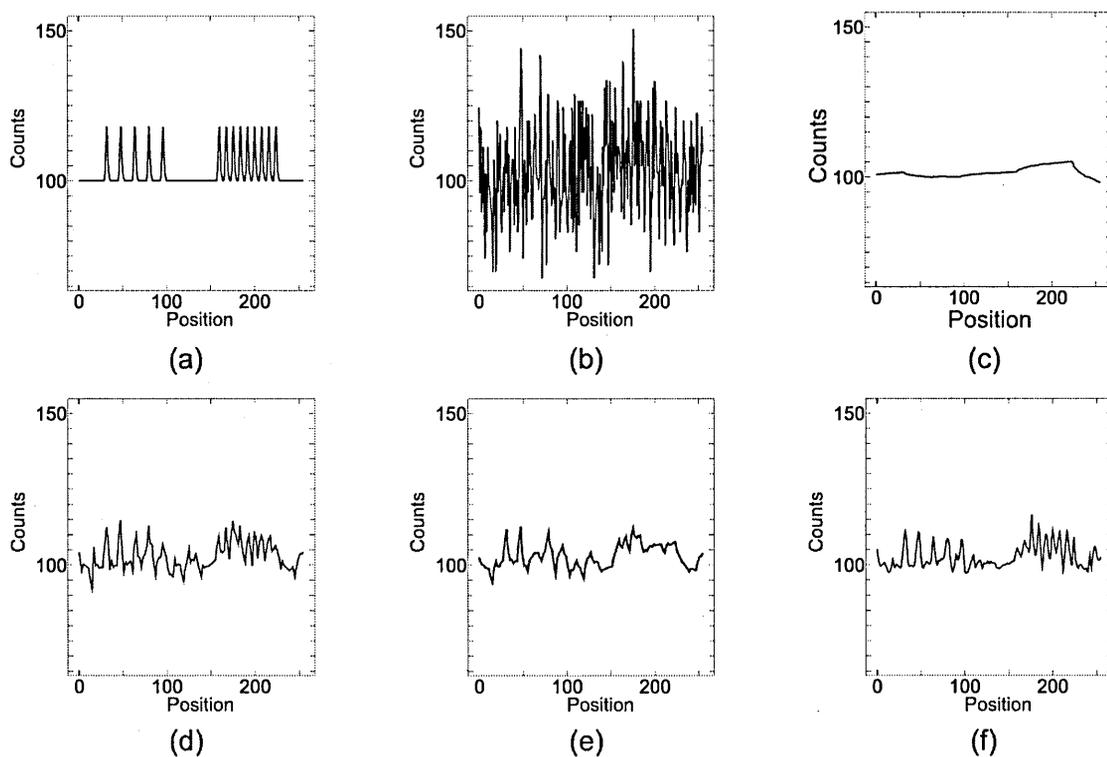


Fig. 6.6: line2上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

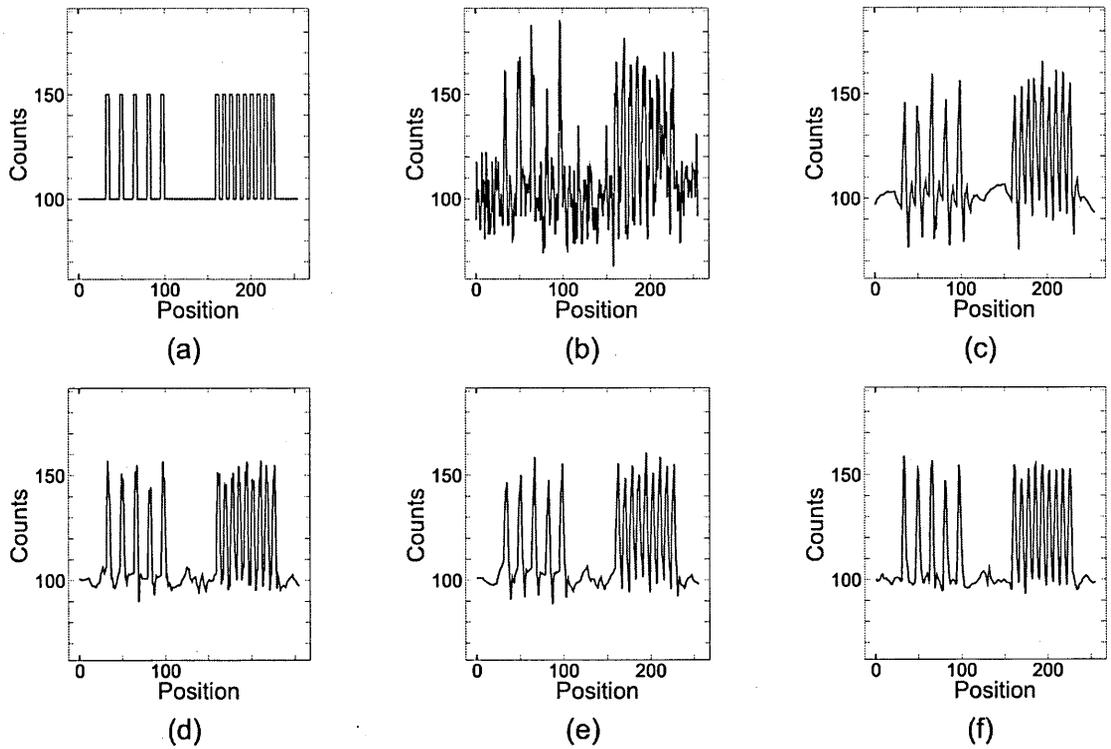


Fig. 6.7: line3上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

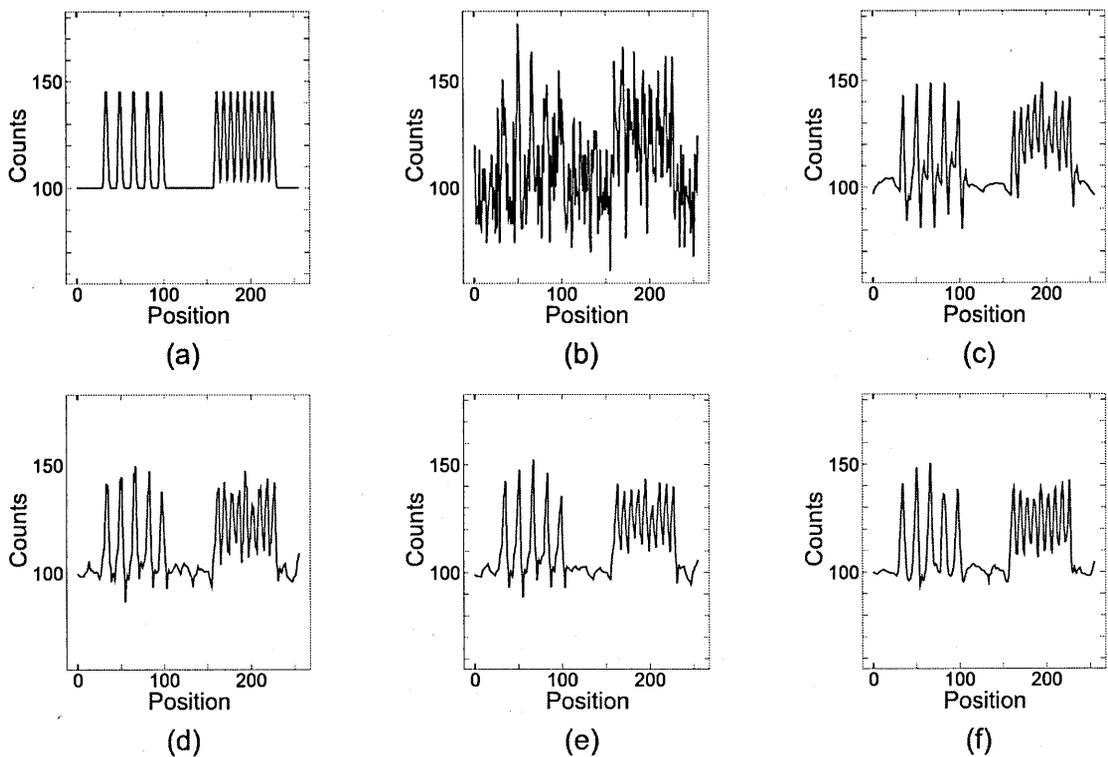


Fig. 6.8: line4上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

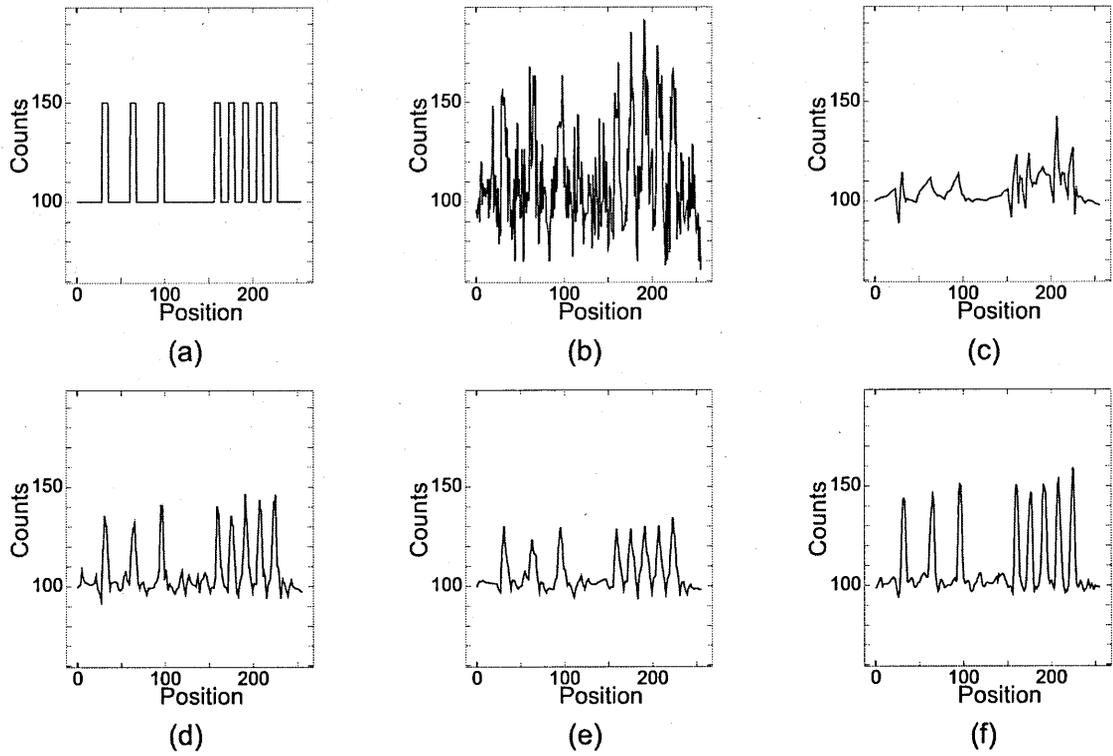


Fig. 6.9: line5 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

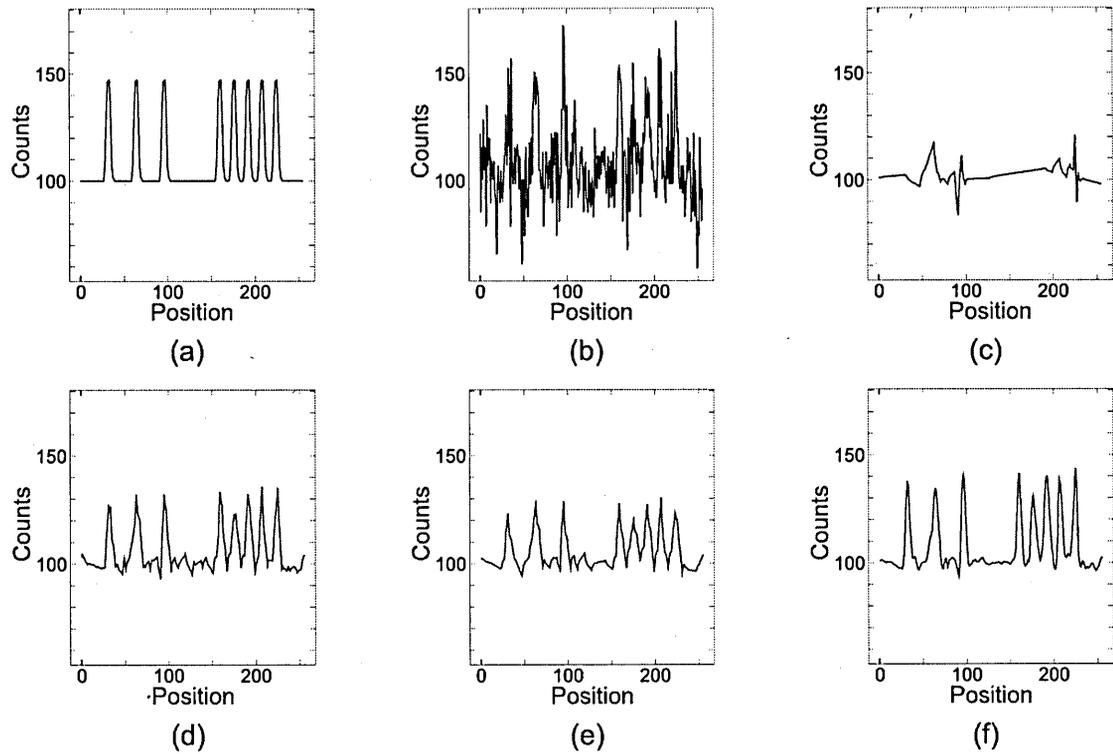


Fig. 6.10: line6 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

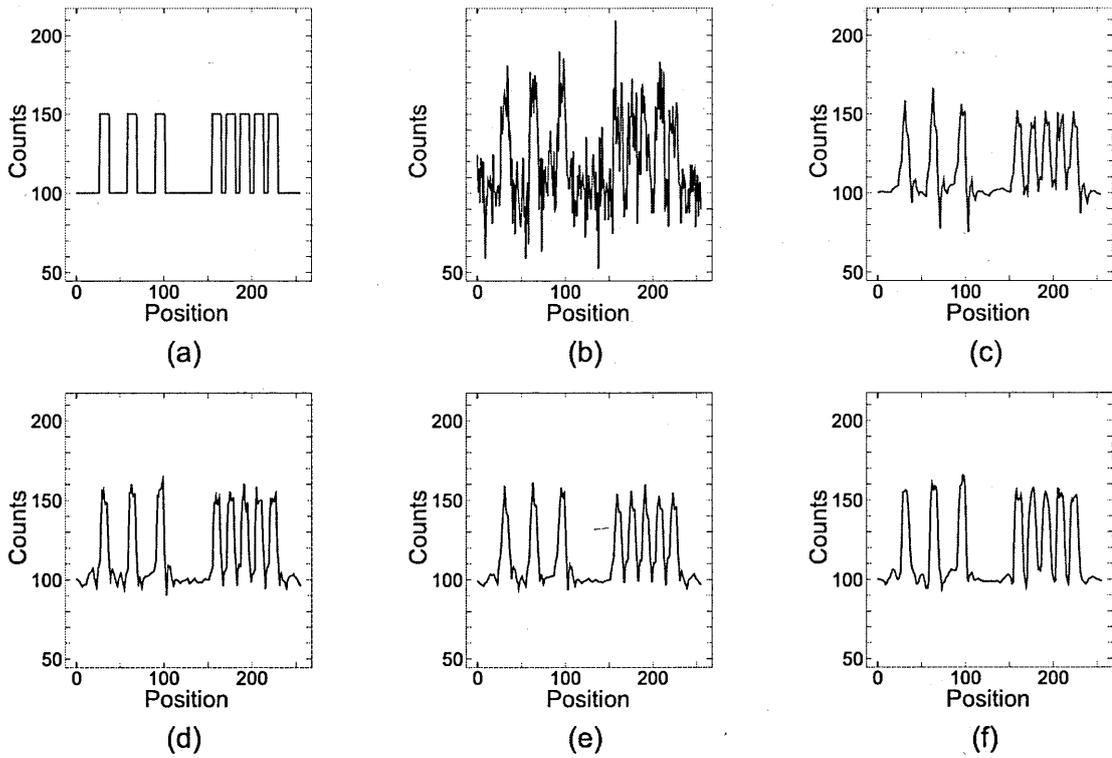


Fig. 6.11: line7 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

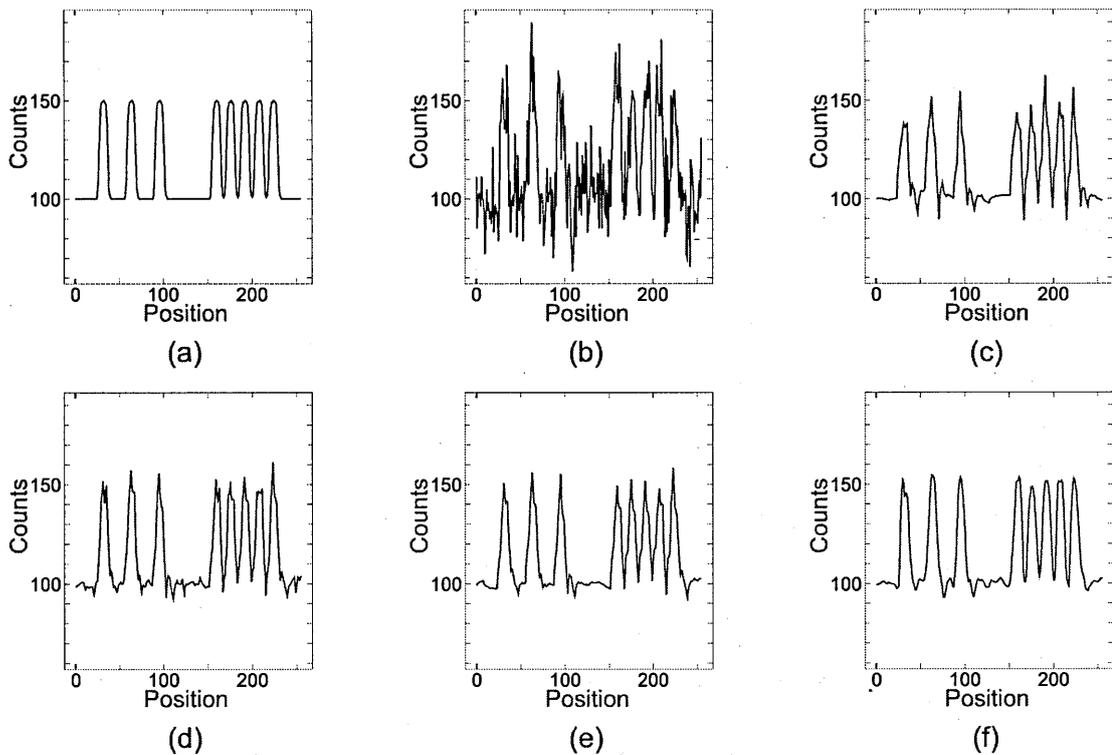


Fig. 6.12: line8 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

また以下にポアソンノイズの標準偏差が  $\sigma = 10, 15, 20, 25$  でのそれぞれの PSNR を示す。

Table 6.3: 従来手法と提案手法の PSNR による比較 (サンプル画像)

	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$
Noisy	28.15	24.65	22.09	20.24
Visu	32.70	30.96	30.23	29.33
Bayes	35.80	33.19	32.06	30.97
Wang	33.73	32.17	31.36	30.42
Proposed	37.62	34.98	33.62	32.52

### 6.3.3 シミュレーション結果 (一般画像)

以下に一般画像に対する処理結果を示す。

b10

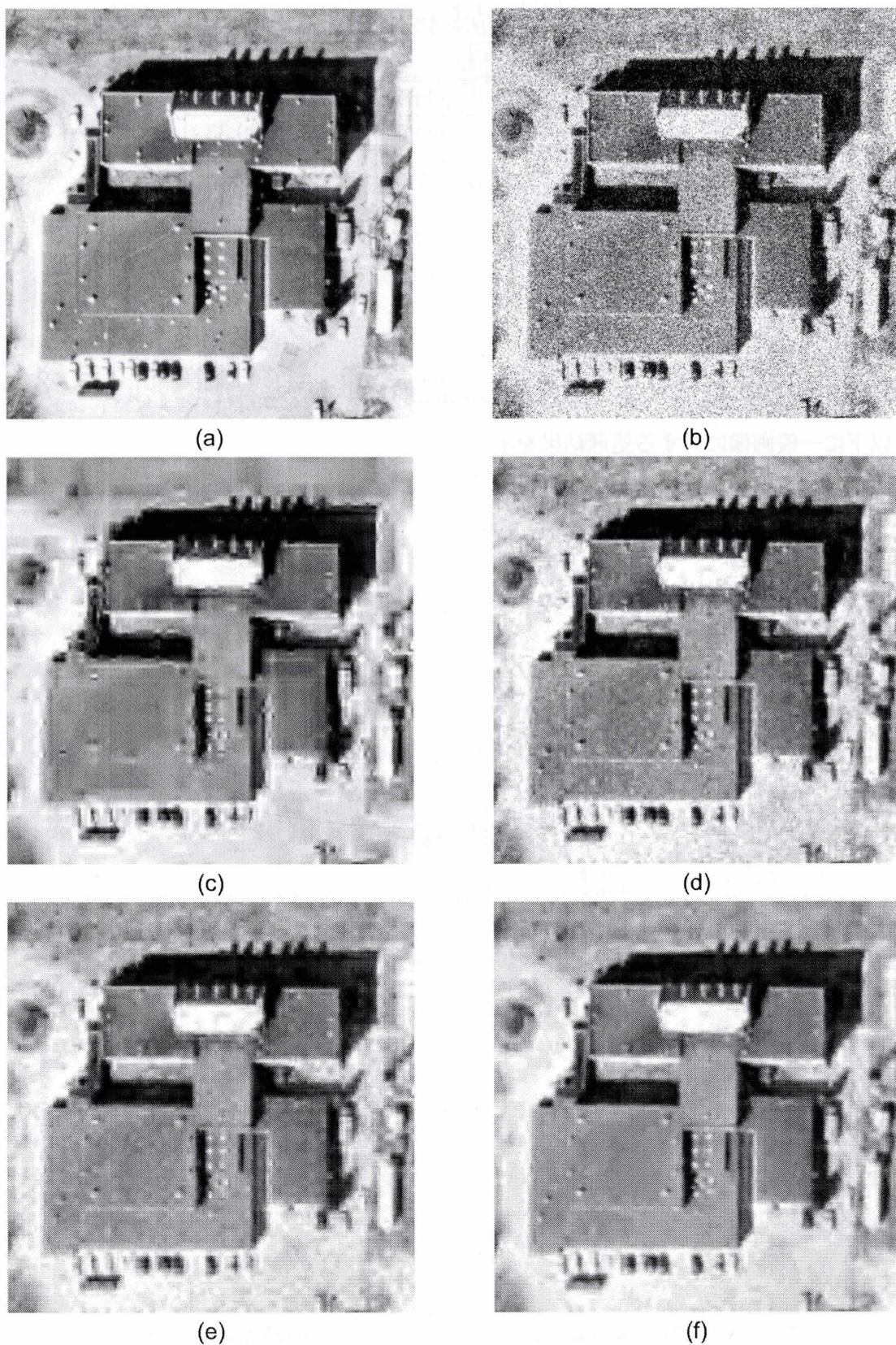
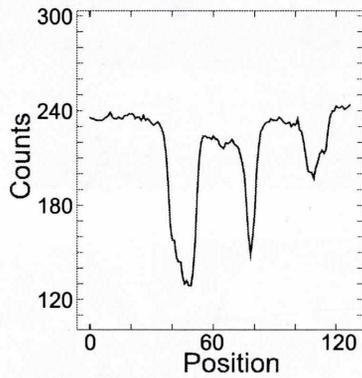
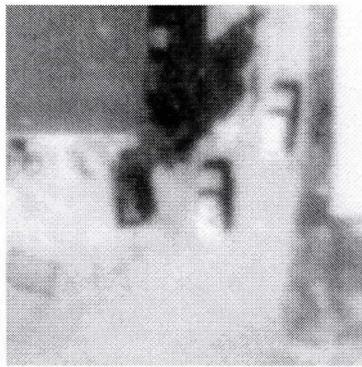
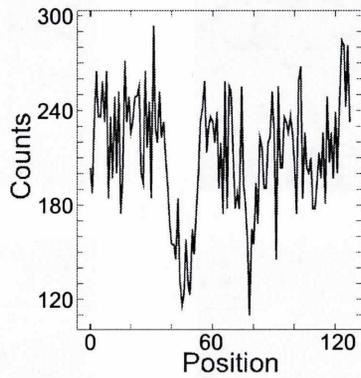
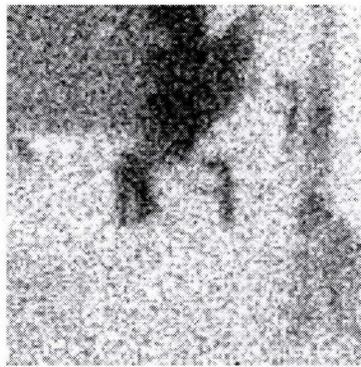


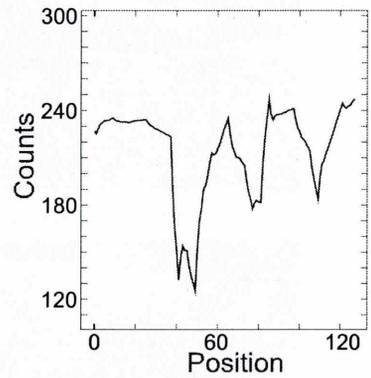
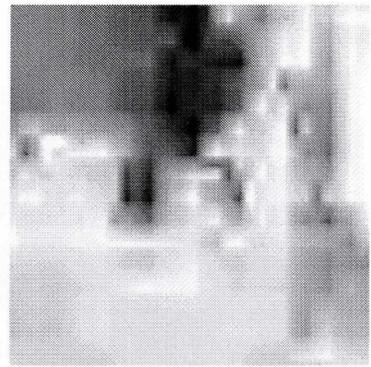
Fig. 6.13: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (b10) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



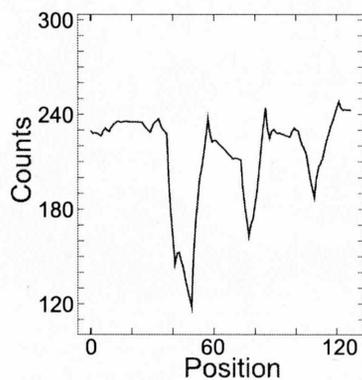
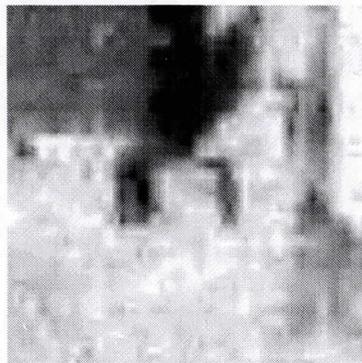
(a)



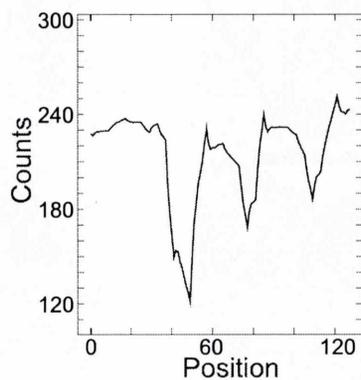
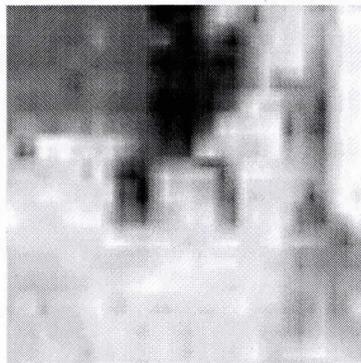
(b)



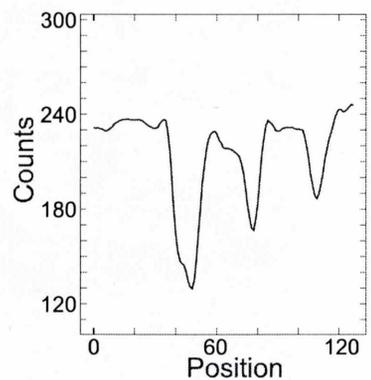
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 6.14: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較 (b10) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

boats



(a)



(b)



(c)



(d)

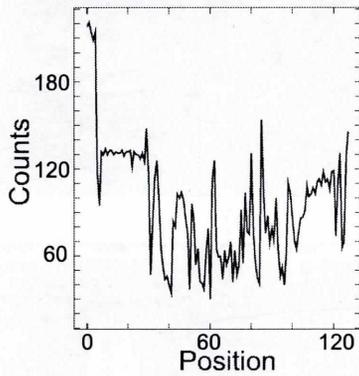
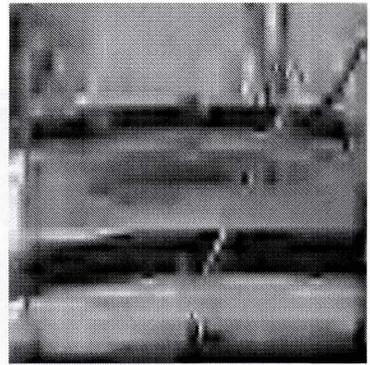


(e)

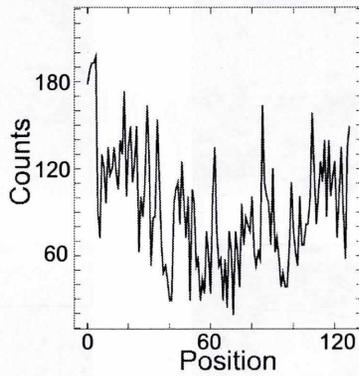


(f)

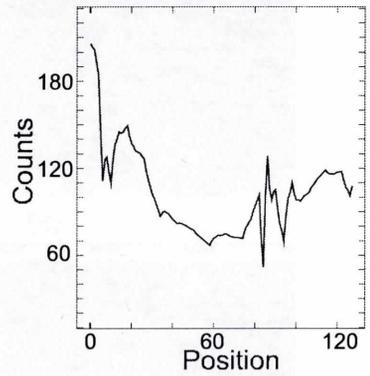
Fig. 6.15: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (boats) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



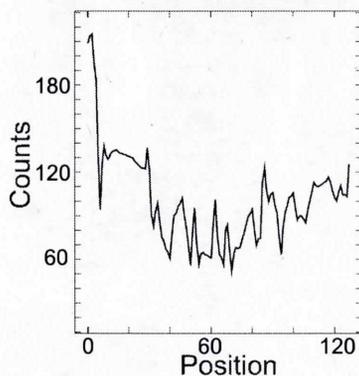
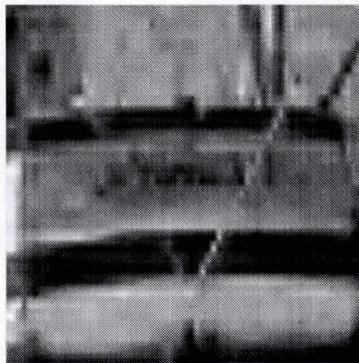
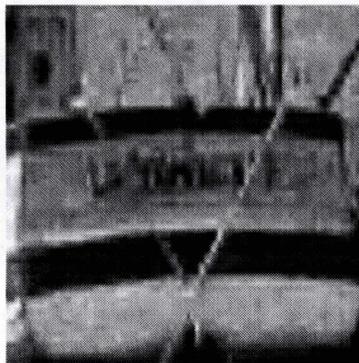
(a)



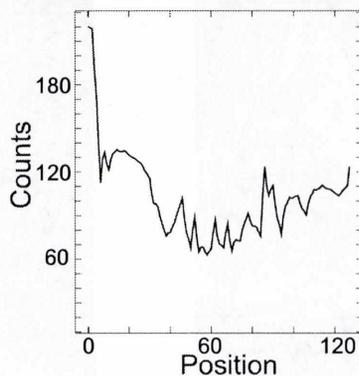
(b)



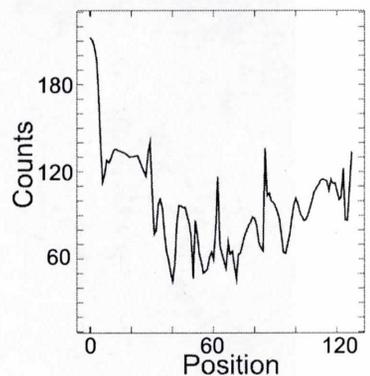
(c)



(d)



(e)



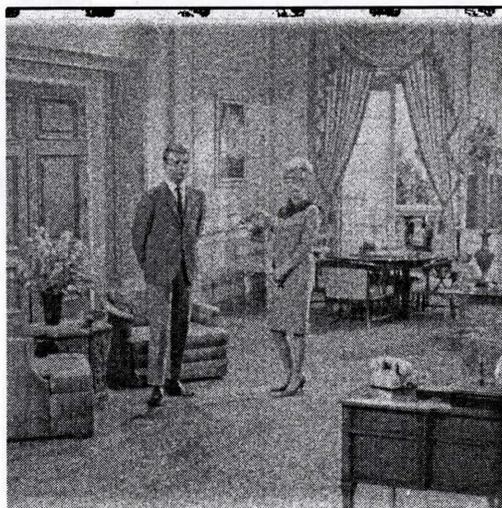
(f)

Fig. 6.16: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較 (boats) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

couple



(a)



(b)



(c)



(d)

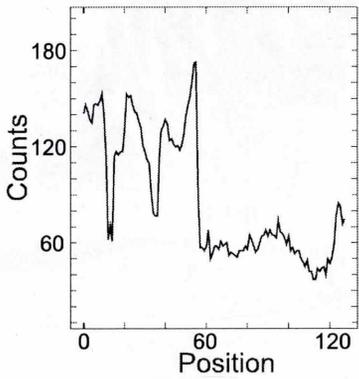
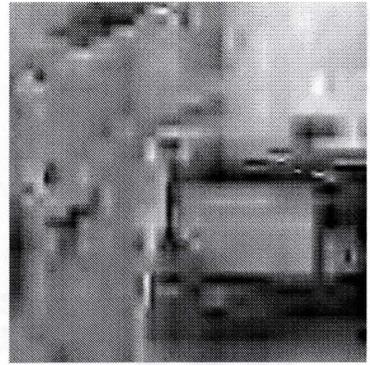
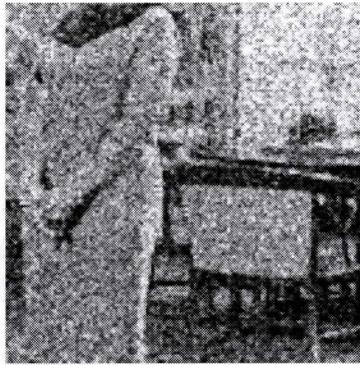
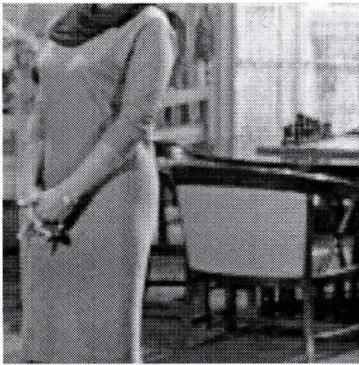


(e)

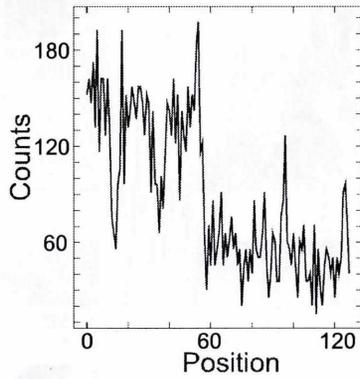


(f)

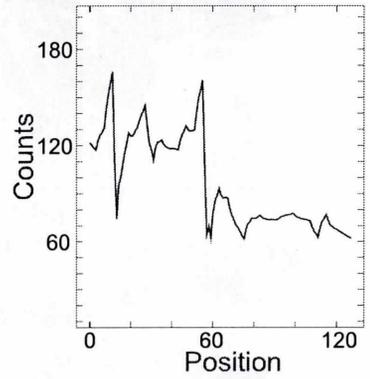
Fig. 6.17: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (couple) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



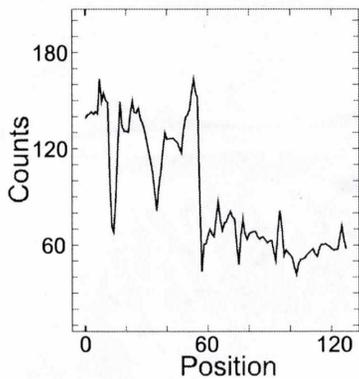
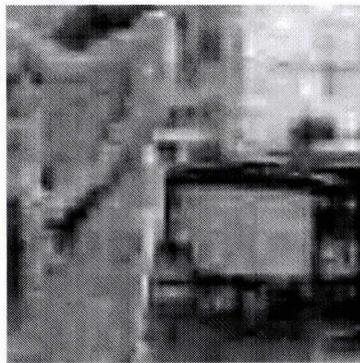
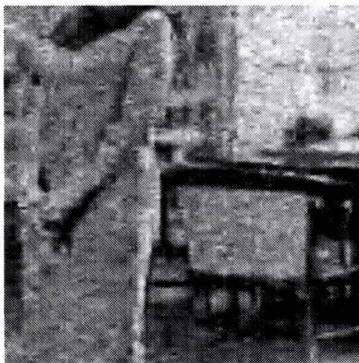
(a)



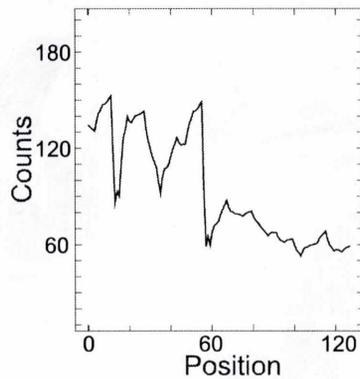
(b)



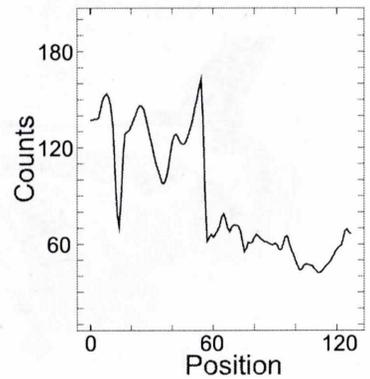
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 6.18: 拡大箇所、プロフィールにおけるそれぞれの処理結果の比較 (couple) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

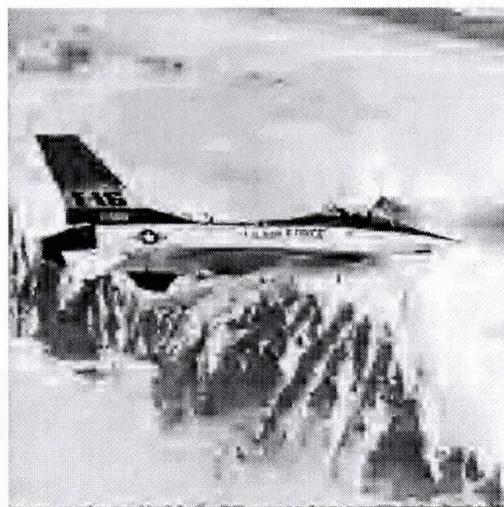
f16



(a)



(b)



(c)



(d)

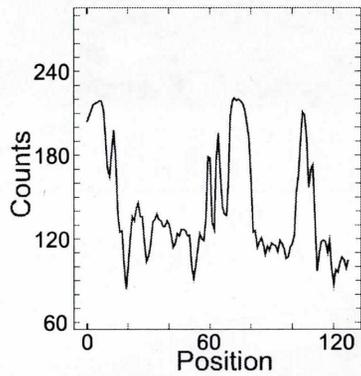
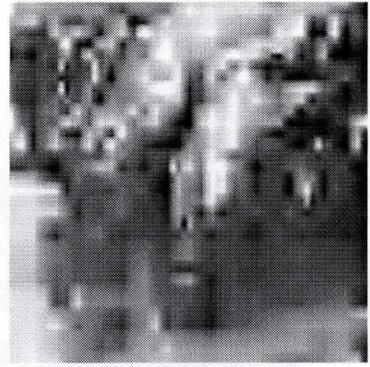
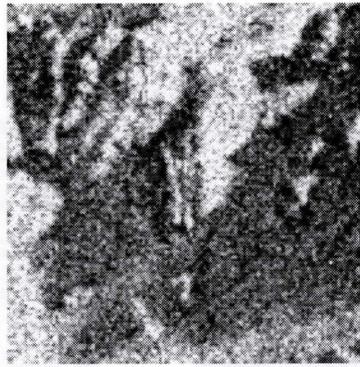
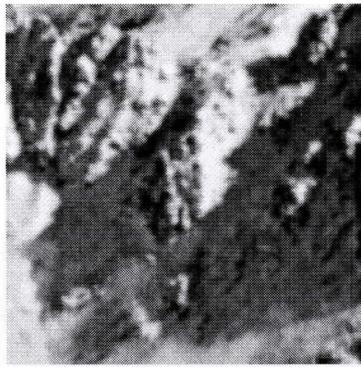


(e)

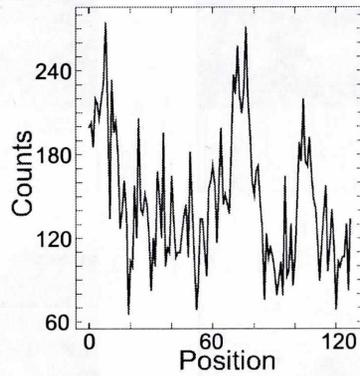


(f)

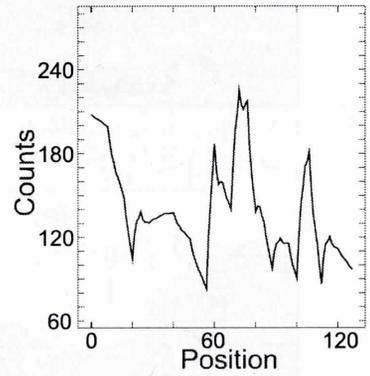
Fig. 6.19: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (f16) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



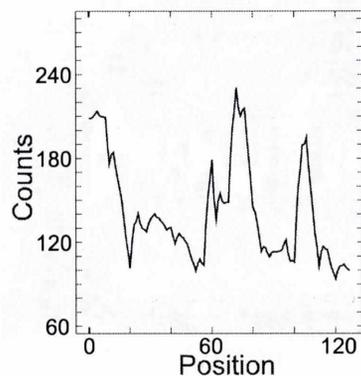
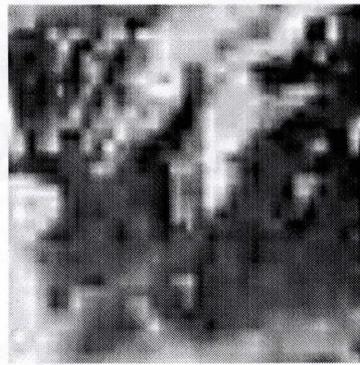
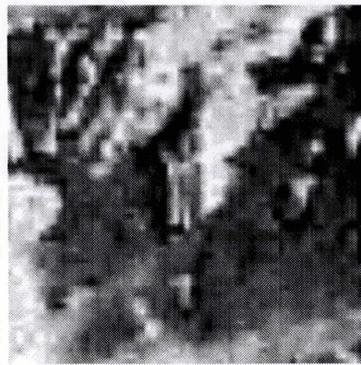
(a)



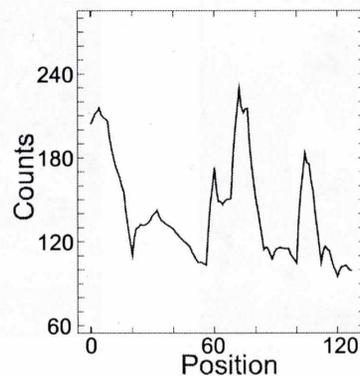
(b)



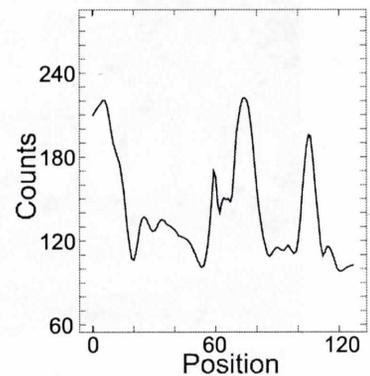
(c)



(d)



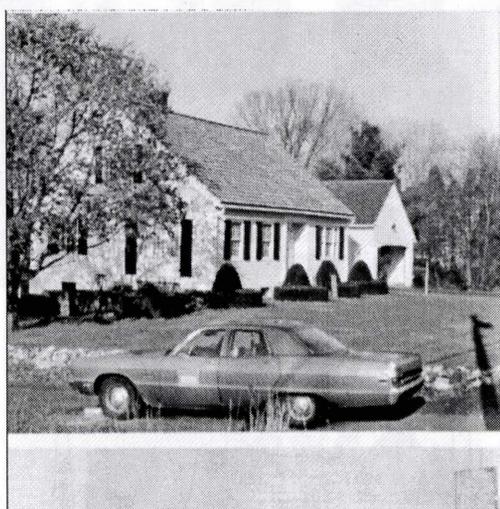
(e)



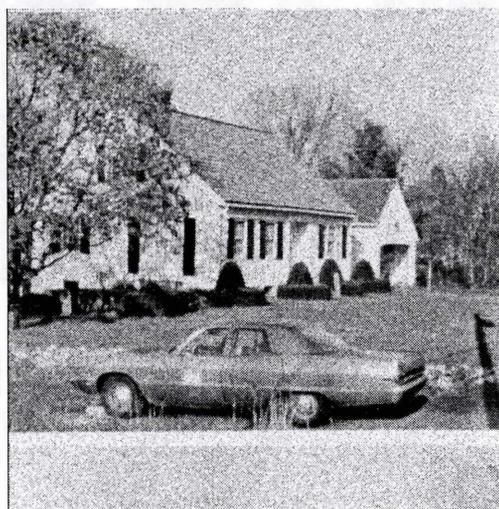
(f)

Fig. 6.20: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較 (f16) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

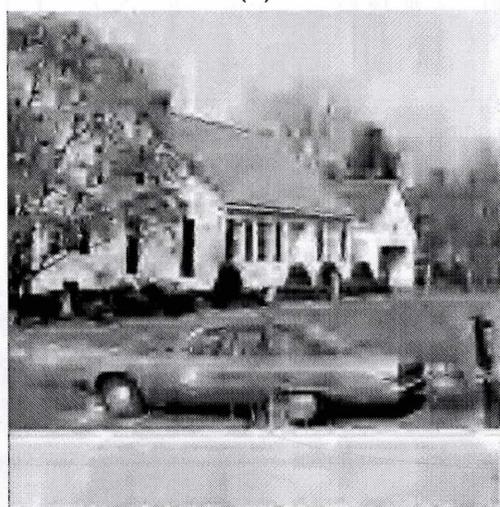
house



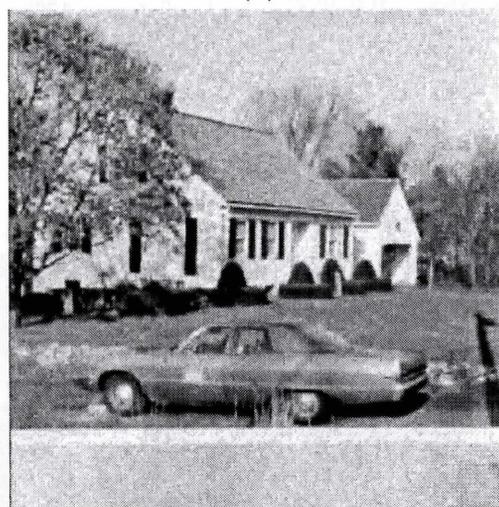
(a)



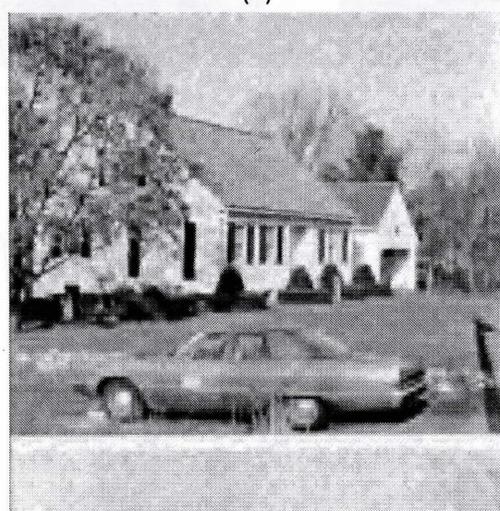
(b)



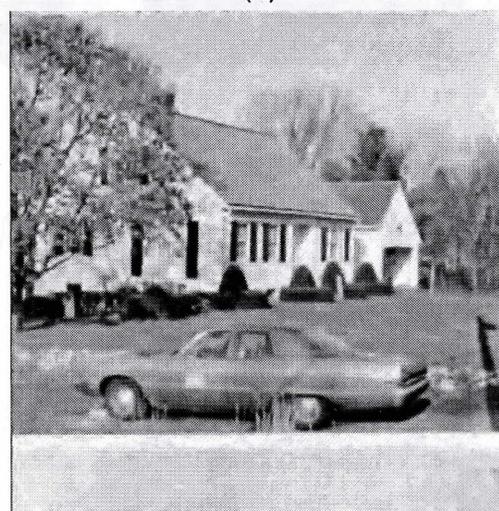
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 6.21: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (house) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

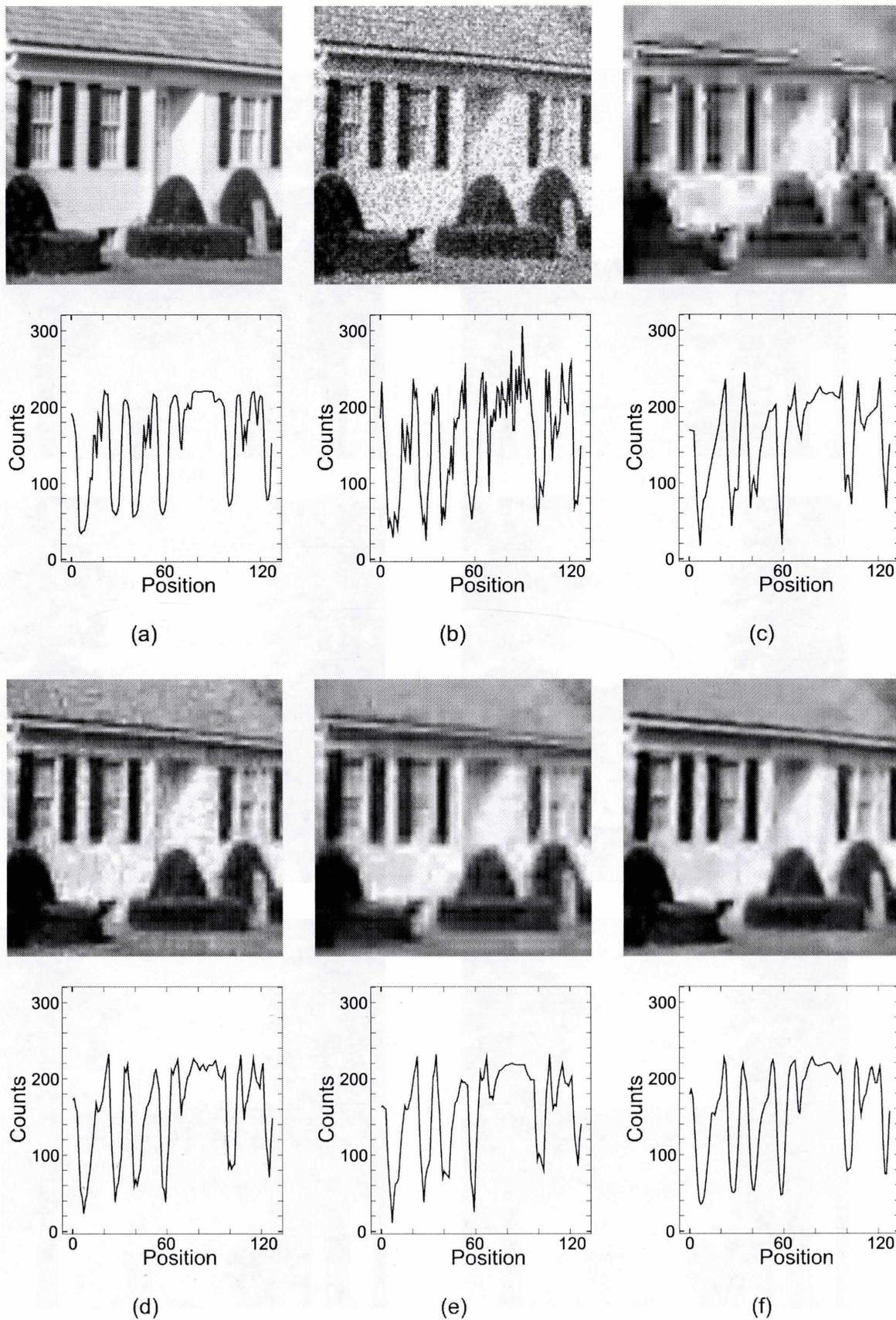
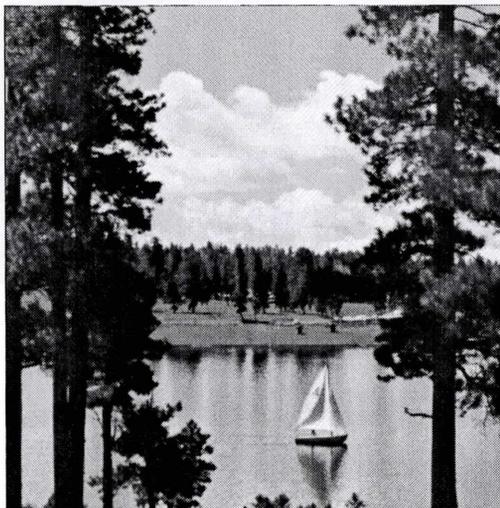
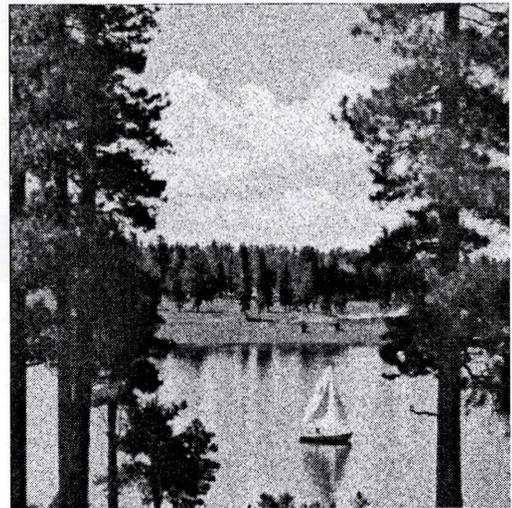


Fig. 6.22: 拡大箇所、プロフィールにおけるそれぞれの処理結果の比較 (house) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

lake



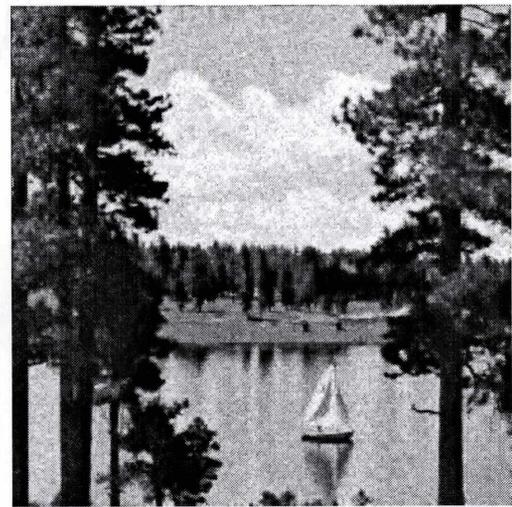
(a)



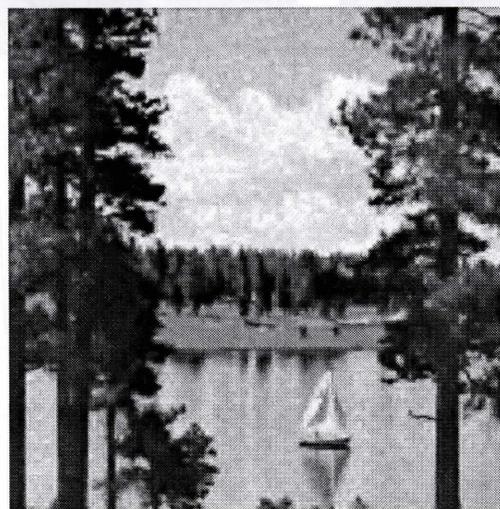
(b)



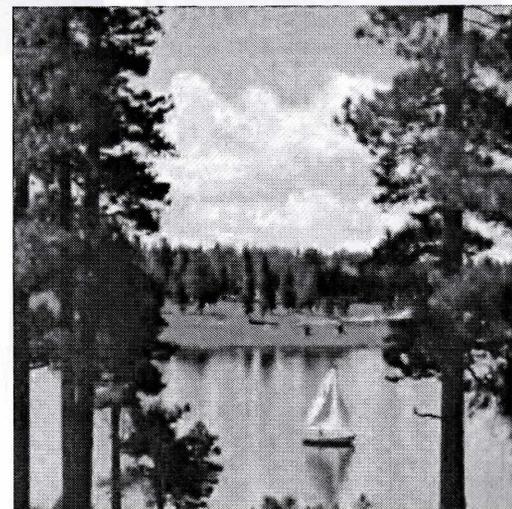
(c)



(d)

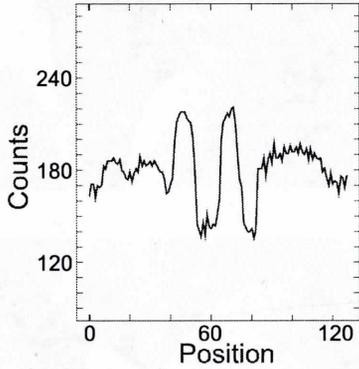
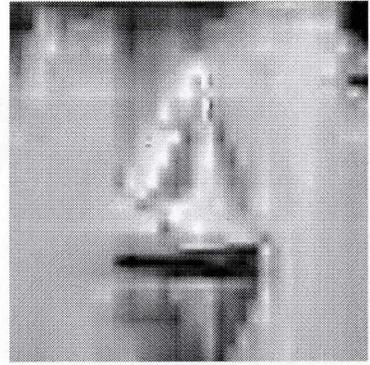
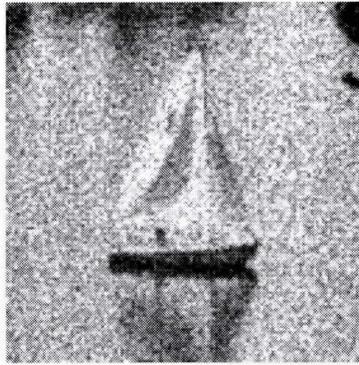
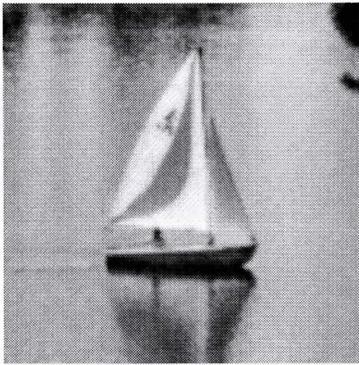


(e)

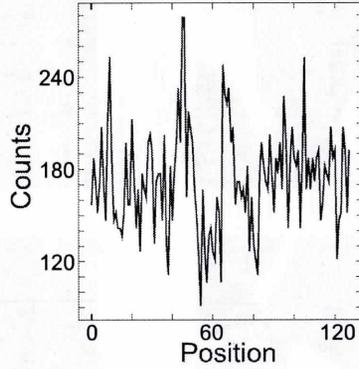


(f)

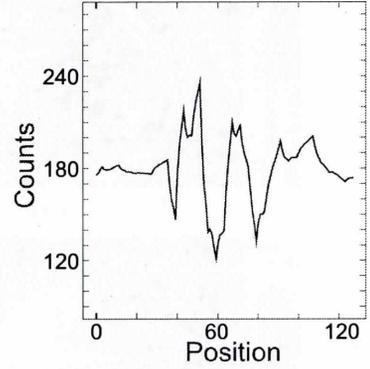
Fig. 6.23: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (lake) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



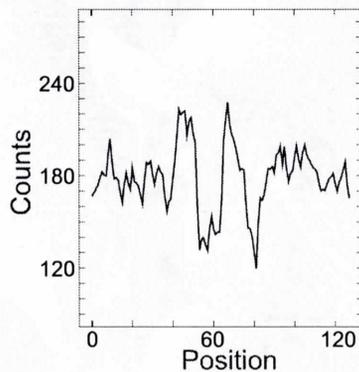
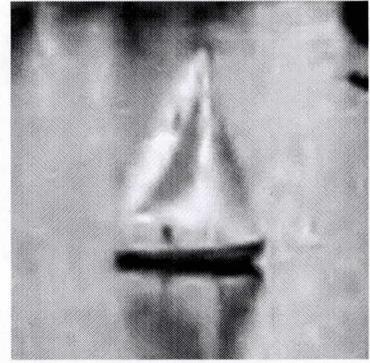
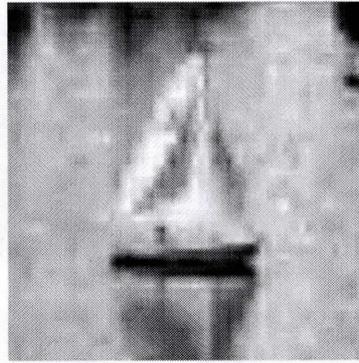
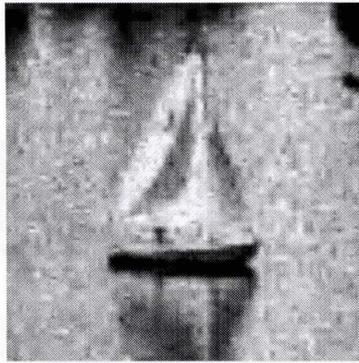
(a)



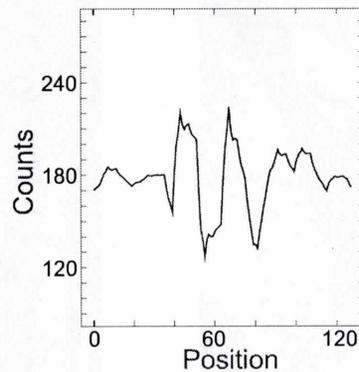
(b)



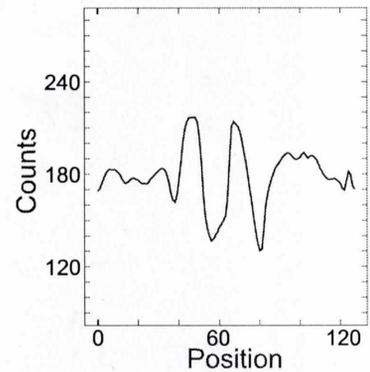
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 6.24: 拡大箇所、プロフィールにおけるそれぞれの処理結果の比較 (lake) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

lenna



(a)



(b)



(c)



(d)

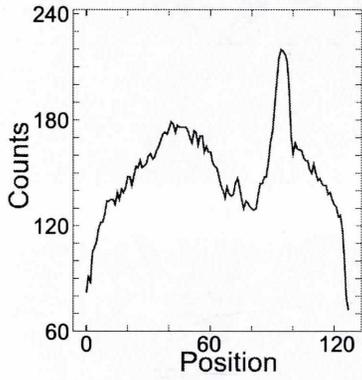
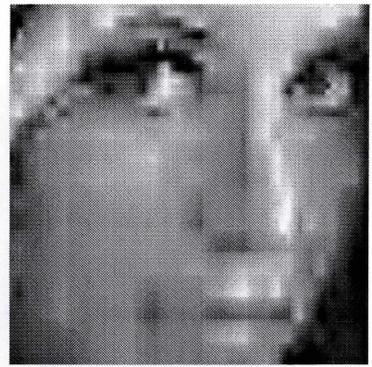


(e)

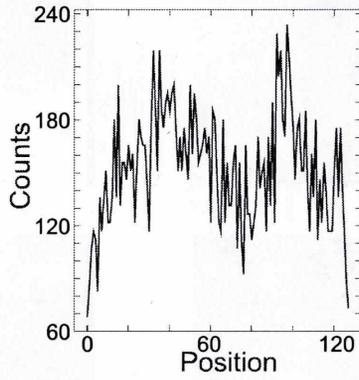


(f)

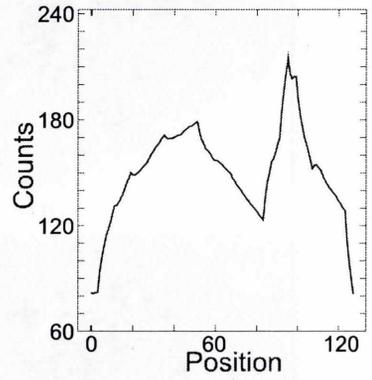
Fig. 6.25: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (lenna) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



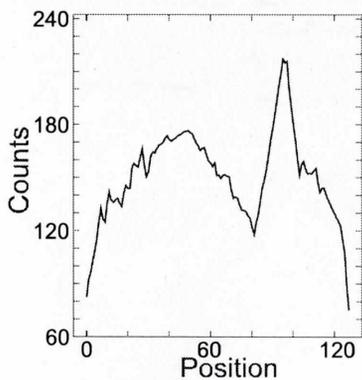
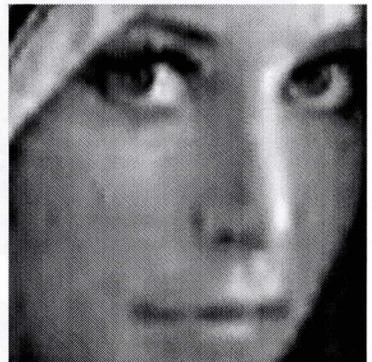
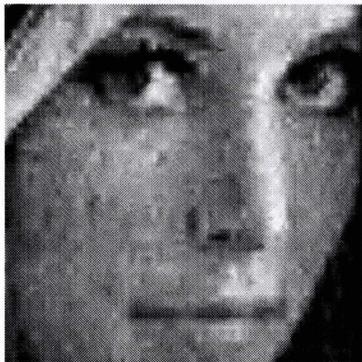
(a)



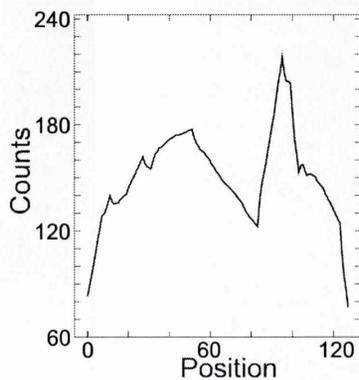
(b)



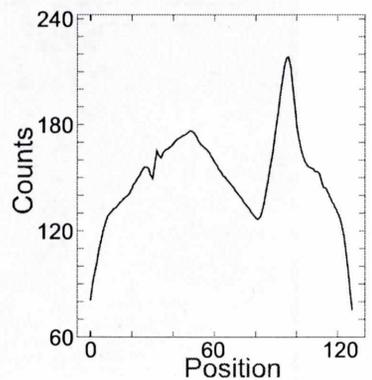
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 6.26: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較 (lenna) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

moon

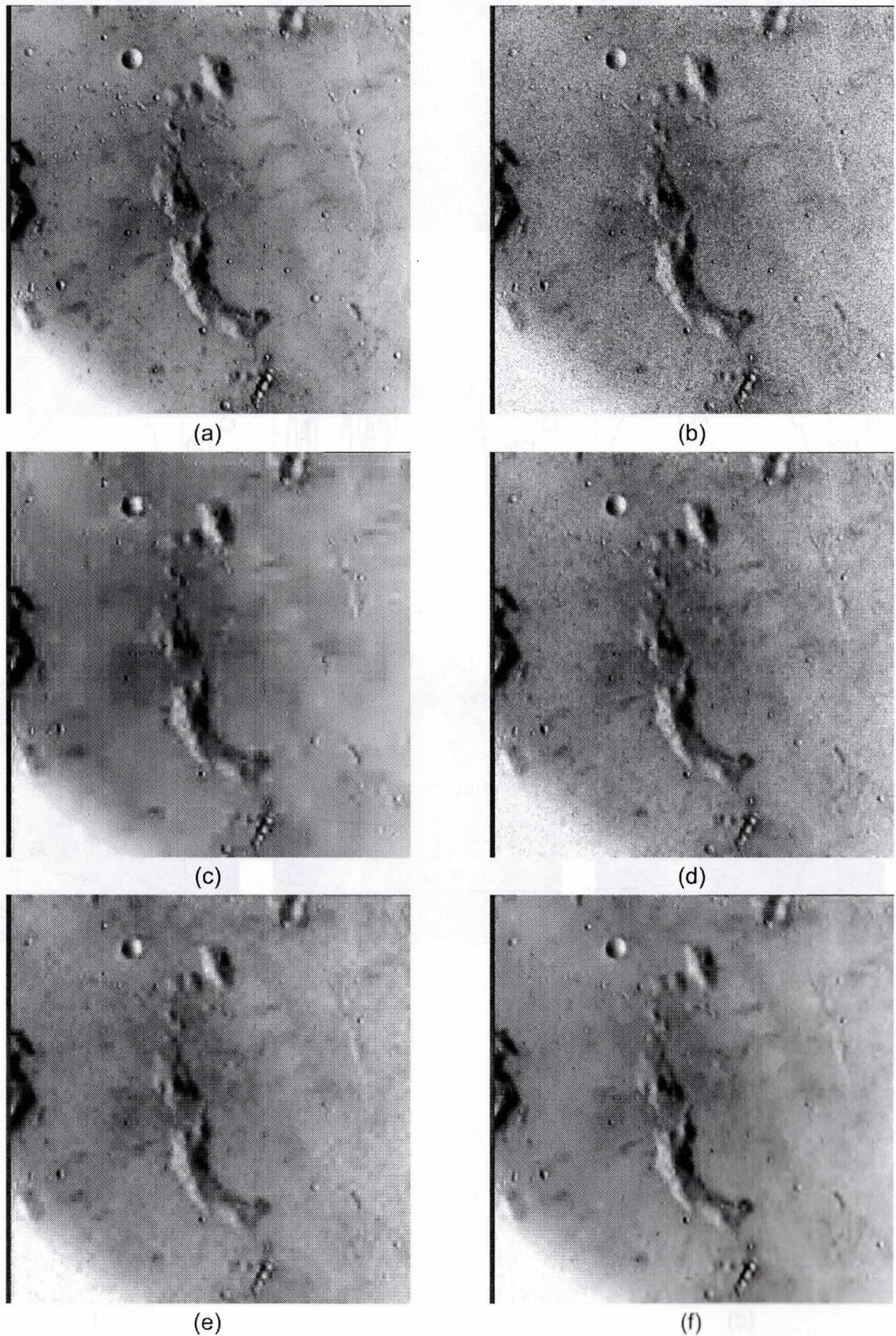
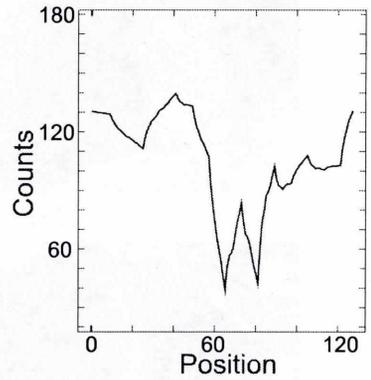
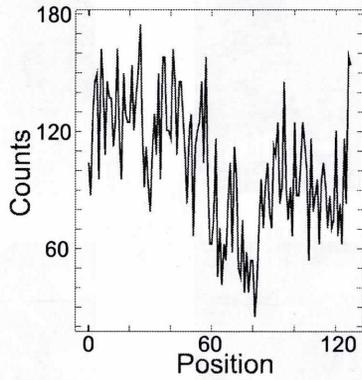
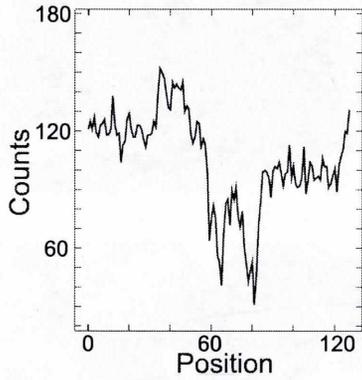
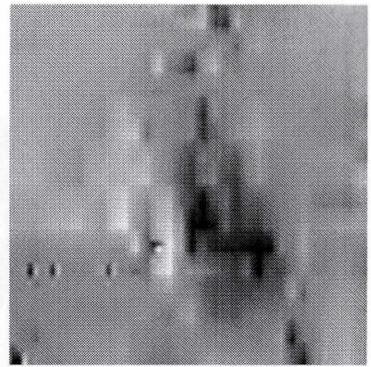
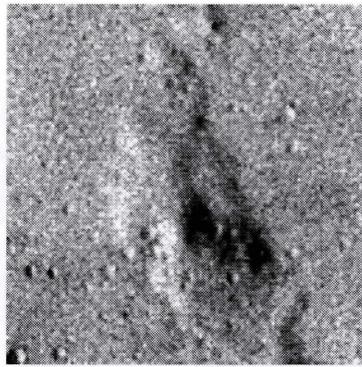
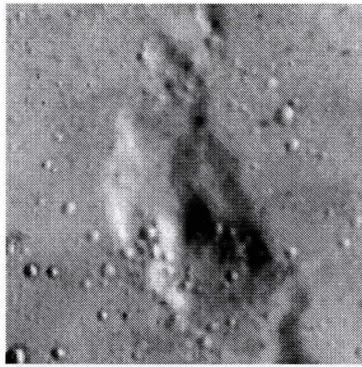


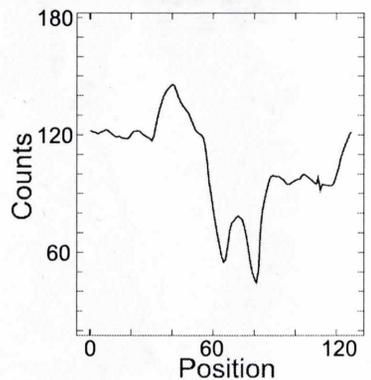
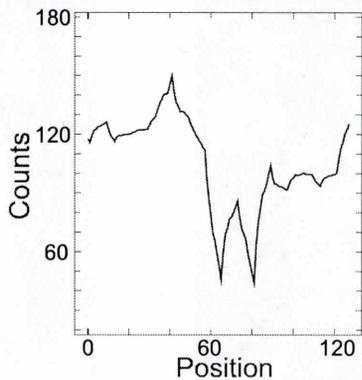
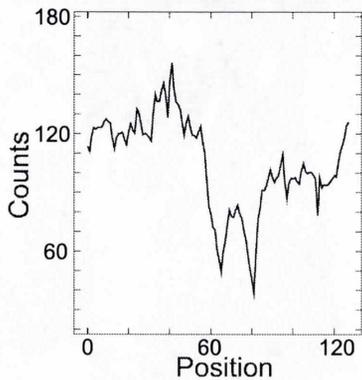
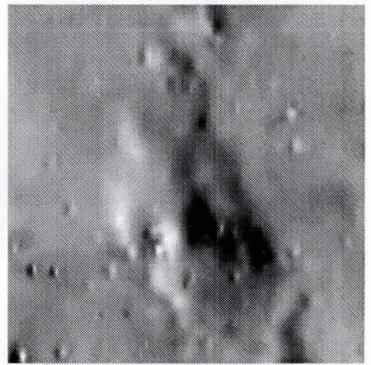
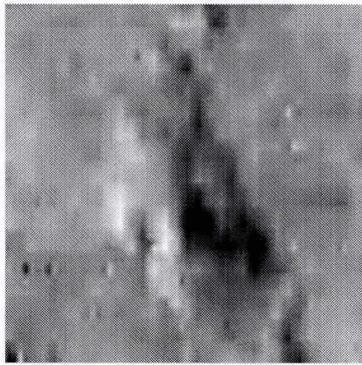
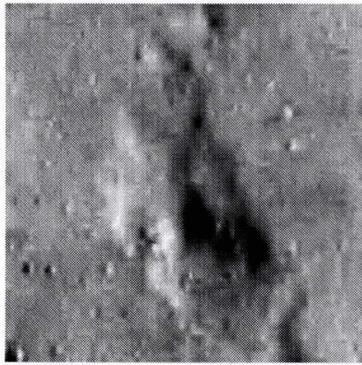
Fig. 6.27: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (moon) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



(a)

(b)

(c)



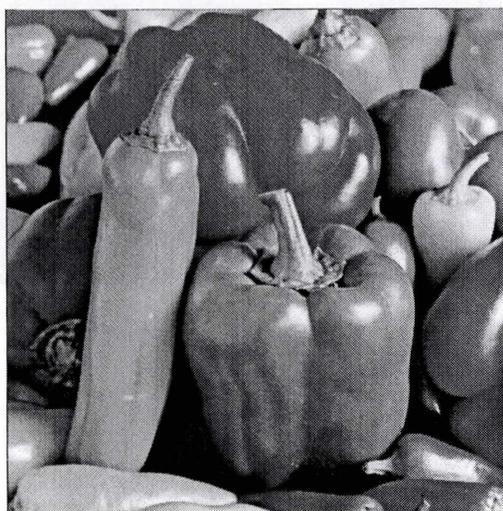
(d)

(e)

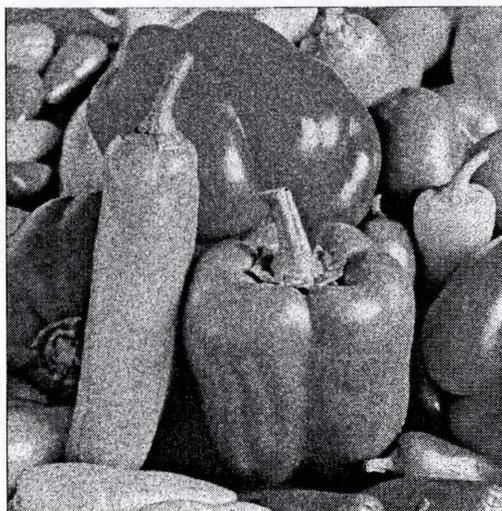
(f)

Fig. 6.28: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較 (moon) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

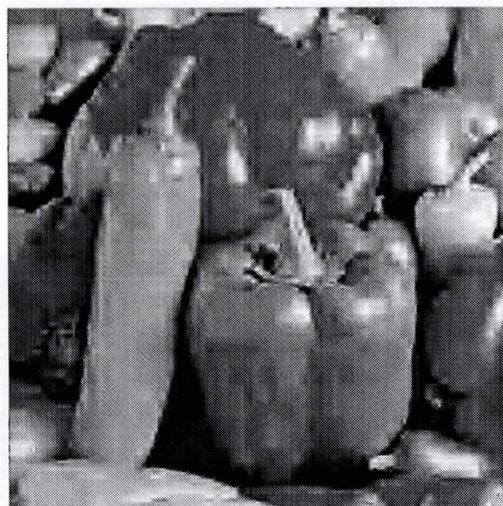
peppers



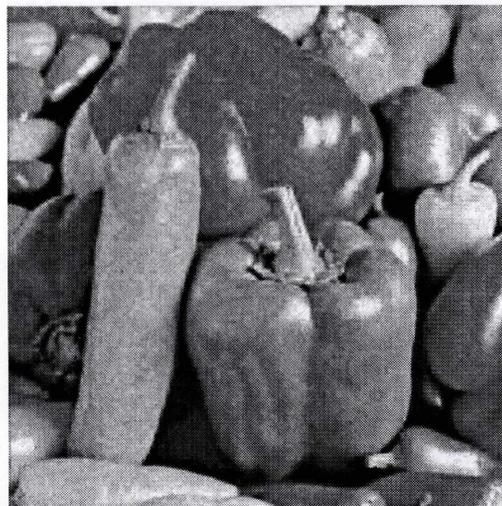
(a)



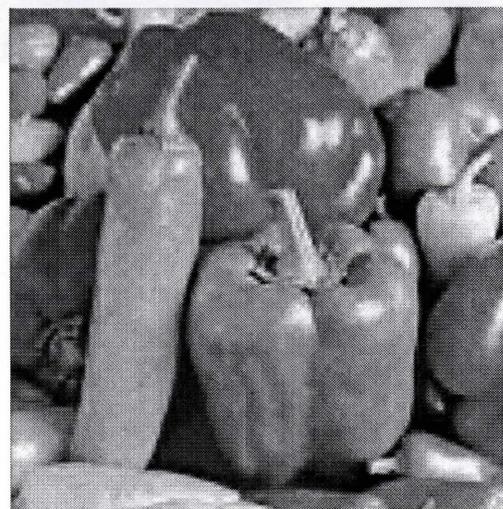
(b)



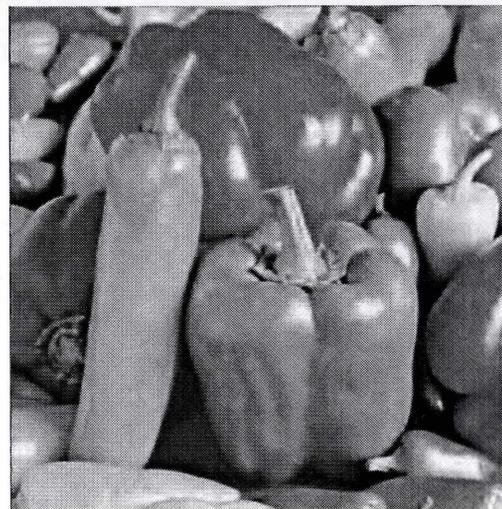
(c)



(d)

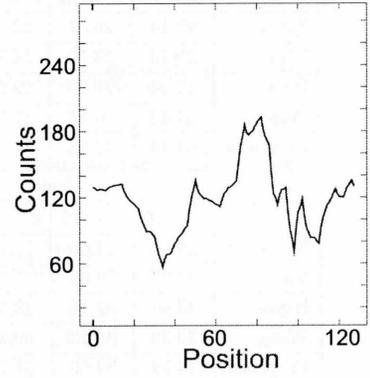
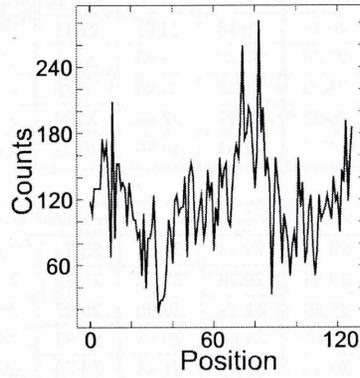
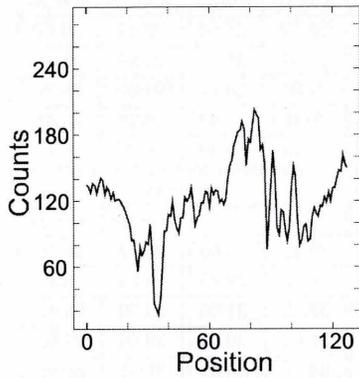
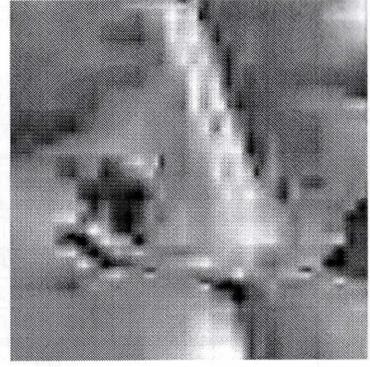
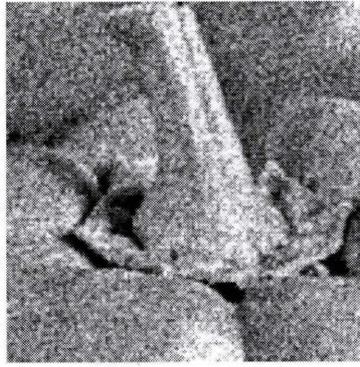
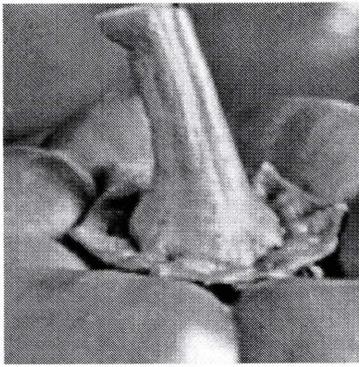


(e)



(f)

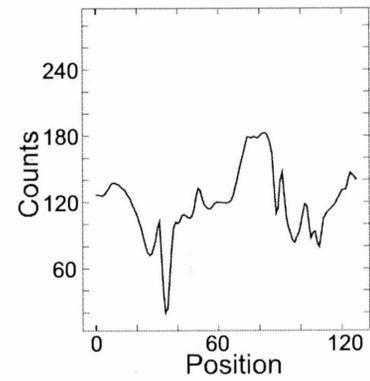
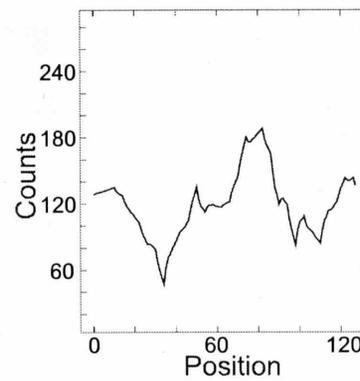
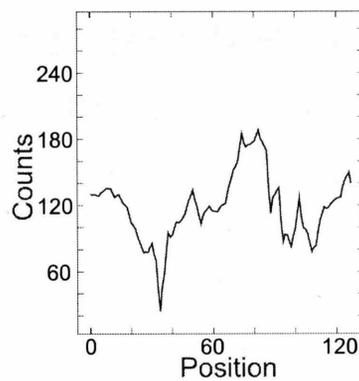
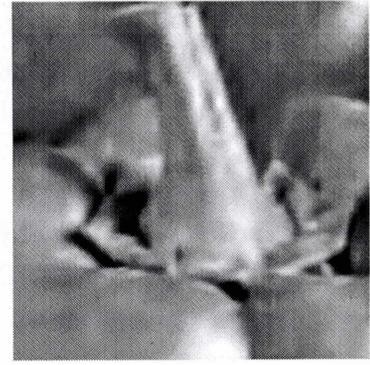
Fig. 6.29: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較 (peppers) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.



(a)

(b)

(c)



(d)

(e)

(f)

Fig. 6.30: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較 (peppers) ; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

また以下にポアソンノイズの標準偏差が  $\sigma = 10, 15, 20, 25$  でのそれぞれの PSNR を示す。

Table 6.4: 従来手法と提案手法の PSNR による比較 (一般画像)

	b10				boats				couple			
	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$
Noisy	28.12	24.61	22.10	20.16	28.13	24.61	22.11	20.19	28.15	24.61	22.12	20.18
Visu	33.16	31.29	30.05	28.85	27.53	25.90	25.25	24.45	28.37	26.78	25.54	24.76
Bayes	34.90	33.44	32.05	31.74	31.26	29.29	28.10	27.07	31.60	29.20	27.76	26.52
Wang	35.37	33.37	32.23	31.22	29.35	27.41	26.79	25.95	30.81	28.67	27.15	26.19
Proposed	37.43	35.43	34.03	33.15	32.14	30.68	29.43	28.49	33.18	30.93	29.71	28.52
	f16				house				lake			
	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$
Noisy	28.14	24.61	22.12	20.18	28.15	24.61	22.11	20.16	28.12	24.63	22.11	20.17
Visu	29.79	28.79	26.55	25.58	27.29	25.85	25.12	23.98	27.34	26.14	24.94	24.07
Bayes	32.94	29.35	29.24	28.22	31.68	29.40	27.80	26.81	31.04	28.87	27.50	26.57
Wang	31.43	30.43	27.99	26.97	29.17	27.65	26.94	25.59	29.16	27.97	26.76	25.82
Proposed	34.44	32.62	31.10	30.07	32.81	30.66	29.22	28.33	32.13	30.39	29.21	28.42
	lenna				moon				peppers			
	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$	$\sigma = 20$	$\sigma = 25$
Noisy	28.14	24.60	22.10	20.17	28.13	24.61	22.12	20.17	28.12	24.60	22.12	20.19
Visu	30.77	28.66	27.78	26.54	29.78	28.52	27.35	27.08	30.26	28.89	28.05	26.47
Bayes	32.64	31.10	28.54	28.86	31.71	30.00	29.27	28.07	32.89	31.06	28.59	28.87
Wang	32.39	30.23	29.46	28.04	31.68	29.88	28.33	28.04	31.64	30.32	29.60	27.96
Proposed	34.54	32.66	31.72	30.48	32.97	31.53	30.56	29.86	34.21	33.02	31.91	30.99

## 6.4 提案手法によるコントラスト強調法と従来手法との比較

一般的なエッジ強調やコントラスト強調は画像の高周波成分を強調することで行われるが、雑音が含まれる画像に対してコントラスト強調を行うと雑音の成分が主に高周波成分に分布するために、雑音もより強調されてしまうという問題がある。よって本研究の対象である低線量X線画像を強調するにはその雑音の強さに応じた最適な処理を行わなければならない。そこで、ここでは意図的に雑音の含まれる画像を生成し、それを提案手法、従来手法で強調した結果を比較する。

### 6.4.1 シミュレーション条件

サンプル画像に対して、量子雑音の標準偏差 ( $\sigma = 10$ ) の含まれる画像を生成し、そのシミュレーションを行った。以下にシミュレーション条件を示す。

Table 6.5: シミュレーション条件

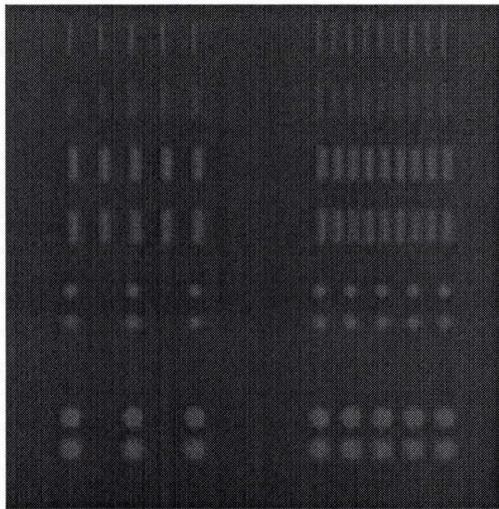
画像サイズ	256×256
階調数	8bit
ウェーブレット	Daubechies (tap4)
黒川の手法による重み $\eta_0$ (Eq. 5.8)	4.0
Itoの手法による重み $p$ (Eq. 5.10)	0.8
提案手法による重み $\alpha_1$ (Eq. 5.11)	1.5
ノイズレベルの重み $\alpha_2$ (Eq. 5.11)	0.8
関数の歪み度 $\gamma$ (Eq. 5.12)	3.0
重み関数の収束点 $b$ (Eq. 5.12)	1.2

ここで、黒川の手法は画像の濃度分布に応じて自動的に重みを算出するものであるが、サンプル画像は特殊な濃度分布を持つため、適当な重みが得られない。そこで実験的に、上の条件にあるように基底となる重みを  $\eta_0 = 4.0$  とした。

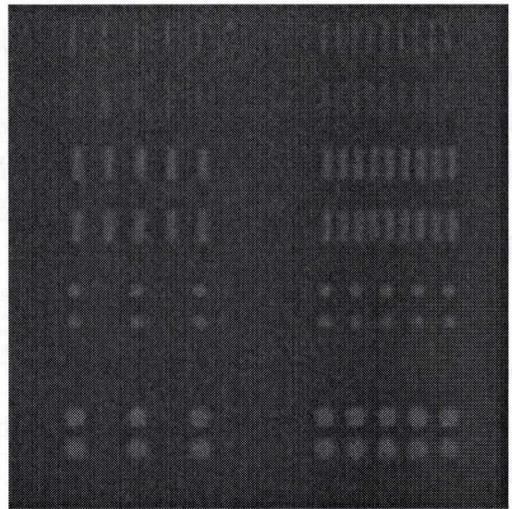
### 6.4.2 シミュレーション結果

以下にサンプル画像に対する処理結果を示す。

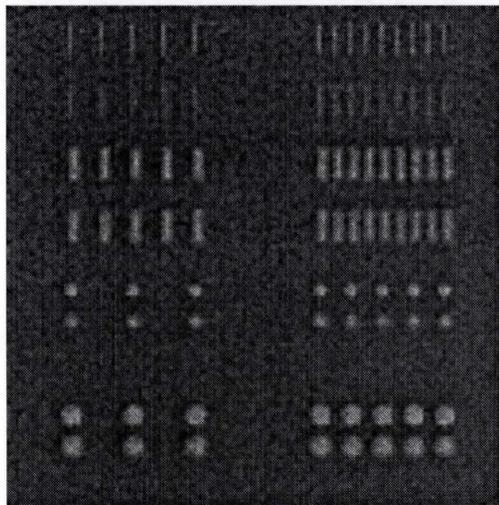
サンプル画像



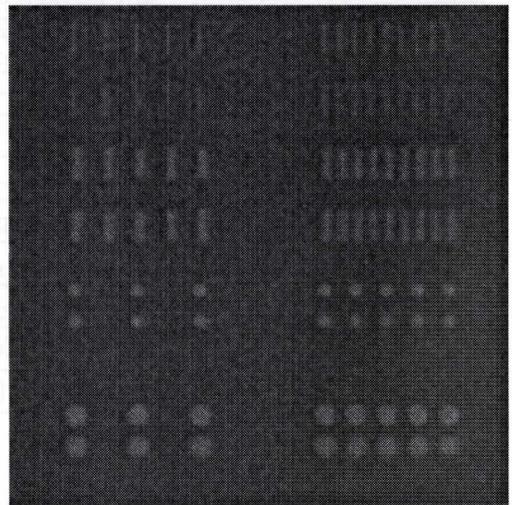
(a)



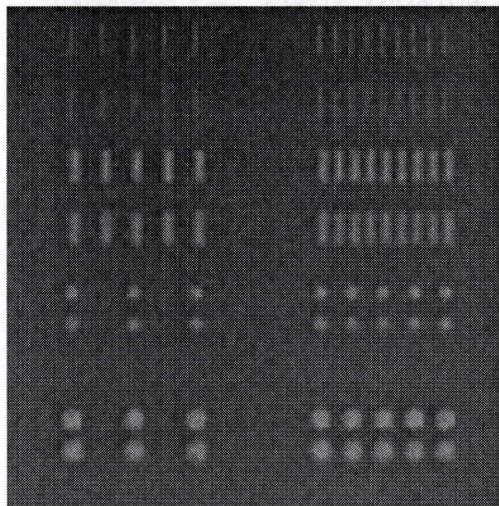
(b)



(c)



(d)



(e)

Fig. 6.31: サンプル画像に対する結果; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 10$ ), (c)Kurokawa, (d)Ito, and (e)Proposed.

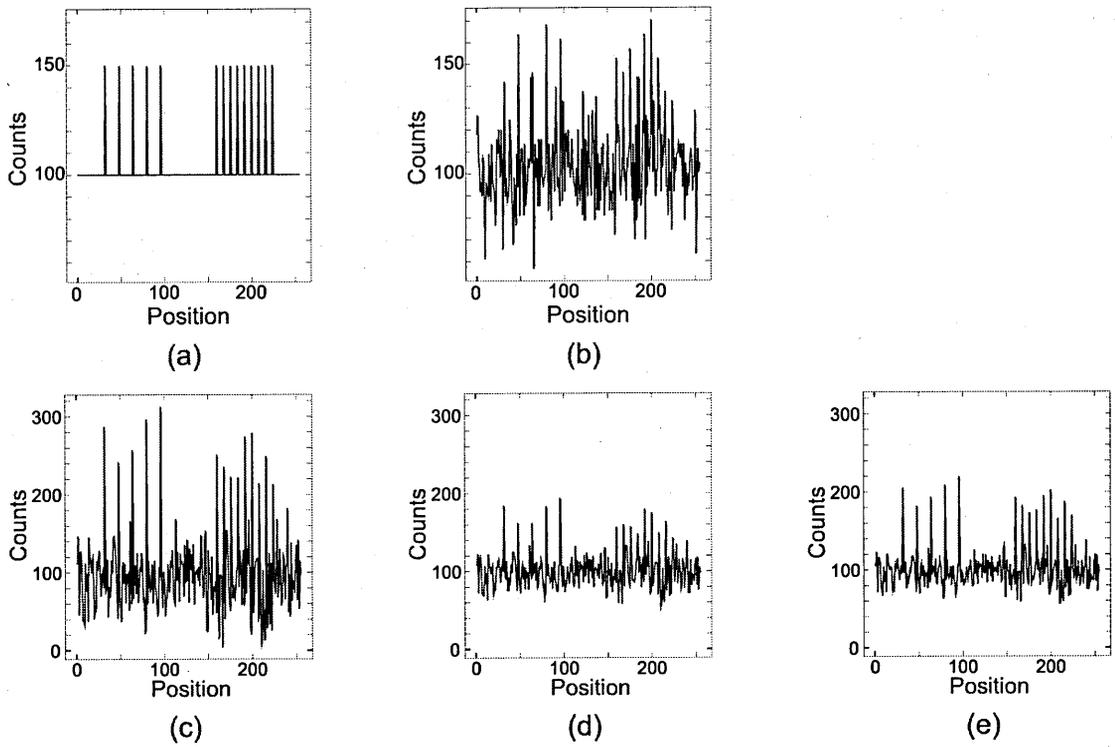


Fig. 6.32: line1 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

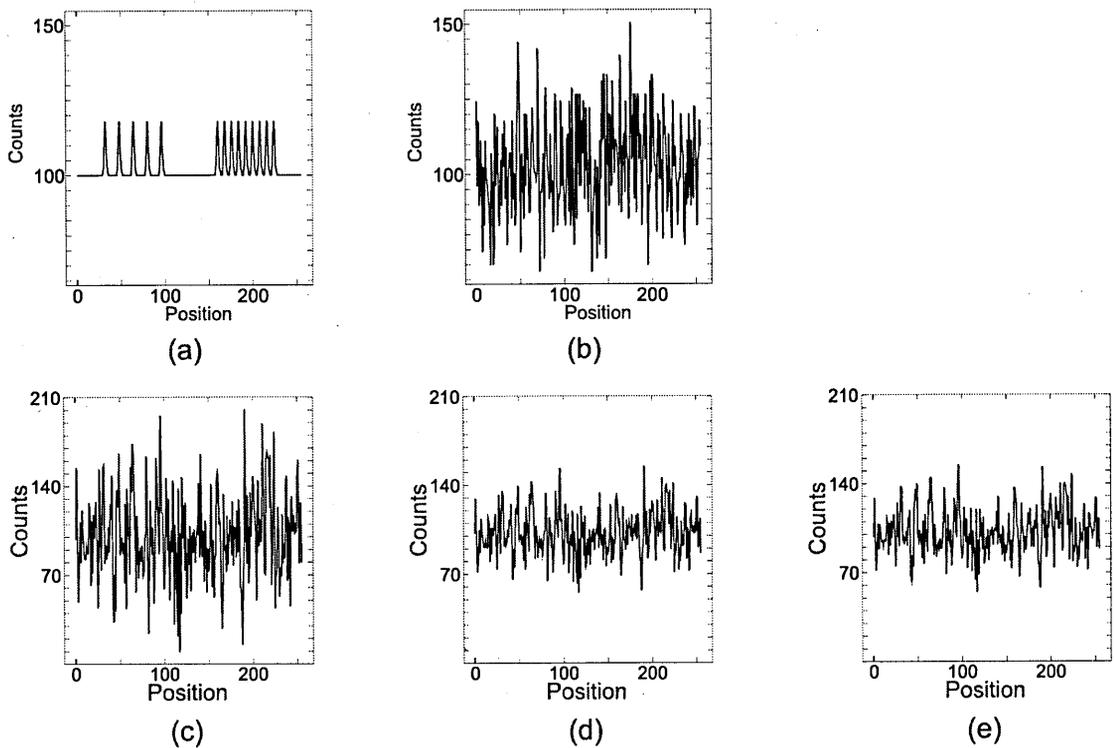


Fig. 6.33: line2 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

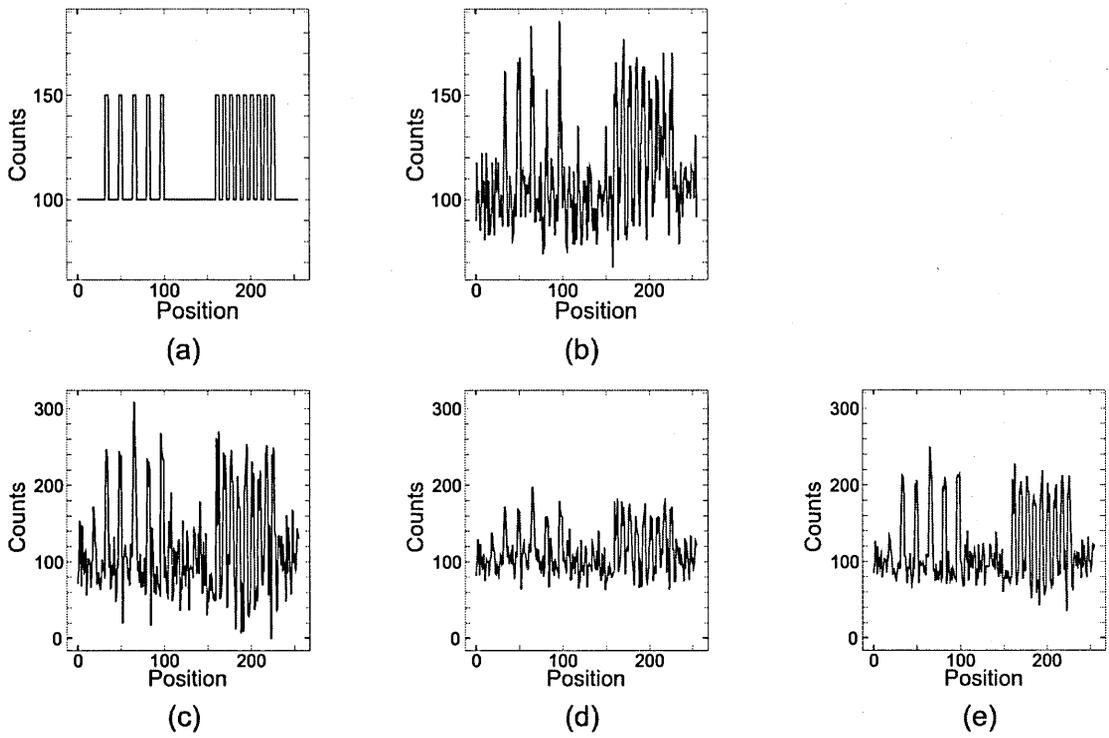


Fig. 6.34: line3 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

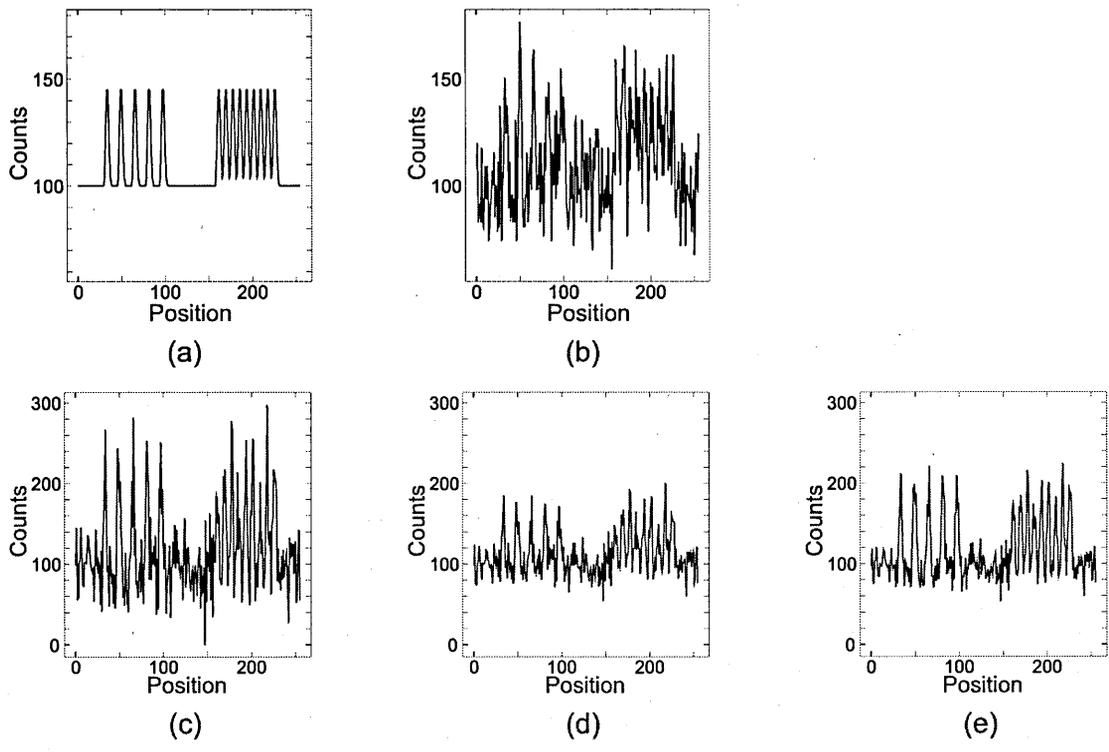


Fig. 6.35: line4 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

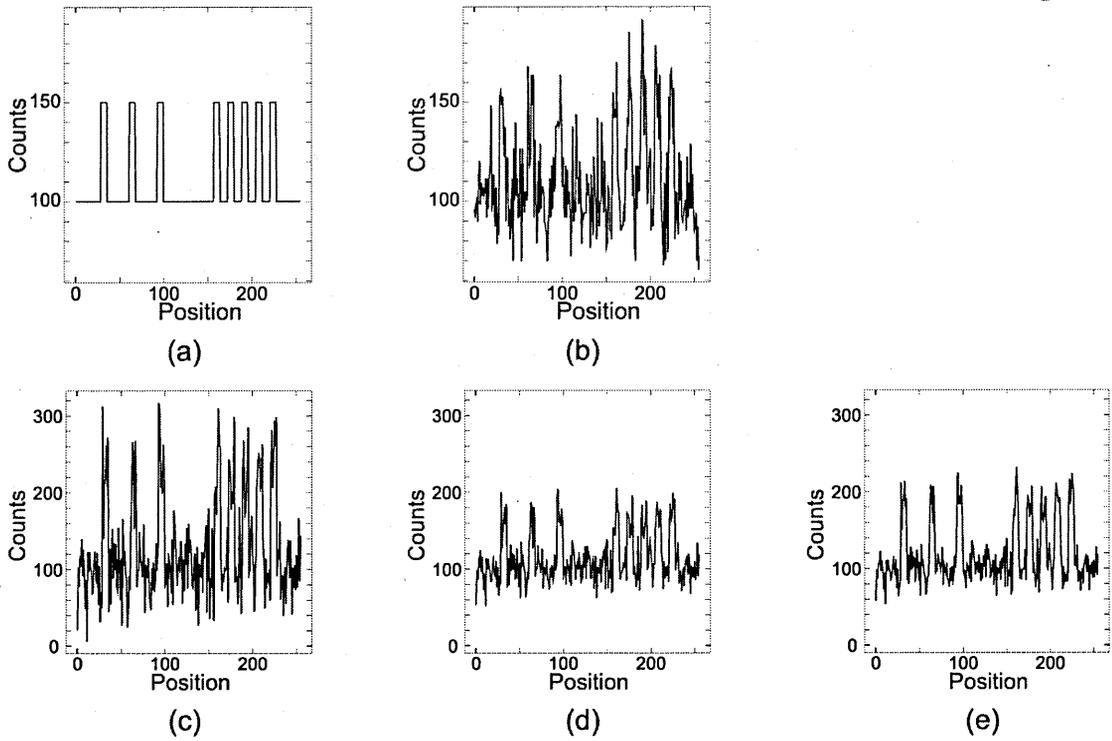


Fig. 6.36: line5 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

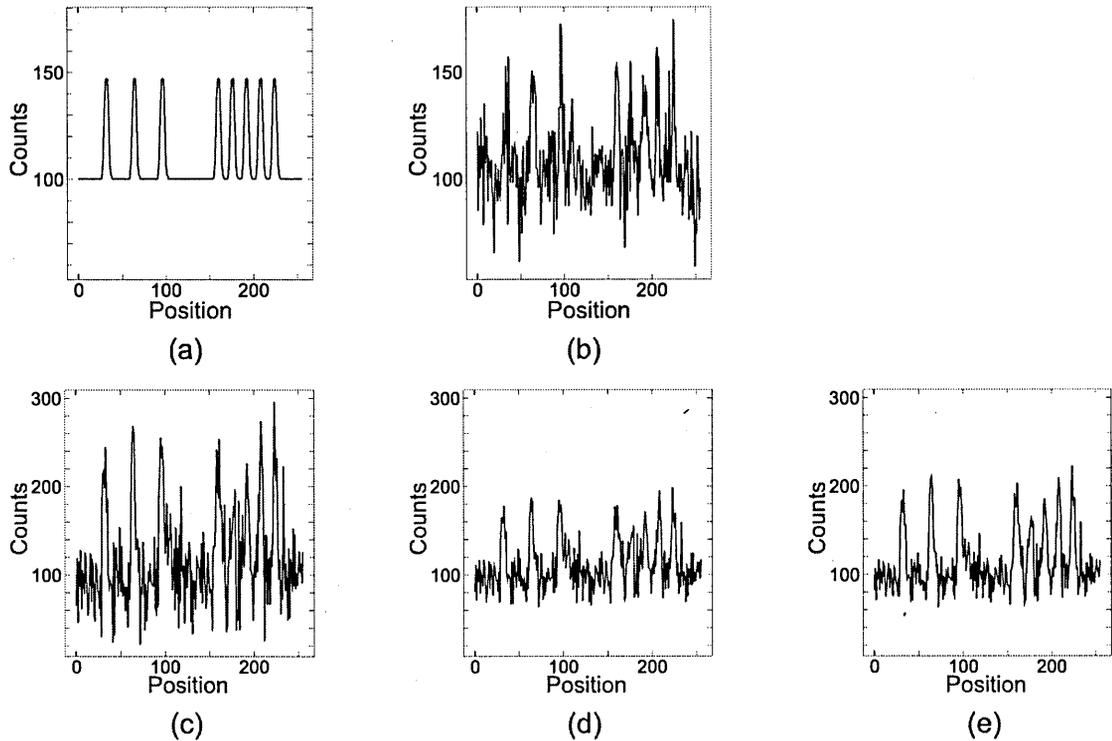


Fig. 6.37: line6 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

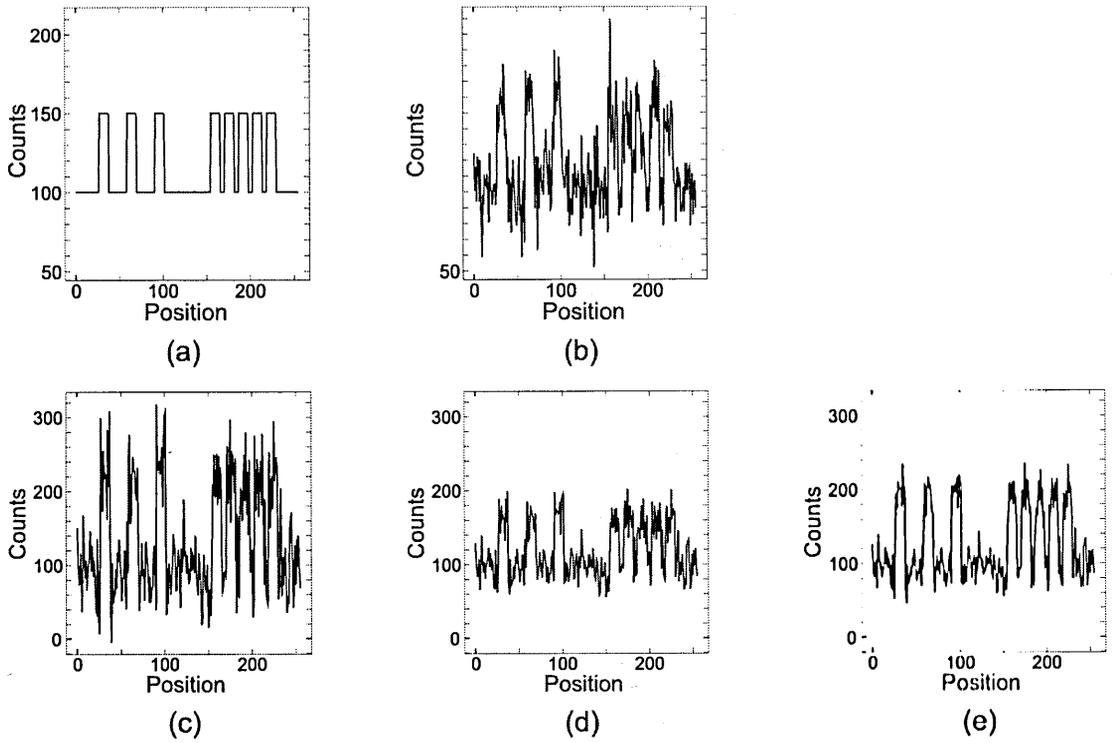


Fig. 6.38: line7 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

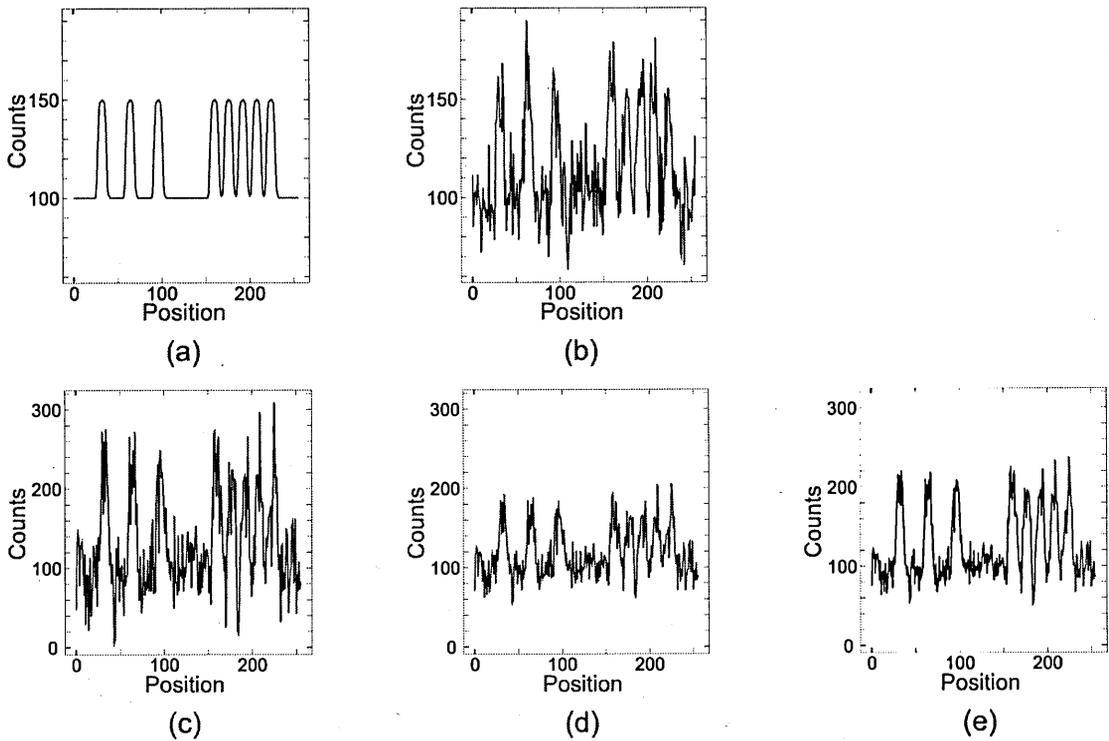


Fig. 6.39: line8 上のそれぞれのプロファイル; (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

## 第7章 実験

実験ではファントムとして(株)京都科学による2種類の脳ファントム、X線診断装置として(株)島津製作所のRADspeed safireを用いて低線量X線撮影を行った。ここでは提案手法の有効性を検証するため意図的に4種類の管電流時間(9mAs, 5mAs, 0.9mAs, 0.5mAs)を用いてファントムを撮影した。ここでは通常使用の管電流時間である9mAsで撮影された画像を基準画像とし、より低線量で撮影された画像のそれぞれの処理結果と比較を行う。

### 7.1 提案手法と従来手法の比較

ここでは異なる低線量X線画像に対し、従来手法としてBayes Shrink法、Wangの手法、提案手法として4章で述べた我々の提案する雑音除去手法と、その処理後に5章で述べた我々の提案するコントラスト強調手法を加えたもの、計4つの画像と通常線量X線画像、対象の低線量X線画像とを比較する。

#### 7.1.1 実験条件

Table 7.1に実験条件を示す。

Table 7.1: 実験条件

画像サイズ	1962×2032
切り取り画像サイズ	256×256
管電流時間	0.5, 0.9, 5.0, 9.0 mAs
階調数	12bit
ウェーブレット	Daubechies (tap4)
変曲点 $t_0$ (Eq. 4.16)	上位4%
提案手法による重み $\alpha_1$ (Eq. 5.11)	1.5
ノイズレベルの重み $\alpha_2$ (Eq. 5.11)	0.8
関数の歪み度 $\gamma$ (Eq. 5.12)	3.0
重み関数の収束点 $b$ (Eq. 5.12)	1.2

ウェーブレット変換による画像の分解の際には、縦横のサイズを2のべき乗とするために、その拡張を一時的に行う。その際に固定値(0など)を拡張部分に入れて処理をした場合、原画像から得られるウェーブレット係数の値、その変動などが不自然なものとなり適切な処理ができない。特にコントラスト強調の際には、固定値が拡張部分に入ると大きな低周波成分が拡張部分に存在することになり、強調後その周辺にアーチファクトが発生してしまう。そこでこの問題を防ぐために拡張部分には、隣接する原画像のデータを折り返すようにして

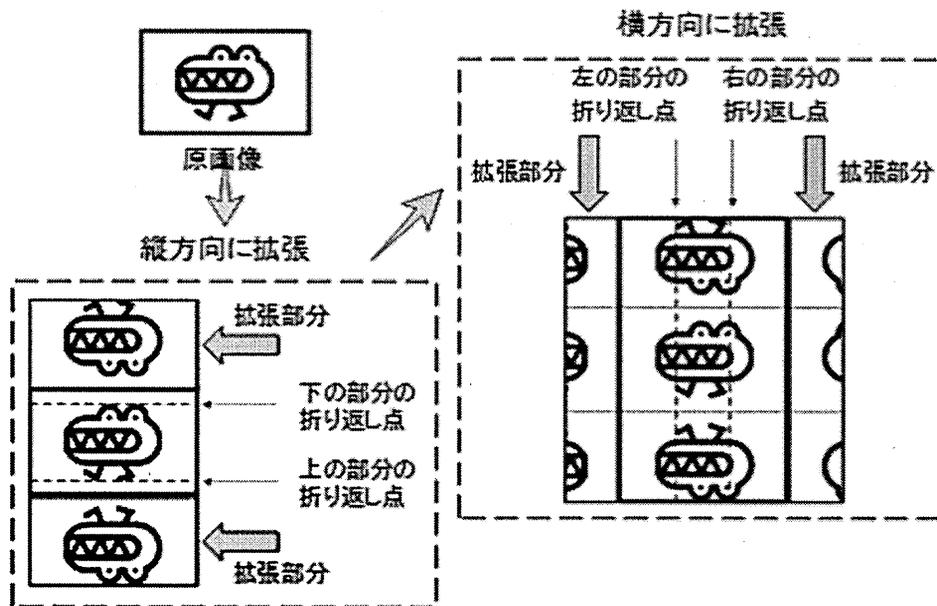


Fig. 7.1: 画像拡張法の例

入れる。具体例を以下の Fig. 7.1 に示す。

また医用画像では、しばしば雑音のほとんど無い背景が画像中のかなりの割合を占めるために Bayes Shrink 法に用いられる robust median estimator による雑音の標準偏差の推定値が実際の値と大きく異なることがある。そのため実験では、robust median estimator による雑音の標準偏差を背景に含まれる雑音を考慮せず ROI (Region of Interest、ここでは脳ファントム全体と設定) のみから選択した。以下の式 7.1 にそれを示す。

$$\tilde{\sigma} = \frac{\text{Median}(|w_{1d}(i,j)|)}{0.6745}, \text{ where } w_{1d}(i,j) \in \text{ROI} \quad (7.1)$$

ここで、 $w_{(i,j)}$  は ROI 内レベル 1 の対角方向のサブバンドのウェーブレット係数である。この式 7.1 から得られた雑音の標準偏差を用いて、シミュレーションと同様に Bayes Shrink 法、Wang の手法、そして提案手法による雑音除去、コントラスト強調を行う。

### 7.1.2 実験結果

以下に二つの脳ファントムに対する処理結果を示す。

Angio (0.5 mAs)

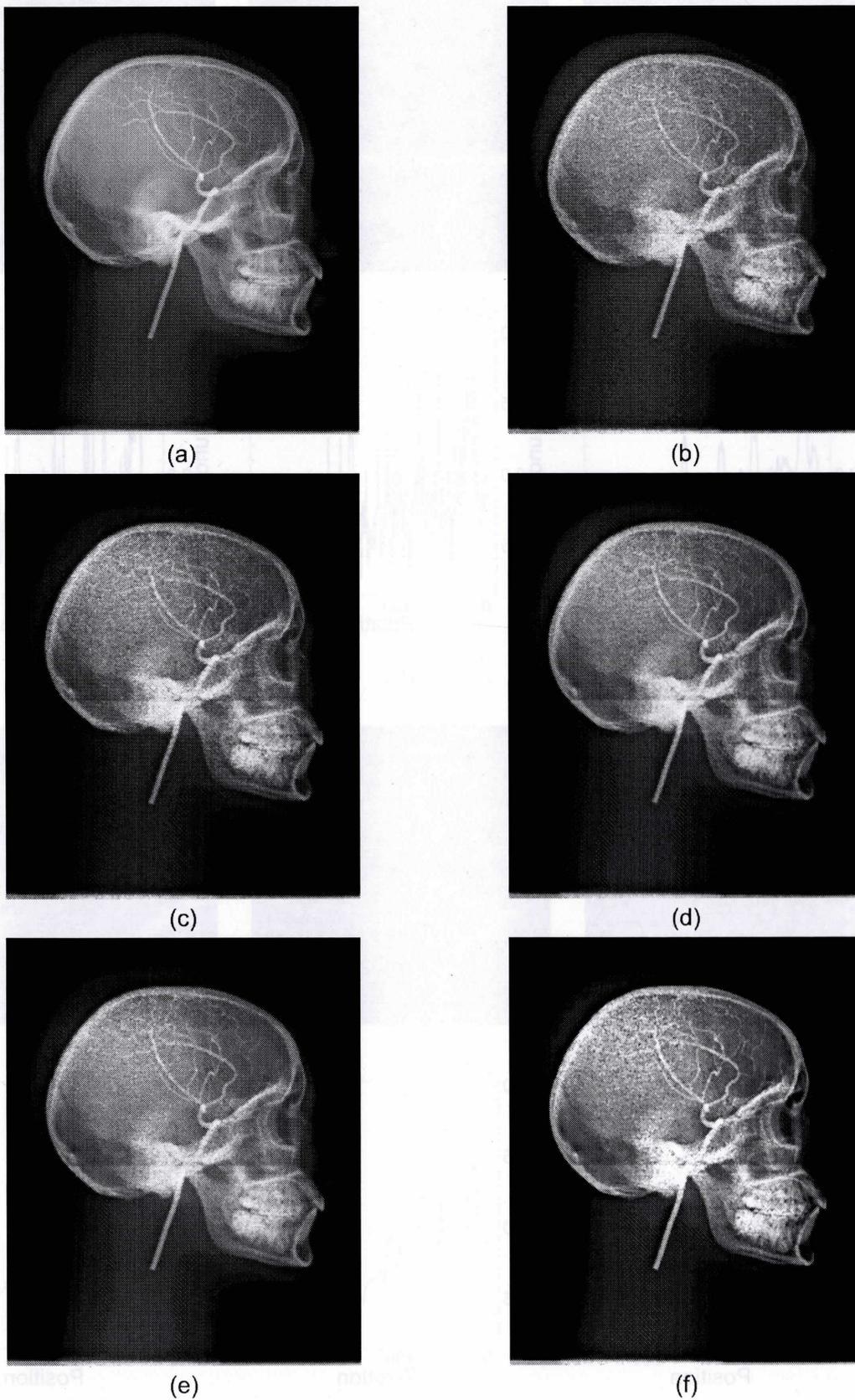


Fig. 7.2: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose image, (b)the low-dose image (0.5 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

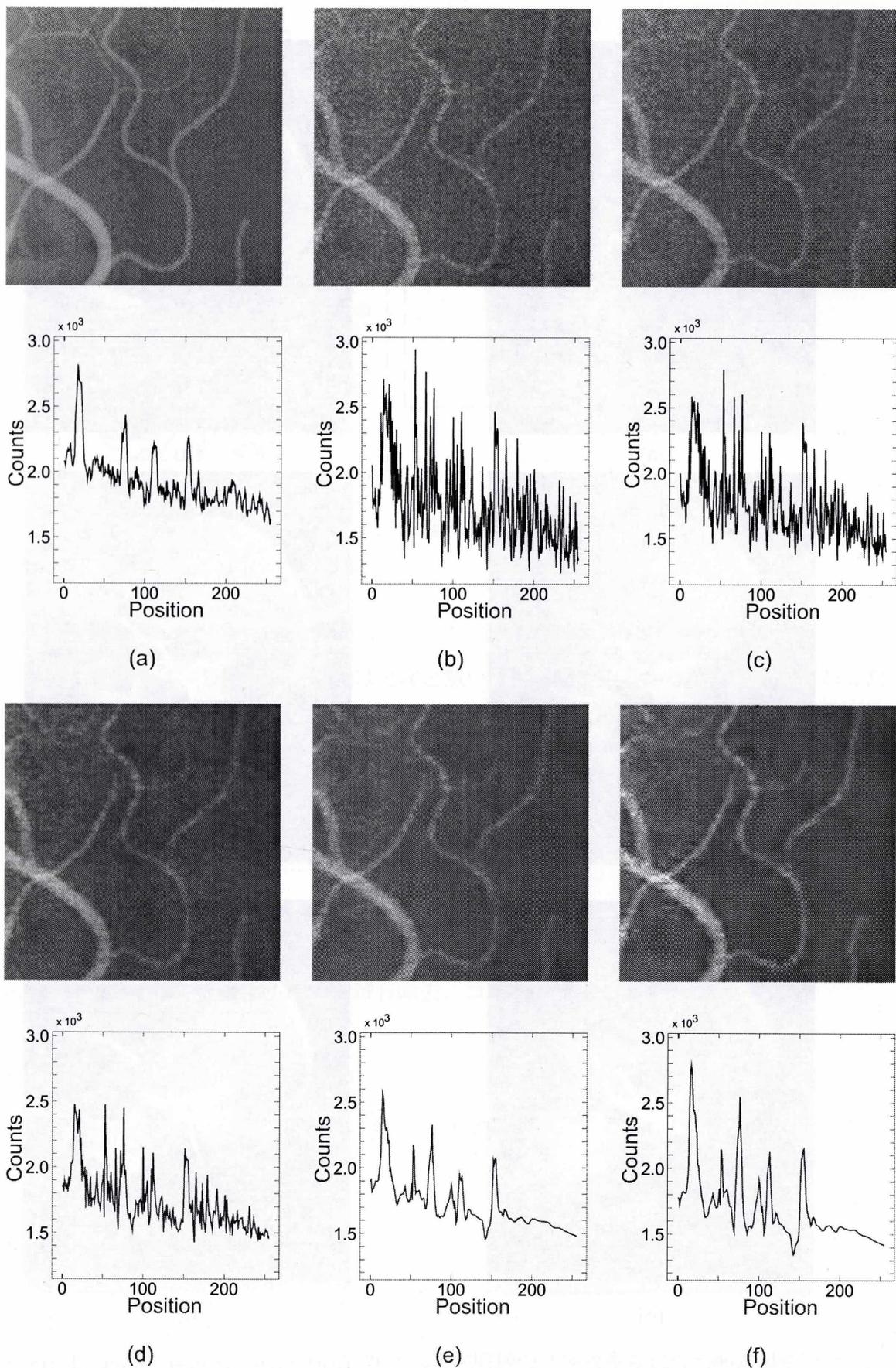
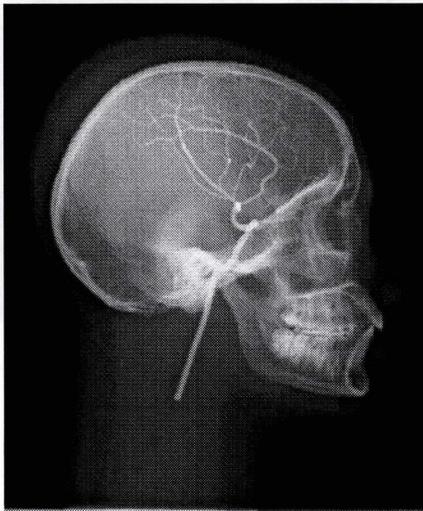
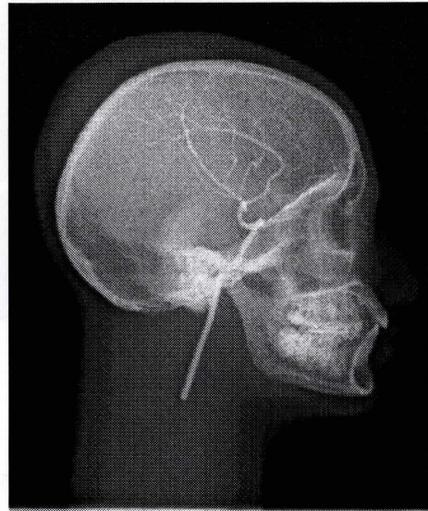


Fig. 7.3: 拡大箇所、プロフィールにおけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose X-ray image (9.0 mAs), (b)the low-dose X-ray image (0.5 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

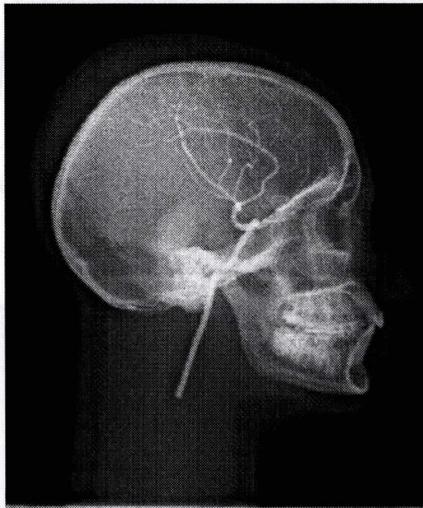
Angio (0.9 mAs)



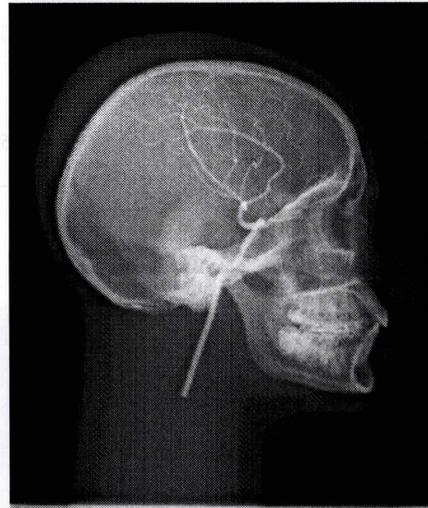
(a)



(b)



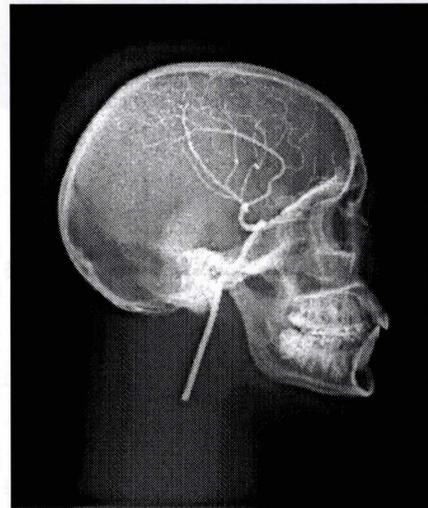
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 7.4: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose image, (b)the low-dose image (0.9 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

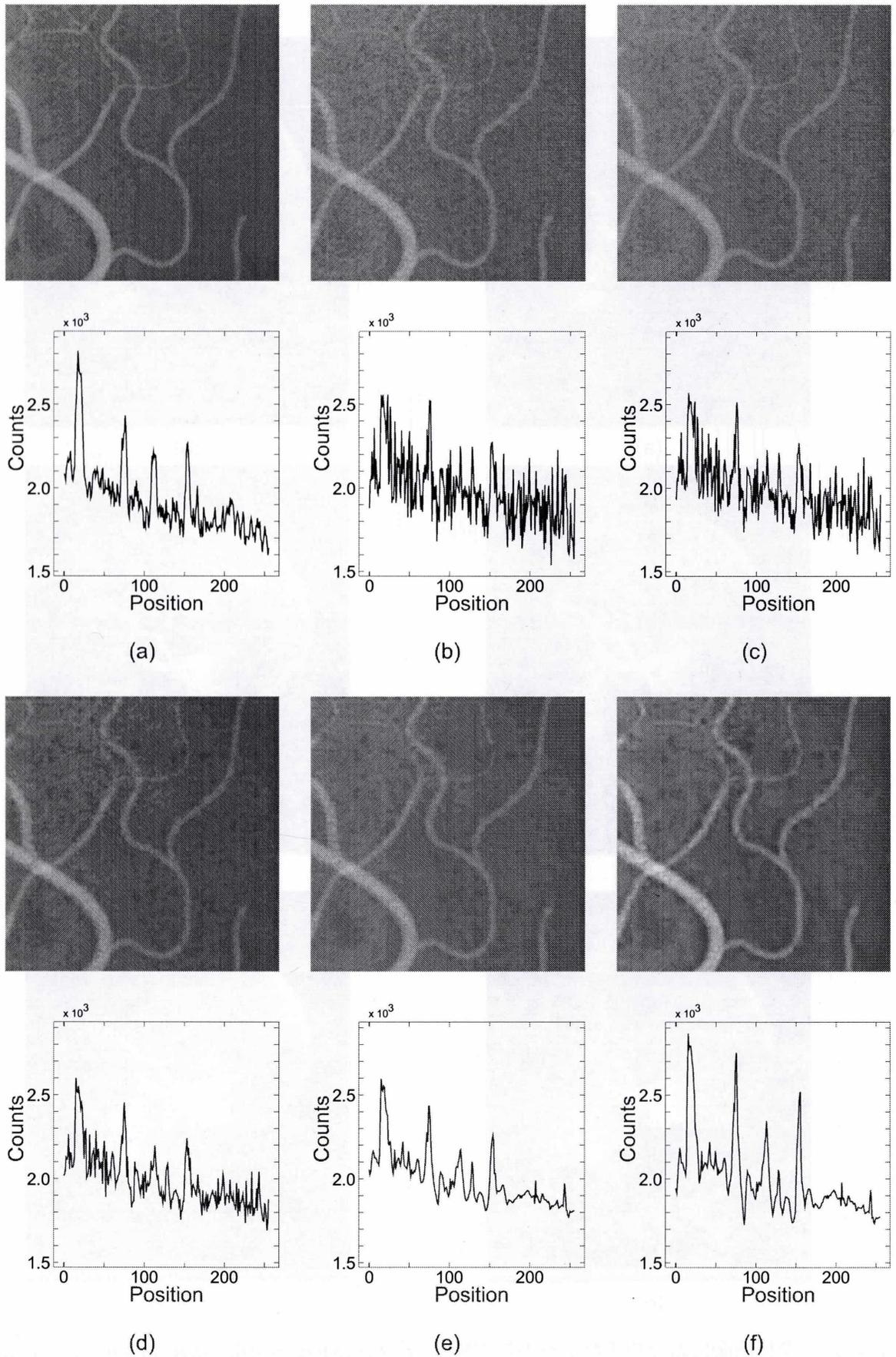
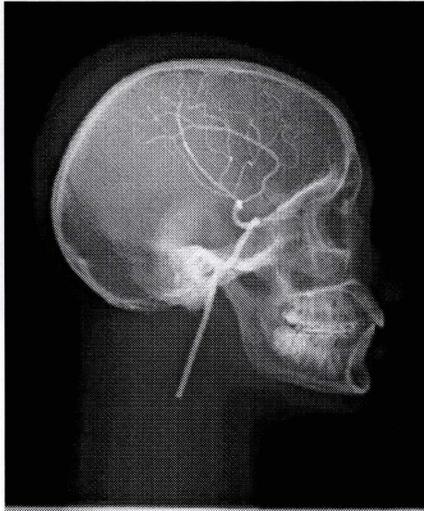
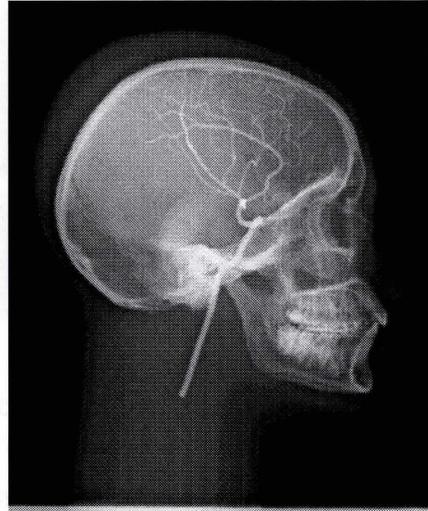


Fig. 7.5: 拡大箇所、プロフィールにおけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose X-ray image (9.0 mAs), (b)the low-dose X-ray image (0.9 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

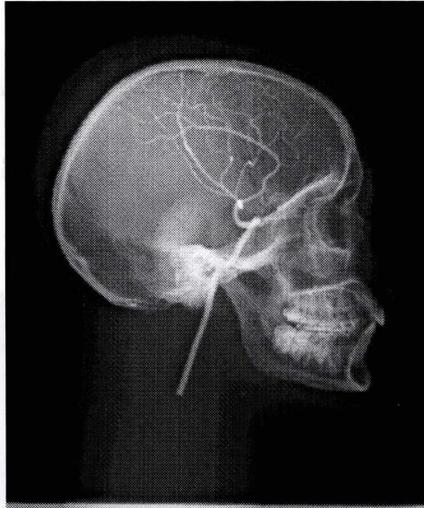
Angio (5.0 mAs)



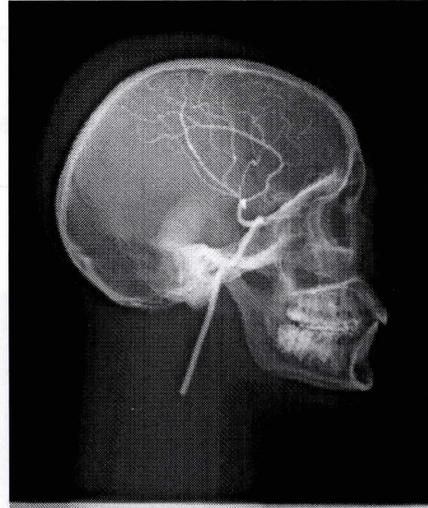
(a)



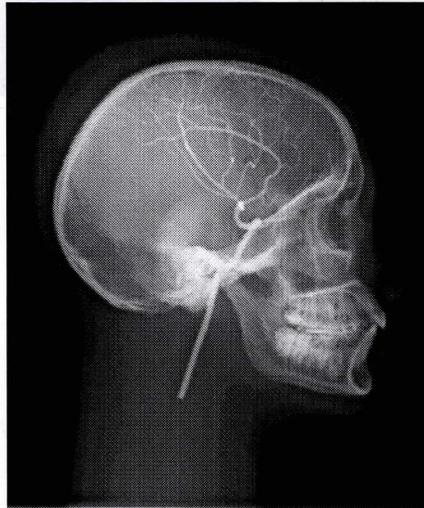
(b)



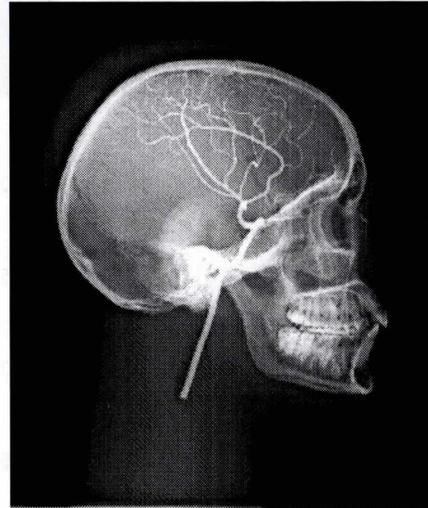
(c)



(d)

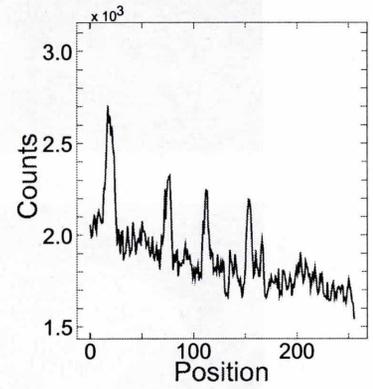
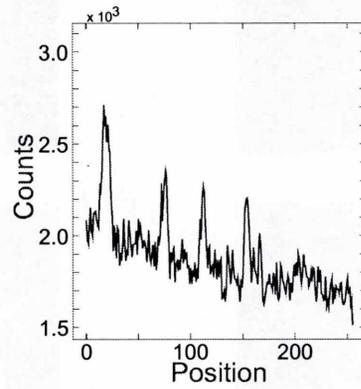
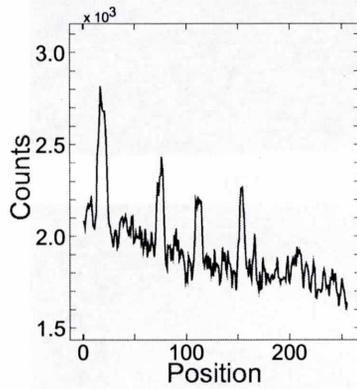
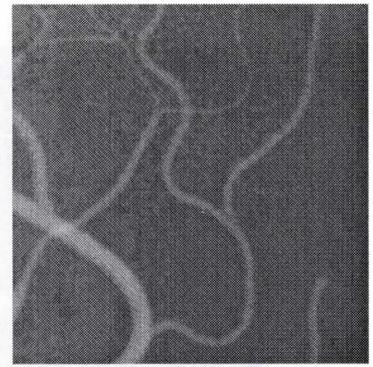
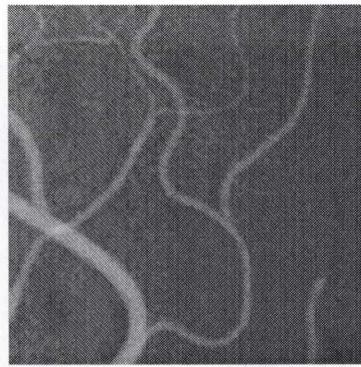
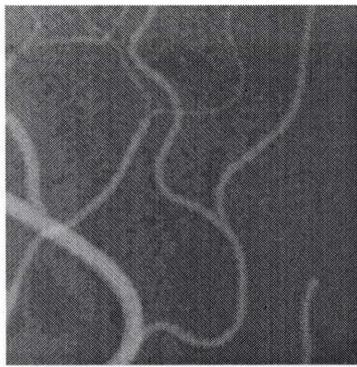


(e)



(f)

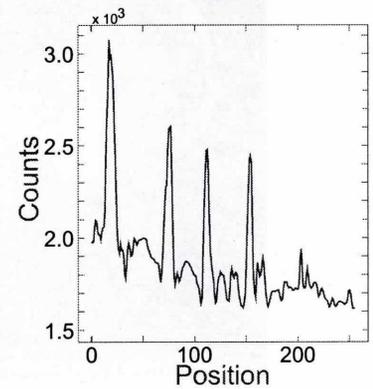
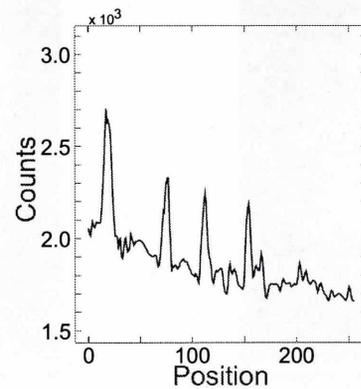
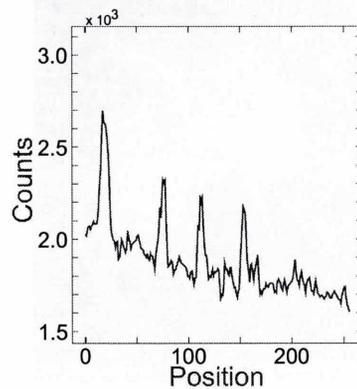
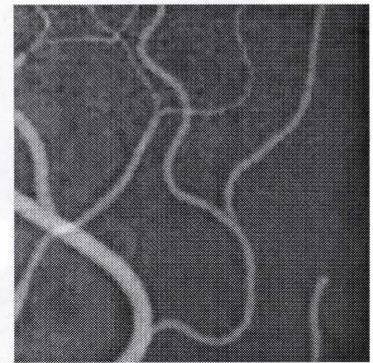
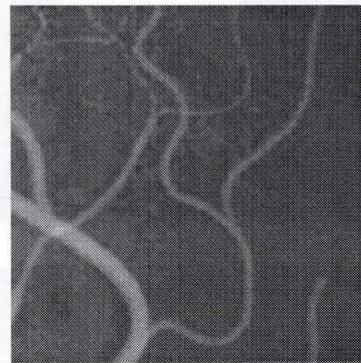
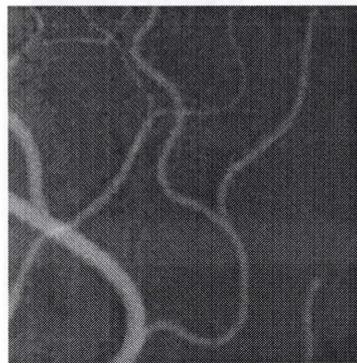
Fig. 7.6: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose image, (b)the low-dose image (5.0 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.



(a)

(b)

(c)



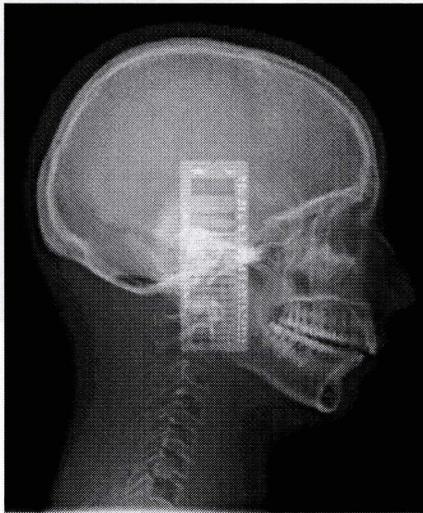
(d)

(e)

(f)

Fig. 7.7: 拡大箇所、プロフィールにおけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose X-ray image (9.0 mAs), (b)the low-dose X-ray image (5.0 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

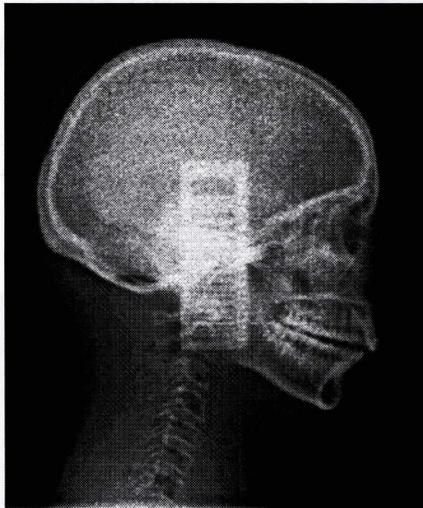
Skall (0.5 mAs)



(a)



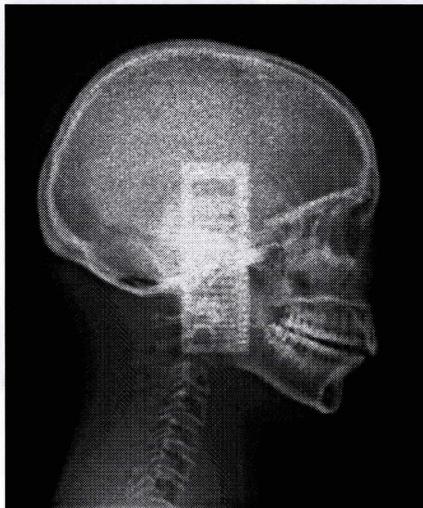
(b)



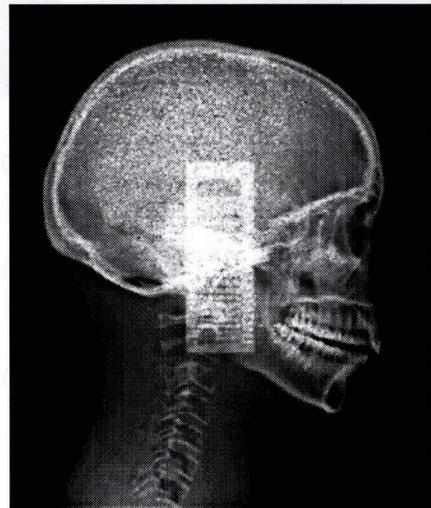
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 7.8: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose image, (b)the low-dose image (0.5 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

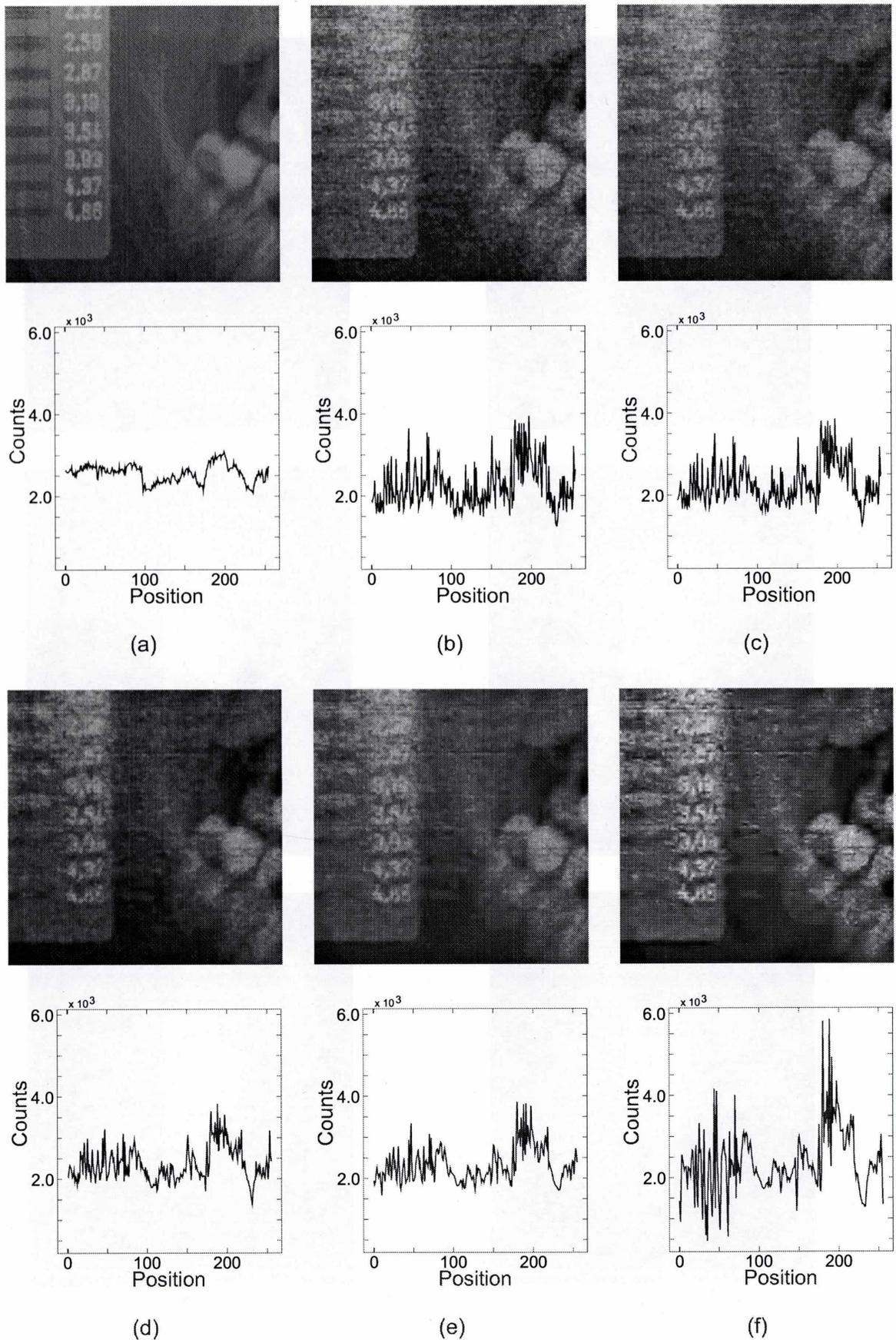
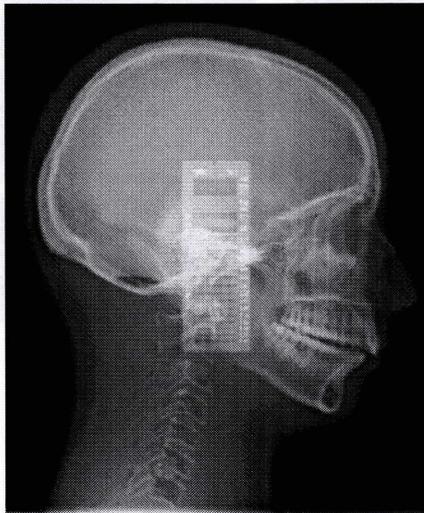
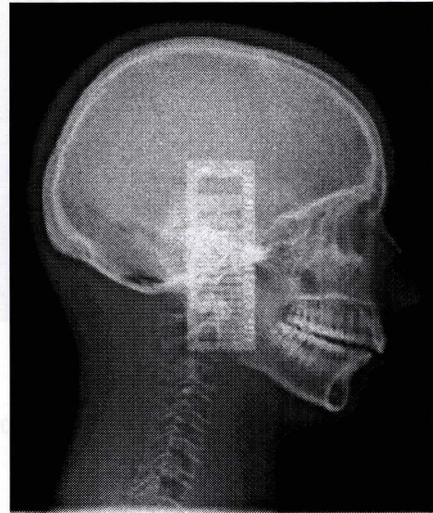


Fig. 7.9: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose X-ray image (9.0 mAs), (b)the low-dose X-ray image (0.5 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

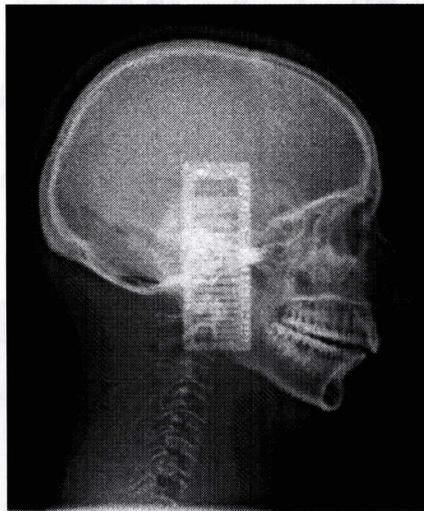
Skall (0.9 mAs)



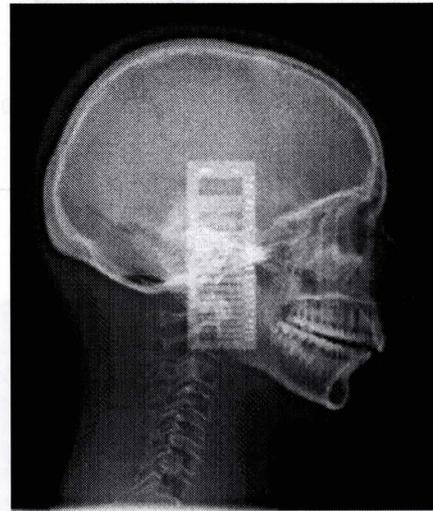
(a)



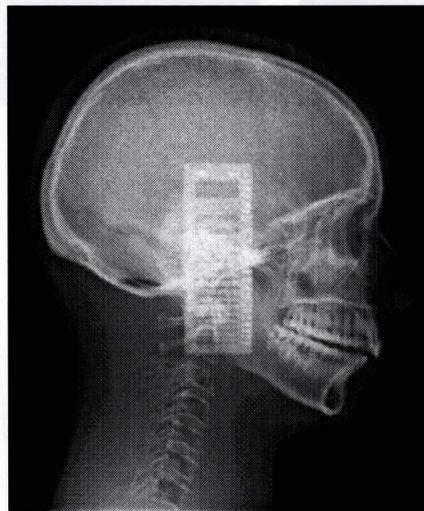
(b)



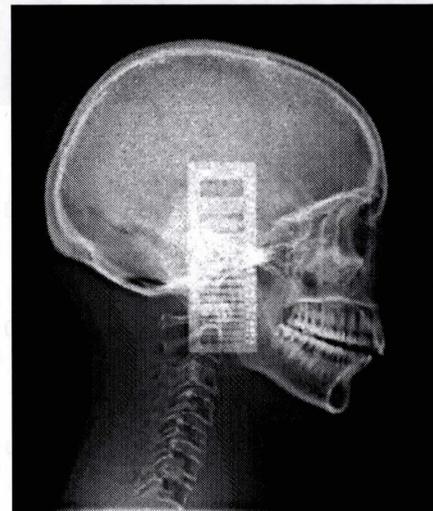
(c)



(d)

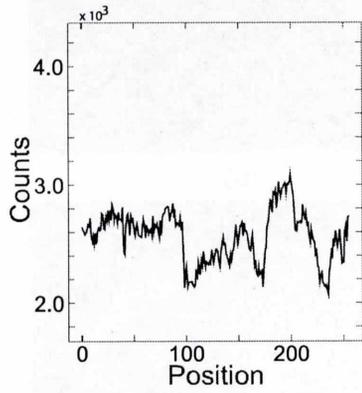
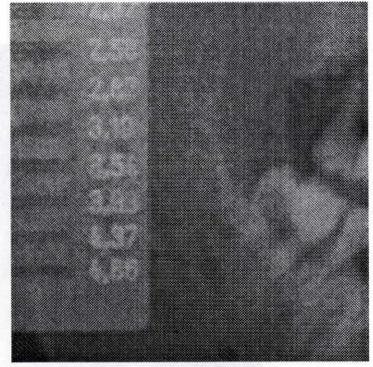


(e)

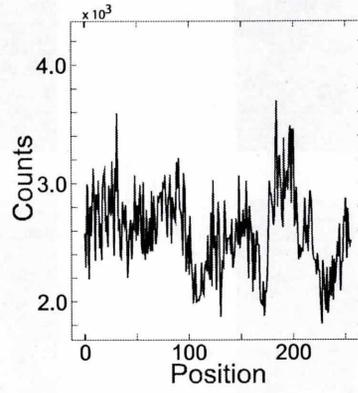


(f)

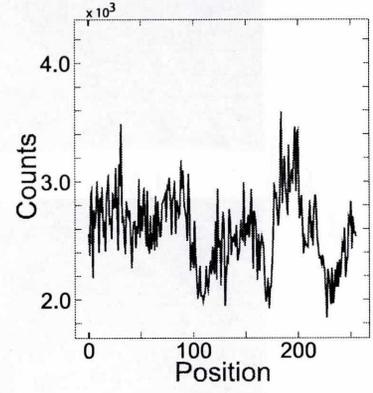
Fig. 7.10: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose image, (b)the low-dose image (0.9 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.



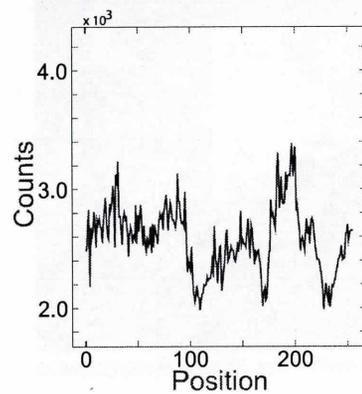
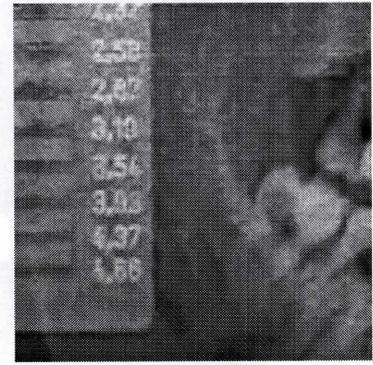
(a)



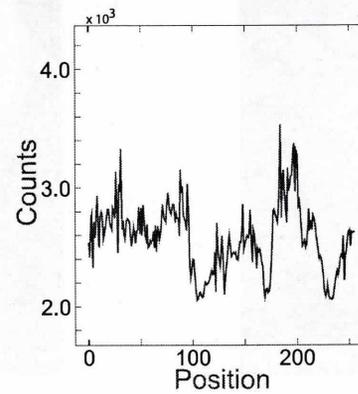
(b)



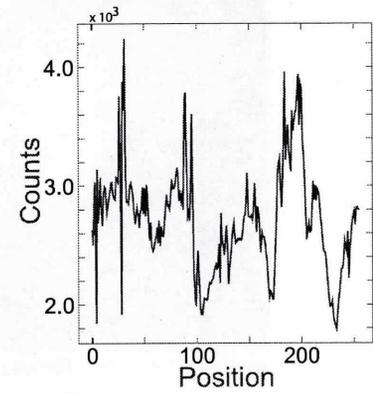
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 7.11: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose X-ray image (9.0 mAs), (b)the low-dose X-ray image (0.9 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

Skall (5.0 mAs)

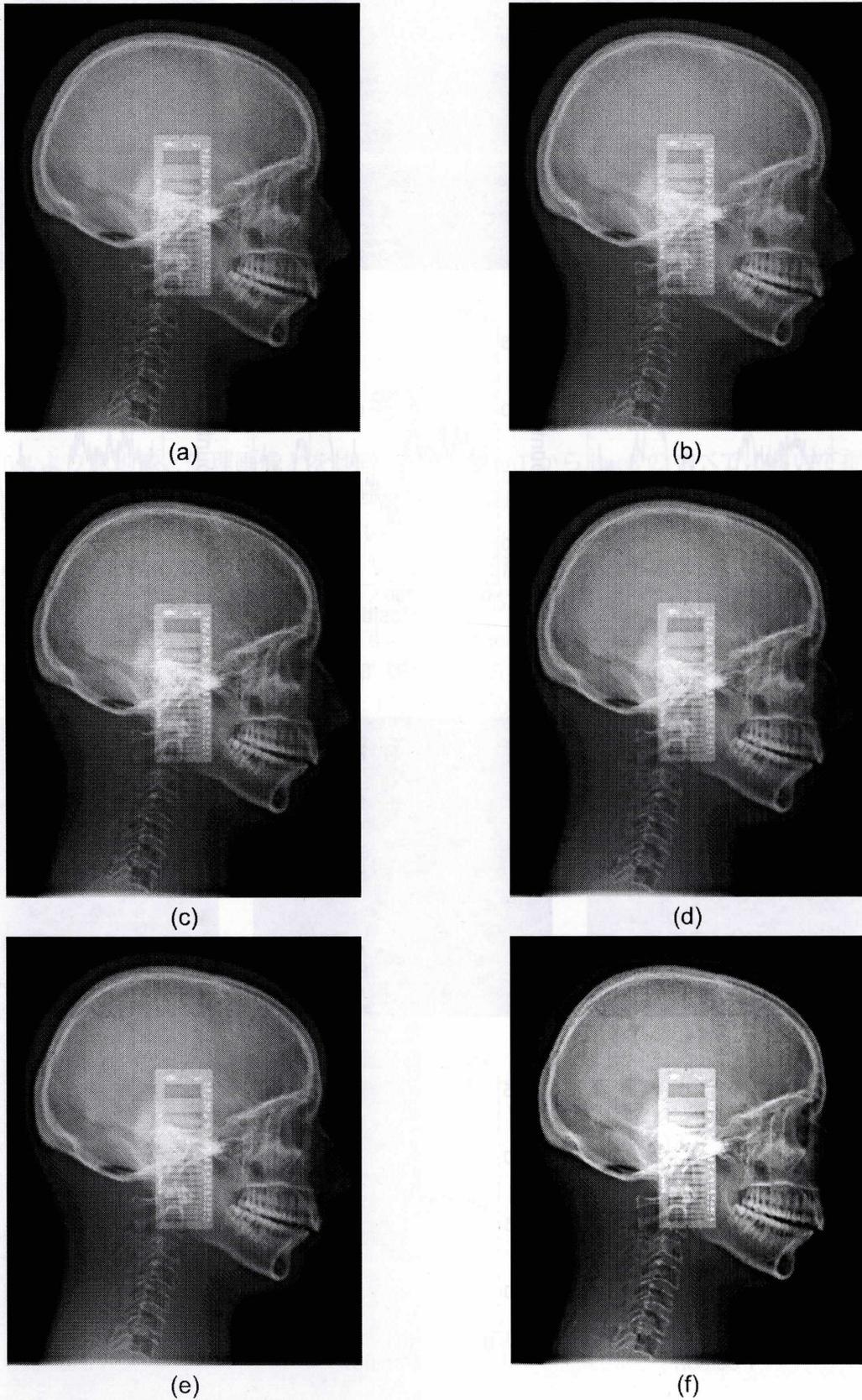
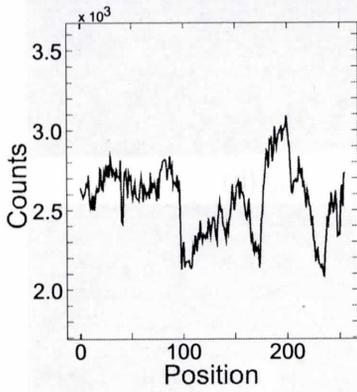
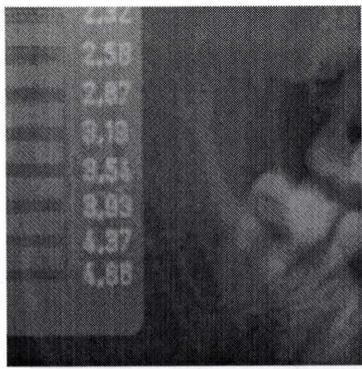
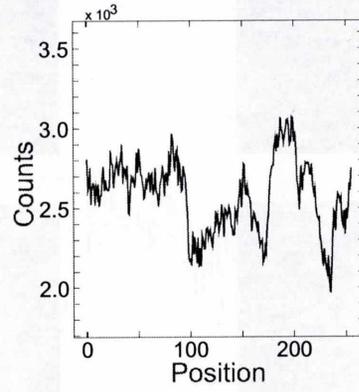


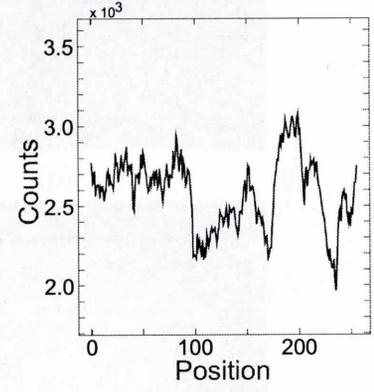
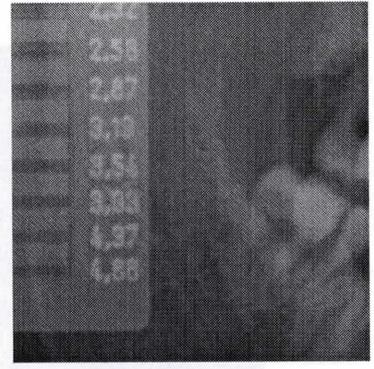
Fig. 7.12: 全体画像におけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose image, (b)the low-dose image (5.0 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.



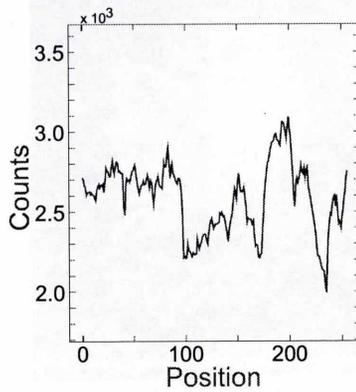
(a)



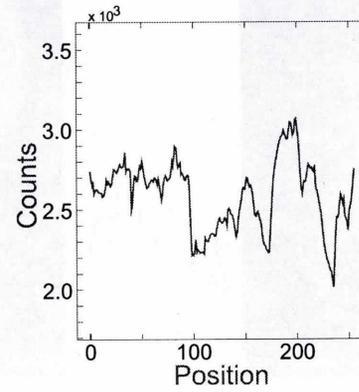
(b)



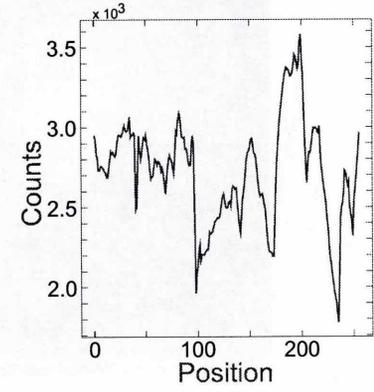
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 7.13: 拡大箇所、プロファイルにおけるそれぞれの処理結果の比較; (a)the regular-dose X-ray image (9.0 mAs), (b)the low-dose X-ray image (5.0 mAs), (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f) (e) + proposed contrast enhancement.

## 第8章 考察

ここでは、シミュレーションによって得られた雑音低減手法とコントラスト強調のそれぞれの手法の特徴を比較し考察を行う。

### 8.1 雑音除去結果に対する考察

Fig. 6.4より原画像と処理画像とを比較すると、line1 から line8 のすべてにおいて提案手法が従来手法よりも優れたノイズ除去とエッジ保持性能を持っていることがわかる。ここで、一つ一つの処理画像について考察をしていく。

Fig. 6.4の(c)を見てもわかるように、Visu Shrink 法は背景の領域の高い雑音除去の効果があるが、それと同時に重要な情報も多く失っていることが分かる。処理前画像である(b)では、うっすらではあるが目視によってすべてのlineを確認することが可能である。(画像からはlineを識別することが可能。断片的な情報である Figs. 6.5 - 6.12の(b)のプロファイルからそれを読み取ることは困難である。)しかしながら、Visu Shrink 法の処理結果ではほぼ完全に line1, 2, 5, 6 の情報が欠落してしまっている。その理由としては、これらのline上にある対象の大きさはその他の対象と比較してやや小さく、Visu Shrink 法による閾値処理では、雑音と同様に扱われたということが考えられる。以下の Fig. 8.1 に上記で述べた箇所のみ結果を示す。

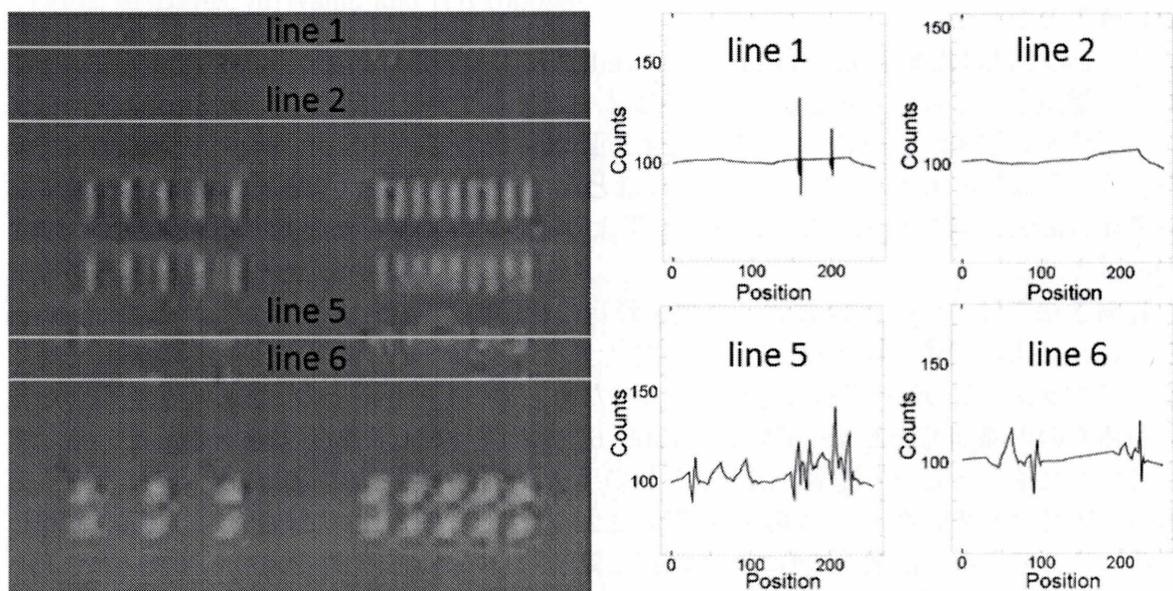


Fig. 8.1: Visu Shrink 法による処理結果とそのプロファイル

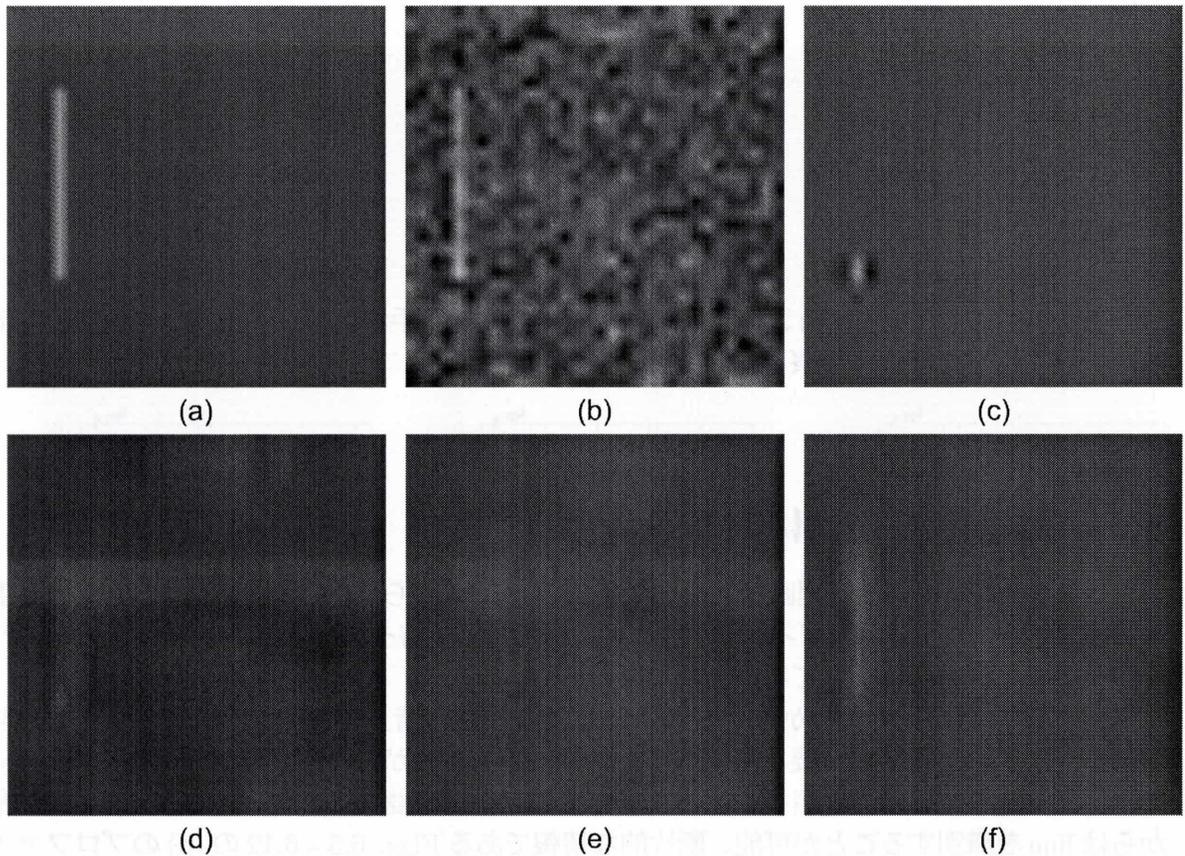


Fig. 8.2: サンプル画像の切り取り画像 (32 x 32); (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 15$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

Bayes Shrink 法は従来手法の中でも比較的高いエッジ保持性能を持っていることがわかる。しかしながら、その分背景部分に不十分な雑音除去によるガタつきが目立ってしまっている。それは Fig. 6.4 の (d) による全体画像や Figs. 6.5 - 6.12 によるプロフィールからも確認できる。このことから Bayes Shrink 法では量子雑音に対して適当な雑音除去がなされていないということがわかる。

Wang の手法は提案手法同様に Bayes Shrink 法による閾値に最適な重みをかけてウェーブレット縮退を行うものであるが、ここではノイズを取りすぎたために Visu Shrink 法同様にエッジ情報の損失が確認できる。特にそれが顕著に現れているのが、line1, 2 上の物体であり、それらは Fig. 6.4 の (e) の結果からはほとんど確認することが出来ない。背景領域における雑音除去性能も Bayes Shrink 法の結果よりは良いが提案手法と比べるとまだガタつきが顕著である。

提案手法では、Eq. 4.14 によって量子雑音の標準偏差  $\tilde{\sigma}_p(x, y)$  を推定し、それを Bayes Shrink 法による閾値と組み合わせることで十分なノイズ除去、また Eq. 4.16 の変曲点  $t_0$  によってエッジ情報の保持を行っている。このため、すべての line 上の対象が多少のボケが見られるものの識別可能となっている。Table 6.3 も提案手法の高い有効性を示している。すべての雑音条件において提案手法がその他の手法より PSNR で 1.64dB 以上、常に上回っており、雑音の標準偏差  $\sigma = 25$  の条件では 12.28dB も処理前と比べて改善していることがわかる。ここでさらに提案手法のエッジ保持と雑音除去の高い有効性をより示すために、Fig. 6.4 の切り取り画像を Fig. 8.2 に示す。

一般画像においてもサンプル画像と同様に、提案手法が画像からの定質的な面やプロフィールや PSNR からの定量的な面で最も良い結果を出していることが確認できる。その傾向

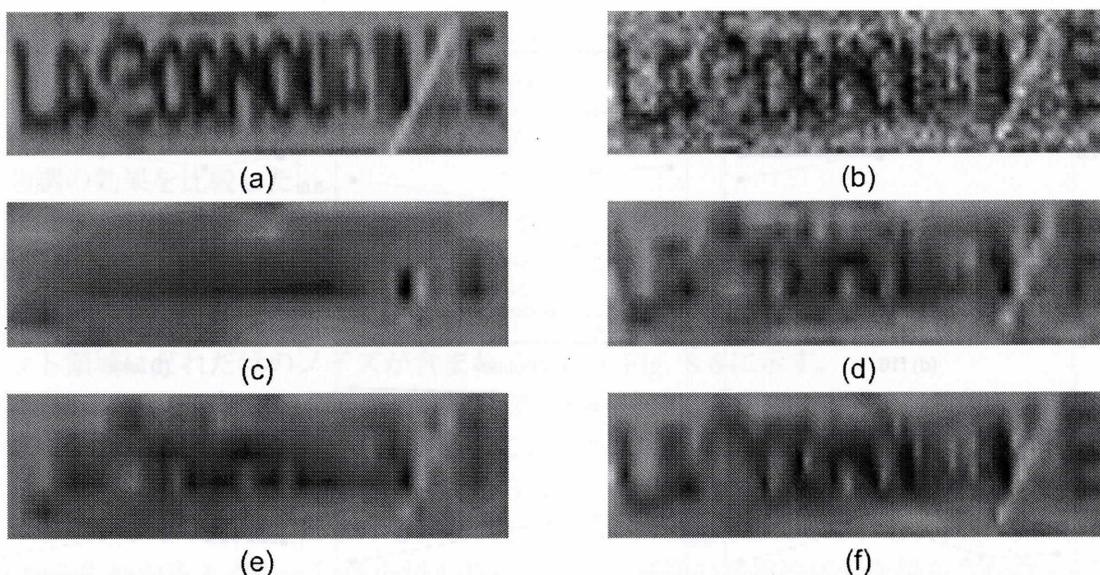


Fig. 8.3: boatsにおける文字部分の抽出結果の比較 (70 x 20); (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

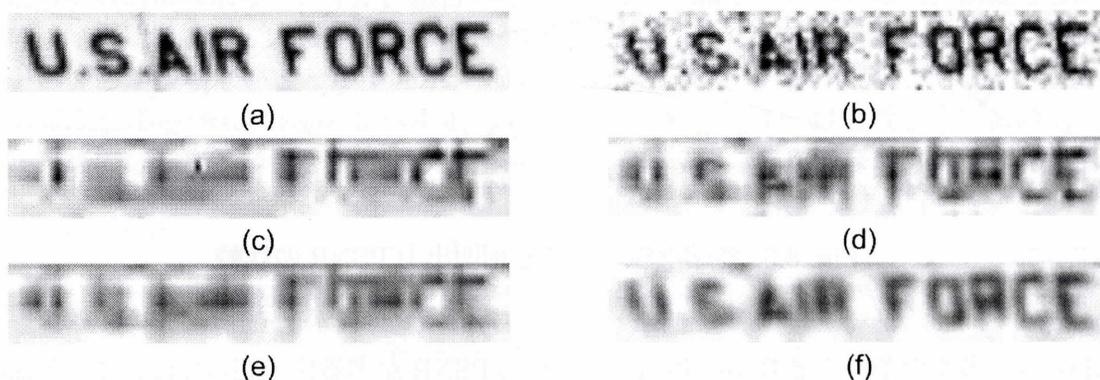


Fig. 8.4: f16における文字部分の抽出結果の比較 (95 x 15); (a)original, (b)noisy ( $\sigma = 25$ ), (c)Visu, (d)Bayes, (e)Wang, and (f)Proposed.

は画像を構成する成分が低周波成分に多く存在するほど顕著である。特に b10 においては Table 6.4 より PSNR が  $\sigma = 25$  にて処理前画像と比べて +12.99dB も向上しており、0.2dB 違えば主観的にも変化があると言われる同指標において、かなりの改善がなされていることがわかる。

Figs. 6.13 から 6.30 のそれぞれの全体像、切り取り箇所、プロファイルを見ても、従来手法と比較して提案手法の高い有効性を十分に確認することができるが、ここでより良い指標として、boats と f16 の画像に含まれる文字の可読性をそれぞれの処理結果において比較する。Figs. 8.3, 8.4 に文字部分の抽出結果を示す。

これらの結果画像はそれぞれ boats が 70 x 20、f16 が 95 x 15 という非常に小さいサイズであるにも関わらず、提案手法ではある程度の可読性を持っている。特に Fig. 8.4 の (f) においては、背景領域の十分な雑音除去をしながら、「US AIR FORCE」という文字がすべて識別可能である。

Table 6.4 よりそれぞれの画像と異なる量子雑音の標準偏差での PSNR を見ると、すべての異なる条件下で提案手法が従来手法より優れた結果を出しており、本シミュレーションにおける高い有効性を確認できる。Wang の手法は量子雑音除去を目的として提案されたにも

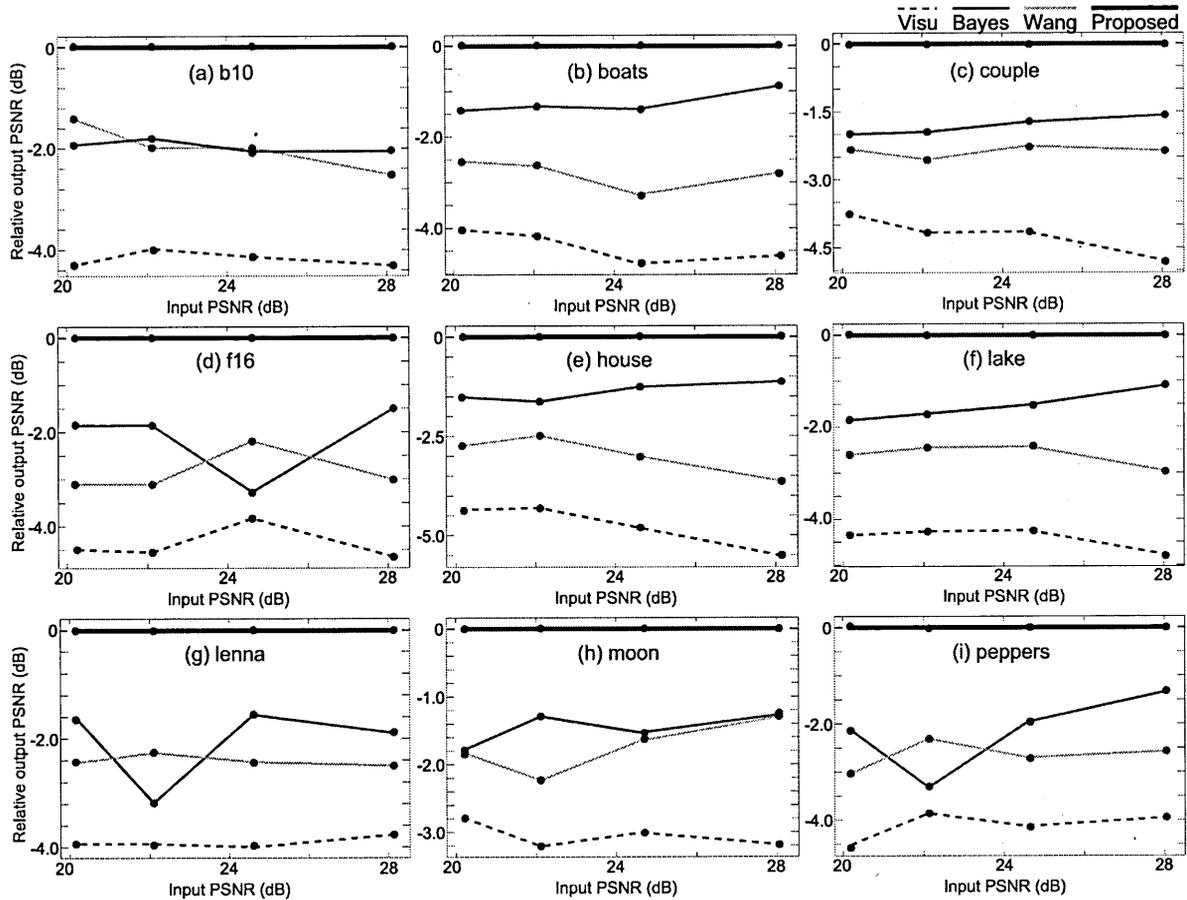


Fig. 8.5: 標準画像における相関出力 PSNR の比較

関わらず、多くの条件下で Bayes Shrink 法よりも PSNR が劣る件に関しては、この手法は実際の低線量撮影画像を雑音除去を行い得られた最適な係数を選び、Bayes Shrink 法に重みとして掛けるというものであるため、計算機から量子雑音データを生成した本シミュレーション条件下ではその効力を発揮することが出来なかった。ガウシアンノイズを想定して提案された Bayes Shrink 法, Visu Shrink 法についても同様である。特に Bayes Shrink 法では lenna と peppers を使用時にノイズの標準偏差が 5 低いにも関わらず PSNR が低いといった現象も起きたが、これは robust median estimator が選んだ値が量子雑音に対応出来なかったため、理想の値とかなり異なっているということが原因として考えられる。

また Table 6.4 より提案手法による結果を基準とした相関出力 PSNR を求めると Fig. 8.5 のようになる。ここからも示されるように、すべての異なる条件下で量子雑音に対して提案手法は常に高い優位性を従来手法に対して持っており、その傾向は量子雑音の強さに依存せずほぼ一定に保っている事がわかる。また今回のシミュレーションで 2 番目に良い結果を示した Bayes Shrink 法との比較でも 1.47dB~2.00dB ほどの差が見られた。

以上の事から本シミュレーションにおいて提案手法による量子雑音除去の有効性が示された。

## 8.2 コントラスト強調結果に対する考察

シミュレーションではサンプル画像から比較的小さな量子雑音を含むデータをあえて強調することで、雑音の含まれる環境（十分な雑音除去ができなかった等）での最適なコントラスト強調の効果を比較した。

まず提案手法によるコントラスト強調でも用いた劣化画像の標準偏差  $\sigma_Y$  とその robust median estimator によって推定されるノイズの標準偏差  $\hat{\sigma}$  の割り算の項  $\frac{\hat{\sigma}}{\sigma_Y}$  をノイズ比とし、一般画像 lenna からそれぞれ条件を変えた量子雑音を含むデータを生成し、それらのウェーブレット領域にどれだけのノイズが含まれてるかを Fig. 8.6 に示す。

Fig. 8.6 の (a) から雑音の含まれていない画像のノイズ比は垂直、水平、対角成分またはレベルでもかなり低いことが分かる。よってこのような状態の画像に対しては、コントラスト強調をしても雑音への影響は少ないと考えられる。しかしながら、量子雑音が含まれたデータのウェーブレット領域上におけるノイズ比では違った結果となっている。Fig. 8.6 の (b) ~ (e) からわかるように、レベルが 1 の時、つまり画像の高周波成分を最も含むウェーブレット領域には雑音が多く含まれていることがわかる。またその傾向として、対角成分が他の方向成分よりもより雑音を含んでいる事がわかる。レベルが上がるにつれて、含まれるノイズ比も指数的に収束していくが、雑音の標準偏差が高いほど、レベルの高い領域でもある程度のノイズ比を持っている。例えば、一般的な雑音除去手法ではレベル 3 までのウェーブレット領域しか扱わないことが多いが (Visu Shrink 法、Bayes Shrink 法、Wang の手法もこれに従う)、Fig. 8.6 の (e) のレベル 4、対角成分のノイズ比は 0.33 と数値上は値の 1/3 を雑音が占めていることがわかる。よって、このような値に対して単純なコントラスト強調を

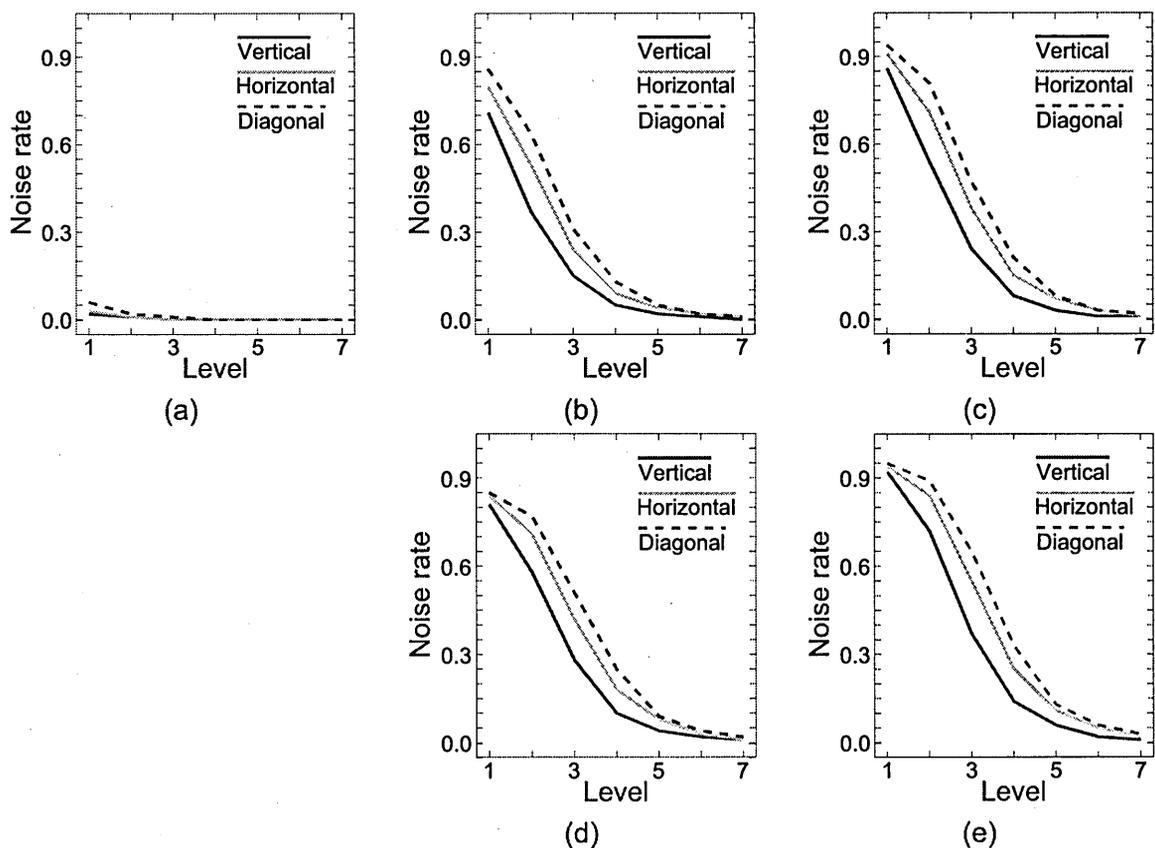


Fig. 8.6: lenna のウェーブレット領域上に含まれるそれぞれのノイズ比; (a) original and images with  $\sigma =$  (b)10, (c)15, (d)20, and (e)25.

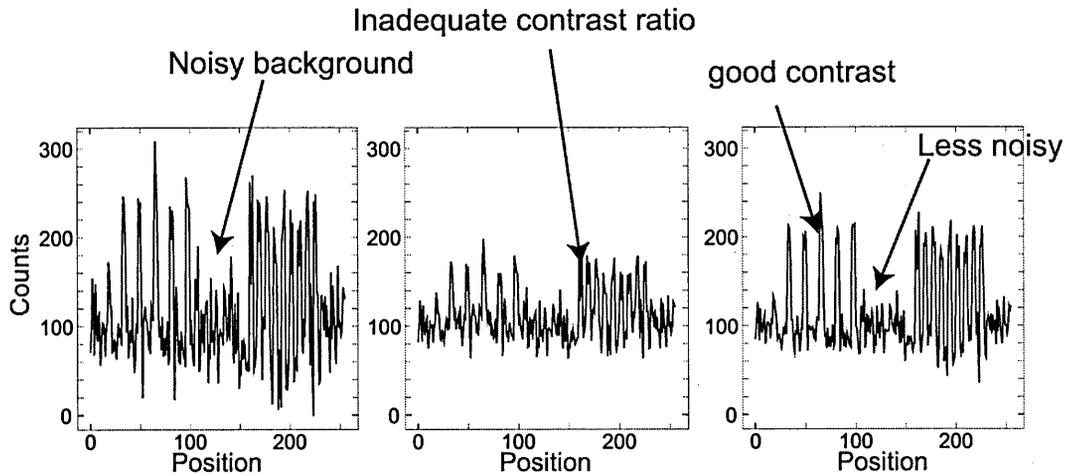


Fig. 8.7: コントラスト強調後のプロファイルの比較

した場合は雑音の強調に寄与するだけである。こうした背景を踏まえて、提案手法の結果を見る。

Fig. 6.31の全体画像を見ると、黒川の手法による線形関数を用いた強調では、雑音を全く考慮しないがために、対象物のコントラストを上げるのと同時にノイズの分散も上がってしまい、かなり粗っぽくなってしまっているのがわかる。またItoの手法による結果では雑音の分散は黒川の手法による結果より小さいことが伺えるが、その分対象物のコントラストは上がっていない。

それらと比較すると、提案手法による結果では雑音の粗っぽさを抑えつつ、対象物に対して適当なコントラスト強調が出来ていることがわかる。これらはFigs. 6.32~6.39のプロファイルからも伺うことができるが、より容易な解説のためにFig. 8.7にline6上での処理結果のプロファイルの比較を示す。

Fig. 8.7の解説にもあるように、提案手法では雑音の変動を最小限にしながら、対象のコントラスト強調が可能である。それは量子雑音のノイズ比  $\frac{\sigma}{\sigma_y}$  やレベルを考慮した Eqs. 5.11, 5.12 が大きく寄与していると考えられる。

以上の事から雑音の含まれる環境において提案手法によるコントラスト強調は従来手法よりも高い有効性があることが確認できた。

### 8.3 実験結果に対する考察

脳ファントム Angio の処理結果である Figs. 7.2~7.7 より提案手法と従来手法の結果を比較すると、提案手法による雑音除去結果はノイズを除去しつつ、重要な血管部分のエッジも保持していることが確認できる。Bayes Shrink 法による結果では背景、エッジ部分ともに残留ノイズが多くここではあまり良い結果を得ているとはいえない。Wang の手法による結果はエッジ保持、雑音除去の点でも良好な結果であると言えるが、提案手法の方がエッジ情報を保持し、背景のノイズまでしっかり取っていることが確認できる。

脳ファントム Skull の処理結果である Figs. 7.8~7.13 でもほぼ同様の事がいえる。Angio と比べて Skull の最低線量画像には多くの雑音が含まれており、完全な雑音除去は非常に困難となっているが、それでも 0.9, 5.0 mAs の管電流時間での提案手法による雑音除去の結果を見ると、歯やその周辺の雑音が十分に取れているながら、横の X 線チャートの分解能もその他に優る結果を示している。

シミュレーションでは常に Bayes Shrink 法の法が Wang の手法を上回る結果を出していたが、Eq. 7.1 を適応したそれぞれの処理結果では、Wang の手法が Bayes Shrink 法よりも良いノイズ除去性能を示していることがわかる。これは、一様に Bayes Shrink 法だけによる閾値処理では医用画像の雑音除去には不向きであり、何らかの重みを加えなければならないということの裏付けでもある。

今回は通常の robust median estimator による閾値の導出ではなく、背景部分（ファントム意外の部分）の情報を考慮しないで閾値導出を行う我々の提案する Eq. 7.1 をすべての従来手法の閾値としても適応したが、これを適応した結果とそうでない結果とでは大きく結果が異なった。Tables 8.1, 8.2 にそれらの PSNR を示す。ここで、PSNR を議論する際にはコントラスト強調を加えた結果は無意味なため省略する。代わりに 7 章の結果では割愛した Visu Shrink 法による結果を加える。

Table 8.1: 従来手法 (Eq.7.1 の適応無し) と提案手法の PSNR による比較 (脳ファントム)

	angio			skull		
	0.5mAs	0.9mAs	5.0mAs	0.5mAs	0.9mAs	5.0mAs
Original	23.64	28.13	36.12	20.42	27.00	36.79
Visu	23.76	28.46	36.30	20.57	27.40	37.30
Bayes	23.69	28.26	36.19	20.49	27.16	37.00
Wang	23.83	28.56	36.35	20.65	27.55	37.47
Proposed	26.58	29.94	37.97	22.99	29.97	39.23

Table 8.2: 従来手法 (Eq.7.1 の適応有り) と提案手法の PSNR による比較 (脳ファントム)

	angio			skull		
	0.5mAs	0.9mAs	5.0mAs	0.5mAs	0.9mAs	5.0mAs
Original	23.64	28.13	36.12	20.42	27.00	36.79
Visu	25.58	29.38	37.27	22.25	29.22	38.34
Bayes	24.55	28.72	36.84	21.26	27.98	37.69
Wang	26.32	29.70	37.71	22.77	29.74	38.87
Proposed	26.58	29.94	37.97	22.99	29.97	39.23

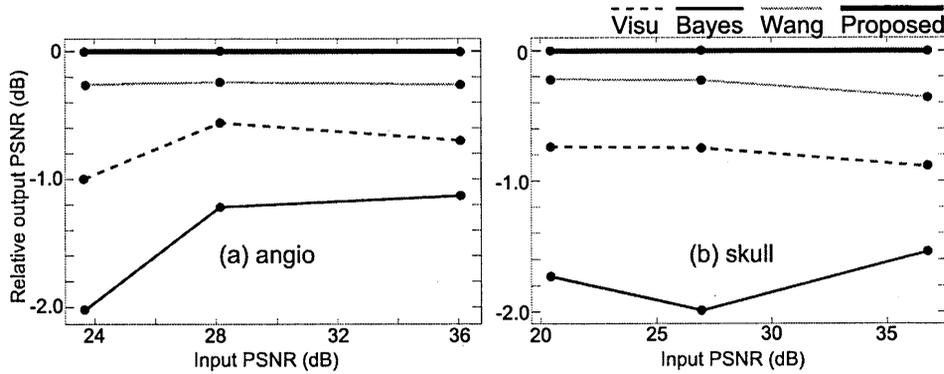


Fig. 8.8: 頭部ファントムにおける相関出力 PSNR の比較

Tables 8.1、8.2の結果からも分かるように、従来手法において Eq. 7.1 を適応した PSNR の方がかなり高い値を示している事がわかる。これは7章でも前述したように、robust median estimator 自体がウェーブレット係数の絶対値の中間値を用いているために、背景に雑音のほとんど含まない情報があると、その背景の大きさに依存して推定値もずれてしまうために起こっていると考えられる。

提案手法による雑音除去の効果を比較するために Fig. 8.8 に提案手法の結果を基準とした頭部ファントムにおける相関出力 PSNR を示す。図 8.8 の PSNR からシミュレーション結果同様に提案手法による結果が従来手法の結果より高いことがわかる。Visu Shrink 法はシミュレーション時にはもっとも低い PSNR を示していたが、実験では Bayes Shrink 法の結果よりも一様に良い結果を示している。これは Visu Shrink 法の比較的高い閾値によってウェーブレット縮退がなされた事による結果と言えるが、エッジ情報の損失やアーチファクトの発生などの問題から一概に Bayes Shrink 法よりも優れているとは言えない。Wang の手法はシミュレーション結果ではあまり良い結果が出なかったが、実際の低線量 X 線画像における雑音除去から実験的に得られた重みを用いているということもあり、Bayes Shrink 法よりも PSNR、画質ともに大幅な改善がされている。しかしながら、本手法はすべての画像、条件において従来手法による結果より、PSNR やその画質において最も良い結果を示している。これらの結果から、提案手法は実際の撮影画像に対しても有効であるといえる。

今回の実験では (株) 島津製作所による RADspeed Safire を用いて実験を行ったが、Angio、Skull 両方の画像において 0.5 mAs の管電流時間を用いて撮影を行った際に、横に線が真っ直ぐ伸びたような不自然なアーチファクトが発生していることが確認できる。Fig. 8.9 にそれらの特徴がよく現れている切り取り箇所を示す。

このアーチファクトだけでなく、最低線量画像では骨の最も厚いこめかみの部分でも非常に高い雑音が発生しており、これらを完全に除去するためには我々のようなソフトウェアからのアプローチだけではなく、ハード性能のさらなる向上も不可欠である。

提案手法による雑音除去では、従来手法に対して重大な有効性を示すことが出来たが、雑音除去後にコントラスト強調を行った場合、強調前と比べてあまり有効性を示さない結果もいくつかある。特にその傾向が顕著なのが最低線量画像の結果である Figs. 7.3, 7.9 の (f) である。Angio においては、プロファイルの形状は非常になめらかでコントラストも十分に強調されているのだが、同時に画像のエッジ付近などに多くのガタつきが見られ、全体の印象がかなり粗っぽくなっているのがわかる。これは、提案手法による雑音除去によって、最小限に抑えられたアーチファクトが再びコントラスト強調によって顕著になってしまったためと考えられる。また Skull においては前述した横線のアーチファクトが雑音除去後に強調され、

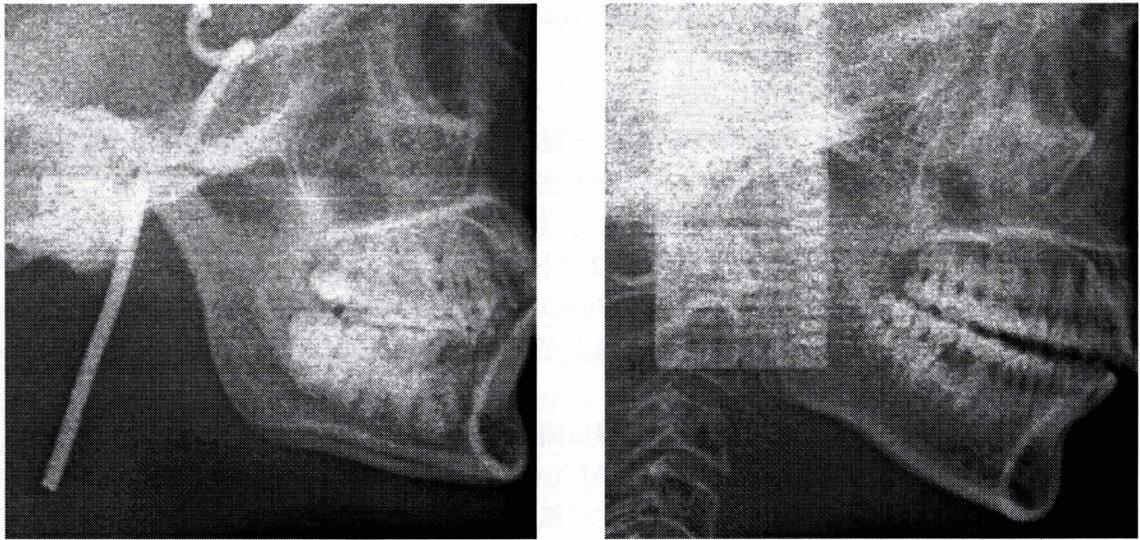


Fig. 8.9: 最低線量 (0.5 mAs) で撮影されたの脳ファントムの切り取り箇所; (left) angio and (right)skull.

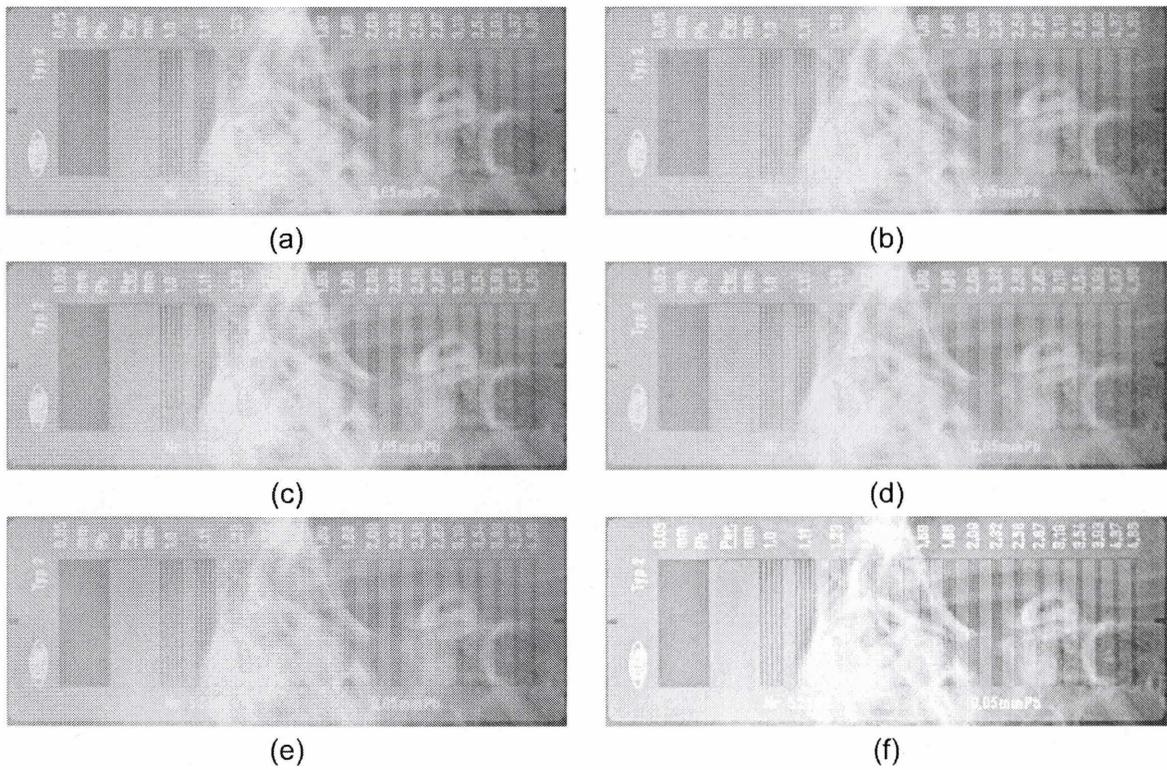


Fig. 8.10: SkullにおけるX線チャートの比較 (5.0 mAs); (a)regular-dose image (9.0 mAs), (b)original, and images processed with (c)Bayes, (d)Wang, (e)proposed denoising, and (f)(e) + contrast enhancement.

非常に見にくくなっているのが確認できる。

画像処理後に入力情報よりも情報量が増えることは不可能であり、処理を重ねるごとに情報量は失われていく。それをうまく操作することで人間にとって認識しやすい最適な結果を得ることが画像処理の基本であるが、Figs. 7.3, 7.9のような画像処理にとって厳しい条件下では、たとえ雑音に適応力のあるコントラスト強調でも難しいという事が分かる。ノイズと関心領域の正確な区別ができるような、より応用性のあるコントラスト強調（もしくはエッ

強調) でない限りは、非常に低線量の画像の場合、雑音除去のみに留めておくのが望ましい。

Skull 画像ではファントムのこめかみ付近に X 線チャートを配置した。Fig. 8.10 にその切り取り画像を示す。これらの画像の結果は管電流時間 5.0 mAs という通常線量の 9.0 mAs と比較的近い低線量画像であるため、各処理手法ともに良い結果が得られている。しかしながら、チャート部分の細かなざらつきなどまで最も除去されているのは、提案手法による雑音除去結果であり、またその結果を用いてコントラスト強調を行った結果の (f) はアーチファクトもほとんど無く、数字やチャートの線のコントラストにおいても通常線量画像よりも鮮明な結果を示している。このように雑音除去がほぼ完全に機能した際には、その後のコントラスト強調も有効であることがわかった。

以上の結果から、従来手法と比較し低線量撮影画像における雑音除去に対して提案手法による雑音除去は重大な有効性があることがわかった。またコントラスト強調においてもハードの性能依存によるアーチファクトの発生が無い環境では、雑音除去後でも十分に効果を発揮することが確認出来た。

## 第9章 結論

本論文では、低線量X線画像におけるポアソンノイズに対してウェーブレット変換を用いた新しいノイズ除去法を提案した。シミュレーションや実験を通して従来手法との比較を行った結果、提案手法はエッジ情報の保持をしながら十分なノイズ除去を示し、ポアソンノイズ除去の定量的、定質的な評価から従来手法と比べて重大な優位性を示した。よって今後患者の被ばくによる負担軽減に寄与することが期待できる。

# 謝辞

本研究において、全般にご指導頂きました尾川浩一教授、多くの面で助言を頂きました彌富仁専任講師、全面的に実験の提案、協力、助言をして頂いた首都大学東京健康福祉学部放射線学科の乳井嘉之助教に深く感謝いたします。また同じ分野の研究をする上でさまざまな意見を交換した青木雅明氏、渡邊哲朗氏や研究以外の面でも色々協力をしていただきました尾川研究室の方々に感謝いたします。

## 参考文献

- [1] 中野 宏毅、山本 鎮男、吉田 靖夫、ウェーブレットによる信号処理と画像処理, 共立出版, 1999.
- [2] S. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition," *IEEE Pat. Anal. Mach. Intell.*, vol. 11, no. 7, pp. 674-693, 1989.
- [3] D. L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, no. 3, pp.613-627, 1995.
- [4] D. L. Donoho, I. M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage," *Biometrika*, vol.81, pp.425-455, 1994
- [5] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage," *J. Am Statist. Ass.* , vol. 90, no. 432, pp. 1200-1224, 1995.
- [6] G. Chang, B. Yu, and M. Vetterli, "Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression," *IEEE Trans. Imag. Proc.* , vol. 9, no. 9, pp. 1532-1546, 2000.
- [7] 李 叶秋、呂 建明、王 玲、谷萩 隆嗣、"ウェーブレット領域における劣化画像のガウス性雑音除去," *電気学会論文誌 C* , vol. 126, no. 11, pp. 1351-1358, 2006.
- [8] F. Luisier and T. Blu, "The SURE-LET Approach to Image Denoising," *IEEE Trans. Image Proc.* , vol. 16, no. 11, pp. 2778-2786, 2007.
- [9] 王 玲、呂 建明、李 叶秋、谷萩 隆嗣、岡本 孝英、"ウェーブレット領域における医用X線画像の雑音除去," *電気学会論文誌 C* , vol. 126, no. 2, pp. 237-244, 2006.
- [10] 坂田 昌彦、尾川 浩一、"低線量下で撮影された放射線画像の雑音除去," 第15回画像センシングシンポジウム SSII2009, CD-ROM, 2009.
- [11] M. Sakata and K. Ogawa, "Noise Reduction and Contrast Enhancement for Small-dose X-ray Images in Wavelet Domain," *IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference*, CD-ROM, 2009.
- [12] 黒川 摩耶、尾川 浩一、"ウェーブレット変換を用いた画像のコントラスト強調," *電子情報通信学会和文論文誌*, vol. J87-D2, no. 11, pp. 2084, 2004
- [13] W. Ito, "Method and apparatus for enhancing contrast in images by emphasis processing of a multiresolution frequency band," *United States Patent*, no. 5960123, 1999.
- [14] R. R. Coifman and D. L. Donoho, In A. Antoniadis and G. Oppenheim, editors, *Wavelets and Statics*. Springer-Verlag Lecture Notes, 1995.

- [15] D. E. Knuth, The Art of Computer Programming, Volume2:Seminumerical Algorithms, Addison Wesley, 1969
- [16] 飯沼 元, et al, "FPD システムの臨床応用の歩みとこれからの方向性 アプリケーションをどう生かすか," INNERVISION, vol. 22, no. 2, pp. 5-8, 2007

# 発表論文

## 国際会議における発表

1. Masahiko Sakata, Koichi Ogawa, " Contrast Enhancement of Mammograms With a Wavelet Transform," Proceedings of the 5th KOREA-JAPAN Joint Meeting on Medical Physics, CD-ROM, 2008/9/10-12 (Jeju, Korea).
2. M. Sakata, K. Ogawa, " Noise Reduction and Contrast Enhancement for Small-dose X-ray Images in Wavelet Domain," IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, Conference record CD-ROM, 2009/10/25-31 (Florida, USA).

## 国内学会における発表

1. 坂田 昌彦, 尾川浩一, "低線量下で撮影された放射線画像の雑音除去," 第15回 画像センシングシンポジウム SSII2009, 2009/6/10-12 (横浜) .

## 査読付論文

1. 坂田 昌彦, 渡邊 哲郎, 尾川浩一, 乳井 嘉之, "ウェーブレット変換を用いた低線量 X線画像に対する量子雑音除去," 電子情報通信学会論文誌 D (投稿済み)