

骨格粒子モデルの動的追跡法—多様な要素形状による検討—

助川, 智洋 / SUKEGAWA, Tomohiro

(発行年 / Year)

2010-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)

2010-03-24

(学位名 / Degree Name)

修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)

法政大学 (Hosei University)

P377.5
M35-2
2009-18

2009 年度修士論文
Master's Thesis Academic Year 2009

骨格粒子モデルの動的追跡法
-多様な要素形状による検討-
Dynamic Analysis for the behavior of Particle model
- Inspection on Various Configurations of Particle -

指導教官 吉田長行 教授

Academic Advisor

Prof. Nagayuki YOSHIDA

法政大学大学院工学研究科建設工学専攻
Department of Architecture,
Graduate School of Engineering, HOSEI University

08R5321
助川 智洋

Tomohiro SUKEGAWA

Dynamic Analysis of behavior of Particle model -Inspection on Various Configurations of Particle-

Tomohiro SUKEGAWA

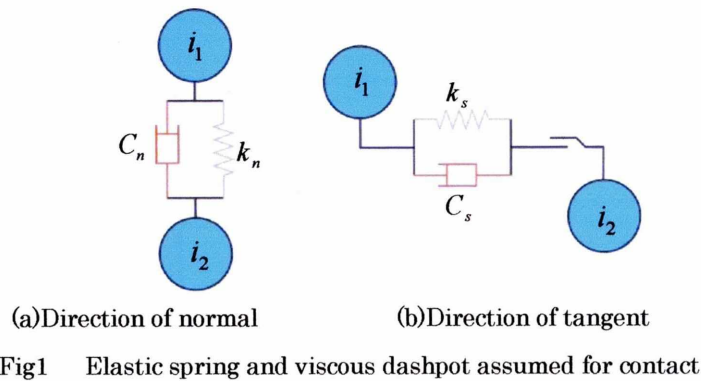
1. Introduction

In this research, we simulate the dynamic behavior of soil by the discrete element method. The circular element is usually used because the computing time is economical for its simple procedure on the contact problem. Soil particles, however, have various configurations. Therefore it is inadequate to only use the circular element. This paper proposes a new model which consists of pairs of circular elements with viscous combination which have a similar effect with the elliptical element.

2. Formulation

Combination of circular elements

The discrete element method uses the dynamic model in which elastic springs and viscous dashpots are imposed among particles during contact (Fig.1). In a pair of circular elements with viscous combination, two particles are always connected by viscous dashpots in both of normal and tangential direction so that they can move as one body.



- C_n : Coefficient of viscosity in normal direction
- C_s : Coefficient of viscosity in tangential direction
- k_n : Spring constant in normal direction
- k_s : Spring constant in tangential direction

Sloshing

In the sloshing of the two-dimensional rectangular container, the primary natural period T is expressed by the following equation.

$$T_1 = 2\pi \left[\frac{\pi g \tanh\left(\frac{2\pi h}{l}\right)}{l} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

l : The width of the rectangular container

h : The depth of the contents

3. Analysis result

First, we simulated a dynamic behavior of soil modeled by 3000 circular elements. After the container is filled with those elements by falling (Fig.2 left and middle), it is vibrated in horizontal direction (Fig.2 right).

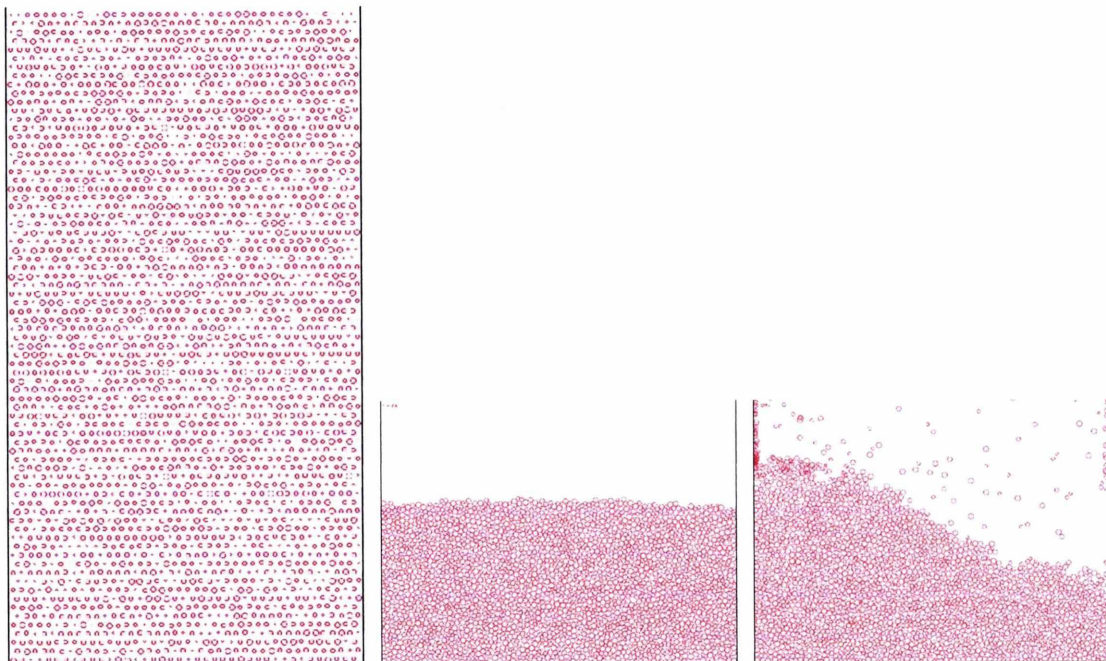


Fig2 Behavior of circle element

Nest, we simulated a dynamic behavior of soil modeled by 1500 pairs of two circular elements with viscous combination. The result (Fig.3) is compared with Fig.2.

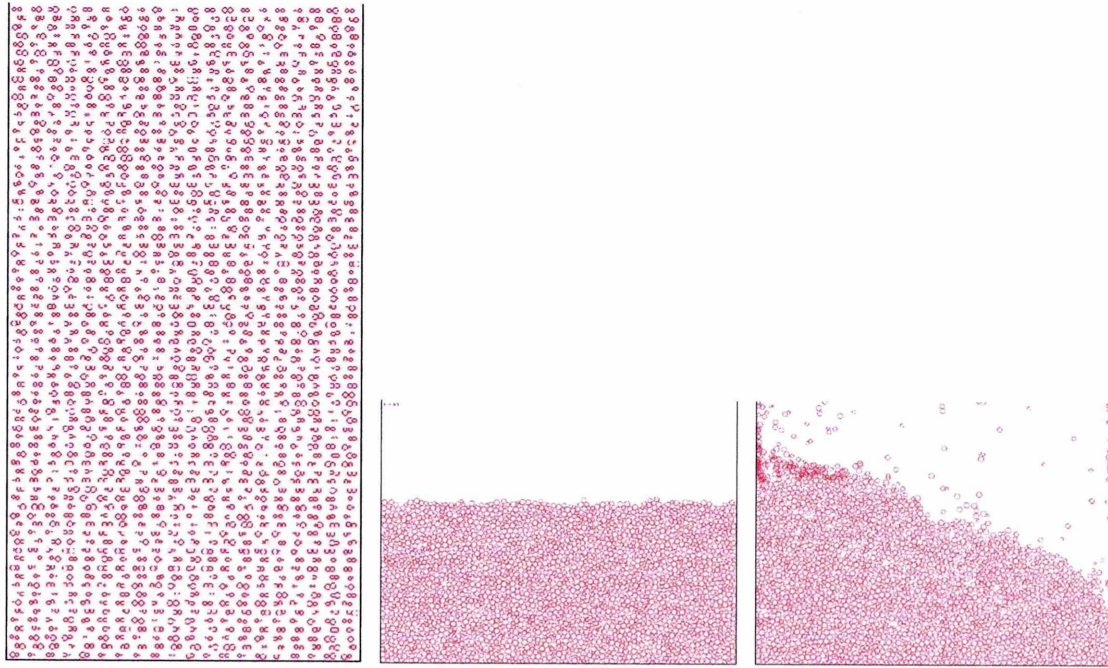


Fig.3 Behavior of two circular elements with viscous combination

4. Conclusion

A new model with viscous combination is very useful to simulate the dynamic behavior of soil particles with various shapes in place of the elliptical model. This study shows a dynamic behavior of particles that resembles sloshing phenomenon in the container. The natural period of the sine wave on the surface is approximated by the primary natural period of sloshing.

目次

第一章 序論

1.1 研究背景	2
1.2 不連続体解析の必要性	2
1.3 シミュレーションの必要性	3
1.4 研究目的	3
1.5 本論文の構成	3

第二章 不連続体の解析手法

2.1 不連続体の解析手法	5
2.2 個別要素法 (Distinct Element Method, DEM)	8
2.3 個別要素法の原理	10
2.4 粒子間作用力	11
2.5 波動論に基づくばねの決定法	14
2.6 時間刻みの決定法	16
2.7 素法のパッキング方法	17

第三章 地盤モデルの解析手法 –円要素

3.1 接触判定	21
3.2 接触点位置	23
3.3 粒子間の相対変位増分	25
3.4 要素に作用する力の総和	27
3.5 運動方程式の差分近似	28

第四章 地盤モデルの解析手法 –楕円要素

4.1 楕円の計算手法	30
4.2 接触判定	30
4.3 粒子の接触点	43
4.4 粒子間の相対変位増分	46
4.5 要素に作用する力の総和	47
4.6 運動方程式の差分近似	48

第五章 地盤モデルの解析手法 —粘性結合円要素

5.1 粒子間粘性結合作用力	50
5.2 接触判定	53

第六章 土の性質

6.1 土の性質	56
6.2 地盤の締め固め	57
6.3 土の構造	58

第七章 液面振動

7.1 液面振動	60
7.2 スロッシングの応答の比較	61

第八章 解析結果

8.1 解析方法	63
8.2 解析モデル1 —円の解析—	63
8.3 解析モデル2 —楕円の解析—	88
8.4 解析モデル3 —粘性結合円の解析—	113
8.5 要素の比較	138
8.6 解析方法	141
8.7 解析モデル1 —円の解析—	142
8.8 解析モデル2 —粘性結合円の解析—	152
8.9 要素の比較	162

第九章 結論

9.1 結論・考察	164
9.2 今後の展望	164

謝辞

参考文献

第一章

序論

1.1 研究背景

日本は自然災害の非常に多い国である。種類の多さでは世界一と言ってもいいかもしれない。地震、火山に始まって、洪水、土石流などの水害、北へ行けば雪崩などの雪災害、などなど数え上げればきりががない。これは、日本の国の位置によることが大きい。台風の進路に位置しているため、風災害、水災害を受けやすい。また日本列島がその一部であるユーラシアプレートと北米プレートに、東から太平洋プレートが、南からフィリピン海プレートが潜りこんでおり、その場所が日本列島の太平洋側の沖合い、日本海溝など溝の部分であることから日本は非常に地震が多い国になっているのである。日本の陸地面積は世界の0.2%に過ぎないのに日本付近で起こる地震のエネルギーは全世界の10%である。このことからいかに日本が地震の多い国であるかがわかるだろう。これらの自然災害を軽減するために昔から多くの努力が積み重ねられてきたのである。

1.2 不連続体解析の必要性

このような災害が起きる時何らかの破壊現象を伴うため、破壊現象の解析が必要になってくる。例えば、土石流は大きいものは岩塊、小さいものは砂礫、砂まだが混じって流れる。その場合、大きな岩は重いから流れの底のほうに沈んで流れそうであるが、事実は逆であって大きいほど浮いて流れるのである。また、流速は底面とか側壁とか静止しているところから離れているほうが大きいから、浮き上がった大きな岩塊は土石流の先頭部分に集まることとなる。大岩塊は持っている運動エネルギーも大きいから、先頭部分に巨岩を集めた土石流は大変な破壊力を持つこととなる。この巨大岩塊が浮くという現象は、従来の連続解析手法である流体力学では、岩の大小を区別して取り扱うことができないので解析できなかった。個別要素法という不連続体解析手法によって初めて解析された。破壊現象を解析しようとする時、連続体の手法を用いるか、不連続体の手法を用いるかでその結果に差が出てくる。不連続体の現象である破壊現象を連続体の手法で解析しようとする場合ある程度までは可能である。なぜなら一般に物体は、小さな変形の範囲では、たとえ不連続体であっても連続体の挙動を示すからである。地盤は多くの砂や粘土の粒から構成されているので、本来、不連続体であるが、この中をそれ程大きくない地震波動が伝わっていく時、地盤は亀裂が入ることなく連続体としての挙動を示すし、通常は応力とひずみが比例するという線形関係をも示す。構造物にしてもそれは同様であって、変形が微小である間は不連続体としての挙動を示さない。ところが、物が破壊する時には、亀裂が入ったり、切断したり、せん断したり、粉碎したりと構成材料がバラバラになることがある。こういう場合には、明らかに不連続体となってしまっている。そのような場合の解析は、不連続体を対象とする解析手法が必要となるのである。

1.3 シミュレーションの必要性

橋など一般構造の強度計算などのように実物を使った実験できない状況ではシミュレーションが必要になる。また仮に実験が可能であるとしてもコンピューターを用いた数値解析によると、実験を繰り返し行うのに比べ人手や時間そして費用が少なくすむ場合がある。このような場合にもシミュレーションは必要である。ただしシミュレーションの結果は十分に信頼できるものでなくてはならない。以上のことから、コンピューター・シミュレーションの必要性はシミュレーション技術自体が進歩すればするほど大きくなるのである。

1.4 研究目的

個別要素法において要素形状が解析結果に影響を及ぼすことが確認されているが、ほとんどが円要素を用い解析を行っている。円要素しか用いていない理由として接触判定が複雑になることで、計算時間が増大することなどが挙げられる。

楕円要素の計算時間の短縮には限界があり難しいので、本研究では粘性結合円要素を用いて楕円要素と近似した形を作り挙動を解析する。似た挙動を示した場合、楕円要素は粘性結合円要素と近似出来るものとし、円要素と粘性結合円要素に様々な振動外力を与え比較し考察する。

1.5 本論文の構成

第2章では不連続体の解析手法について概要を示す。第3章では円要素を用いた際の解析手法について概説を示す。同様に第4章では楕円要素を用いた際の解析手法について概説を示し、第5章では粘性結合円要素を用いた際の解析手法について概説を示す。第6章では土の性質について構造などを示す。第7章ではスロッシングの応答解析について概説を示す。第8章では円要素、楕円要素、粘性結合円要素の3つについての解析結果と、円要素、楕円要素に様々な振動外力を与えた解析結果を示す。第9章では本研究で得られた結論を述べ考察し、今後の展望を示す。

第二章

不連続体の解析手法

2.1 不連続体の解析手法

一般に物体は、小さな変形の範囲では、たとえ不連続体であっても連続体としての挙動を示す。地盤は多くの砂とか粘土の粒から構成されているので、本来、不連続体であるが、この中をそれ程大きくない地震波動が伝わっていく時、地盤は亀裂が入ることなく連続体としての挙動を示すし、通常は応力とひずみが比例するという線形関係をも示す。構造物にしてもそれは同様であって、変形が微小である間は不連続体としての挙動を示さない。ところが、物が破壊する時には、亀裂が入ったり、切断したり、せん断したり、粉碎したりと構成材料がバラバラになることがある。こういう場合には、明らかに不連続体となっている。その場合の解析は不連続体を対象とする解析手法が必要となる。

次に、連続体解析と不連続体解析の違い（要素の回転の重要性）について述べる。

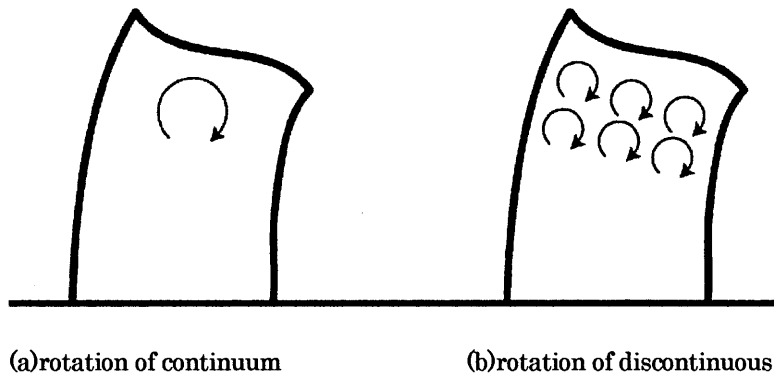


Fig2.1 Rotation of elements

連続体解析では、個々の要素がお互いに離れたり、滑ったりできないので、破壊解析には向いていない。また、Fig2.1(b)に示すように、不連続体では要素1つ1つが回転することができる。連続体ではFig2.1(a)に示したように、構造全体として回転することはできる。しかし、その部分的要素は全体の一部分としての回転しかできない。一方、不連続体では、隣接する要素との間の摩擦その他の降伏条件さえ満たせば一要素だけが回転できる。

その結果, Fig2.2に示すように崖の一部がせん断で滑るときに滑る部分は, ローラースケートのローラーのように要素が回転して滑ることもできる. このように, 不連続体解析法は, 各要素が回転して滑ることができ, そのことが土などのせん断破壊時のせん断帯の挙動に大きな影響を与え, つまり, 滑りやすくする.

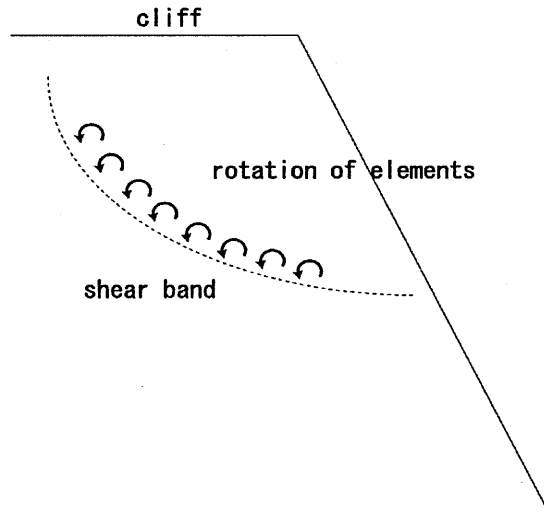


Fig2.2 shear deformation on shear band

土とか岩, コンクリートなどの材料は, 鉄などと異なって, 圧縮力には強く引張力には弱いという性質を持っている. このような材料が引張力を受けたときはすぐ引張破壊を起こす. また, この材料は圧縮力に対しては, 強いのでなかなか破壊を起こさない. Fig2.3のように結局は圧縮力とある角度を持った, せん断応力が最大となる面で壊れることになる.

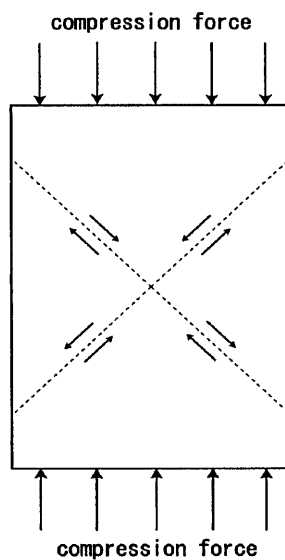


Fig2.3 Compression force

また、こうしてせん断で変形する場合には、Fig2.4 に示すように土やコンクリートのように砂利などの粒から成り立っているものは、せん断変形する場合に変形面が鏡のような面ではなく、粒があるため凹凸がある面となる。したがって、その凹凸がある面同士が滑る場合には、面に直角方向に多少膨らまなければ滑ることができない。こうして、よく締まっている土とか岩では、せん断変形を起こす時に膨張する。この現象はダイレイタンスー(Dilatancy)という。不連続解析法では、粒要素1つ1つの動きを追っていくのであるから、この現象は自然に解析できるが、連続体解析では膨張するという仮定を設けなければ解析できない。

本研究では、粒要素1つ1つの動きを追っていくのであるから不連続体解析で解析を行っている。

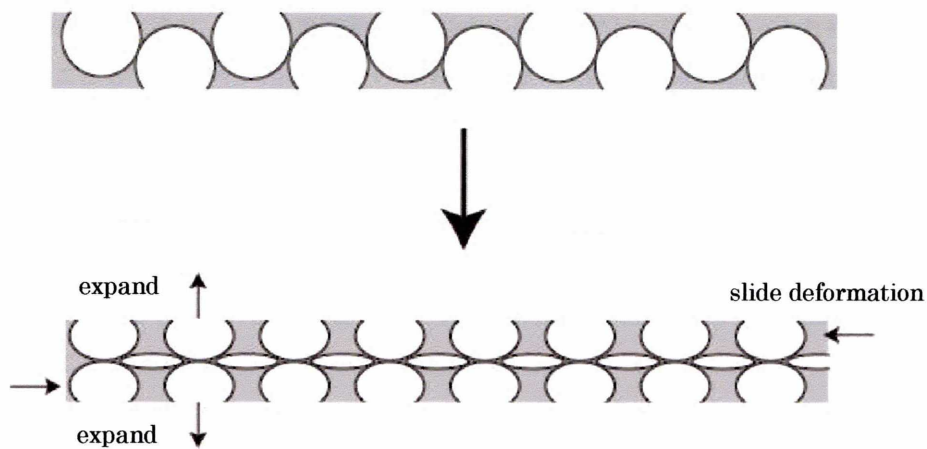


Fig2.4 Dilatancy

2.2 個別要素法 (Distinct Element Method、DEM)

個別要素法 (Distinct Element Method) とは 1971 年にフランス・ナンシーで開かれた岩盤力学に関する国際シンポジウムで、Peter A. Cundall が発表した 1 編の論文に端を発している。この論文の題名は「A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock system」つまり、「たくさんのブロックから構成されている岩盤が、進行性の大変形をする時の挙動をコンピュータシミュレーションするためのモデル」という意味である。この時には、Distinct Element Method (DEM) という名前はどこにも出てこなかった。論文中にはシミュレーション例として、円形要素と正方形要素の集合体の崩れのシミュレーションが示されている。この手法を一口で言えば、岩盤の各ブロックを剛体と考え、それを質点の運動方程式で表す。また接触したブロック間にばねを置き、力のやり取りをさせる。各ブロックの運動方程式を時間軸上で数値積分で解くというものである。

この論文が発表された場が、比較的専門家の数の少ない岩盤力学という分野だったためか、それ程世界の注目を集めることもなく、1976 年には川井の剛体ばねモデル (Rigid Body Spring Method, RBSM) (これは有限要素法にヒントを得たものである。崩壊というような大変形ではなくて、小変形、亀裂の進行などに真価を発揮する) が提案され、さらに 1988 年には Gen-hua Shi によって Discontinuous Deformation Analysis (DDA) が発表された。これは個別要素法の各要素を剛体とみなすのではなくて、弾性体とみなし各個別要素を有限要素に分割し、有限要素法で解こうというものである。個別要素法と有限要素法のハイブリット法ともいえるものである。その他、種々の同様に非連続体解析を目指した手法が提案されたが、それらを総称して Distinct Element Method (DEM) (離散要素法) と言っている。

個別要素法では問題を動的なものとして取り扱っている。質量の影響を考えて、各要素ごとに運動方程式を立てる。そしてその運動方程式は他の質点の運動方程式とは連立していない。これらの方程式を前進差分、つまり波動の伝播を解く方法で解を得ていく。連立していない運動方程式を解くのは、連立しているものを解くより計算量が桁違いに小さくすることができる。

普通は静的問題の方が、動的問題より簡単である。質量の影響、時間の影響を考えないですむだけ簡単なはずである。しかし、静的問題は重りを載せて Fig2.5(a) のように糸が撓んで釣り合っている状態を示す。この糸の変位状態を見ればわかるように、糸の端の位置など、全領域の影響が、各々の位置の糸の変位に関係してくる。一方、動的問題は Fig2.5(b) に示しているように、重りを載せた所が先ず変位し、他の部分の糸は水平のままである。そして時間の経過と共に糸の変位が端部に向かって進行していく。したがって連立方程式を解く時間刻み Δt を小さくして、 $1 \Delta t$ 以内に変位が端に向かって進行する距離が、1 要素以内におさまるようにすれば、隣の要素から受ける力だけを考慮してやればよく、運動方程式は連立とはならないのである。

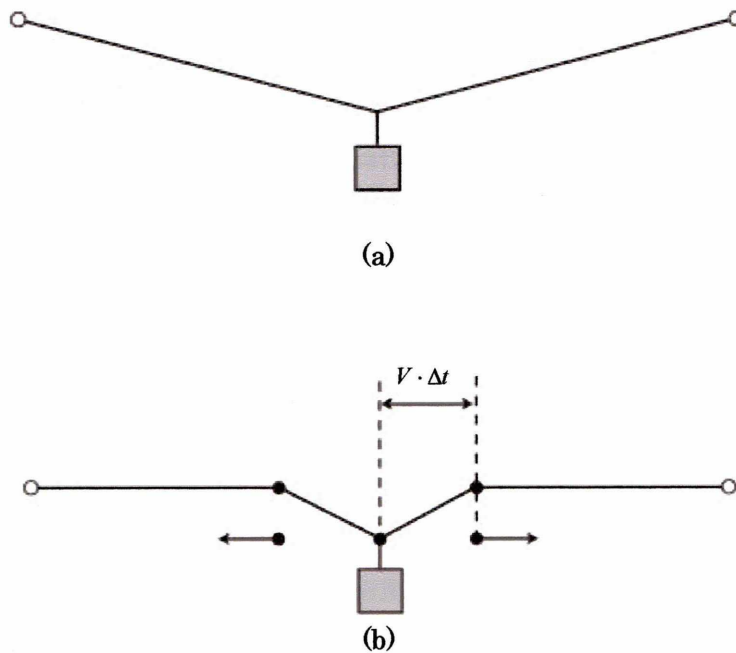


Fig2.5 Comparison of calculation method

媒質を小要素あるいは粒子の集合として取り扱う考え方は、最上（1965）の統計力学的手法が早いですが、シミュレーション手法としては、Cundall（1971）による DEM が先駆的な手法であり、主に土（地盤、石、岩盤を含む）を対象に研究が進められてきた。これは不連続面で区切られた要素の集合体において個々の要素ごとに独立した2階常微分の運動方程式をたて、これを差分近似して、時間領域でステップ・バイ・ステップで前進的に解くことにより要素の挙動を追跡し、その集合体としての動的挙動を解析しようとするものである。この時要素間に作用する力は、要素の接触点を通じて伝達され、作用反作用の法則に従うと仮定している。DEM は粒子の運動方程式を前進解法で解くため、方程式を連立させずに済む。したがって粒子数を多くしても、連立方程式を解く他の手法に比べ計算時間の短縮が可能であり、粒状体シミュレーション解析において、現在最も多く用いられる手法になった。DEM は解析手法の性格上、膨大な量の計算を行う必要があるが、近年電子計算機の計算速度の高度化と記憶容量の巨大化は目を見張るものがあり、数値シミュレーションとしての DEM の可能性がますます拡大しつつある。Cundall は節理の入った岩盤の挙動解析法として DEM を提案した際は、要素として多角形を用いた。しかし多角形要素を用いると接触判定が複雑になり、そのために解析要素数の制限を受け、大規模なシミュレーションは不可能であった。その後この問題を解決するため、より接触判定の容易な円形要素での検討も進められた（Cundall, 1979）。

2.3 個別要素法の原理

2つの岩塊が接触あるいは衝突するとき、岩塊は完全な弾性体ではないし、また接触点近傍の局所的な塑性変形や破損などのために、完全弾性的衝突とはならない。そこで、岩塊を剛体とみなし、岩塊のもつ弾性的および比弾性的性質は接触点間に挿入した弾性スプリング(剛性定数 K)と粘性ダッシュポット(粘性定数 η)で表現する。このとき、1つの岩塊(質量 m 、慣性モーメント I)に注目すれば、その並進(u)および回転(φ)に関する運動方程式は式(2.1)の形式に略記される。

$$m\ddot{u} + \eta\dot{u} + Ku = 0 \quad (2.1a)$$

$$I\ddot{\varphi} + \eta r^2 \dot{\varphi} + K r^2 \varphi = 0 \quad (2.1b)$$

これらは減衰運動を表し、与えられたすべての岩塊についての同様な運動方程式を連立して解くことによって、運動状態から静止状態に至る岩塊の挙動を解析できる。

しかしながら、通常1つの岩塊は周囲の数個の岩塊と接触しているため、式(2.1)の η や K はそれら数個の接点に挿入されたスプリングやダッシュポットの合成されたものとなり、未知変位 u と φ を陰に含む式(2.1)の形式の連立方程式で解を得ることは難しい。そこで Cundall は式(2.1)を時間増分 Δt によって差分近似するとともに、未知変位 u と φ (直接には加速度 \ddot{u} と $\ddot{\varphi}$) を陽に含む式で近似する逐次解法を提案した。たとえば u についてそれを示すと、式(2.1)を変形して

$$m[\ddot{u}]_t = -\eta[\dot{u}]_{t-\Delta t} - K[u]_{t-\Delta t} \quad (2.2)$$

と置き、新しい加速度 $[\ddot{u}]_t$ (これを数値積分して新しい変位 $[u]_t$ が求まる) を前回の変位 $[u]_{t-\Delta t}$ に基づく接触時の作用力(右辺)の陽関数とみなして逐次計算する方法である。

2.4 粒子間作用力

通常の流動粒子群は近接粒子と衝突や摩擦を繰り返しながら流動している。そのときの粒子の接触は弾性的であったり、非弾性的であったりする。そこでこの接触力は Fig2.6 に示すような接触点に想定する力学的モデルで表現する。この接触力はいろいろな方向に作用するので、計算の便宜上、接触 2 粒子の中心方向（法線方向）成分と、それに垂直な接線方向に分け、それぞれの成分に力学的モデルを適用する。このとき粉体粒子で大切な摩擦相互作用が考慮できるように、せん断方向成分には摩擦スライダが挿入されている。また、この力学的モデルは弾性スプリングと粘性ダッシュポットの並列配置を仮定する。

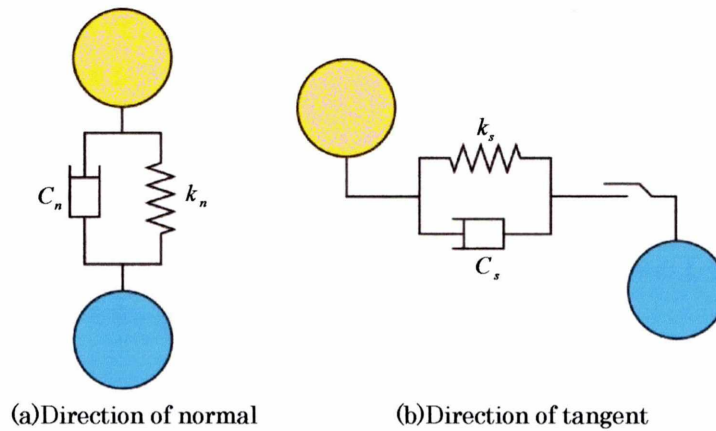


Fig2.6 Elastic spring and viscous dashpot assumed for contact

 C_n : 法線方向粘性定数 C_s : 接線方向粘性定数 k_n : 法線方向バネ定数 k_s : 接線方向バネ定数

2.4.1 法線方向力

法線方向に関して圧縮方向を正とすると、 Δt 間の抗力増分 Δen 、 Δden は次のように求められる。

$$\Delta en = k_n \Delta u_n \quad (2.3)$$

$$\Delta den = C_n \Delta \dot{u}_n \quad (2.4)$$

$\Delta \dot{u}_n$ は法線方向相対速度であり次式で求められる。

$$\Delta \dot{u}_n = \Delta u_n / \Delta t \quad (2.5)$$

したがって時刻 t において、法線方向に作用するばねの弾性抗力 $[en]_i$ とダッシュポットの粘性抗力 $[den]_i$ は以下のように求まる。

$$[en]_i = [en]_{i-\Delta t} + \Delta en \quad (2.6)$$

$$[den]_i = \Delta den \quad (2.7)$$

ここで、ばねは粒子の接触時にのみ力の伝達を行うと仮定しているので、以下のような条件を付け加える。

$$[en]_i < 0 \quad \text{のとき,} \quad [en]_i = [den]_i = 0 \quad (2.8)$$

以上により、時刻 t において 2 要素間のばねに作用する法線方向の力 N_y は次式で計算される。

$$[N_y]_i = [en]_i + [den]_i \quad (2.9)$$

2.4.2 接線方向力

法線方向と同様に、接線方向のばねについてはばねに作用する力を考える。要素 i に関して時計回りを正とすると、 Δt 間の抗力増分 Δes 、 Δdes は次のように求められる

$$\Delta es = k_s \Delta u_s \quad (2.10)$$

$$\Delta des = C_s \Delta \dot{u}_s \quad (2.11)$$

$\Delta \dot{u}_s$ は接線方向相対速度であり次式で求められる。

$$\Delta \dot{u}_s = \Delta u_s / dt \quad (2.12)$$

したがって時刻 t において、法線方向に作用するばねの弾性抗力 $[es]$ 、とダッシュポットの粘性抗力 $[des]$ は以下のように求まる。

$$[es]_t = [es]_{t-\Delta t} + \Delta es \quad (2.13)$$

$$[des]_t = \Delta des \quad (2.14)$$

ただし、接線方向に関して以下のような仮定を設ける。

- 1) 要素が離れた場合に力の作用は無いものとする。
- 2) 接触点近傍のせん断変形は、主として要素間の摩擦力によって生じる。したがって摩擦力の限界を設定する。

したがって、次のような条件がつけられる。

$$[en]_t < 0 \text{ のとき, } [es]_t = [des]_t = 0 \quad (2.15)$$

$$|[es]_t| > \mu \cdot [en]_t \text{ のとき, } [es]_t = \mu \cdot [en]_t \cdot \text{sign}([es]_t) \quad (2.16)$$

ここで μ は粒子間の摩擦係数である。

以上により、時刻 t において 2 要素間のばねに作用する接線方向の力 T_y は次式で計算される。

$$[T_y]_t = [es]_t + [des]_t \quad (2.17)$$

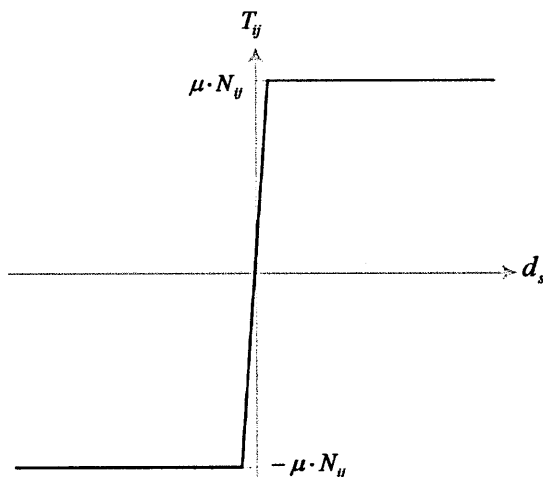


Fig2.7 The tangent force

2.5 波動論に基づくばね定数の決定法

一次元のはね・マスシステムを用いて考える。各要素の質量は m ，ばね定数は k であり，各要素の中心距離は ΔX である。

まず一次元の波動方程式(2.18)を考え，これを式(2.19)のように差分方程式に変形する。

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \frac{1}{\Delta t^2} (Y_{t-\Delta t} - 2Y_t + Y_{t+\Delta t}) = \frac{V^2}{\Delta X^2} (Y_{X-\Delta X} - 2Y_X + Y_{X+\Delta X}) \quad (2.19)$$

ただし， V は波動伝播速度であり， Δt は時間増分である。

次に，一次元分布質量系の振動方程式(2.20)を考え，これを差分近似して式(2.21)を得る。

$$m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \frac{K}{m} (Y_{X-\Delta X} - 2Y_X + Y_{X+\Delta X}) \quad (2.21)$$

ただし， E はヤング係数である。

式(2.19)と式(2.21)より以下の関係が求まる。

$$K = m \frac{V^2}{\Delta X^2} \quad (2.22)$$

式(2.22)によりばね定数を設定できる。

一般的には，解析対象媒質のヤング率 E ，ポアソン比 ν ，密度 γ ，間隙比 e から，以下の手順で決定する。

Lame の定数 μ_L ， λ_L は以下の式で求まる。

$$\mu_L = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.23a)$$

$$\lambda_L = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.23b)$$

ここで μ_L は，剛性率 G と同じであり，式(2.24)より S 波速度 V_s と P 波速度 V_p が計算される。

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\gamma}} \quad (2.24a)$$

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda_L + 2G}{\gamma}} \quad (2.24b)$$

2次元問題で半径 r の円柱 (長さ $L=1m$) 要素が接している場合を仮定すると, m と ΔX は以下のようになる.

$$m = \pi r^2 L \rho = \pi r^2 \rho \quad (2.25a)$$

$$\Delta X = 2r \quad (2.25b)$$

$$\rho = (1+e)\gamma \quad (2.25c)$$

ただし, ρ は要素の密度であり, 解析対象媒質の密度とモデル全体の見かけの密度を一致させるように配慮したものである. 要素の密度としてこの ρ を用いると, 解析対象媒質の質量とモデル全体の質量が等しくなる.

法線方向のばね定数には S 波速度 V_s が, 法線方向のばね定数には P 波速度 V_p が関与すると仮定すると, 式(2.22)と式(2.25)より法線, 接線両方向に関して, ばね定数 k_n, k_s が次式で求まる.

$$k_n = \frac{1}{4} \pi L \rho V_p^2 = \frac{1}{4} \pi \rho V_p^2 \quad (2.26a)$$

$$k_s = \frac{1}{4} \pi L \rho V_s^2 = \frac{1}{4} \pi \rho V_s^2 \quad (2.26b)$$

次に減衰について, ばねとダッシュポットからなる 1 質点系を想定し, 法線・接線方向の減衰定数をそれぞれ h_n, h_s とすると以下のように表される.

$$c_n = h_n \cdot 2\sqrt{m \cdot k_n} \quad (2.27a)$$

$$c_s = h_s \cdot 2\sqrt{m \cdot k_s} \quad (2.27b)$$

2.6 時間刻みの決定法

DEM は時間領域で数値積分を行うことにより解析を行う手法である。よって解析の安定性には時間刻み Δt が大きな影響を及ぼす。

(a) Δt が大きすぎる場合

一回のタイムステップ中に要素が大きく動いてしまい、要素どうしの重なりが大きくなる。すると、次のステップでは、要素に大きな反力と加速度が作用することになり、計算が発散する危険性が生まれる。この傾向は要素の質量が小さいとき、つまり要素の半径や密度が小さい場合、また設定するばね定数が大きい場合に著しい。さらに発散化による誤差も大きくなる。

(b) Δt が小さすぎる場合

Δt が小さすぎるときには、解析の安定性に関しては問題ない。同じ時間分の解析を行うためには、タイムステップの繰り返し回数を増やす必要があり、計算時間が増大する。また、場合によっては、アンダーフローを起こす危険性も生じてくる。

これらの問題を解決するために、適切な Δt を決める必要がある。本研究では、 Δt を質量が一番小さい粒子の固有周期の $1/8$ 以下とし解析をおこなっている。

2.7 要素のパッキング方法

破壊シミュレーション解析において、解析モデルは有限の解析対象領域に何らかの方法で要素をパッキングすることによって作成するが、その方法は要素の半径と配置をどのように決定するかにより、次のように分類される。

- 1) 規則的に設定する方法
- 2) ランダムに設定する方法

1) 規則的に設定する方法

等径、またはある決まった数種の半径の円形要素を幾何学的にパッキングする方法である。この方法によるモデルは、要素配置と材料特性に関する問題を取り扱うのに適している。しかし、規則的配置から構成されている媒質は一般的には少なく、この点では十分であるとは言えない。またこのモデルでは、配置の幾何学的に弱い部分に破壊が集中する傾向があり、モデルをパッキングするときに、その方向性を吟味する必要がある。

2) ランダムに設定する方法

この方法によるモデルは規則的に設定したものに比べて一般の土木材料の媒質に近い。しかし解析モデルの作成はかなり複雑であり、多大な労力を要する。

モンテカルロ法を用いた粒状態のランダムパッキングについて、次のように色々手法が提案されている。

a) 棄却法

乱数により粒子の位置を発生させ、他の粒子と重なりが生じたら棄却していき、設定領域内に要素のパッキングを行っていく方法である。

b) 局所移動法

まず粒子を格子状に配置しておき、その後に一定の微小範囲内で、粒子をランダムに動かして行ってパッキングを行うという方法である。

c) 割込法

コーヒートレントな流体のシミュレーションを行うために用いられた方法である。

d) 落下法

粒子に重力を作用することによって、あるポテンシャル場からポテンシャルの低い方へ落ちる現象を利用して、モデルのパッキングを行う方法である。

e) 成長法

ランダムに設定した中心座標から粒子の半径を周囲の粒子に接触するまで成長させることによりパッキングを行う方法である。

これらの方法の中から、解析対象物の特性を踏まえて適切なパッキング法を決定すればよい。従来、地盤解析などにおいては落下法が多く用いられてきた。その理由は以下の通りである。

- 1) 土の生成や土構造物の建設環境に近い。
- 2) パッキング終了時に実際に近い内部応力状態が得られる。
- 3) 粒状体シミュレーション解析のプログラムがそのまま利用できる。

しかし、落下法を用いたパッキングでは、解析モデル（粒状体集合モデル）の作成に非常に多くの計算時間を要してしまう問題があった。それは粒子の安定状態を得るのに時間を要することを原因としているが、特に多数の粒子から構成されるモデルの場合では著しい。落下した粒子はすでに落ちて底部にある粒子と衝突を繰り返し安定した位置に落ち着くのであるが、新たな粒子が落下してくるたびに衝突された粒子だけでなく、すでに堆積した粒子間の釣り合いも破れ、粒子が少し移動し新しい釣り合い状態を作ろうとする。粒子落下終了後でも堆積粒子全体が安定するためには、ある程度の時間を要する。また、粒子の微小振動の問題もある。これは、粒子相互に衝突したりすることが原因であろうが、堆積した粒子のそれぞれが微小な振動をしているのである。この振動は微小であるので、要素に付属した減衰によってこの微小振動を取り除くのであるが、振動が小さいだけに通常の減衰値を採用したのでは減衰力も小さくなかなか取り除けない。そのため、安定させる時だけ大きな振動減衰値を採用することもよく行う。この微小振動をよく取り除いておかないと、粒子の破壊条件などに影響を及ぼしてくるのである。ランダムな径の粒子の集合体を扱う場合には、粒子配置もランダムになり、互いに低い圧力で接触している場合もある。そのような状態で微小振動が加わると、低い接触圧が非常に低くなる瞬間がある。摩擦力は接触圧と摩擦係数の積であるから、この粒子は滑りやすくなると言える。

ただ落下法は、領域を設定する壁に囲まれ、面内方向に重力を受ける地盤などのモデルには適したパッキング法であるが、以下のようなモデルの作成には多くの困難を伴う。

a) 面外方向に重力を受けるモデルの作成の場合

落下法によって作成したモデルを基に、各要素間のひずみを解消する方法（落下→ひずみ解消法）を用いて行われてきた。しかし、（落下→ひずみ解消法）では、ひずみを解消する元になる初期モデルを、落下法によって作成するまでに、多くの計算時間を要してしまう問題がある。

b) 成形されたり自立したりするモデルの作成の場合

落下法によって作成したモデルから不要な部分の要素を取り除いていく方法（落下→要素除去法）が、従来用いられてきた。しかし、（落下→要素除去法）によると、落下法による初期モデルの作成に多大な計算時間がかかる上に、不要な要素を取り除くことにより、要素間に蓄えられていたひずみエネルギーの解放が起これ、モデル全体の安定状態が損なわれる。そして次の安定状態を得るまでに、また多くの計算時間を要してしまう問題がある。

これらの問題を解決するために、次のような手順でパッキングを行う手法も提案されている。すなわち、1) 面外方向に重力を受けるモデルや、2) 成形もしくは自立性が必要なモデルの場合には棄却法を使って、まず対象領域に高密度に、しかもひずみの生じないように要素のパッキングを行う。次にそのモデルを用いて、成長法によって安定状態が速やかに得られる工夫を施しながら、必要に応じて締め固めを行う。この手法は従来のモデル作成法に比べ、モデルの作成が容易になるだけでなく、従来の手法では作成することが困難であったモデル内への特別要素の配置や、モデルの一部分の要素の置換が可能であるなどの点でも有効である。そして、さらに重力をかけて安定させるのである。

第三章

地盤モデルの解析手法

一 円要素

3.1 接触判定

3.1.1 判定方法

- ・ 法線方向接触変位

任意の2つの円形要素 i , j 間の接触判定について考える. 時刻 t における粒子 i , j の座標をそれぞれ $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ とし, 半径を r_i, r_j とする.

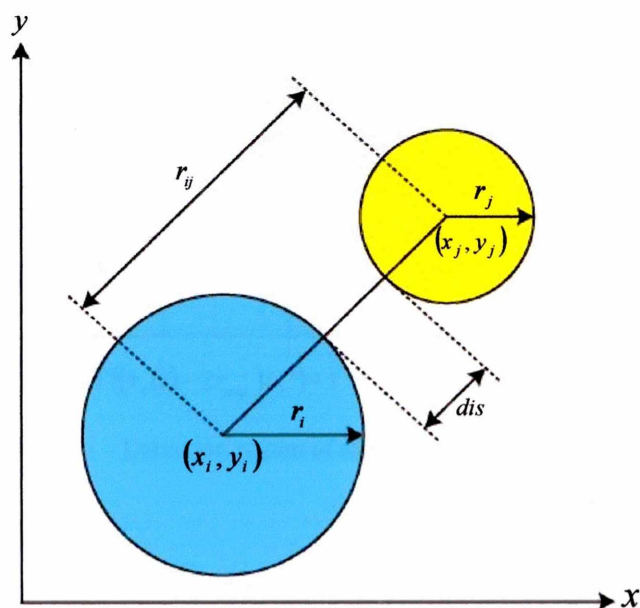


Fig3.1 Distance between two elements

ここで, 法線方向接触変位を dis としたとき, dis は次式で求められる.

$$dis = \beta(r_i + r_j) - r_{ij} \quad (3.1)$$

$1 < \beta \leq 1.1$ 程度とする.

また, r_{ij} は2粒子間の距離であり, 次式で求められる.

$$r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (3.2)$$

粒子 i と j が接触しているかどうかの判定条件は以下の式で表される.

$$dis \begin{cases} > 0 & \text{接触} \\ = 0 & \text{接触開始} \\ < 0 & \text{非接触} \end{cases} \quad (3.3)$$

3.1.2 接触判定の効率化

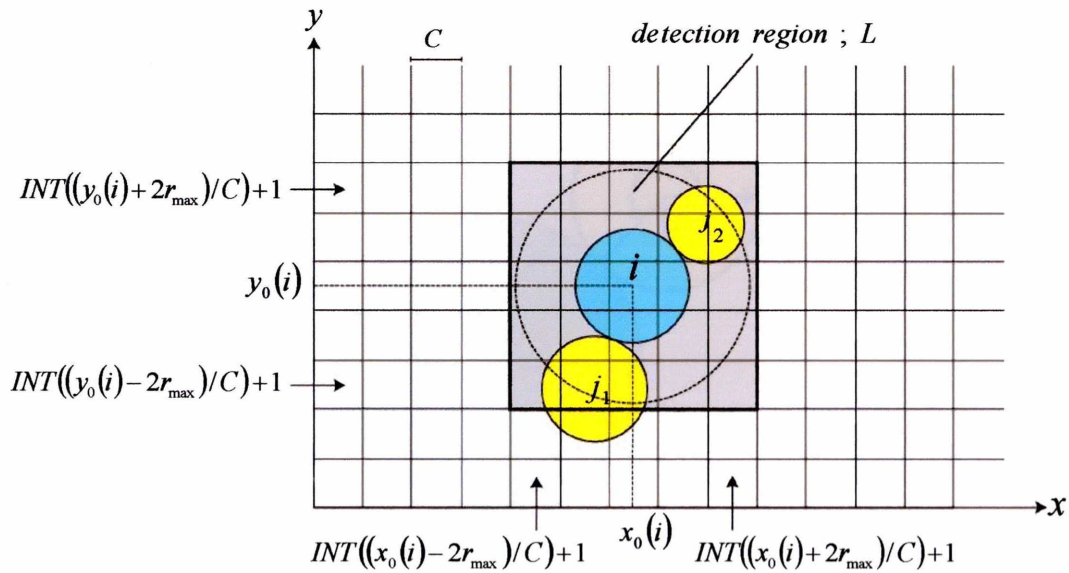


Fig3.2 Detection region of contact between particles

Fig3.2 に示すように解析領域をセルで区切り各粒子を格納している. セルのサイズ C は 1 つのセルに小粒子の中心 $(x_0(i), z_0(i))$ が 1 つ入るように設定する.

$$C < \sqrt{2}r_{\min} \tag{3.4}$$

このとき, 接触可能な粒子の存在領域 L は次式で与えられ, この領域のセル内の粒子との接触判定のみを行えばよく, 計算回数が大幅に削減できる.

$$x \text{ 方向} \quad INT(x_0(i) - 2r_{\max}) < L_x < INT(x_0(i) + 2r_{\max}) + 1 \tag{3.5a}$$

$$y \text{ 方向} \quad INT(y_0(i) - 2r_{\max}) < L_y < INT(y_0(i) + 2r_{\max}) + 1 \tag{3.5b}$$

3.2 接触点位置

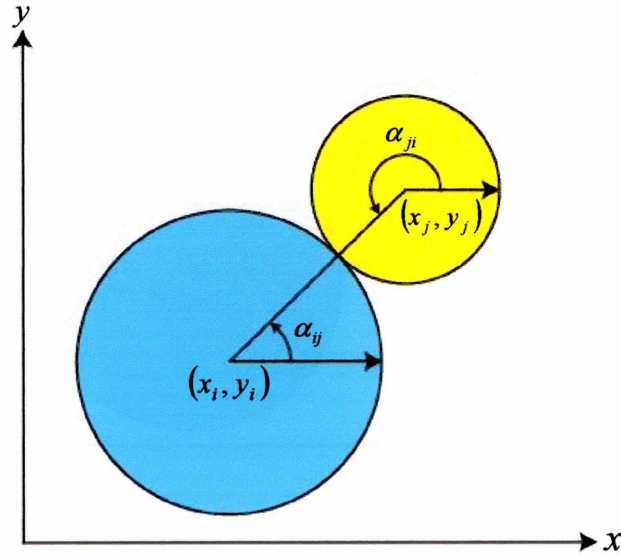


Fig3.3 Relation of two elements

円形要素 i と j について考える. Fig3.3 のようにそれぞれの中心座標を $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ とし 2 点の中心を結んだ線が要素接触の法線方向で, その直線に垂直な方向を接線方向とする. 時刻 t において 2 要素を結ぶ直線と x 軸のなす角を α_{ij} (反時計回りを正) とすると, α_{ij} は次式で与えられる.

$$\cos \alpha_{ij} = \frac{x_j - x_i}{r_{ij}} \quad (3.6a)$$

$$\sin \alpha_{ij} = \frac{y_j - y_i}{r_{ij}} \quad (3.6b)$$

このとき

$$\alpha_{ji} = \pi + \alpha_{ij} \quad (3.7)$$

よって以下の関係が求まる.

$$\sin \alpha_{ij} = -\sin \alpha_{ji} \quad (3.8a)$$

$$\cos \alpha_{ij} = -\cos \alpha_{ji} \quad (3.8b)$$

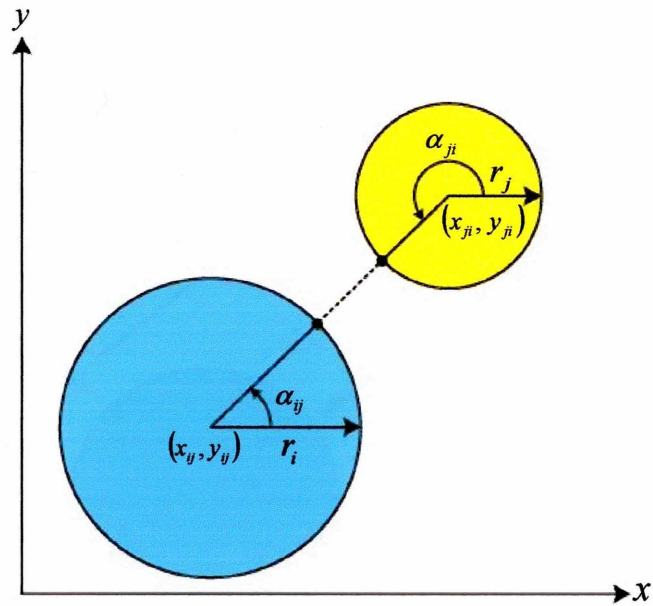


Fig3.4 Coordinates of a contacting point

2 要素 i, j が接触しているとき、要素 i と要素 j について接触点位置を Fig3.4 のようにそれぞれ $(x_{ij}, y_{ij}), (x_{ji}, y_{ji})$ とすると、次式が得られる。

$$r_{ij} = (x_{ij}, y_{ij}) = r_{ji} = (x_{ji}, y_{ji}) \quad (3.9)$$

よって、2 要素 i, j の接触点位置は次式で表すことができる。

$$x_{ij} = x_i + \cos \alpha_{ij} \cdot r_i = x_j + \cos \alpha_{ji} \cdot r_j = x_j - \cos \alpha_{ij} \cdot r_j \quad (3.10a)$$

$$y_{ij} = y_i + \sin \alpha_{ij} \cdot r_i = y_j + \sin \alpha_{ji} \cdot r_j = y_j - \sin \alpha_{ij} \cdot r_j \quad (3.10b)$$

3.3 粒子間の相対変位増分

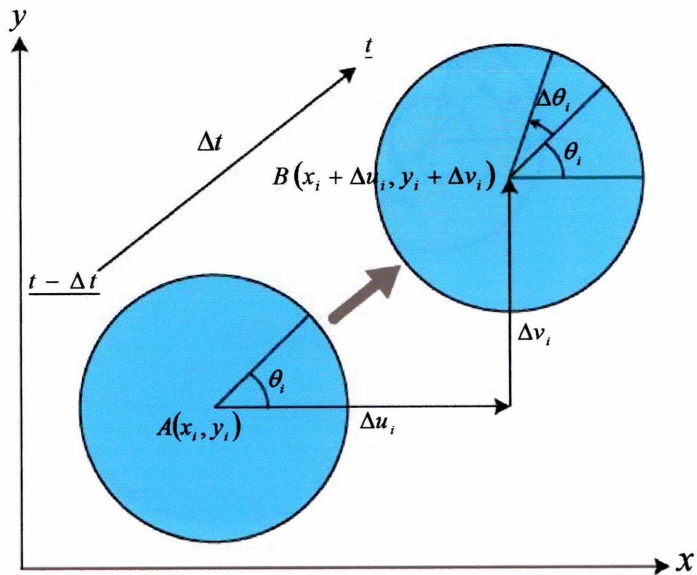


Fig3.5 Coordinates and displacements of disc elements

粒子 i が時刻 $t - \Delta t$ から時刻 t までの微小時間 Δt の間に Fig3.5 に示す位置 $A(x_i, y_i)$ から位置 $B(x_i + \Delta u_i, y_i + \Delta v_i)$ に変位するものとする. このとき変位増分の x , y 成分をそれぞれ $\Delta u_i, \Delta v_i$ とし, その変位にともなう粒子の回轉變位増分を $\Delta\theta_i$ で表わす.

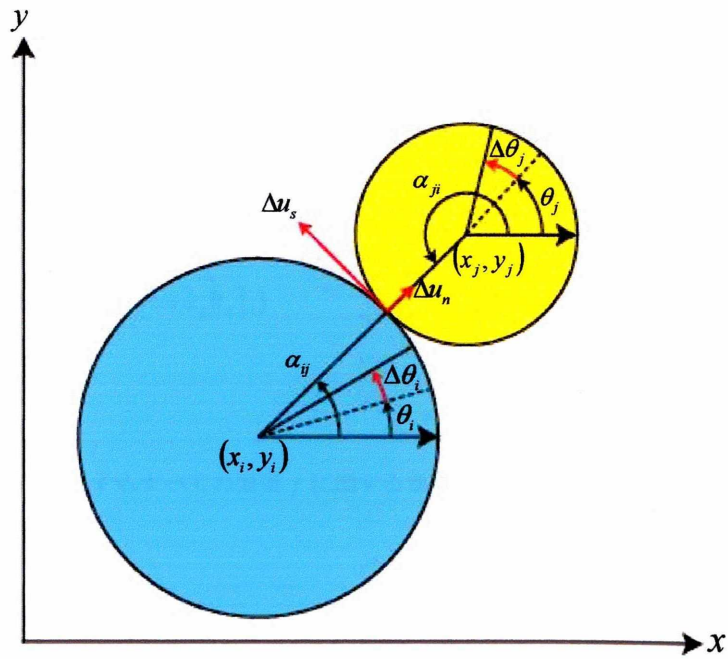


Fig3.6 Relative contact displacement between two elements

Fig3.6 のように接触する 2 粒子 i, j の微小時間 Δt における相対変位量の法線方向・接線方向の相対変位増分は、角度 α_{ij} を用いてそれぞれ次式で与えられる。

$$\Delta u_n = (\Delta u_i - \Delta u_j) \cos \alpha_{ij} + (\Delta v_i - \Delta v_j) \sin \alpha_{ij} \quad (3.11a)$$

$$\Delta u_s = -(\Delta u_i - \Delta u_j) \sin \alpha_{ij} + (\Delta v_i - \Delta v_j) \cos \alpha_{ij} + (R_i \Delta \theta_i + R_j \Delta \theta_j) \quad (3.11b)$$

3.4 要素に作用する力の総和

要素 i に接触するすべての要素 j からの接触力 N_j, T_j を求めると要素 i に作用する x 方向分力 X_i と y 方向分力 Y_i , ならびに要素 i の中心モーメント M_i (反時計回りを正) を次式により求める.

$$[X_i]_i = \sum_j (\cos \alpha_j [N_j]_i - \sin \alpha_j [T_j]_i) \quad (3.12a)$$

$$[Y_i]_i = \sum_j (\sin \alpha_j [N_j]_i + \cos \alpha_j [T_j]_i) \quad (3.12b)$$

$$[M_i]_i = \sum_j r_i [T_j]_i \quad (3.12c)$$

ここで \sum_j は要素 i に作用するすべての要素 j に関する要素 i に関する総和を表す.

3.5 運動方程式の差分近似

式(3.12)より求められる要素 i に作用する力の総和から運動方程式は次式で与えられる。

$$m_i[\ddot{x}]_i = -c_i[\dot{x}]_i - [X_i]_i + F_{xi} \quad (3.13a)$$

$$m_i[\ddot{y}]_i = -c_i[\dot{y}]_i - [Y_i]_i + F_{yi} \quad (3.13b)$$

$$I_i[\ddot{\theta}]_i = -c_i R_i[\dot{\theta}]_i - [M_i]_i \quad (3.13c)$$

3.5.1 加速度の算出

式(3.13)により時刻 t における加速度は次式で求められる。

$$[\ddot{x}]_i = \frac{-c_i[\dot{x}]_i - [X_i]_i + F_{xi}}{m_i} \quad (3.14a)$$

$$[\ddot{y}]_i = \frac{-c_i[\dot{y}]_i - [Y_i]_i + F_{yi}}{m_i} \quad (3.14b)$$

$$[\ddot{\theta}]_i = \frac{-c_i R_i[\dot{\theta}]_i - [M_i]_i}{I_i} \quad (3.14c)$$

ここに I_i は要素 i の慣性モーメントであり、密度を ρ とすると円要素の場合、次式で求められる。

$$I_i = \frac{\rho \pi r_i^4}{2} \quad (3.15)$$

3.5.2 速度の算出

速度は式(3.14)を Δt に関して数値積分することにより求める。

$$[\dot{x}]_i = [\dot{x}]_{i,t-\Delta t} + [\ddot{x}]_i \cdot \Delta t \quad (3.16a)$$

$$[\dot{y}]_i = [\dot{y}]_{i,t-\Delta t} + [\ddot{y}]_i \cdot \Delta t \quad (3.16b)$$

$$[\dot{\theta}]_i = [\dot{\theta}]_{i,t-\Delta t} + [\ddot{\theta}]_i \cdot \Delta t \quad (3.16c)$$

3.5.3 変位の算出

式(3.16)を Δt に関して数値積分することにより、時間増分 Δt 間の変位増分は次式で求められる。

$$[x]_i = [x]_{i,t-\Delta t} + \frac{[\dot{x}]_{i,t-\Delta t} + [\dot{x}]_i}{2} \cdot \Delta t \quad (3.17a)$$

$$[y]_i = [y]_{i,t-\Delta t} + \frac{[\dot{y}]_{i,t-\Delta t} + [\dot{y}]_i}{2} \cdot \Delta t \quad (3.17b)$$

$$[\theta]_i = [\theta]_{i,t-\Delta t} + \frac{[\dot{\theta}]_{i,t-\Delta t} + [\dot{\theta}]_i}{2} \cdot \Delta t \quad (3.17c)$$

このようにして定められた変位増分を時刻 t から $t + \Delta t$ までの新たな変位増分に仮定して、再び式(3.11)から再び式(3.17)まで繰り返す。このようにして時間増分 Δt ごとの変位増分が逐次計算される。

第四章

地盤モデルの解析手法

一 楕円要素一

4.1 楕円の計算手法

楕円要素を用いても計算の基本的な部分は円要素と同じだが、接触判定と粒子間力の計算については異なる。要素同士の間距離と侵入距離が円要素の場合とは異なってくるからである。また接触点が2要素の重心を結ぶ直線上に存在しない状態が生じるため、要素の回転によって法線方向力が変化する。

4.2 接触判定

長径軸と短径軸が x, y 軸と平行になっていない楕円を有向境界楕円 (Oriented Bounding Ellipses: OBE) とする。また長径軸と短径軸が x, y 軸と平行で傾きが0の楕円を標準楕円 (LOCAL_OBE: LOBE) とする。Fig4.1(c)のように2つの有向楕円 OBE_i , OBE_j を考える。まず一方の有向楕円 OBE_j の中心を原点に平行移動(Fig4.1(d))し、原点中心に回転させることで標準楕円 $LOBE_j$ に変換する(Fig4.1(e))。

次に標準楕円 $LOBE_j$ が半径1の単位円になるようにスケール変換を行う(Fig4.1(f))。このとき同時に有向楕円 OBE_i にも変換が行われるので、その変換後の楕円を OBE_i' とする。そして、この変換後楕円 OBE_i' の中心を原点に平行移動(Fig4.1(g))し、原点中心に回転させることで変換後標準楕円 $LOBE_i'$ に変換する(Fig4.1(h))。

さらに、変換後標準楕円 $LOBE_i'$ の長径と短径それぞれに1を足し、拡大標準楕円 $LEOBE_i'$ にする。このとき単位円は点となる(Fig4.1(i))。そして、先ほどとは逆に移動し(Fig4.1(j))、逆に回転させることによって(Fig4.1(k))、拡大楕円 $EOBE_i'$ にする(Fig4.1(l))。こうすることで OBE_j を原点上の点と考え、接触判定は拡張楕円 $EOBE_i'$ の中に原点が含まれるかどうかを判定する。

以下にその変換について詳しく述べることとする。

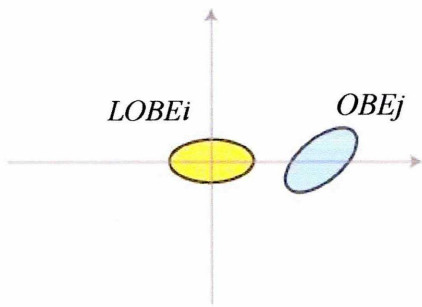


Fig4.1(a)

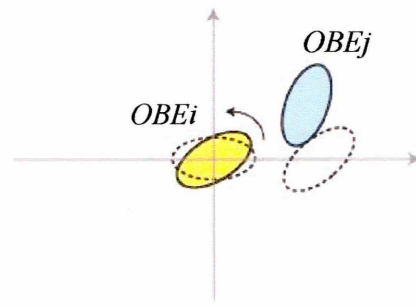


Fig4.1(b)

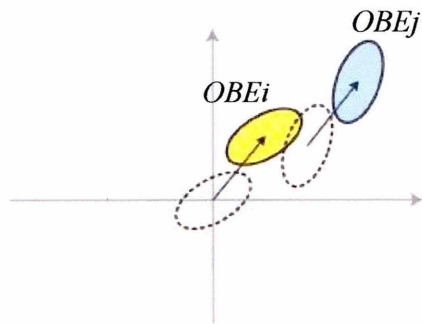


Fig4.1(c)

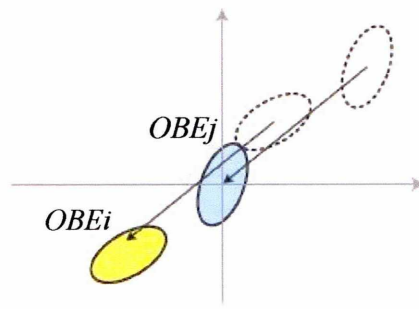


Fig4.1(d)

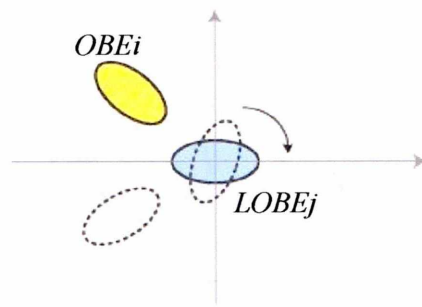


Fig4.1(e)

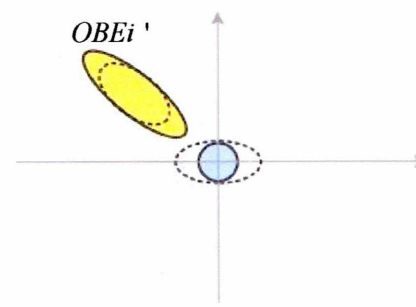


Fig4.1(f)

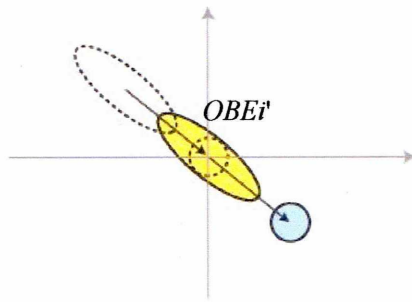


Fig4.1(g)

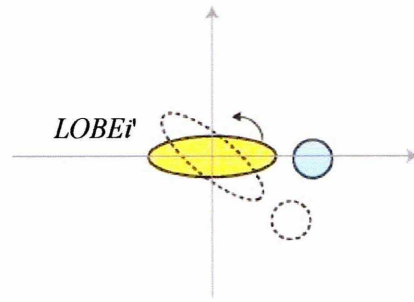


Fig4.1(h)

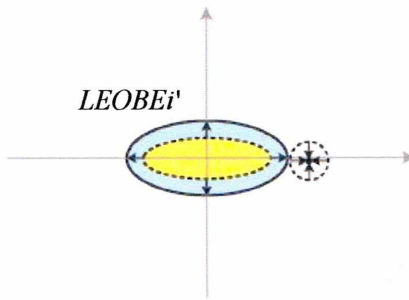


Fig4.1(i)

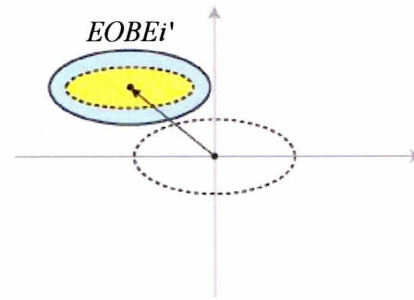


Fig4.1(j)

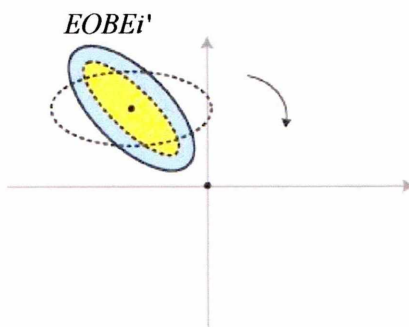


Fig4.1(k)

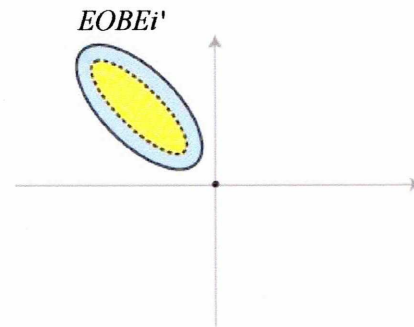


Fig4.1(l)

Fig4.1 Contact of ellipse element

4.2.1 楕円の変換

楕円の図形名称を次式で表記する.

$$f(\text{x軸径}, \text{y軸径}, \text{傾き}, \text{中心点座標}) \rightarrow f(a, b, \theta, h, k)$$

・標準楕円図形：LOCAL_OBE：

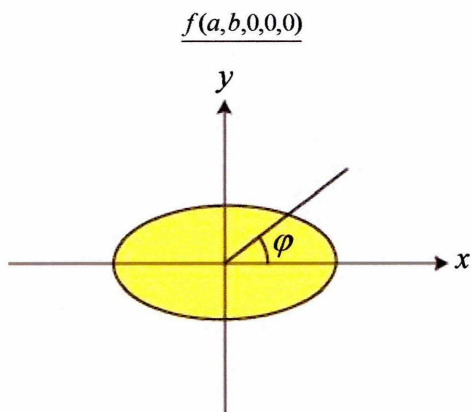


Fig4.2 Ellipse model 1

$$x = a \cos \varphi, \quad y = b \sin \varphi \tag{4.1}$$

$$\text{一般式: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{4.2}$$

・有向境界楕円図形：OBE：

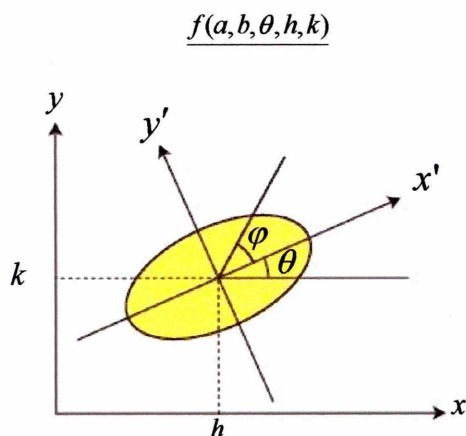


Fig4.3 Ellipse model 2

$$x' = a \cos \varphi, \quad y' = b \sin \varphi \tag{4.3}$$

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta + h, \quad y = x' \sin \theta + y' \cos \theta + k \tag{4.4}$$

マトリクス表示すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a\cos\varphi \\ b\sin\varphi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} h \\ k \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\text{一般式: } \frac{\{(x-h)\cos\theta+(y-k)\sin\theta\}^2}{a^2} + \frac{\{-(x-h)\sin\theta+(y-k)\cos\theta\}^2}{b^2} = 1 \quad (4.6)$$

Fig4.1(c)のように OBE_i , OBE_j がある時 OBE_j の原点中心単位円への変換 Fig4.1(h)を OBE_i に施した変換後 OBE_i' は次のようになる。また、その流れを Fig4.4 に示す。

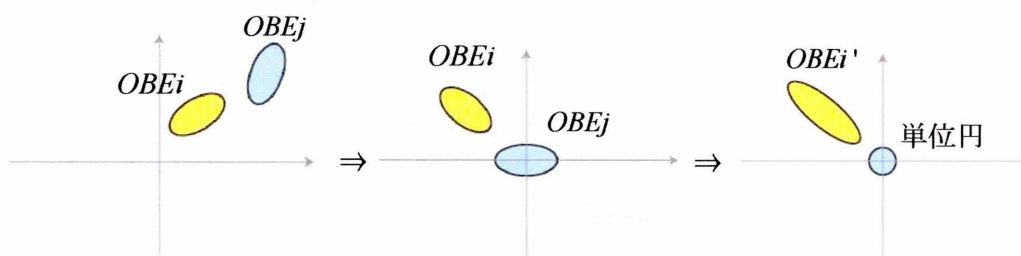


Fig4.4

$$\begin{aligned} [x_{OBE_i}, y_{OBE_i}, 1] &= [x_{OBE_i'}, y_{OBE_i'}, 1] \begin{bmatrix} 1/a_j & 0 & 0 \\ 0 & 1/b_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j & 0 \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -h_j & -k_j & 1 \end{bmatrix}^{-1} \\ &= [x_{OBE_i'}, y_{OBE_i'}, 1] \begin{bmatrix} a_j & 0 & 0 \\ 0 & b_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_j & \sin\theta_j & 0 \\ -\sin\theta_j & \cos\theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ h_j & k_j & 1 \end{bmatrix} \\ &= [x_{OBE_i'}, y_{OBE_i'}, 1] \begin{bmatrix} a_j \cos\theta_j & a_j \sin\theta_j & 0 \\ -b_j \sin\theta_j & b_j \cos\theta_j & 0 \\ h_j & k_j & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} x_{OBE_i} &= x_{OBE_i'} a_j \cos\theta_j - y_{OBE_i'} b_j \sin\theta_j + h_j \\ y_{OBE_i} &= x_{OBE_i'} a_j \sin\theta_j + y_{OBE_i'} b_j \cos\theta_j + k_j \end{aligned} \quad (4.8)$$

変換後 OBE_i' の式は式(4.6)に式(4.8)を代入することで得られる。しかし有向楕円 OBE_i の一般式は複雑であるので、 OBE_i を傾き 0, 中心点座標(0,0)に変換した標準楕円 $LOBE_i$ を利用する。

ここで標準楕円 Fig4.1(a)から有向楕円 Fig4.1(c)へ変換する場合について考える。

OBE_i の標準楕円である $LOBE_i$ から OBE_i への変換は以下のようなになる。また、その流れを Fig4.5 に示す。

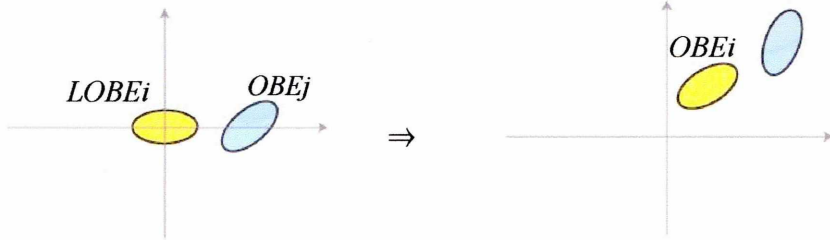


Fig4.5

$$\begin{aligned}
 [x_{LOB_i}, y_{LOB_i}, 1] &= [x_{OBE_i}, y_{OBE_i}, 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ h_i & k_i & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \\
 &= [x_{OBE_i}, y_{OBE_i}, 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -h_i & -k_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= [x_{OBE_i}, y_{OBE_i}, 1] \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ -h_i \cos \theta_i - k_i \sin \theta_i & h_i \sin \theta_i - k_i \cos \theta_i & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned}
 x_{LOB_i} &= (x_{OBE_i} - h_i) \cos \theta_i + (y_{OBE_i} - k_i) \sin \theta_i \\
 y_{LOB_i} &= -(x_{OBE_i} - h_i) \sin \theta_i + (y_{OBE_i} - k_i) \cos \theta_i
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

式(4.10)を標準楕円の一般式(4.2)へ代入することで OBE_i の式を得ることが出来る。

よって, $LOBE_i$ (Fig4.1(a))から OBE_i への変換を施した後(Fig4.1(c)), OBE_i に OBE_j の原点中心単位円への変換を施した場合 Fig4.1(d), OBE_i' は次のようになる. その流れを Fig4.6 に示す.

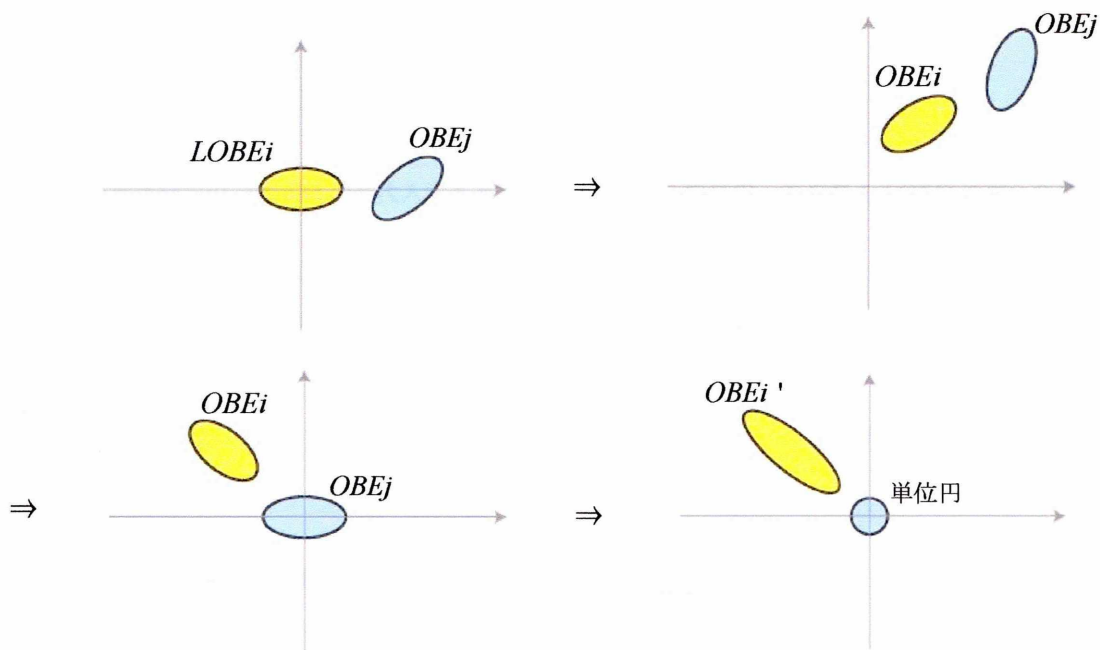


Fig4.6

$$\begin{aligned}
 & [x_{LOB_i}, y_{LOB_i}, 1] \\
 &= [x_{OBE_i'}, y_{OBE_i'}, 1] \begin{bmatrix} 1/a_j & 0 & 0 \\ 0 & 1/b_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\sin \theta_j & 0 \\ \sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \\
 & \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -h_j & -k_j & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ h_i & k_i & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \\
 &= [x_{OBE_i'}, y_{OBE_i'}, 1] \begin{bmatrix} a_j & 0 & 0 \\ 0 & b_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & 0 \\ -\sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ h_j & k_j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -h_i & -k_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11) \\
 &= [x_{OBE_i'}, y_{OBE_i'}, 1] \begin{bmatrix} a_j \cos(\theta_i - \theta_j) & -a_j \sin(\theta_i - \theta_j) & 0 \\ b_j \sin(\theta_i - \theta_j) & b_j \cos(\theta_i - \theta_j) & 0 \\ \cos \theta_i (h_j - h_i) + \sin \theta_i (k_j - k_i) & -\sin \theta_i (h_j - h_i) + \cos \theta_i (k_j - k_i) & 1 \end{bmatrix} \\
 &= [x_{OBE_i'}, y_{OBE_i'}, 1] \begin{bmatrix} n_x & n_y & 0 \\ p_x & p_y & 0 \\ o_x & o_y & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{LOB_i} &= n_x x_{OBE_i'} + p_x y_{OBE_i'} + o_x \\
 y_{LOB_i} &= n_y x_{OBE_i'} + p_y y_{OBE_i'} + o_y
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}
 n_x &= a_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\
 n_y &= -a_j \sin(\theta_i - \theta_j) \\
 p_x &= b_j \sin(\theta_i - \theta_j) \\
 p_y &= b_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\
 o_x &= \cos \theta_i (h_j - h_i) + \sin \theta_i (k_j - k_i) \\
 o_y &= -\sin \theta_i (h_j - h_i) + \cos \theta_i (k_j - k_i)
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

式(4.12)を標準楕円の一般式(4.2)へ代入すると OBE_j の原点中心単位円への変換を $LOBE_i$ に施した変換後 OBE_i' を得られる。

$$\frac{(n_x x + p_x y + o_x)^2}{a_1'^2} + \frac{(n_y x + p_y y + o_y)^2}{b_1'^2} = 1
 \tag{4.14}$$

OBE_i' は式(4.14)のように表すことができた。次にこの楕円の x 軸径 a_1' 、 y 軸径 b_1' 、傾き θ_1' 、中心点座標 (h_1', k_1') を求める。

楕円の一般式は次のように表すことが出来る。

$$Ax^2 + By^2 + Dxy + Ex + Fy + G = 0
 \tag{4.15}$$

$LOBE$ の一般式(4.2)より

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} &= 1 \\
 b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

また OBE の一般式(4.6)より $h = k = 0$ のとき

$$\begin{aligned}
 \frac{\{(x-h)\cos\theta + (y-k)\sin\theta\}^2}{a^2} + \frac{\{-(x-h)\sin\theta + (y-k)\cos\theta\}^2}{b^2} &= 1 \\
 (b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta)x^2 + (a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)y^2 \\
 + (2b^2 \cos\theta \sin\theta - 2a^2 \cos\theta \sin\theta)xy - a^2 b^2 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

式(4.14)、(4.15)、(4.16)より楕円の一般式について次のことがいえる。

楕円の中心点が原点上にあるとき、一般式の x, y 項は 0 になる。また楕円が回転していないとき、一般式の xy 項は 0 になる。

OBE_i' は中心点座標 (h_i', k_i') であるから、式(4.13)を $(-h_i', -k_i')$ だけ平行移動すれば原点中心楕円となり、一般式の x, y 項は 0 になる。ここで式(4.14)を展開する。

$$\frac{(n_x x + p_x y + o_x)^2}{a_i^2} + \frac{(n_y x + p_y y + o_y)^2}{b_i^2} = 1$$

$$Ax^2 + By^2 + Dxy + Ex + Fy + G = 0 \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} A &= b_i^2 n_x^2 + a_i^2 n_y^2 & A &= \frac{n_x^2}{a_i^2} + \frac{n_y^2}{b_i^2} \\ B &= b_i^2 p_x^2 + a_i^2 p_y^2 & B &= \frac{p_x^2}{a_i^2} + \frac{p_y^2}{b_i^2} \\ D &= 2b_i^2 n_x p_x + 2a_i^2 n_y p_y & D &= \frac{2n_x p_x}{a_i^2} + \frac{2n_y p_y}{b_i^2} \\ E &= 2b_i^2 o_x n_x + 2a_i^2 o_y n_y & E &= \frac{2o_x n_x}{a_i^2} + \frac{2o_y n_y}{b_i^2} \\ F &= 2b_i^2 p_x o_x + 2a_i^2 p_y o_y & F &= \frac{2p_x o_x}{a_i^2} + \frac{2p_y o_y}{b_i^2} \\ G &= b_i^2 o_x^2 + a_i^2 o_y^2 - a_i^2 b_i^2 & G &= \frac{o_x^2}{a_i^2} + \frac{o_y^2}{b_i^2} - 1 \end{aligned} \quad \text{または} \quad (4.19)$$

式(4.18)のに $X = x - h_i'$ を、 $Y = y - k_i'$ を代入する。

$$\begin{aligned} A(x - h_i')^2 + B(y - k_i')^2 + D(x - h_i')(y - k_i') + E(x - h_i') + F(y - k_i') + G &= 0 \\ Ax^2 + By^2 + Dxy + (-2Ah_i' - Dk_i' + E)x + (-2Bk_i' - Dh_i' + F)y + K &= 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\text{ここで、 } K = Ah_i'^2 + Bk_i'^2 + Dh_i'k_i' - Eh_i' - Fk_i' + G \quad (4.21)$$

式(4.19)の楕円中心は原点にあり、 x, y 項は 0 であるから h_i', k_i' は次のように求められる。

$$\begin{aligned} h_i' &= \frac{FD - 2EB}{D^2 - 4AB} \\ k_i' &= \frac{ED - 2AF}{D^2 - 4AB} \end{aligned} \quad (4.22)$$

式(4.20)に式(4.22)を代入すると

$$Ax^2 + By^2 + Dxy + K = 0 \quad (4.23)$$

式(4.23)は X 軸径 a_i' , y 軸径 b_i' , 傾き θ_i' , 中心点座標(0,0)の楕円の一般式である。さらにこの楕円を $-\theta_i'$ 回転させれば, 原点中心かつ傾き 0 の標準楕円に変換される。よって次式を式(4.23)へ代入する。

$$\begin{aligned} X &= x \cos \theta_i' + y \sin \theta_i' \\ Y &= -x \sin \theta_i' + y \cos \theta_i' \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} A(x \cos \theta_i' + y \sin \theta_i')^2 + B(-x \sin \theta_i' + y \cos \theta_i')^2 \\ + D(x \cos \theta_i' + y \sin \theta_i')(-x \sin \theta_i' + y \cos \theta_i') + K = 0 \\ A'x^2 + B'y^2 + D'xy + K = 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} A' &= A \cos^2 \theta_i' + B \sin^2 \theta_i' - D \sin \theta_i' \cos \theta_i' \\ B' &= A \sin^2 \theta_i' + B \cos^2 \theta_i' + D \sin \theta_i' \cos \theta_i' \\ D' &= \{2A \cos \theta_i' \sin \theta_i' - 2B \cos \theta_i' \sin \theta_i' + D(\cos^2 \theta_i' - \sin^2 \theta_i')\} \end{aligned} \quad (4.26)$$

式(4.25)において xy 項が 0 になれば楕円は標準楕円となるから, θ_i' は次のように求められる。

$$\begin{aligned} 2A \cos \theta_i' \sin \theta_i' - 2B \cos \theta_i' \sin \theta_i' + D(\cos^2 \theta_i' - \sin^2 \theta_i') &= 0 \\ (A - B)2 \cos \theta_i' \sin \theta_i' + D(\cos^2 \theta_i' - \sin^2 \theta_i') &= 0 \\ (A - B) \sin 2\theta_i' + D \cos 2\theta_i' &= 0 \\ (A - B) \frac{\sin 2\theta_i'}{\cos 2\theta_i'} + D &= 0 \\ (A - B) \tan 2\theta_i' + D &= 0 \\ \tan 2\theta_i' &= \frac{D}{B - A} \\ \theta_i' &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{B - A} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

式(4.26)を式(4.25)へ代入すると OBE_i' を原点中心かつ傾き 0 に変換した標準楕円 $LOBE_i'$ の一般式が得られる。

$$\frac{x^2}{-K/A'} + \frac{y^2}{-K/B'} = 1 \quad (4.28)$$

式(4.28)より $LOBE_i'$ は X 軸径 $\sqrt{-K/A'}$, y 軸径 $\sqrt{-K/B'}$ の標準楕円であることがわかる。

OBE_i'についてまとめると以下のようになる。

$$\begin{aligned} a_i' &= \sqrt{-K/A'} \\ b_i' &= \sqrt{-K/B'} \\ \theta_i' &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{B-A} \right) \\ h_i' &= \frac{FD - 2EB}{D^2 - 4AB} \\ k_i' &= \frac{ED - 2AF}{D^2 - 4AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= b_i^2 n_x^2 + a_i^2 n_y^2 \\ B &= b_i^2 p_x^2 + a_i^2 p_y^2 \\ D &= 2b_i^2 n_x p_x + 2a_i^2 n_y p_y \\ E &= 2b_i^2 o_x n_x + 2a_i^2 o_y n_y \\ F &= 2b_i^2 p_x o_x + 2a_i^2 p_y o_y \\ G &= b_i^2 o_x^2 + a_i^2 o_y^2 - a_i^2 b_i^2 \end{aligned}$$

または

$$\begin{aligned} A &= \frac{n_x^2}{a_i^2} + \frac{n_y^2}{b_i^2} \\ B &= \frac{p_x^2}{a_i^2} + \frac{p_y^2}{b_i^2} \\ D &= \frac{2n_x p_x}{a_i^2} + \frac{2n_y p_y}{b_i^2} \\ E &= \frac{2o_x n_x}{a_i^2} + \frac{2o_y n_y}{b_i^2} \\ F &= \frac{2p_x o_x}{a_i^2} + \frac{2p_y o_y}{b_i^2} \\ G &= \frac{o_x^2}{a_i^2} + \frac{o_y^2}{b_i^2} - 1 \end{aligned}$$

$$K = Ah_i'^2 + Bk_i'^2 + Dh_i'k_i' - Eh_i' - Fk_i' + G$$

$$\begin{aligned} n_x &= a_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\ n_y &= -a_j \sin(\theta_i - \theta_j) \\ p_x &= b_j \sin(\theta_i - \theta_j) \\ p_y &= b_j \cos(\theta_i - \theta_j) \\ o_x &= \cos \theta_i (h_j - h_i) + \sin \theta_i (k_j - k_i) \\ o_y &= -\sin \theta_i (h_j - h_i) + \cos \theta_i (k_j - k_i) \end{aligned}$$

$LOBEi'$ の長径、短径に 1 を足した拡大標準楕円 $LEOBEi'$ の一般式は

$$\frac{x^2}{(1+\sqrt{-K/A})^2} + \frac{y^2}{(1+\sqrt{-K/B'})^2} = 1 \quad (4.29)$$

式(4.29)の楕円を (h_i', k_i') だけ平行移動し(Fig4.1(l)), θ だけ順回転させると(Fig4.1(m))

$$\begin{aligned} x_{LOBi}' &= (x_{OBi}' + h_i') \cos \theta_i' - (y_{OBi}' + k_i') \sin \theta_i' \\ y_{LOBi}' &= (x_{OBi}' + h_i') \sin \theta_i' + (y_{OBi}' + k_i') \cos \theta_i' \end{aligned} \quad (4.30)$$

式(4.30)を式(4.29)へ代入すると変換後拡大標準楕円の $EOBEi'$ の一般式は次式となる.

$$\frac{((x_{OBi}' + h_i') \cos \theta_i' - (y_{OBi}' + k_i') \sin \theta_i')^2}{(1+\sqrt{-K/A})^2} + \frac{((x_{OBi}' + h_i') \sin \theta_i' + (y_{OBi}' + k_i') \cos \theta_i')^2}{(1+\sqrt{-K/B'})^2} = 1 \quad (4.31)$$

また、式(4.29)から(4.31)の流れを Fig4.7 に示す.

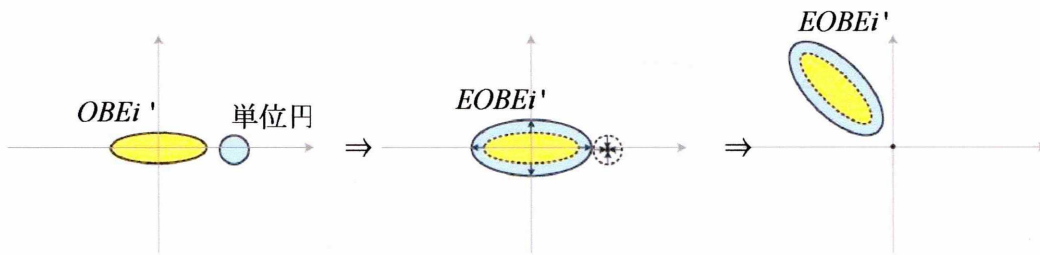


Fig4.7

4.2.2 接触判定式

楕円 OBE_i に OBE_j の原点中心単位円への変換を施した後、長径と短径にそれぞれに 1 を足した変形後拡大楕円 $EOBE_i'$ の一般式は(4.31)のように求められた。このとき楕円 OBE_j は原点に変換されたと考えられるから楕円 OBE_i と OBE_j の接触判定式は式(4.31)に $x=0$, $y=0$ を代入したものとなり、次式を得る。

$$JDG = \frac{(h_i' \cos \theta_i' - k_i' \sin \theta_i')^2}{(1 + \sqrt{-K/A'})^2} + \frac{(h_i' \sin \theta_i' + k_i' \cos \theta_i')^2}{(1 + \sqrt{-K/B'})^2} - 1 \quad (4.32)$$

$$JDG \begin{cases} \leq 0 & \text{接触} \\ > 0 & \text{非接触} \end{cases} \quad (4.33)$$

楕円が接触している場合の変換の軌跡を Fig4.8 に示す。

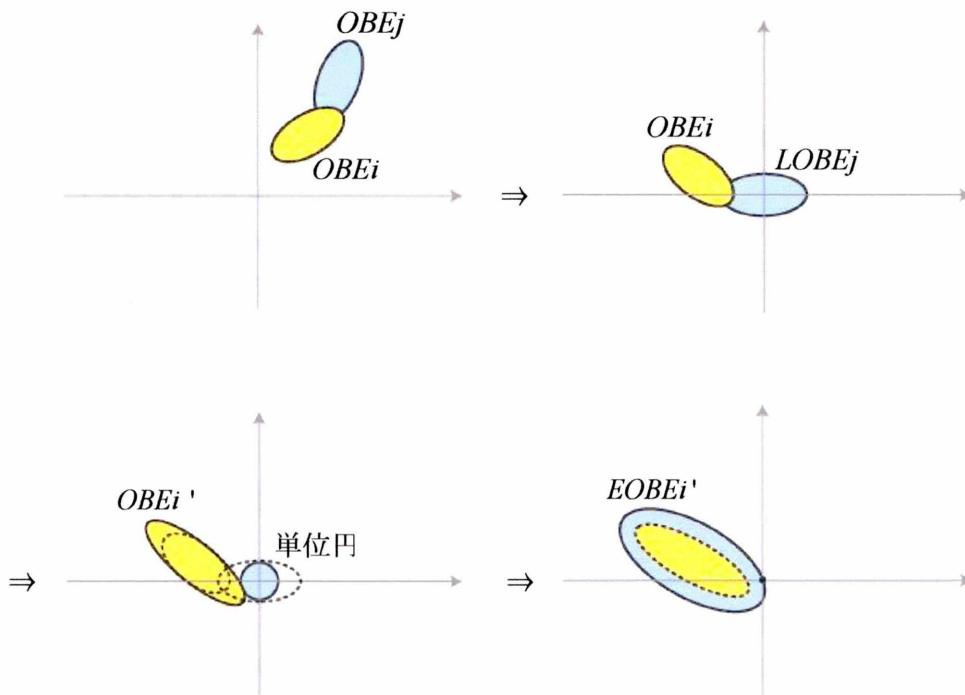


Fig4.8

4.3 粒子の接触点

4.3.1 接触点位置

まず楕円 OBE_i と OBE_j が接触するとき、その交点を求める。

変換後楕円 OBE_i' について次の式で表すことができる。

$$f(a'_i, b'_i, -\theta'_i, -h'_i, -k'_i)$$

マトリクス表示すると

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta'_i & \sin \theta'_i \\ -\sin \theta'_i & \cos \theta'_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a'_i \cos \varphi \\ b'_i \sin \varphi \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} h'_i \\ k'_i \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

変換後拡大楕円 $EOBE_i'$ についても同じように表せる。

$$f(a'_i + 1, b'_i + 1, -\theta'_i, -h'_i, -k'_i)$$

マトリクス表示すると

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta'_i & \sin \theta'_i \\ -\sin \theta'_i & \cos \theta'_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (a'_i + 1) \cos \varphi \\ (b'_i + 1) \sin \varphi \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} h'_i \\ k'_i \end{Bmatrix} \quad (4.35)$$

式(4.35)に原点である接触点 $(x, y) = (0, 0)$ を代入することにより、変換後拡大楕円 $EOBE_i'$ 上の偏角 φ は次のように決定することが出来る。

$$\begin{bmatrix} (a'_i + 1) \cos \theta'_i & (b'_i + 1) \sin \theta'_i \\ -(a'_i + 1) \sin \theta'_i & (b'_i + 1) \cos \theta'_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h'_i \\ k'_i \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

よって

$$\cos \varphi = \frac{1}{a'_i + 1} (h'_i \cos \theta'_i - k'_i \sin \theta'_i) \quad (4.37a)$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{b'_i + 1} (h'_i \sin \theta'_i + k'_i \cos \theta'_i) \quad (4.37b)$$

原点が厳密に楕円上にあれば、得られた φ は $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$ を満足し、一意に決めることが出来る。しかし、接触判定には精度誤差があるため一般には原点は楕円上ではなくその近傍にある。この場合、 φ を一意に決めることが出来ないため、 $\cos \varphi$ と $\sin \varphi$ はそれぞれ $\cos \varphi_a$ と $\sin \varphi_b$ として求めることになる。

$$\begin{bmatrix} (a'_i + 1) \cos \theta'_i & (b'_i + 1) \sin \theta'_i \\ -(a'_i + 1) \sin \theta'_i & (b'_i + 1) \cos \theta'_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \varphi_a \\ \sin \varphi_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h'_i \\ k'_i \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

$$\cos \varphi_a = \frac{1}{a'_i + 1} (h'_i \cos \theta'_i - k'_i \sin \theta'_i) \quad (4.39a)$$

$$\sin \varphi_b = \frac{1}{b'_i + 1} (h'_i \sin \theta'_i + k'_i \cos \theta'_i) \quad (4.39b)$$

$EOBE_i'$ が元の OBE_i' に縮小したとき、 $EOBE_i'$ 上の点は偏角 φ を変えずに OBE_i' 上に移動する。一方誤差のため楕円 $EOBE_i'$ の内外近傍にある原点は次のように定義される OBE_i' の近傍点 (x_0, y_0) に移動する。式 (4.34) より

$$\begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i' \cos \theta_i' & b_i' \sin \theta_i' \\ -a_i' \sin \theta_i' & b_i' \cos \theta_i' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \varphi_a \\ \sin \varphi_b \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} h_i' \\ k_i' \end{Bmatrix}$$

式(4.36)を用いると

$$\begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \cos \theta_i' & \sin \theta_i' \\ -\sin \theta_i' & \cos \theta_i' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \varphi_a \\ \sin \varphi_b \end{Bmatrix} \quad (4.40)$$

式(4.39)を式(4.40)に代入すると

$$\begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{a_i'+1} \cos^2 \theta_i' - \frac{1}{b_i'+1} \sin^2 \theta_i' & \left(\frac{1}{a_i'+1} - \frac{1}{b_i'+1} \right) \cos \theta_i' \sin \theta_i' \\ \left(\frac{1}{a_i'+1} - \frac{1}{b_i'+1} \right) \cos \theta_i' \sin \theta_i' & -\frac{1}{a_i'+1} \sin^2 \theta_i' - \frac{1}{b_i'+1} \cos^2 \theta_i' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_i' \\ k_i' \end{Bmatrix} \quad (4.41)$$

以上で求めた OBE_i' 近傍の点 (x_0, y_0) は変換前楕円 OBE_i への変換を施すことにより OBE_i 近傍の点 (x_c, y_c) に移る。

$$\begin{aligned} [x_c, y_c, 1] &= [x_0, y_0, 1] \begin{bmatrix} 1/a_j & 0 & 0 \\ 0 & 1/b_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\sin \theta_j & 0 \\ \sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -h_j & -k_j & 1 \end{bmatrix}^{-1} \\ &= [x_0, y_0, 1] \begin{bmatrix} a_j & 0 & 0 \\ 0 & b_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & 0 \\ -\sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ h_j & k_j & 1 \end{bmatrix} \\ &= [x_0, y_0, 1] \begin{bmatrix} a_j \cos \theta_j & a_j \sin \theta_j & 0 \\ -b_j \sin \theta_j & b_j \cos \theta_j & 0 \\ h_j & k_j & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.42)$$

よって OBE_i が OBE_j に接触した場合の接触点座標 (x_c, y_c) は次のようになる。

$$\begin{aligned} x_c &= x_0 a_j \cos \theta_j - y_0 b_j \sin \theta_j + h_j \\ y_c &= x_0 a_j \sin \theta_j + y_0 b_j \cos \theta_j + k_j \end{aligned} \quad (4.43)$$

4.3.2 接触点における力の向き

これまで求めた接触点座標 (x_c, y_c) は精度誤差から OBE_i または OBE_j 上に求めることは出来ない。よって OBE_i 上にある接触点座標 (x_c, y_c) の近傍点 (x_{cn}, y_{cn}) における OBE_i の接線の傾きを接触時の接線方向力の働く向きとする。

式(4.39)より φ_{AV} を次のように求める。

$$\varphi_a = \cos^{-1} \left(\frac{1}{a'_i + 1} (h'_i \cos \theta'_i - k'_i \sin \theta'_i) \right) \quad (4.44)$$

$$\varphi_b = \sin^{-1} \left(\frac{1}{b'_i + 1} (h'_i \sin \theta'_i + k'_i \cos \theta'_i) \right)$$

$$\varphi_{AV} = \frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \quad (4.45)$$

式(4.34)より

$$\begin{Bmatrix} x_{0n} \\ y_{0n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_i \cos \theta'_i & b'_i \sin \theta'_i \\ -a'_i \sin \theta'_i & b'_i \cos \theta'_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \varphi_{AV} \\ \sin \varphi_{AV} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} h'_i \\ k'_i \end{Bmatrix} \quad (4.46)$$

(x_c, y_c) の場合と同様に (x_{cn}, y_{cn}) を求める。

$$\begin{aligned} x_{cn} &= x_{0n} a_j \cos \theta_j - y_{0n} b_j \sin \theta_j + h_j \\ y_{cn} &= x_{0n} a_j \sin \theta_j + y_{0n} b_j \cos \theta_j + k_j \end{aligned} \quad (4.47)$$

楕円 OBE_i の中心を原点上に移したとき、 (x_{cn}, y_{cn}) は $(x_{cn} - h_i, y_{cn} - k_i)$ に移動する。この点を (x_{om}, y_{om}) とするとこの点における原点中心の長径 a_i 、短径 b_i 、傾き θ_i の楕円の接線の傾きは

$$\frac{(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i) \{ x_{om} \cos \theta_i + y_{om} \sin \theta_i \}}{a_i^2} + \frac{(-x \sin \theta_i + y \cos \theta_i) \{ -x_{om} \sin \theta_i + y_{om} \cos \theta_i \}}{b_i^2} = 1 \quad (4.48)$$

式(4.47)を整理すると接線の傾きを表す角度 ω は次式で与えられる。

$$\omega = \tan^{-1} \left(\frac{-b_i^2 x_{om} \cos^2 \theta_i + (a_i^2 - b_i^2) y_{om} \cos \theta_i \sin \theta_i - a_i^2 x_{om} \sin^2 \theta_i}{a_i^2 y_{om} \cos^2 \theta_i - (a_i^2 - b_i^2) x_{om} \cos \theta_i \sin \theta_i + b_i^2 y_{om} \sin^2 \theta_i} \right) \quad (4.49)$$

4.4 粒子間の相対変位増分

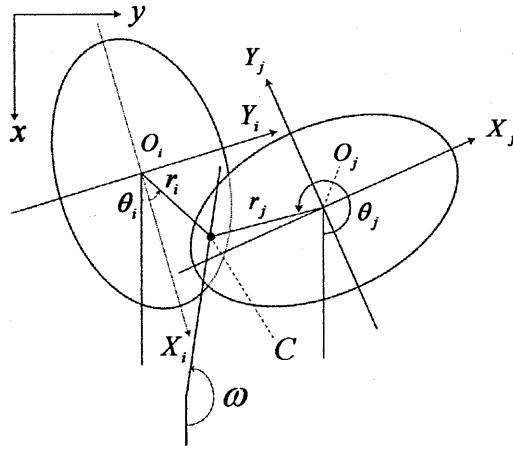


Fig4.9 Contact point of Element

Fig4.9に示すように、円要素の場合と異なり、楕円要素における接触点Cは2要素の重心を結ぶ直線 $O_i O_j$ 上に存在しない状態が生じる。よって法線方向の相対変位増分にも2要素の回転変位増分の影響を考慮しなければならない。法線方向と接線方向の Δt 間の相対変位増分 Δu_n 、 Δu_t は次式で与えられる。

$$\Delta u_n = (\Delta u_i - \Delta u_j) \sin \omega - (\Delta v_i - \Delta v_j) \cos \omega - r_i \Delta \phi_i \cos(\psi_i - \omega) + r_j \Delta \phi_j \cos(\psi_j - \omega) \quad (4.50a)$$

$$\Delta u_t = (\Delta u_i - \Delta u_j) \cos \omega + (\Delta v_i - \Delta v_j) \sin \omega - r_i \Delta \phi_i \sin(\psi_i - \omega) + r_j \Delta \phi_j \sin(\psi_j - \omega) \quad (4.50b)$$

ただし Δu_i 、 Δv_i 、 $\Delta \phi_i$ はそれぞれ x 軸、 y 軸、回転方向での Δt 間の変位増分、接触点から要素 i, j の重心までの距離をそれぞれ r_i 、 r_j とし、接触点を表す角度 ψ_i 、 ψ_j をFig4.4のように決める。せん断力が働くと考えた直線の角度 ω は、その直線と x 軸とのなす角度が等しくても、点 O_i 、 O_j の y 座標値の大小関係で π だけ変化する。

4.5 要素に作用する力の総和

法線と接線方向の接触力 N_j , T_j は円要素と同様に計算し, 要素 i に作用する x 方向分力 X_i と y 方向分力 Y_i , ならびに要素 i の中心モーメント M_i (反時計回りを正) を次式により求める.

$$[X_i]_i = \sum_j (-\sin \omega_i [N_j]_i - \cos \omega_i [T_j]_i) \quad (4.51a)$$

$$[Y_i]_i = \sum_j (\cos \omega_i [N_j]_i - \sin \omega_i [T_j]_i) \quad (4.51b)$$

$$[M]_i = \sum_j \{ (\sin \omega_i [N_j]_i + \cos \omega_i [T_j]_i) r_j \sin \theta_i + (\cos \omega_i [N_j]_i - \sin \omega_i [T_j]_i) r_j \cos \theta_i \} \quad (4.51c)$$

ここで \sum_j は要素 i に作用するすべての要素 j に関する要素 i に関する総和を表す.

4.6 運動方程式の差分近似

式(4.51)より求められる要素 i に作用する力の総和から運動方程式は次式で与えられる.

$$m_i[\ddot{x}]_i = -c_i[\dot{x}]_i - [X_i]_i + F_{xi} \quad (4.52a)$$

$$m_i[\ddot{y}]_i = -c_i[\dot{y}]_i - [Y_i]_i + F_{yi} \quad (4.52b)$$

$$I_i[\ddot{\theta}]_i = -c_i R_i[\dot{\theta}]_i - [M_i]_i \quad (4.52c)$$

4.6.1 加速度の算出

式(4.52)により時刻 t における加速度は次式で求められる.

$$[\ddot{x}]_i = \frac{-c_i[\dot{x}]_i - [X_i]_i + F_{xi}}{m_i} \quad (4.53a)$$

$$[\ddot{y}]_i = \frac{-c_i[\dot{y}]_i - [Y_i]_i + F_{yi}}{m_i} \quad (4.53b)$$

$$[\ddot{\theta}]_i = \frac{-c_i R_i[\dot{\theta}]_i - [M_i]_i}{I_i} \quad (4.53c)$$

ここに I_i は要素 i の慣性モーメントであり, 長軸半径を a , 短軸半径を b , 密度を ρ とすると楕円要素の場合, 次式で求められる.

$$I_i = \frac{\rho \pi a b (a^2 + b^2)}{4} \quad (4.54)$$

4.6.2 速度の算出

速度は式(4.53)を Δt に関して数値積分することにより求める.

$$[\dot{x}]_i = [\dot{x}]_{i,t-\Delta t} + [\ddot{x}]_i \cdot \Delta t \quad (4.55a)$$

$$[\dot{y}]_i = [\dot{y}]_{i,t-\Delta t} + [\ddot{y}]_i \cdot \Delta t \quad (4.55b)$$

$$[\dot{\theta}]_i = [\dot{\theta}]_{i,t-\Delta t} + [\ddot{\theta}]_i \cdot \Delta t \quad (4.55c)$$

4.6.3 変位の算出

式(4.55)を Δt に関して数値積分することにより, 時間増分 Δt 間の変位増分は次式で求められる.

$$[x]_i = [x]_{i,t-\Delta t} + \frac{[\dot{x}]_{i,t-\Delta t} + [\dot{x}]_{i,t}}{2} \cdot \Delta t \quad (4.56a)$$

$$[y]_i = [y]_{i,t-\Delta t} + \frac{[\dot{y}]_{i,t-\Delta t} + [\dot{y}]_{i,t}}{2} \cdot \Delta t \quad (4.56b)$$

$$[\theta]_i = [\theta]_{i,t-\Delta t} + \frac{[\dot{\theta}]_{i,t-\Delta t} + [\dot{\theta}]_{i,t}}{2} \cdot \Delta t \quad (4.56c)$$

このようにして定められた変位増分を時刻 t から $t + \Delta t$ までの新たな変位増分に仮定して, 再び式(4.50)から再び式(4.56)まで繰り返す. このようにして時間増分 Δt ごとの変位増分が逐次計算される.

第五章

地盤モデルの解析手法

—粘性結合円要素—

5.1 粒子間粘性結合作用力

本論文の第二章で説明した弾性スプリングと粘性ダッシュポットの並列配置を仮定した力学的モデルを用いて粘性結合円要素モデルの説明をする。この粘性結合円要素モデルは2つの粒子が常に接触した状態にあり、その接触点位置の弾性スプリングの法線・接線方向バネ定数 k_n, k_s を0にし、粘性ダッシュポットの法線・接線方向粘性定数 C_n, C_s を大きくすることで粘性抗力を強くし、2つの粒子を結合している。

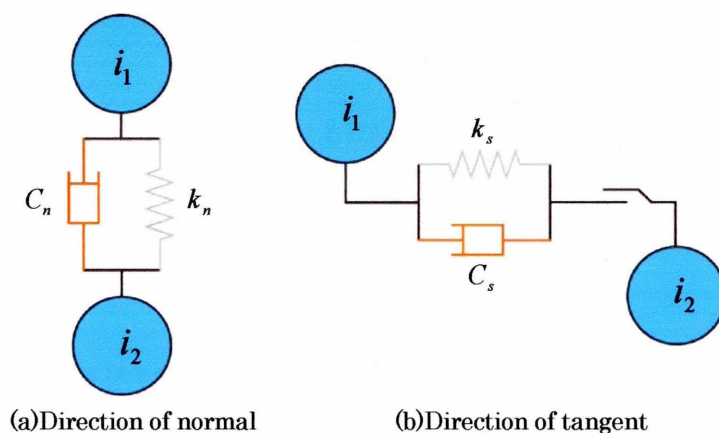


Fig5.1 Elastic spring and viscous dashpot assumed for contact

C_n : 法線方向粘性定数 C_s : 接線方向粘性定数
 k_n : 法線方向バネ定数 k_s : 接線方向バネ定数

5.1.1 法線方向粘性結合力

法線方向に関して圧縮方向を正とすると、 Δt 間の抗力増分 Δen 、 Δden は次のように求められる。

$$\Delta en = k_n \Delta u_n = 0 \tag{5.1}$$

$$\Delta den = C_n \Delta \dot{u}_n \tag{5.2}$$

$\Delta \dot{u}_n$ は法線方向相対速度であり次式で求められる。

$$\Delta \dot{u}_n = \Delta u_n / \Delta t \tag{5.3}$$

したがって時刻 t において、法線方向に作用するばねの弾性抗力 $[en]_t$ とダッシュポットの粘性抗力 $[den]_t$ は以下のように求まる。

$$[en]_t = [en]_{t-\Delta t} + \Delta en = 0 \tag{5.4}$$

$$[den]_t = \Delta den \tag{5.5}$$

以上により、時刻 t において2要素間のばねに作用する法線方向の力 N_y は次式で計算される。

$$[N_y]_t = [en]_t + [den]_t \tag{5.6}$$

5.1.2 接線方向力

法線方向と同様に、接線方向のばねについてはばねに作用する力を考える。要素*i*に関して時計回りを正とすると、 Δt 間の抗力増分 Δes 、 Δdes は次のように求められる

$$\Delta es = k_s \Delta u_s = 0 \tag{5.7}$$

$$\Delta des = C_s \Delta \dot{u}_s \tag{5.8}$$

$\Delta \dot{u}_s$ は接線方向相対速度であり次式で求められる。

$$\Delta \dot{u}_s = \Delta u_s / dt \tag{5.9}$$

したがって時刻*t*において、法線方向に作用するばねの弾性抗力 $[es]_i$ とダッシュポットの粘性抗力 $[des]_i$ は以下のように求まる。

$$[es]_i = [es]_{i-\Delta t} + \Delta es = 0 \tag{5.10}$$

$$[des]_i = \Delta des \tag{5.11}$$

ただし、接線方向に関して以下のような仮定を設ける。

接触点近傍のせん断変形は、主として要素間の摩擦力によって生じる。したがって摩擦力の限界を設定するが、粘性結合のため摩擦係数は無限に大きいものとする。

したがって、次のような条件がつけられる。

$$|[es]_i| > \mu \cdot [en]_i \text{ のとき, } [es]_i = \mu \cdot [en]_i \cdot \text{sign}([es]_i) \cong \infty \tag{5.12}$$

ここで μ は粒子間の摩擦係数である。

以上により、時刻*t*において2要素間のばねに作用する接線方向の力 T_y は次式で計算される。

$$[T_y]_i = [es]_i + [des]_i \tag{5.13}$$

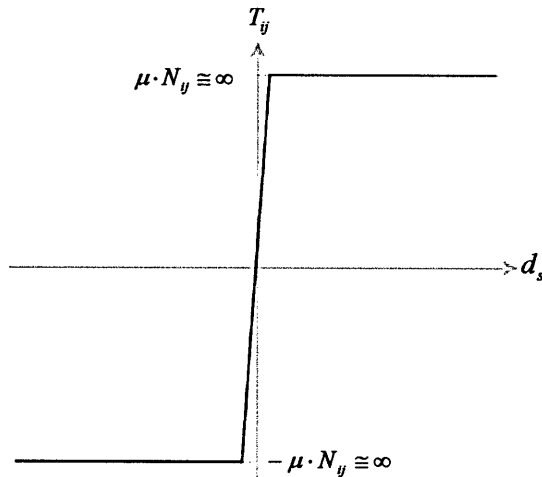


Fig5.2 The tangent force

5.1.3 接触点位置

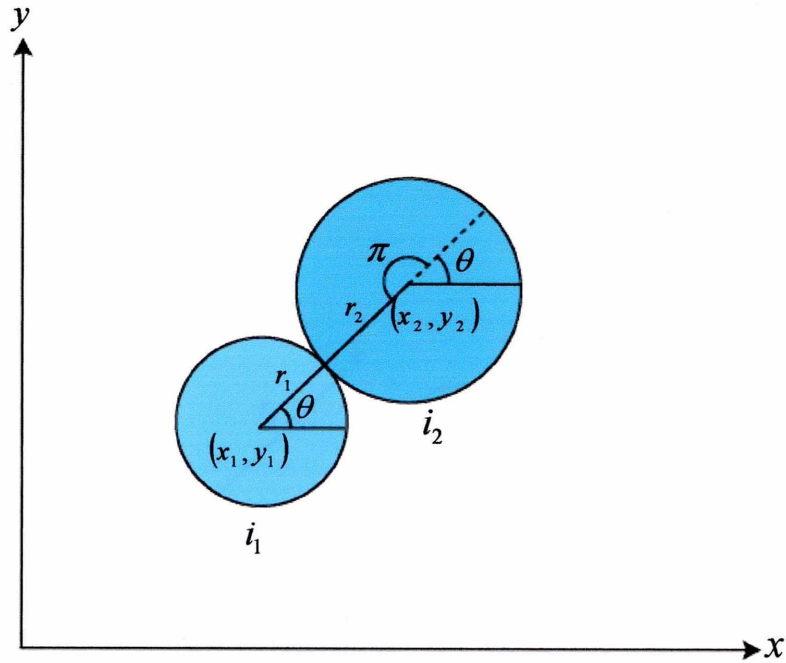


Fig5.3 Relation of two elements

2つの円形要素を結合させる場合の接触点位置について考える. Fig5.3のような2つの円要素を i_1, i_2 とすると円要素 i_1 を中心にして考えたとき円要素 i_2 との接触点位置 (x_{12}, y_{12}) は

$$x_{12} = x_1 + r_1 \cos \theta \tag{5.14a}$$

$$y_{12} = y_1 + r_1 \sin \theta \tag{5.14b}$$

となる.

逆に円要素 i_2 を中心にして考えた場合 i_1 との接触点位置 (x_{21}, y_{21}) は

$$x_{21} = x_2 - r_2 \cos(\theta + \pi) \tag{5.15a}$$

$$y_{21} = y_2 - r_2 \sin(\theta + \pi) \tag{5.15b}$$

となり

$$(x_{12}, y_{12}) = (x_{21}, y_{21}) \tag{5.16}$$

の関係が成り立つ.

5.2 接触判定

5.2.1 判定方法

- ・ 法線方向接触変位

任意の2つの円形要素 i , j 間の接触判定について考える. 時刻 t における粒子 i , j の座標をそれぞれ $i(x_i, y_i), j(x_j, y_j)$ とし, 半径を r_i, r_j とする.

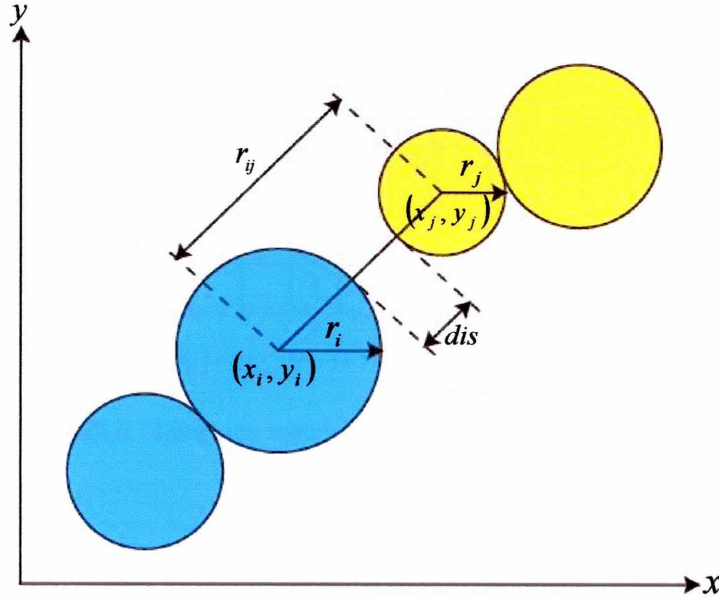


Fig5.4 Distance between two elements

ここで, 法線方向接触変位を dis としたとき, dis は次式で求められる.

$$dis = \beta(r_i + r_j) - r_{ij} \quad (5.17)$$

$1 < \beta \leq 1.1$ 程度とする.

また, r_{ij} は2粒子間の距離であり, 次式で求められる.

$$r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (5.18)$$

粒子 i と j が接触しているかどうかの判定条件は以下の式で表される.

$$dis \begin{cases} > 0 & \text{接触} \\ = 0 & \text{接触開始} \\ < 0 & \text{非接触} \end{cases} \quad (5.19)$$

5.2.2 接触判定の効率化

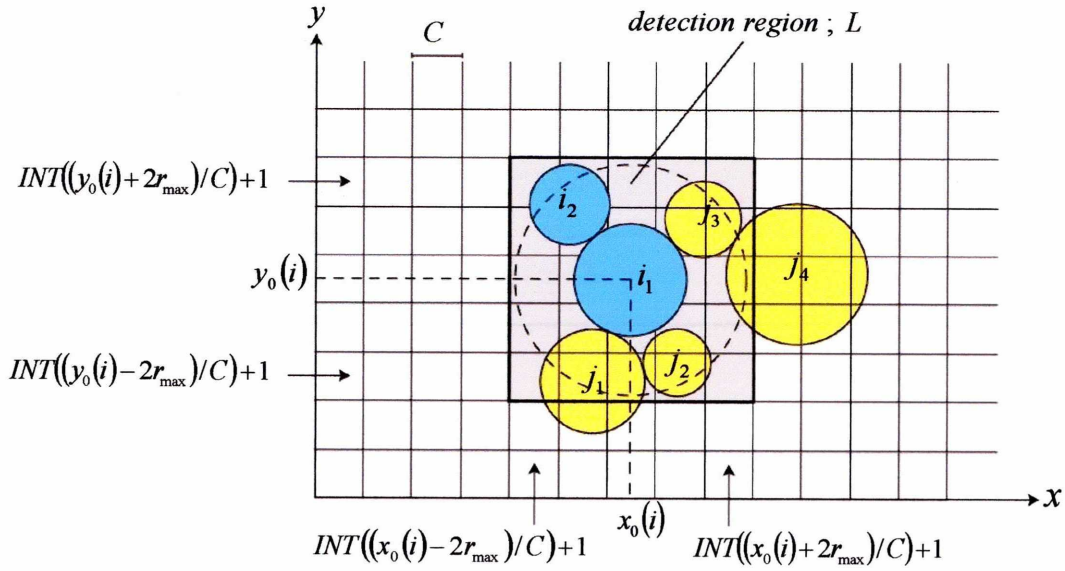


Fig5.5 Detection region of contact between particles

Fig5.5 に示すように解析領域をセルで区切り各粒子を格納している。セルのサイズ C は 1 つのセルに小粒子の中心 $(x_0(i), z_0(i))$ が 1 つ入るように設定する。

$$C < \sqrt{2}r_{\min} \quad (5.20)$$

このとき、接触可能な粒子の存在領域 L は次式で与えられ、この領域のセル内の粒子との接触判定のみを行えばよく、計算回数が大幅に削減できる。

$$x \text{ 方向} \quad INT(x_0(i) - 2r_{\max}) < L_x < INT(x_0(i) + 2r_{\max}) + 1 \quad (5.21a)$$

$$y \text{ 方向} \quad INT(y_0(i) - 2r_{\max}) < L_y < INT(y_0(i) + 2r_{\max}) + 1 \quad (5.21b)$$

接触点位置、粒子間の相対変位増分、要素に作用する力の総和、運動方程式の差分近似の算出方法は第三章で述べたものと同様なので省略する。

第六章

土の性質

6.1 土の性質

土は、無数の土粒子が集まって固体状になっており、その性質を表すものとして、密度、間隙率、間隙比、含水量、飽和度、コンシステンシー、液性限界塑性限界などがある。

自然の土は、土粒子の間隙に水と空気が満たされており、土の性状は、水量および空気量の増減に応じて著しく変化する。

土を構成している土粒子、水、空気の3相の占める割合、また土粒子自身の鉱物組成と大きさによって土の様々な力学特性などが決まってくる。例えば、土粒子の占める割合が大きいということは、土粒子が密に詰まっているということであるので、一般に沈下量や変形量は小さく、強度は大きくなる。

Fig6.1は、土要素の3つの相が占める体積や質量の割合を模式的に示したものである。

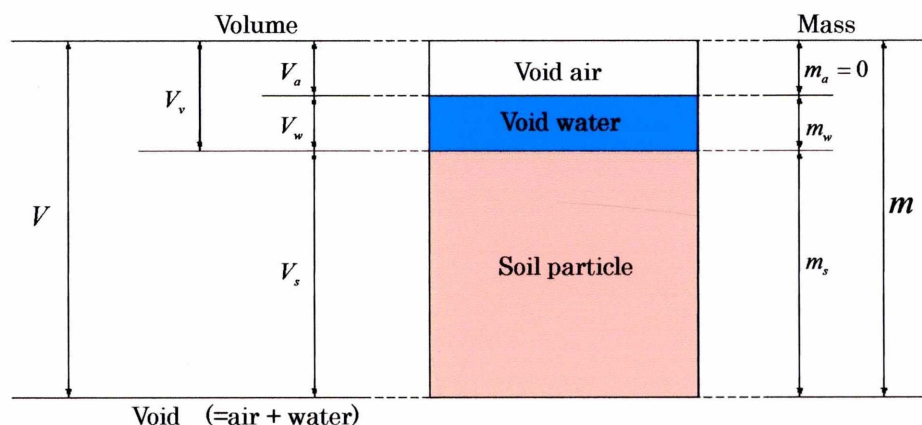


Fig6.1 model of three phases

・間隙比(void ration) e

$$e = \frac{V_v}{V_s} \tag{6.1}$$

間隙比とは土の間隙の占める割合を間隙体積 V_v と土粒子体積 V_s の比で表したものである。砂では $e = 0.5 \sim 1.1$ 程度、粘土では $e = 1.5 \sim 3.0$ 程度のもが多いが、泥炭（PEAT）などの e は大きく、 $e = 8 \sim 12$ に及ぶものもある。粘土の間隙比のほうが砂の間隙比より平均的に3倍程度大きい。

・間隙率(porosity) $n(\%)$

$$n = \frac{V_v}{V} \times 100(\%) \tag{6.2}$$

間隙率とは土の間隙の占める割合を間隙体積 V_v と全体の体積 V の比で表したものである。なお、間隙率 n と間隙比 e の間には次の関係が成り立つ。

$$n = \frac{e}{1+e} \times 100(\%) \tag{6.3}$$

6.2 地盤の締め固め

土は大別して2種類ある。一つはサラサラしていて、お互いが吸着するという作用のほとんどないもの、もう一方は、粘土のように粒子どうしの吸着力が強いものである。普通の土は、この両者が混じり合っているので、砂質土とか粘性土など呼ばれている。砂漠の砂のように水分がまったく無ければ、砂粒同士は摩擦だけによって、お互いがバラバラになることを防いでいる。砂に限らず、摩擦のみによって安定している物体を滑らせたり壊したりするのに効果的なのは、衝撃力である。衝撃力というのは、運動エネルギーが小さいのに大きな力を生じさせることができる。摩擦力を瞬間でも超える衝撃力を加えれば、滑りが生じる。次々に衝撃力を加えれば、大きな滑りとか破壊を生じらせる。衝撃力を連続して加えるのは振動である。地震はこの作用をもっている。したがって、砂質土のような、主として摩擦で安定している土は、一般に地震に対して弱い。しかし土を締め固めると土粒子間の間隙が小さくなり間隙比が減少し、土の密度が大きくなる。その結果沈下が小さくなったり、土の強度が高くなったり、水が通りにくくなったりして土の力学的性質を改良することが出来る。

6.3 土の構造

土は鉱物粒子等を骨格とし、その間隙に水、空気、ガスなどが充満している。土粒子はその大きさによって配列が異なり、土の強さ、性質は、この配列と深い関係がある。堆積土の配列の状態および基本的な構造を示すと Fig6.2 のように次の3種類がある。

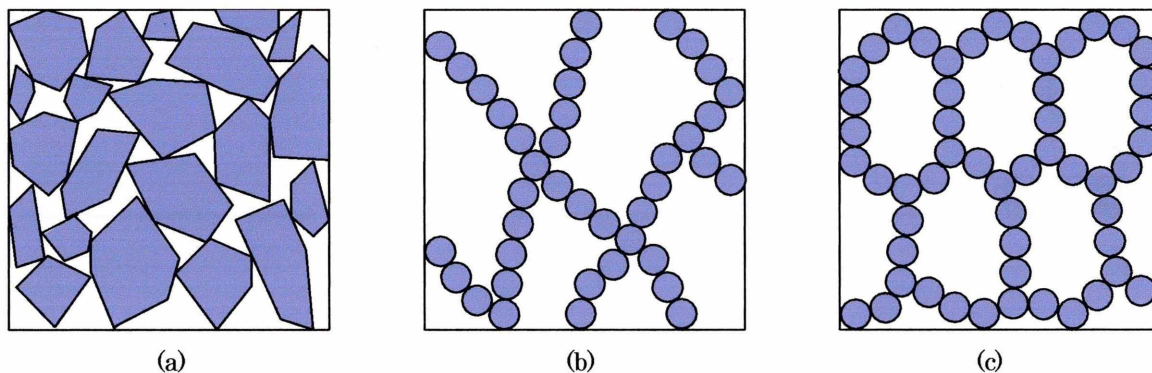


Fig6.2 Model of three phases

(a)単粒構造 (Fig6.2a)

粒径 0.02mm 以上の比較的大きな粒子が集合してできている土の構造で、砂礫層、砂層がこの構造となっている。粒子の形状、粒子相互のかみ合い状態によって、性状、強さに相違が生じ、粒子同士に粘着力が働かない状態で、ちょうどピンポン球を箱につめたようなものといえる。

(b)綿毛構造 (Fig6.2b)

粒子に比較して、表面積が大きい、後述する微細な粘土やコロイドは、水中において粒子が互いに引き合わせたり、反発する力が重力に比べて大きかったり、この粒子間の力は、電荷の大きさによるものといわれている。綿毛構造の土は、一般に間隙が大きく、堆積の年数が短いものは、圧縮による変化量が大きく、その年数の長いものは、粒子間の結合が強いため、蜂の巣構造と比較すれば壊れにくい。しかし、こね返して構造を壊すと、ドロドロになりやすい。

(c)蜂の巣構造 (Fig6.2c)

粒径 0.02~0.002mm のシルト、粘土などが水中を沈下して堆積したもので、鎖状につながれており、一見、蜂の巣のような構造となっていることから、この名がつけられている。

粒子間には、十分な粘着力が働いて互いに連結している。単粒構造に比べて間隙が大きいため圧縮されやすい。

第七章

液面振動

7.1 液面振動

水槽内の液面振動（スロッシング：Sloshing）も工学上問題となることが多い。2次元短形体系において正弦波状の圧力スパイクを与えてスロッシングを発生させ、自由表面の最高値と最低値の変化が計算されている。スロッシングは水深に対して振幅が大きくなると非線形挙動を示すようになり、水位の上昇が低下よりも大きくなる。Harlow and WelchはMAC法を用いて振幅の非線形挙動の計算に成功している。また、Takizawa et al.も反変物理成分を変数に用いた境界適合座標法により、同様の結果を得ている。この手法では、液面形状にあわせてなめらかな格子を生成し、液面形状の変化とともに格子も移動させるALE法が用いられている。また、振動を繰り返すと振幅が少しずつ小さくなり、エネルギーが減衰していくという結果も示されている。非粘性の液体では、強制振動がなければ運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを加えた全エネルギーが保存しなくてはならないので、計算手法の全エネルギーの保存性を確認することができる。

7.2 スロッシングの応答の比較

底面に正弦波状の強制振動を与え、スロッシングの応答を MPS 法による計算と、実験とで比較した研究も行われた。この研究では、壁を 1 列の壁粒子で表現しており、粒子数密度の不足に対して式(7.1)に示す補正を行っている。

2次元短形容器のスロッシングでは、線形の共鳴角振動数の 1 次モード ω_1 は次の式から得られる。

$$n_i = \sum_{j \in \text{fluid}} w(|r_j - r_i|) + \sum_{j \in \text{shell}} w'(|r_j - r_i|) \quad (7.1)$$

$$T_i = 2\pi \left[\frac{\pi g \tanh\left(\frac{2\pi h}{l}\right)}{l} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (7.2)$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \quad (7.3)$$

ここで w は重み関数、 r は粒子間距離、 l は水槽の幅、 h は水深、 T_1 は振動周期である。

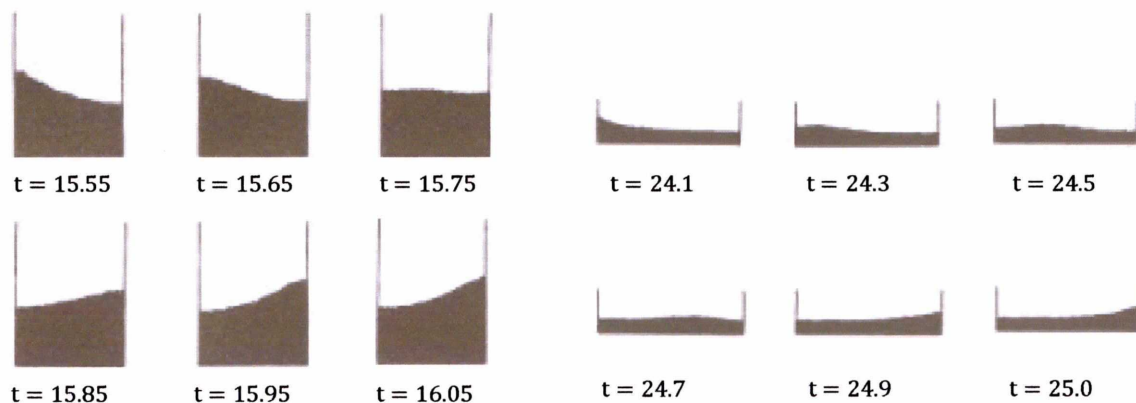


Fig7.1

Fig 7.2

深い水槽 ($l=1.0m, h=0.1m, \omega = \omega_1$) でのスロッシング挙動の計算結果を Fig 7.1 に示す。ここで強制振動の角振動数 ω は、共鳴振動数の 1 次モード ω_1 に等しい。深い水槽でのスロッシングは比較的線形のものに近い。一方、浅い水槽の場合 ($l=1.0m, h=0.1m, \omega = 1.13\omega_1$) には孤立波が往復するような挙動になる (Fig 7.2)。また、横軸に角振動数、縦軸に振幅をとると、深い水槽では共鳴振動数が低くなり、浅い水槽では反対に共鳴角振動数が高くなる。一般的に MPS 法による計算は実験をよく再現している。これは、自由表面の大変形を扱えるからである。ただし、振動の振幅 A に関して、とくに共鳴点付近で、計算は実験よりも小さくなる傾向がある。これは、MPS 法では全エネルギーの保存性がないのでエネルギーが減衰しやすいからだと思う。MPS 法を用いたスロッシング解析は、ほかにも末吉-内藤、日比-藪下の研究がある。とくに、Naito and Sueyoshi では、振動する船舶内の水槽のスロッシングという複雑な問題を計算している。

第八章
解析結果

8.1 解析方法

円要素, 楕円要素, 粘性結合円要素の解析モデルにおいて, 両者を同じ条件で落下させ, どのような違いが現れるかを検討するために次の様な方法で解析をする.

1. 解析モデルを同じ位置で落下させるために粒子の中心座標を等間隔で配置する. また, 格子は奇数列と偶数列では半分ずらして配置する.
2. 円要素と楕円要素の面積を等しくするため, 円要素の半径を $0.5\sim 1\text{cm}$, 楕円の長軸の半径 $1/\sqrt{2}\sim\sqrt{2}\text{cm}$ とし, 短軸は長軸の半分とする.

このように配置することにより, 円要素と楕円要素を全く同じ座標から落下させることを可能にし, 容器全体に均一に落下させ一部に片寄ったりすることを防ぐ. さらに, 面積を等しくすることによって見た目でもわかりやすくする.

8.2 解析モデル 1 - 円の解析 -

8.2.1 地盤モデルの作成 - 要素の充填 -

8.1 で述べた方法をもとに解析を行なう. ばね定数は波動論に基づく決定法で決定した.

解析モデルは粒子要素 ($5\sim 10\text{mm}$) をランダムに発生させた円要素 3000 個を Fig8.1 のように配置し, 容器に落下させる条件で作成した. 解析に用いた物性値ならびに計算条件を以下に示す. 解析の安定化を図るために減衰定数は 1.0 とした.

解析モデル (円) - 波動論に基づくばねの決定法 -

ポアソン比	0.25	[-]
摩擦係数(粒子)	0.17	[-]
摩擦係数(壁)	0.25	[-]
S 波速度	1.5×10^4	cm/sec
減衰定数	1.0	[-]
粒子半径	0.5-1.0	cm
粒子密度	2.48×10^{-3}	kg/cm ³
時間刻み	1×10^{-6}	[-]
粒子数	3000	[-]
容器幅	1215	cm

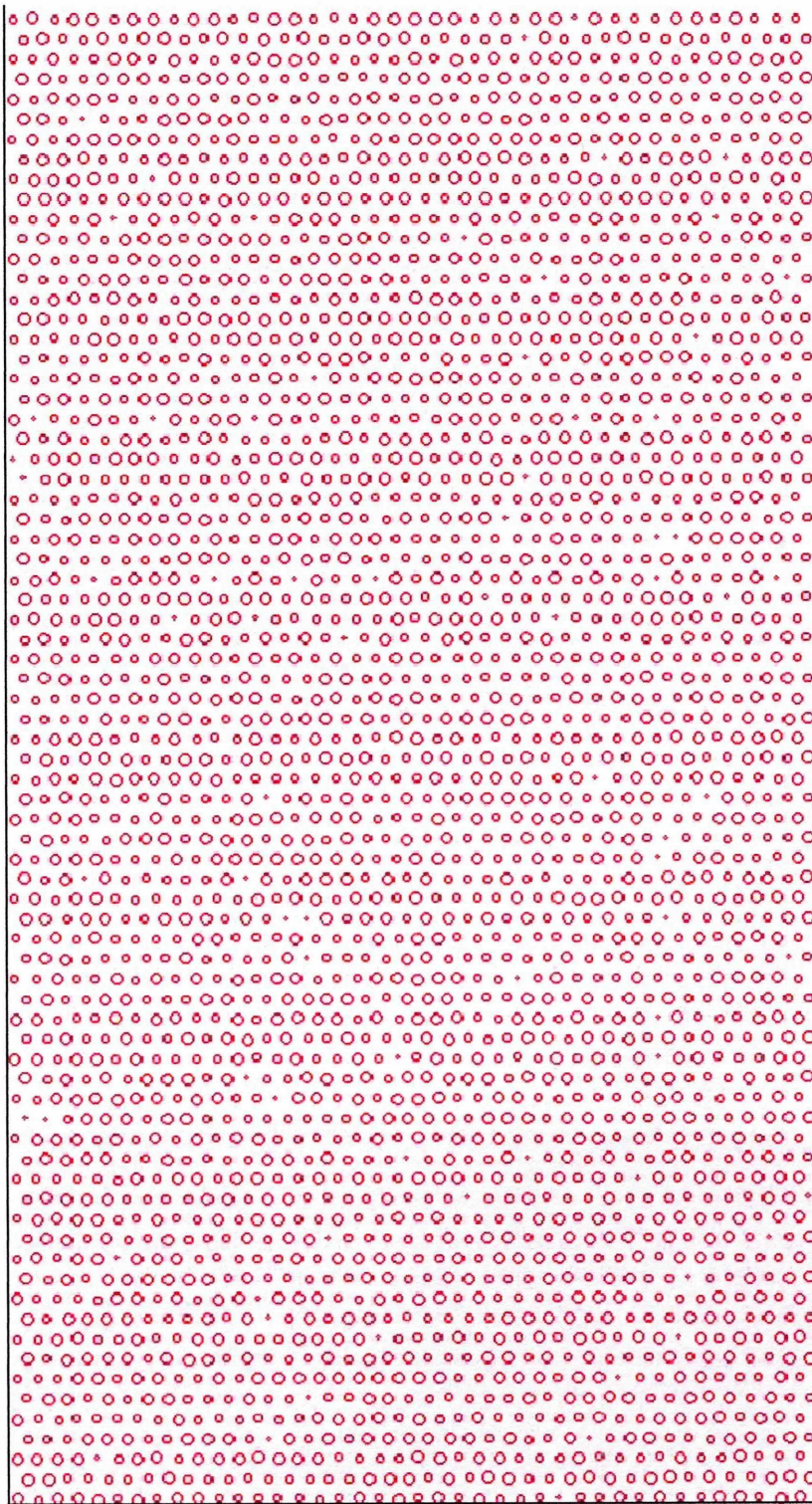


Fig8.1 (a)

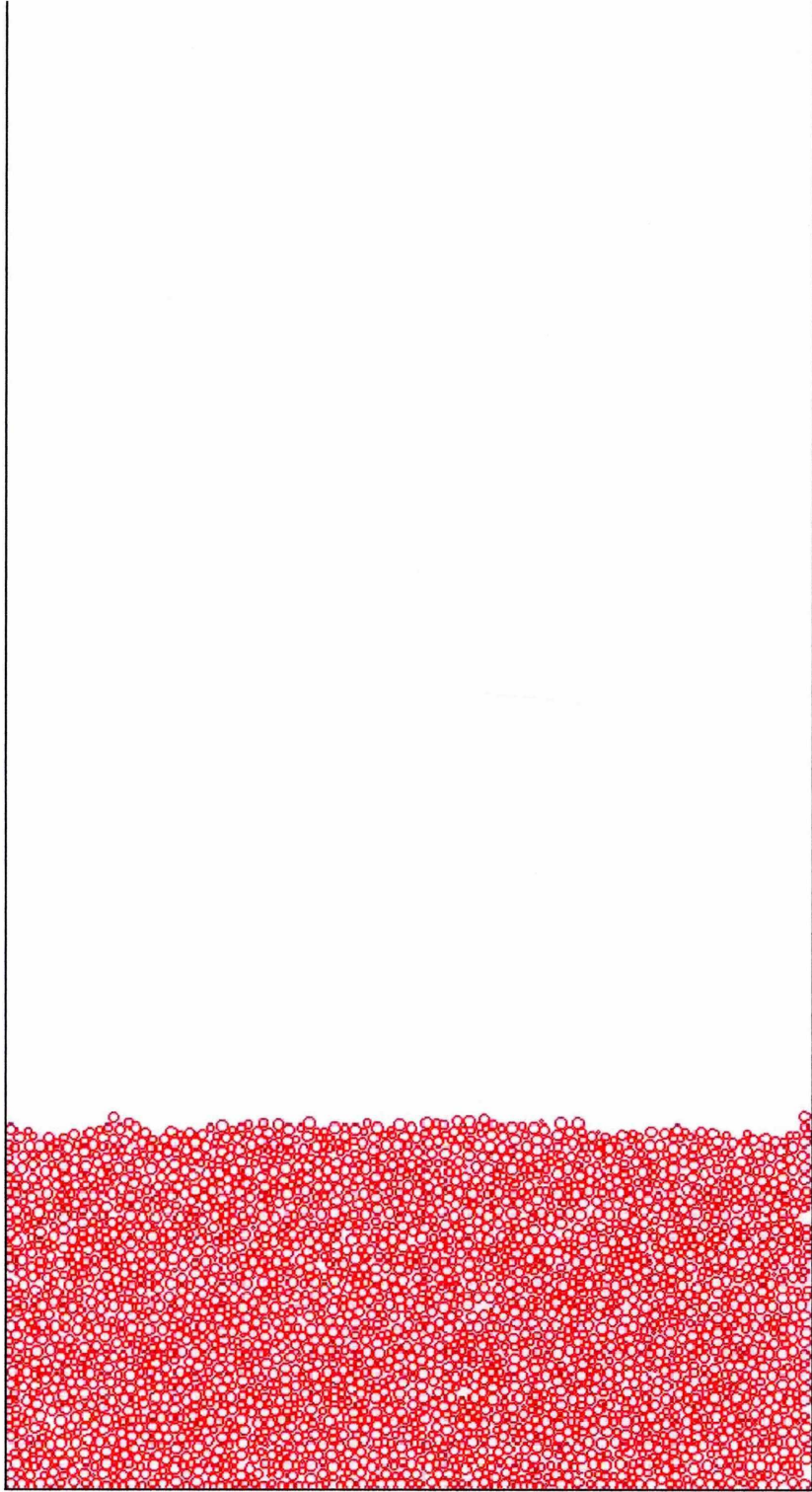
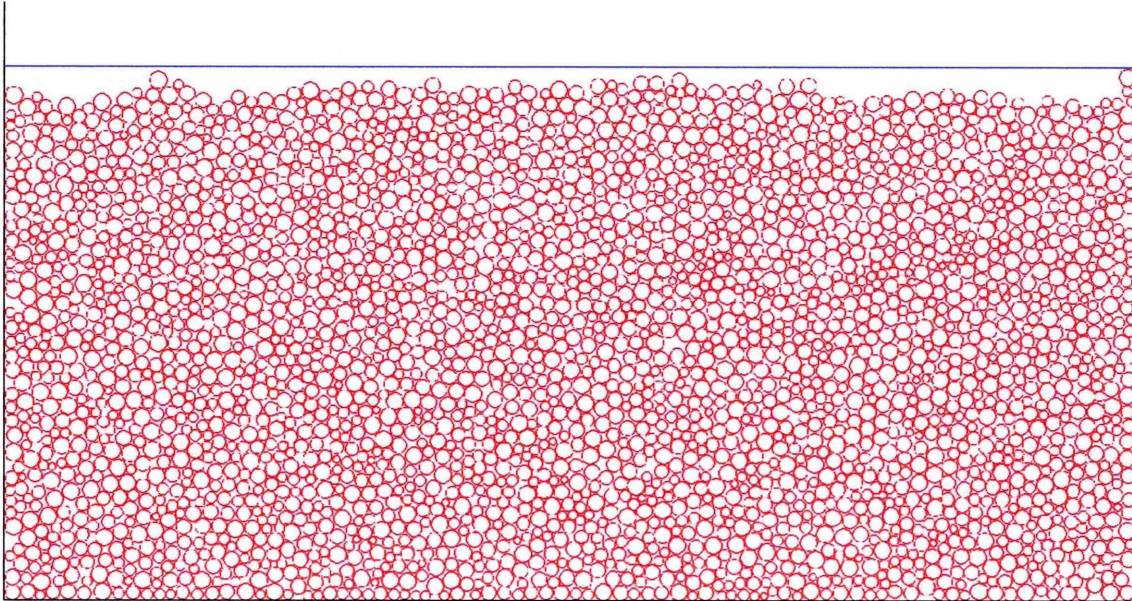


Fig8.1 (b)

8.2.2 初期充填状態 一円要素

初期充填状態と間隙比，間隙率は Fig8.2 のようになった。



間隙比	間隙率
0.213	17.56%

Fig8.2

さらに Fig8.3 に示す粒子の x, y , 回転方向の変位の経時変化を Fig8.4 に示す。

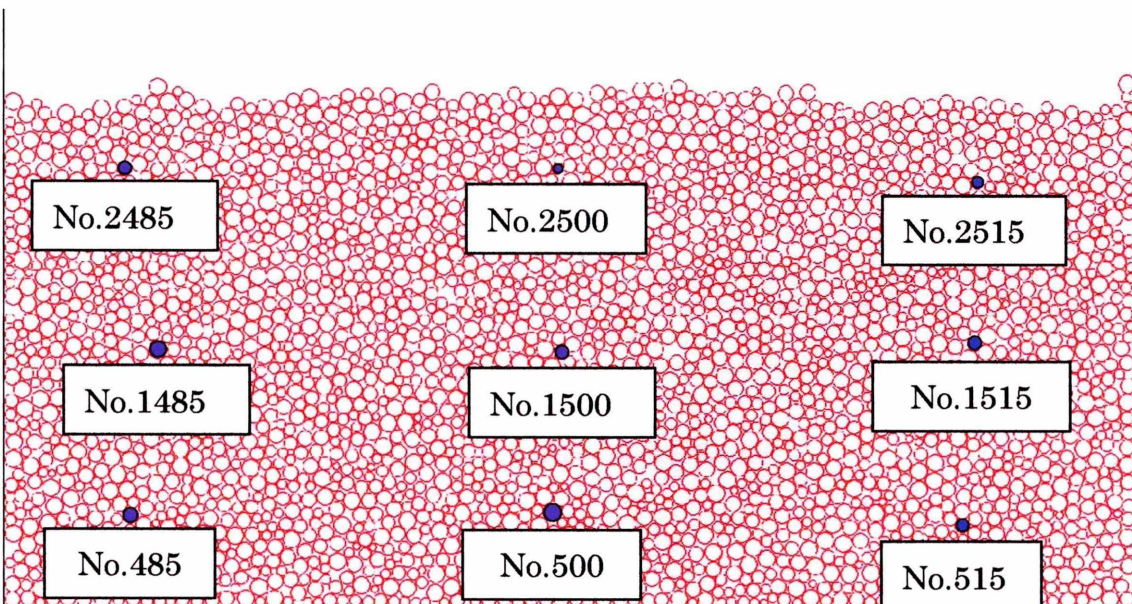


Fig8.3

• No.485

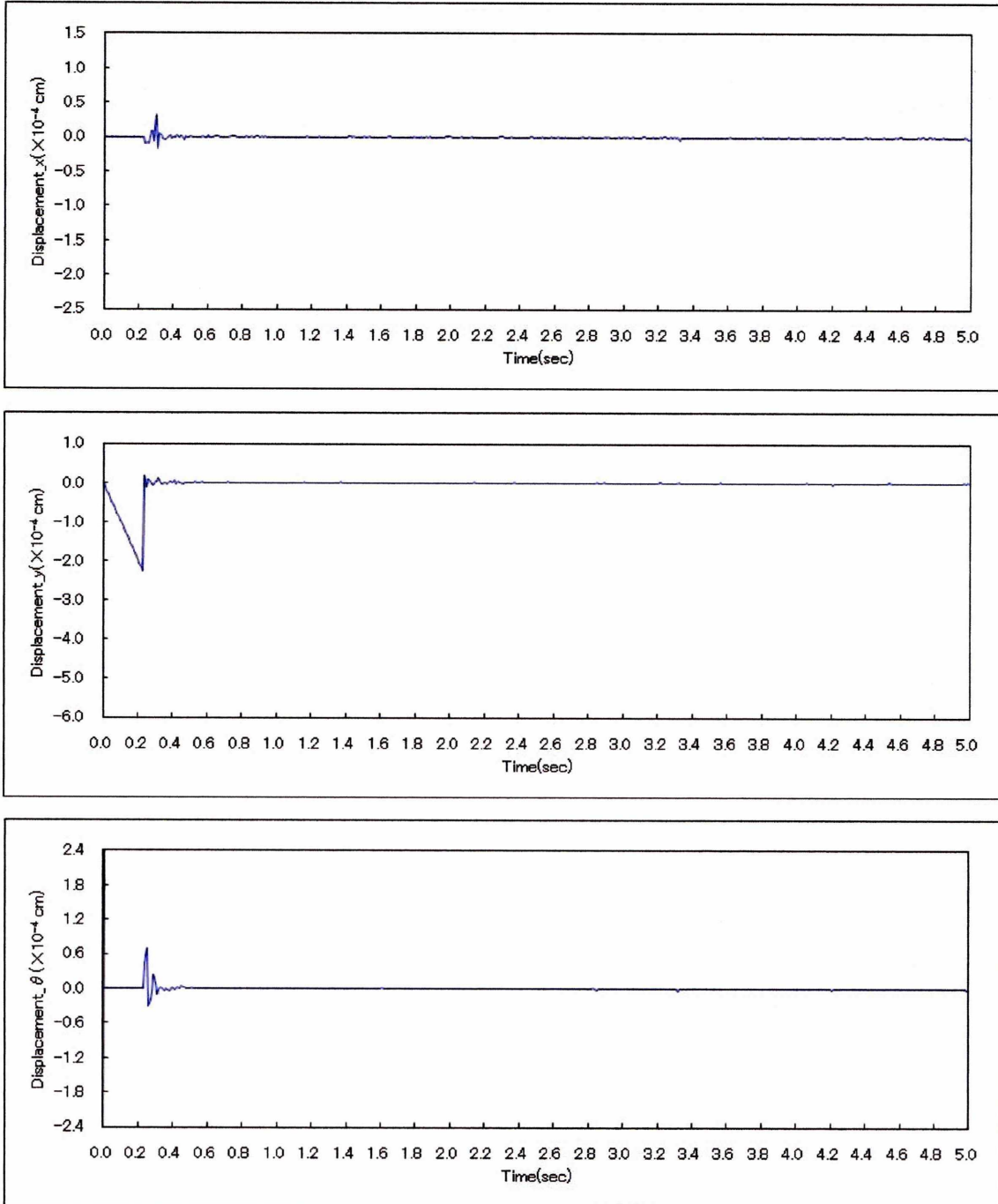


Fig8.4 (a) Displacement of element

• No.500

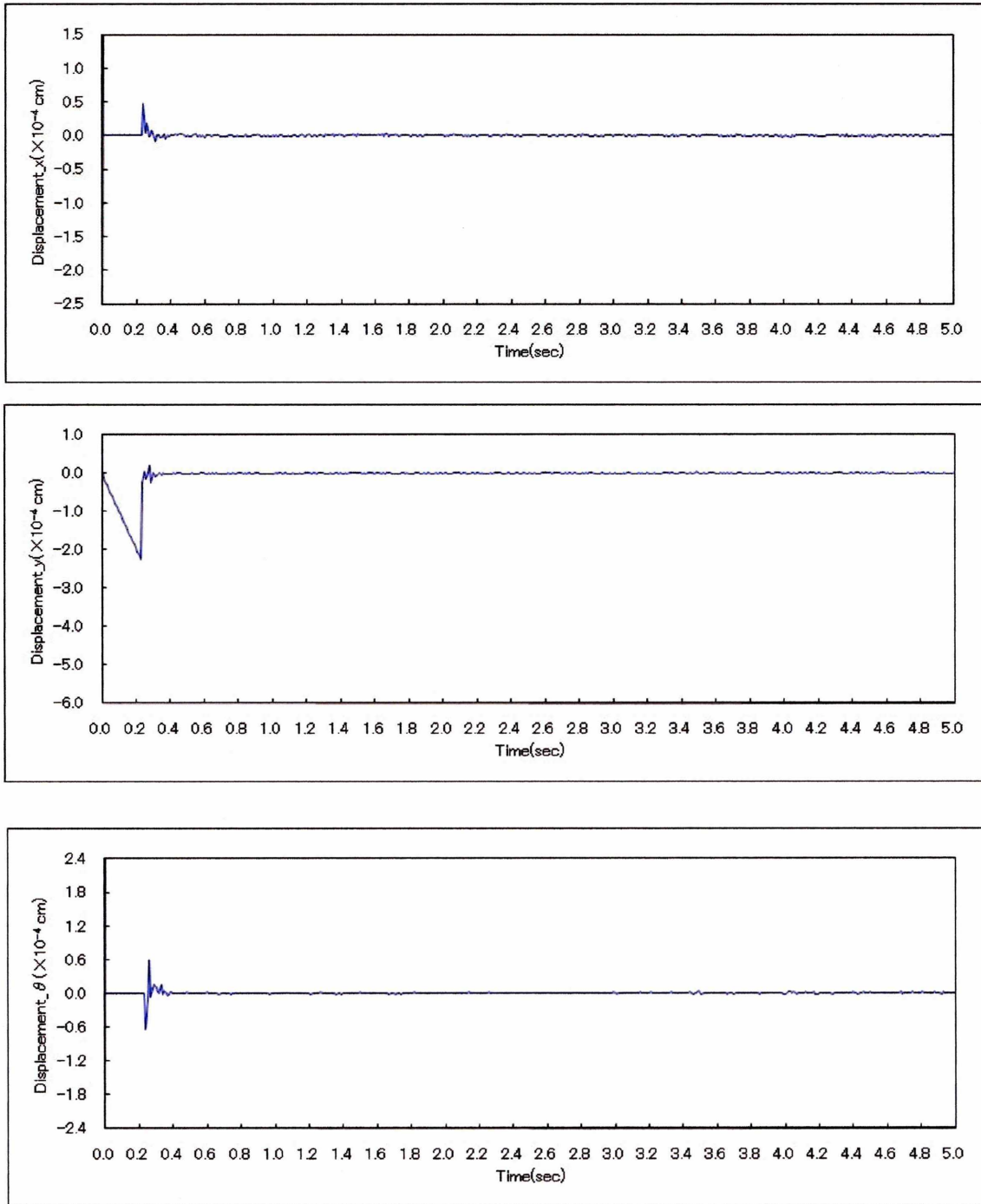


Fig8.4 (b) Displacement of element

• No.515

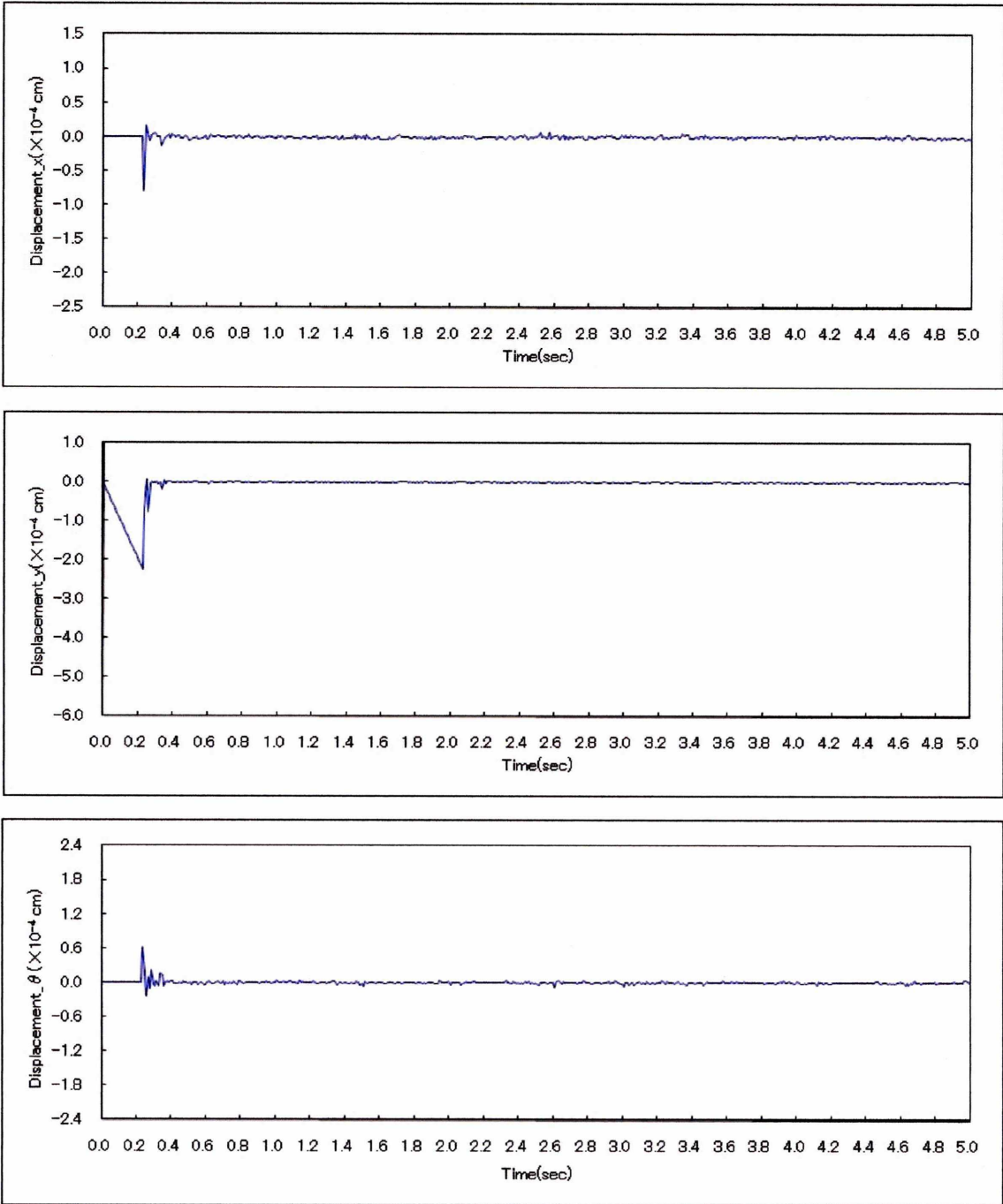


Fig8.4 (c) Displacement of element

• No.1485

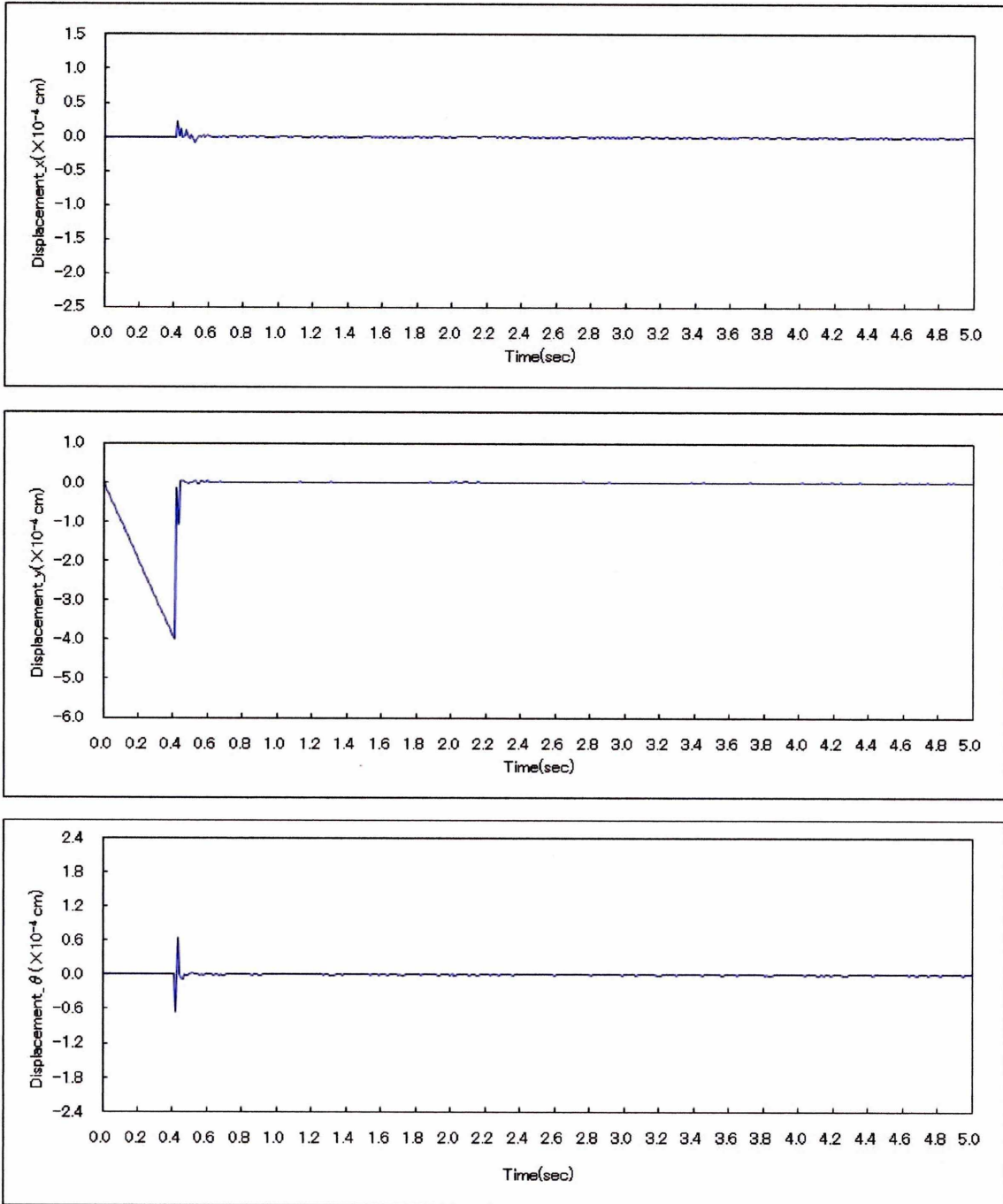


Fig8.4 (d) Displacement of element

• No.1500

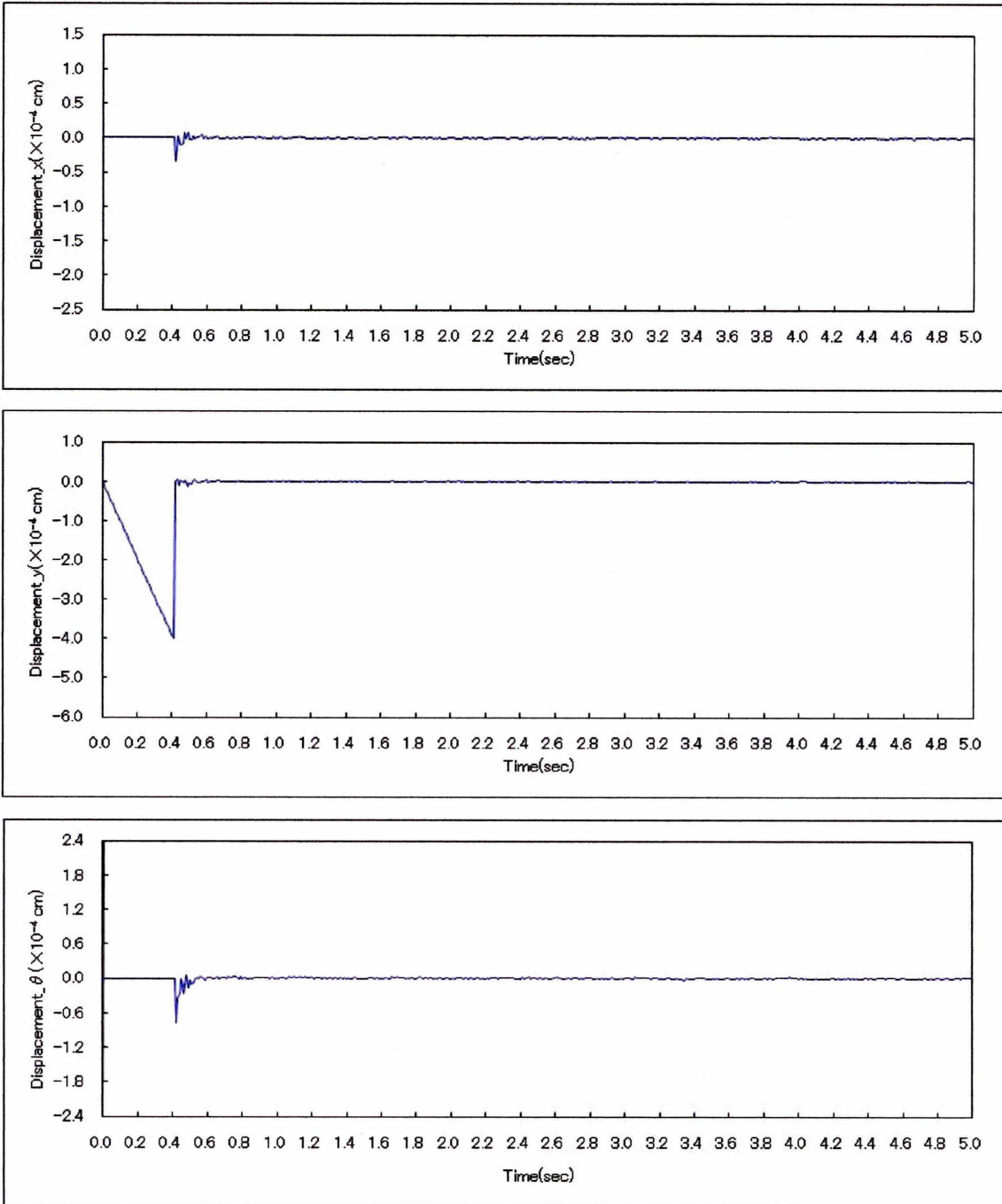


Fig8.4 (e) Displacement of element

• No.1515

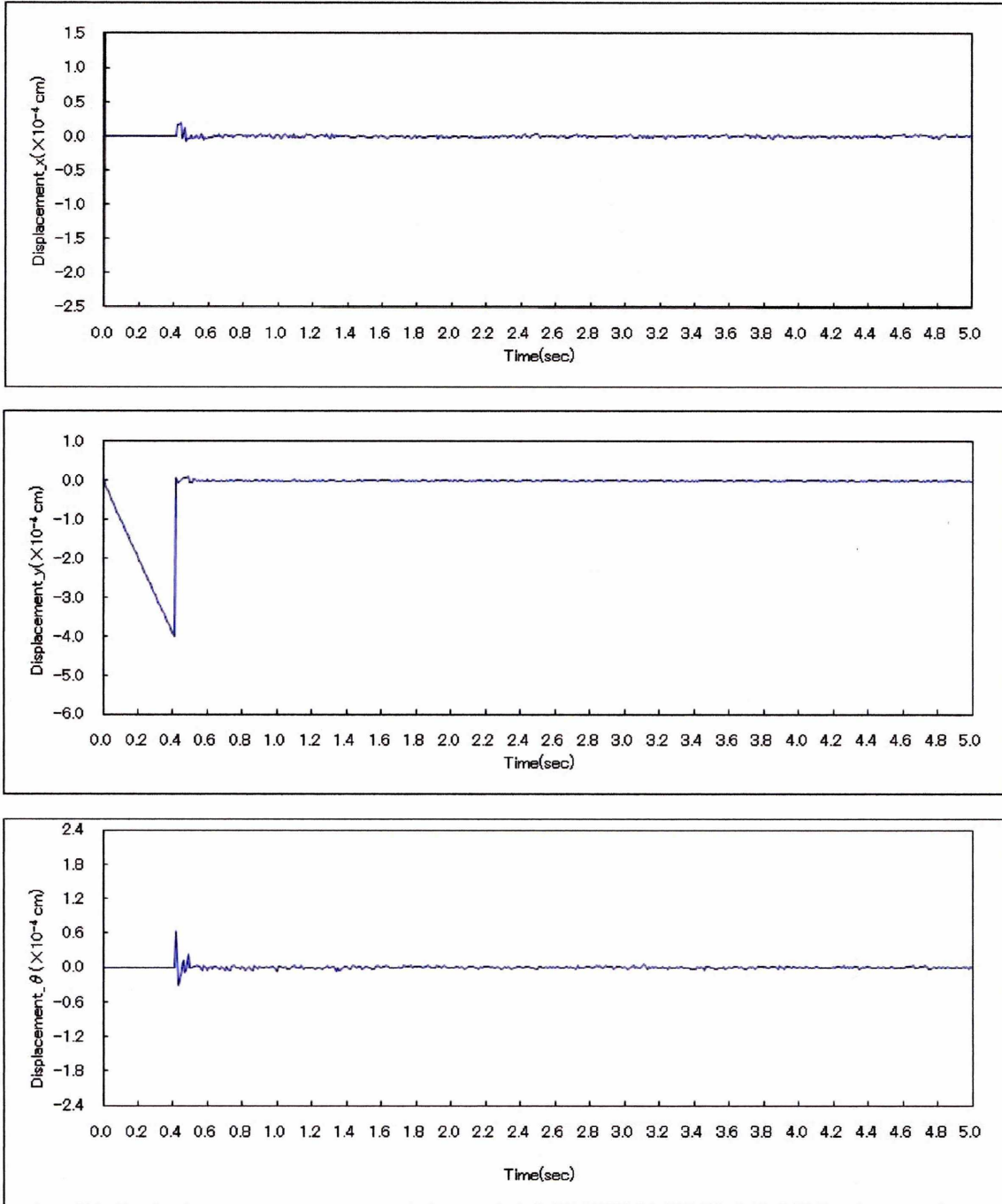


Fig8.4 (f) Displacement of element

• No.2485

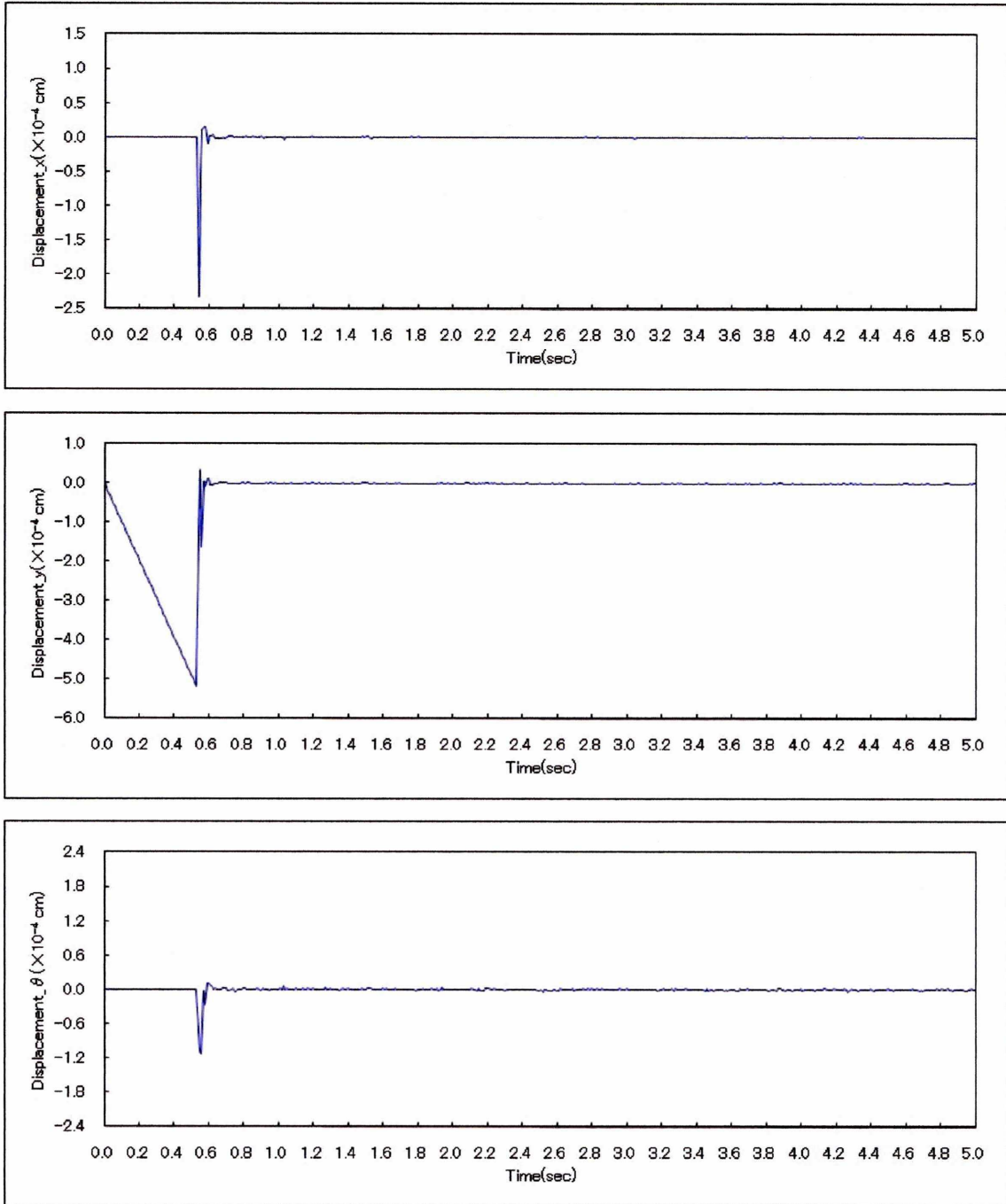


Fig8.4 (g) Displacement of element

• No.2500

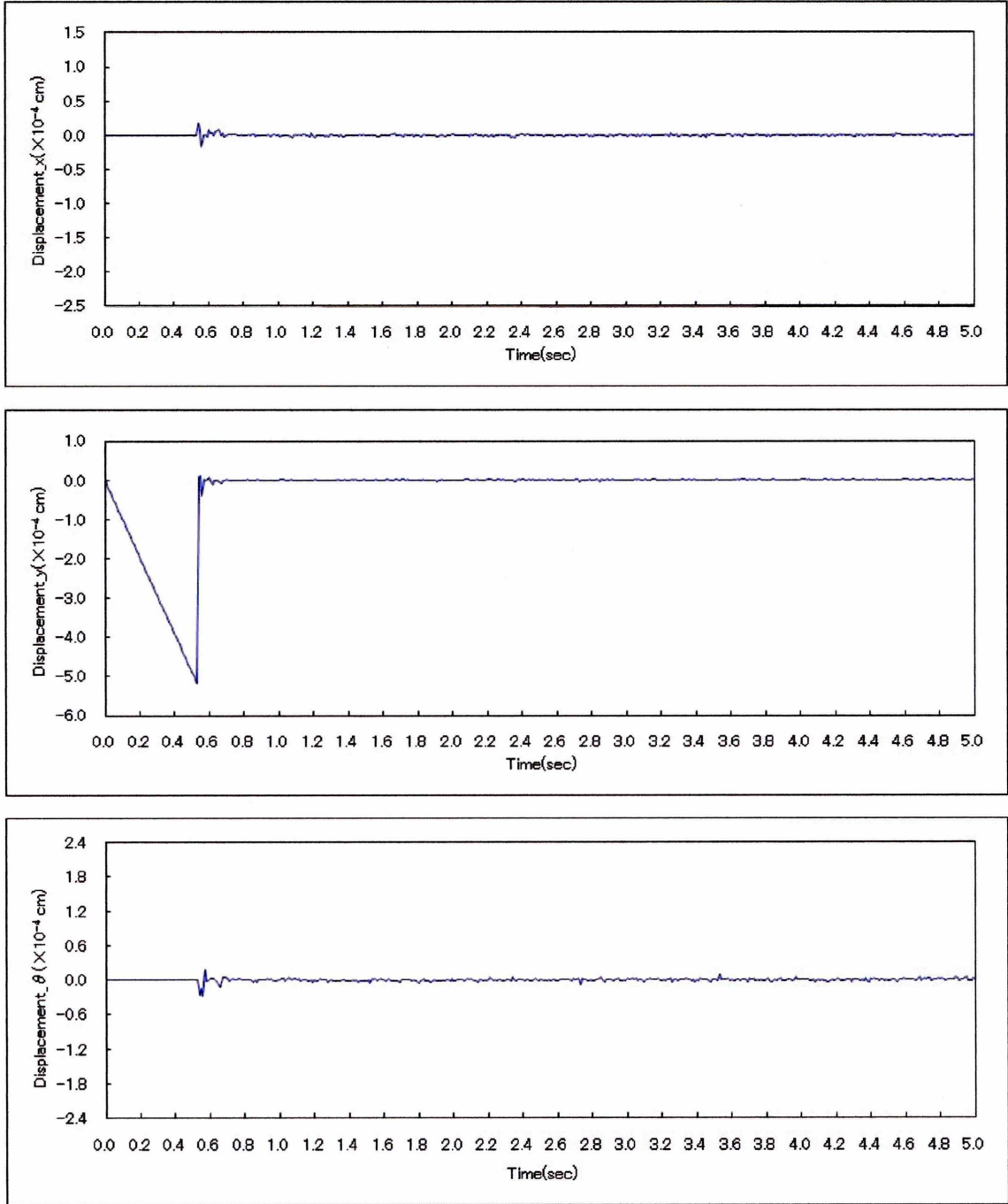


Fig8.4 (h) Displacement of element

• No.2515

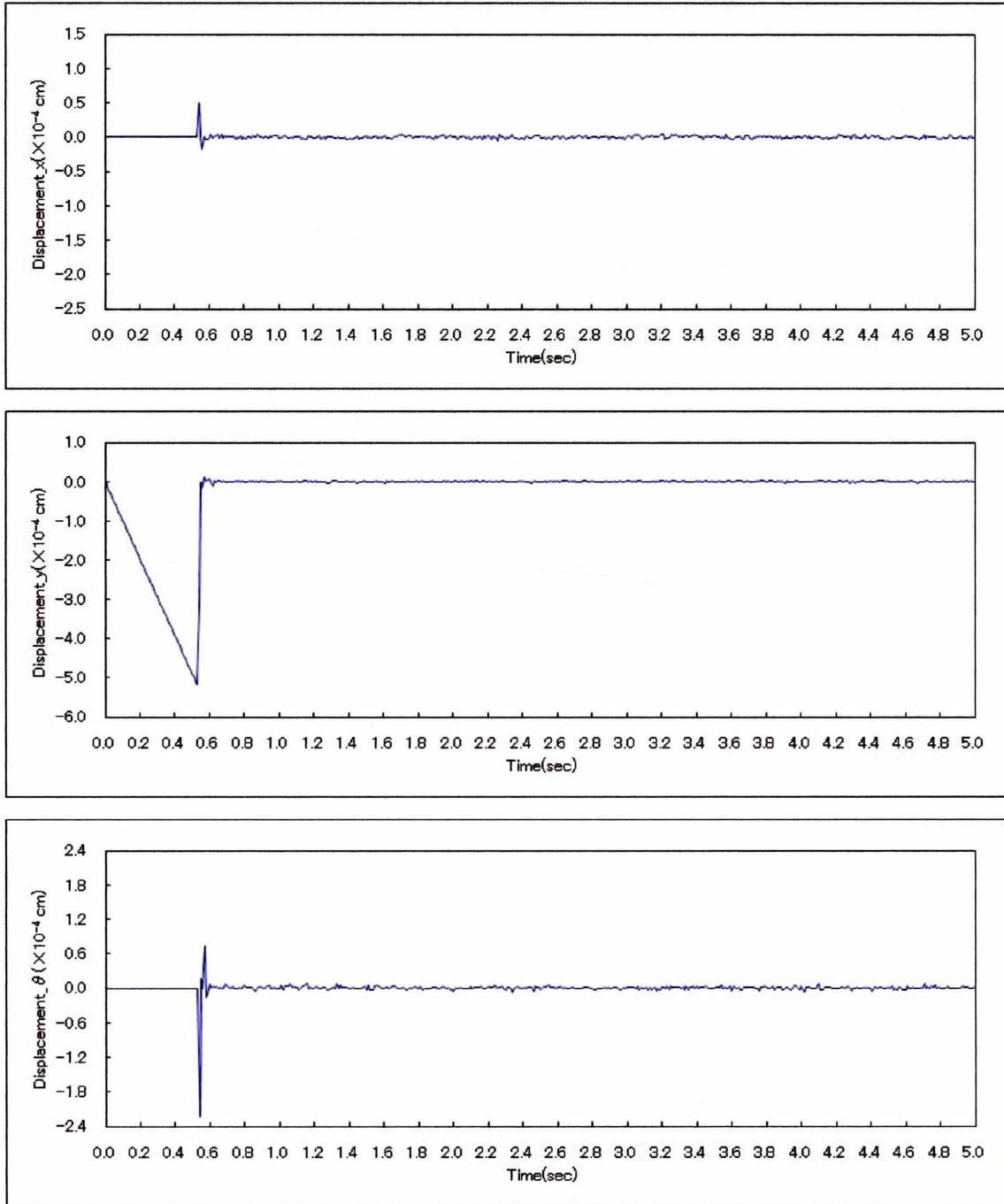
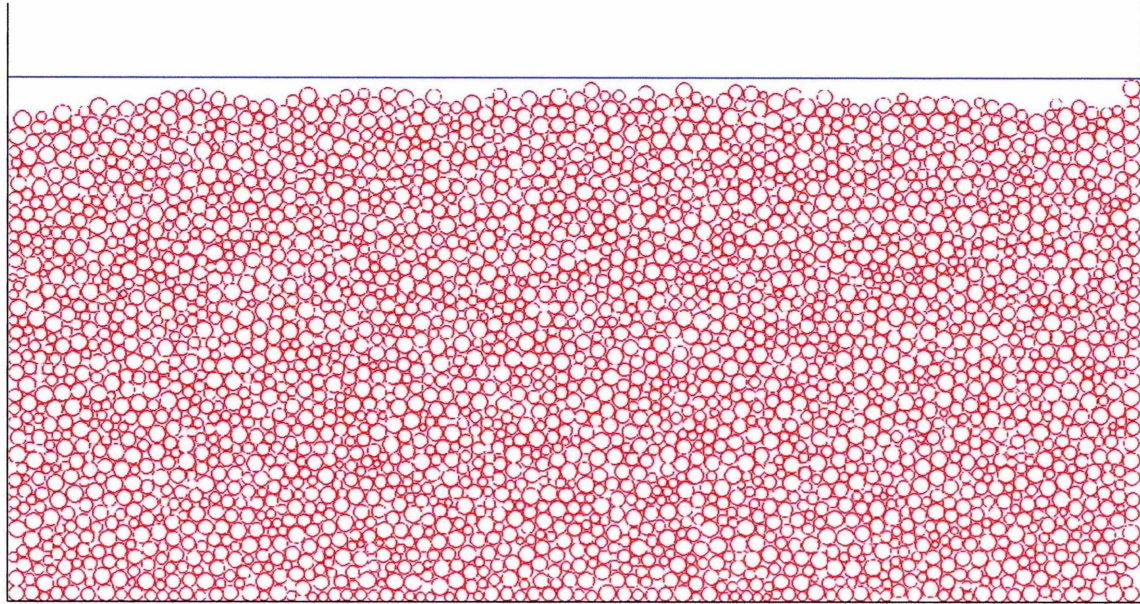


Fig8.4 (i) Displacement of element

8.2.3 地盤モデルの加振 ー円要素ー

8.2.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が $400gal$, 周波数が $10Hz$ の正弦波を水平方向に入力した結果を以下の通りである. 物性値ならびに計算条件は 8.2.1 と同様である. 加振後の間隙比と間隙率は Fig8.5 のようになった.



間隙比	間隙率
0.198	16.56%

Fig8.5

さらに Fig8.6 の粒子の x, y , 回転方向の変位の経時変化と軌跡を Fig8.7~8.8 に示す.

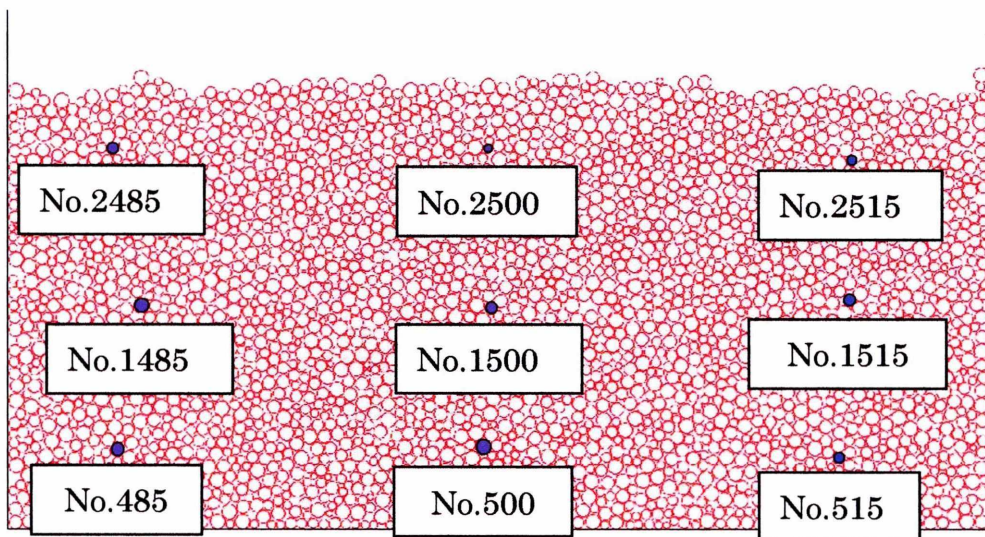
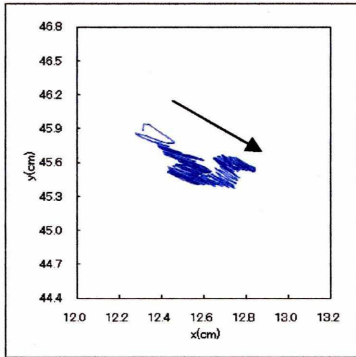
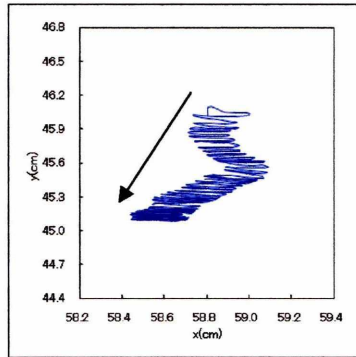


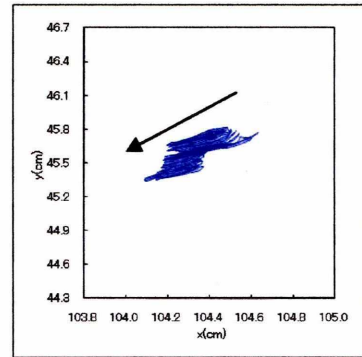
Fig8.6



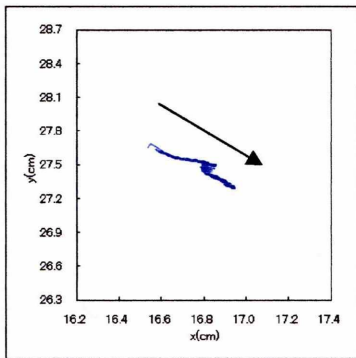
No.2485



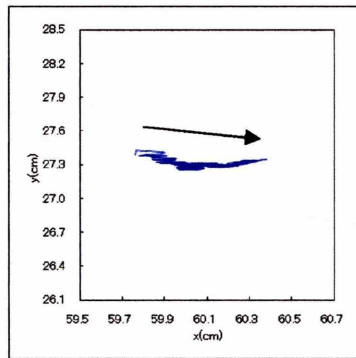
No.2500



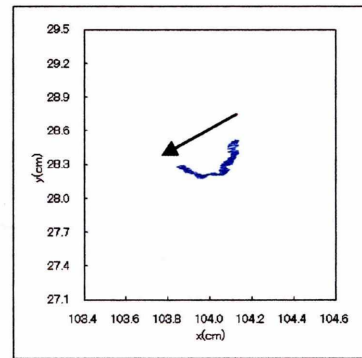
No.2515



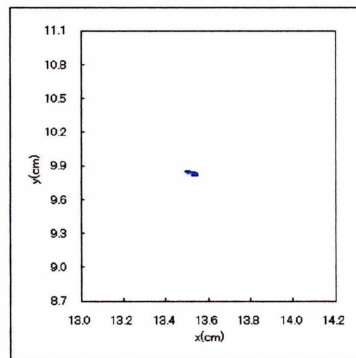
No.1485



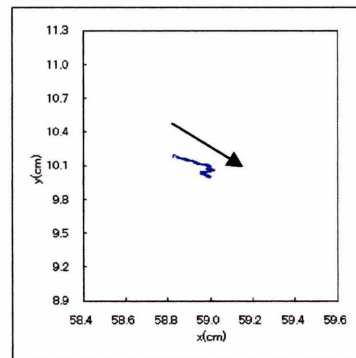
No.1500



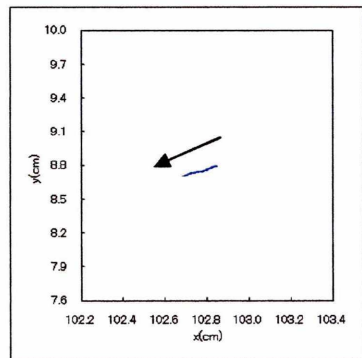
No.1515



No.485



No.500



No.515

Fig8.7 Trajectory of element

• No.485

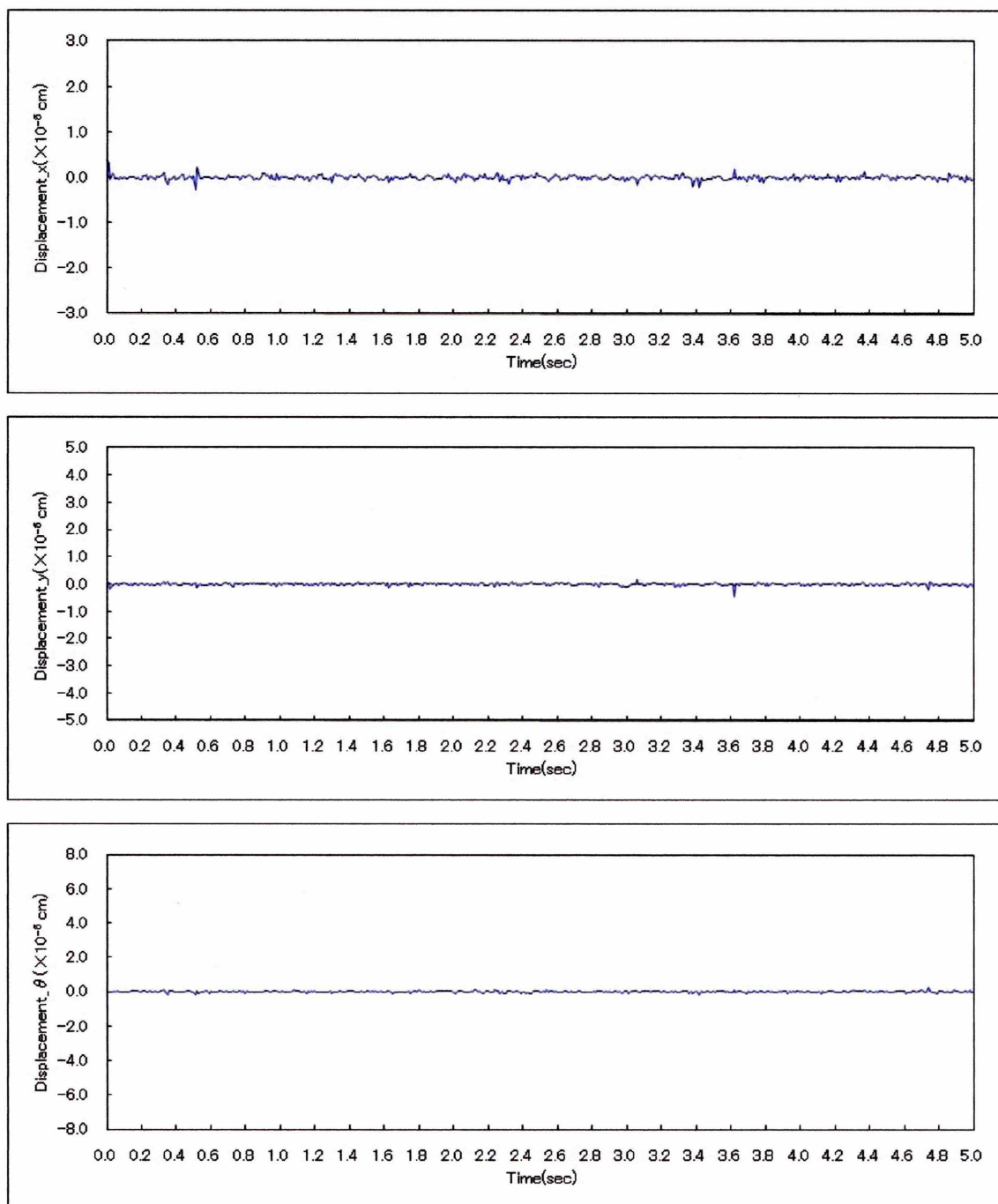


Fig8.8 (a) Displacement of element

• No.500

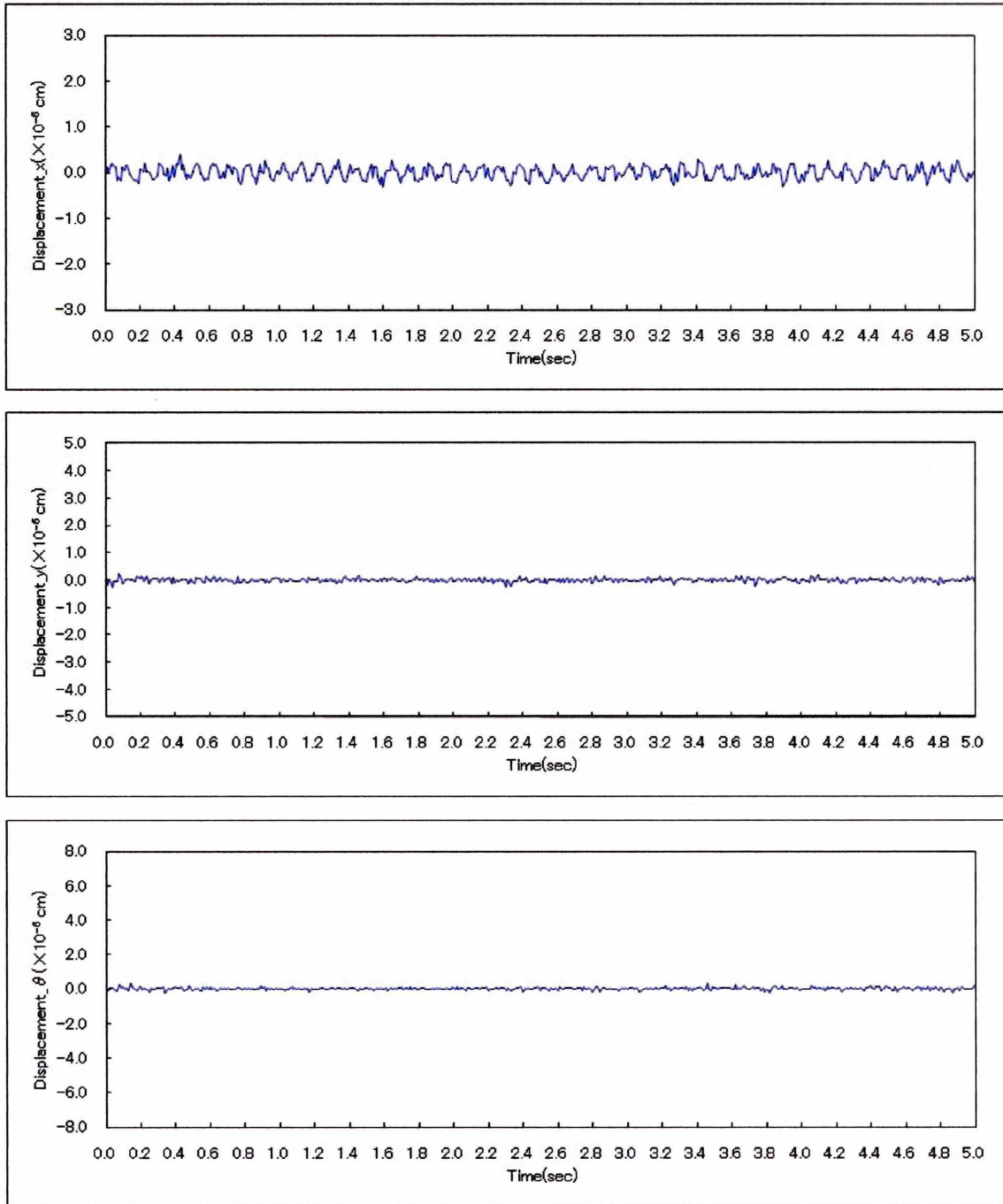


Fig8.8 (b) Displacement of element

• No.515

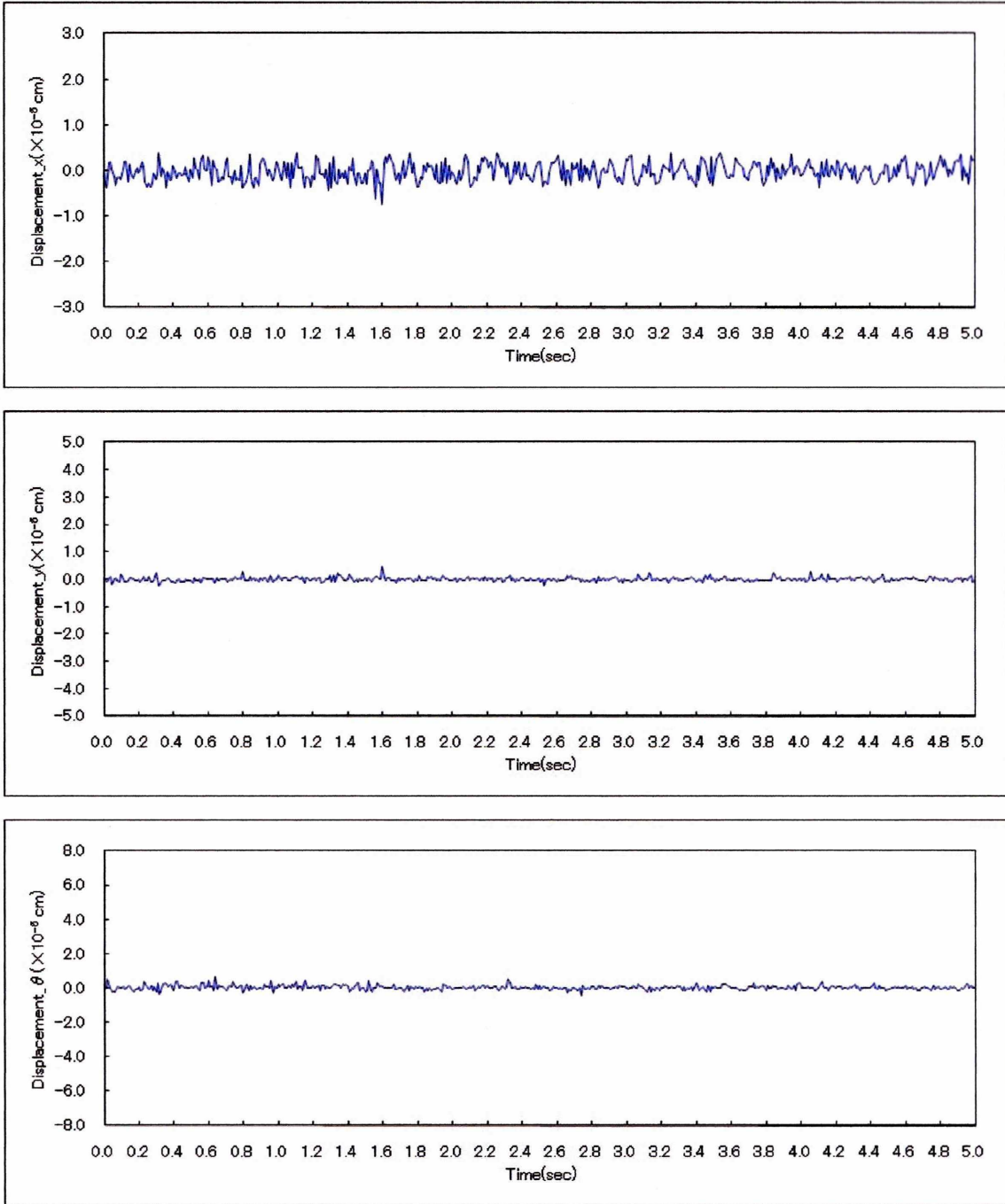


Fig8.8 (c) Displacement of element

• No.1485

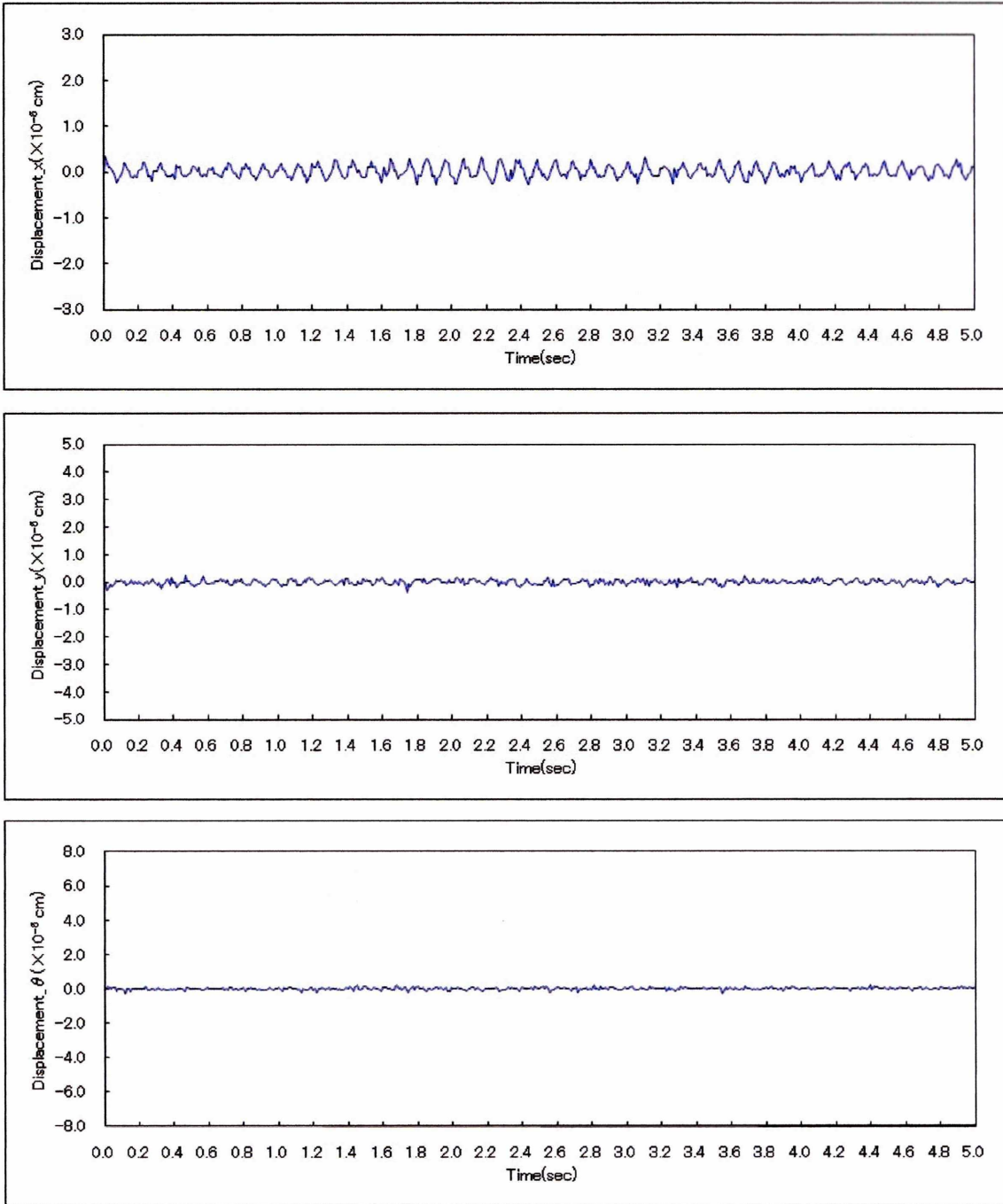


Fig8.8 (d) Displacement of element

• No.1500

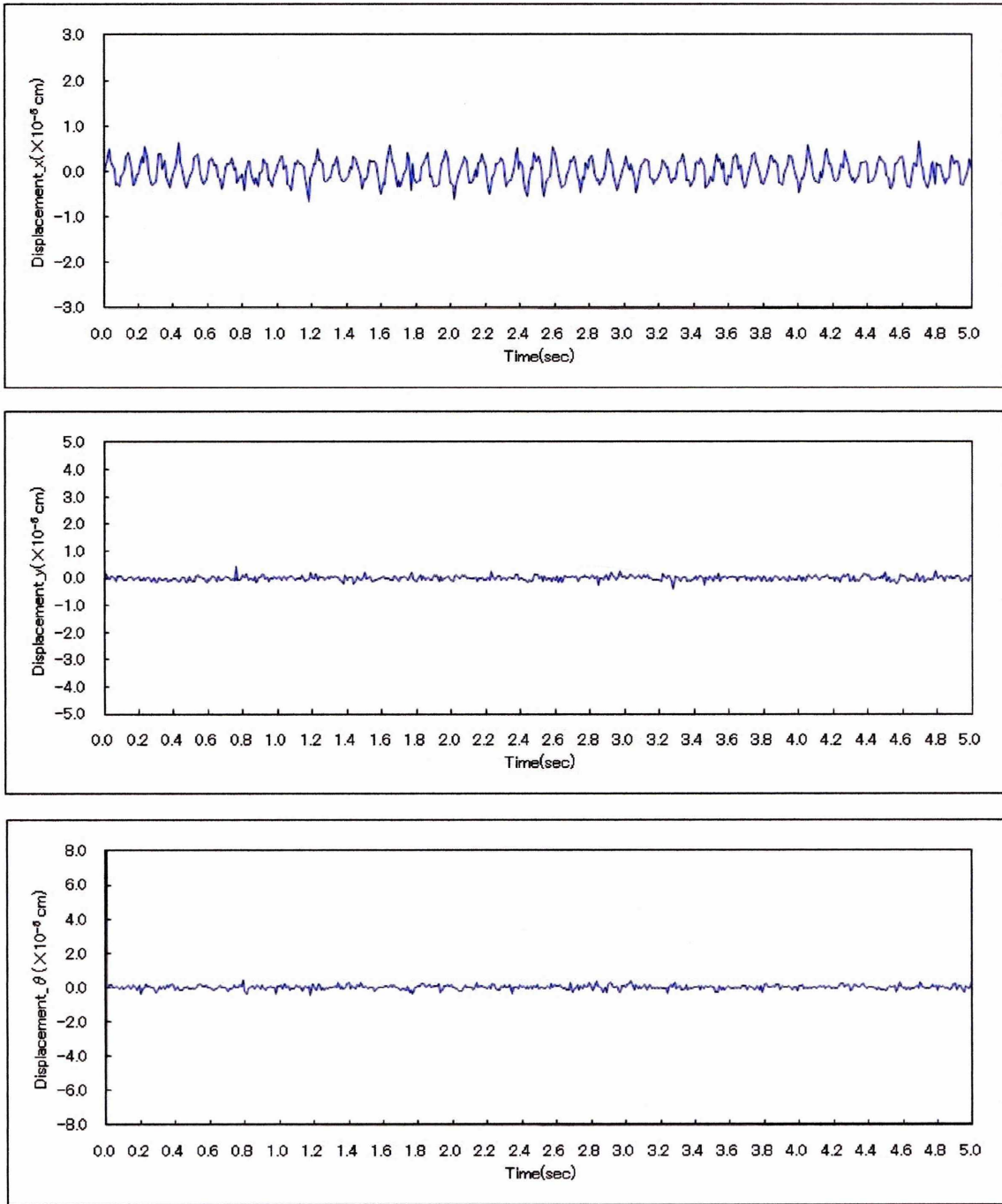


Fig8.8 (e) Displacement of element

• No.1515

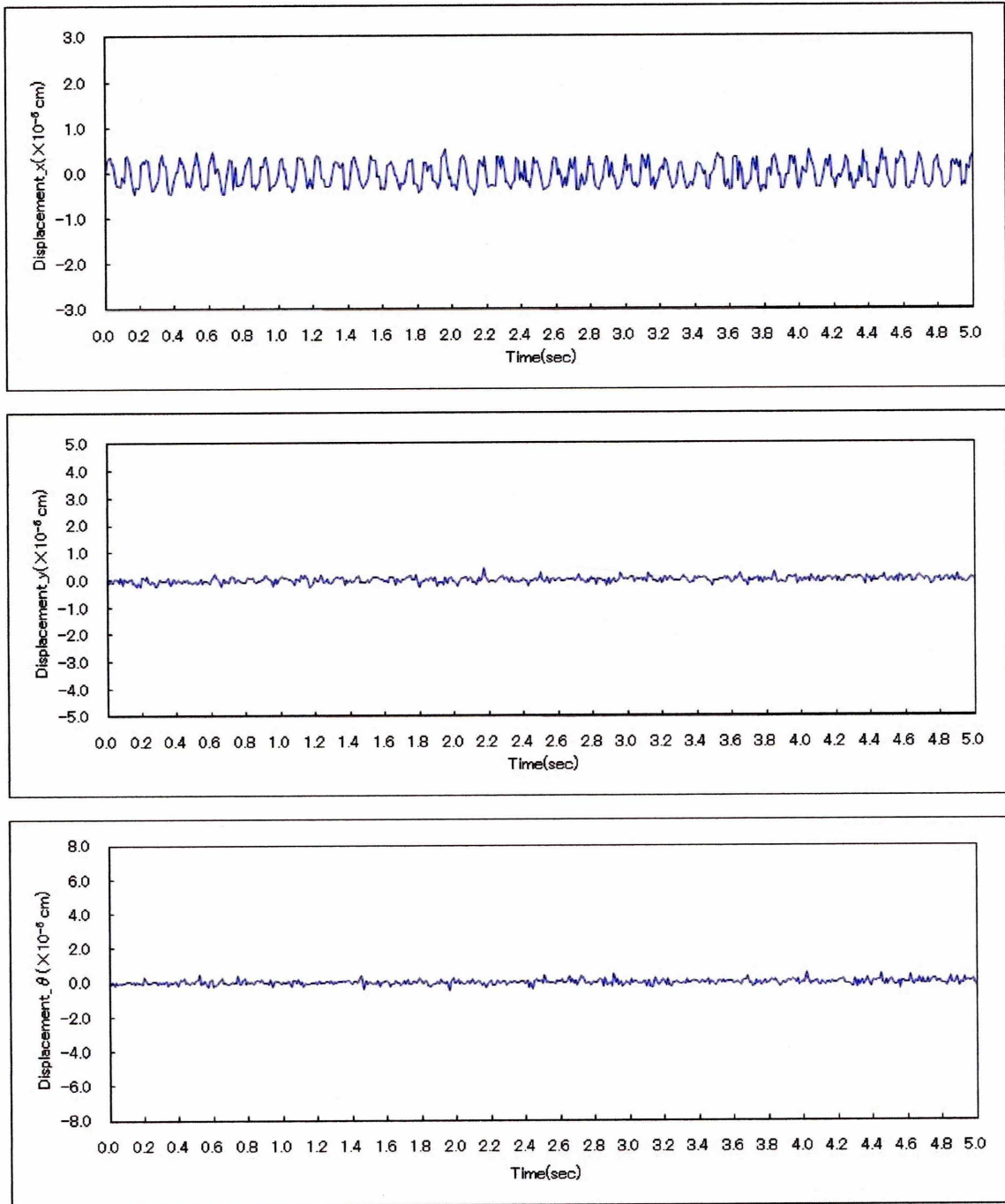


Fig8.8 (f) Displacement of element

• No.2485

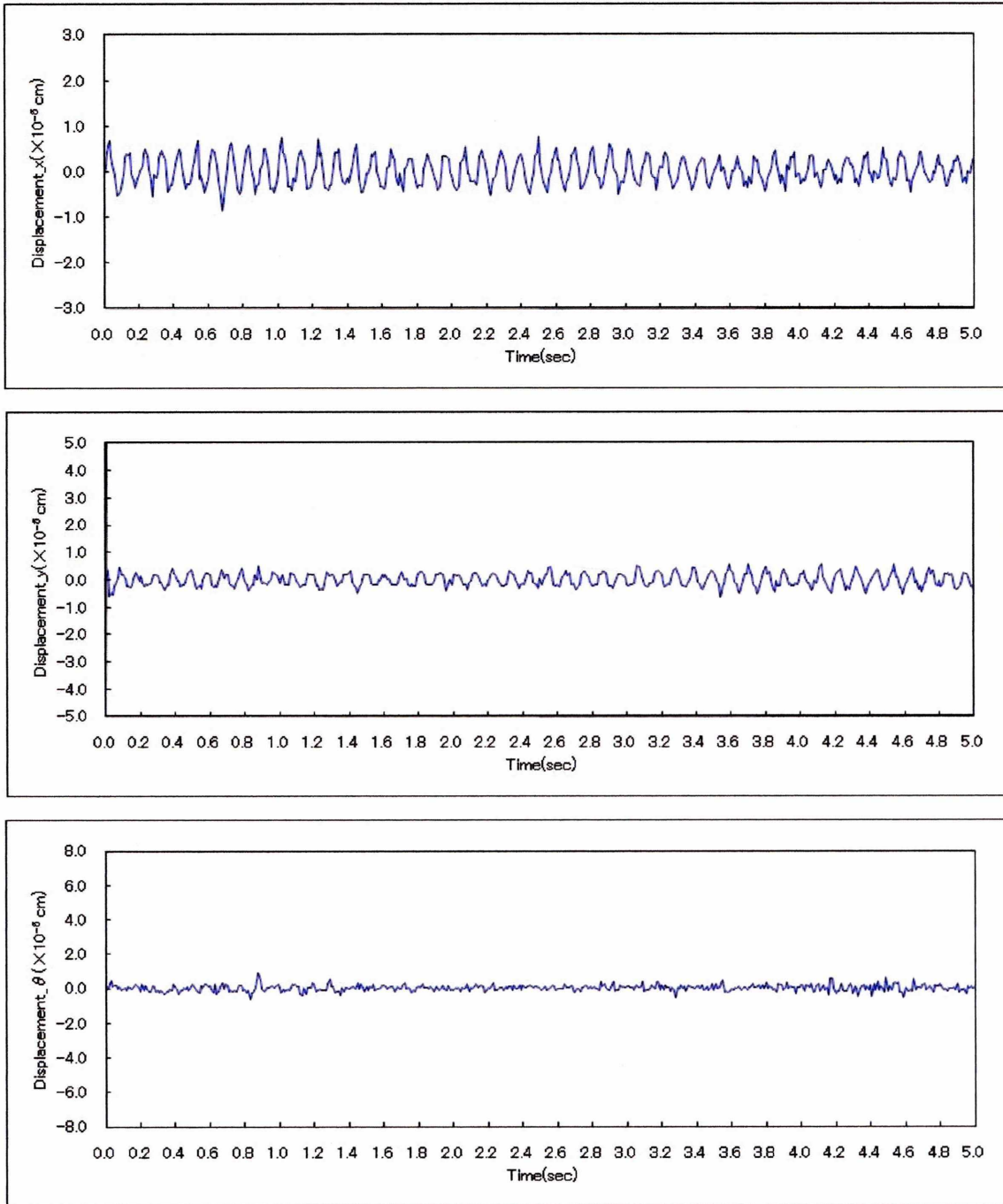


Fig8.8 (g) Displacement of element

• No.2500

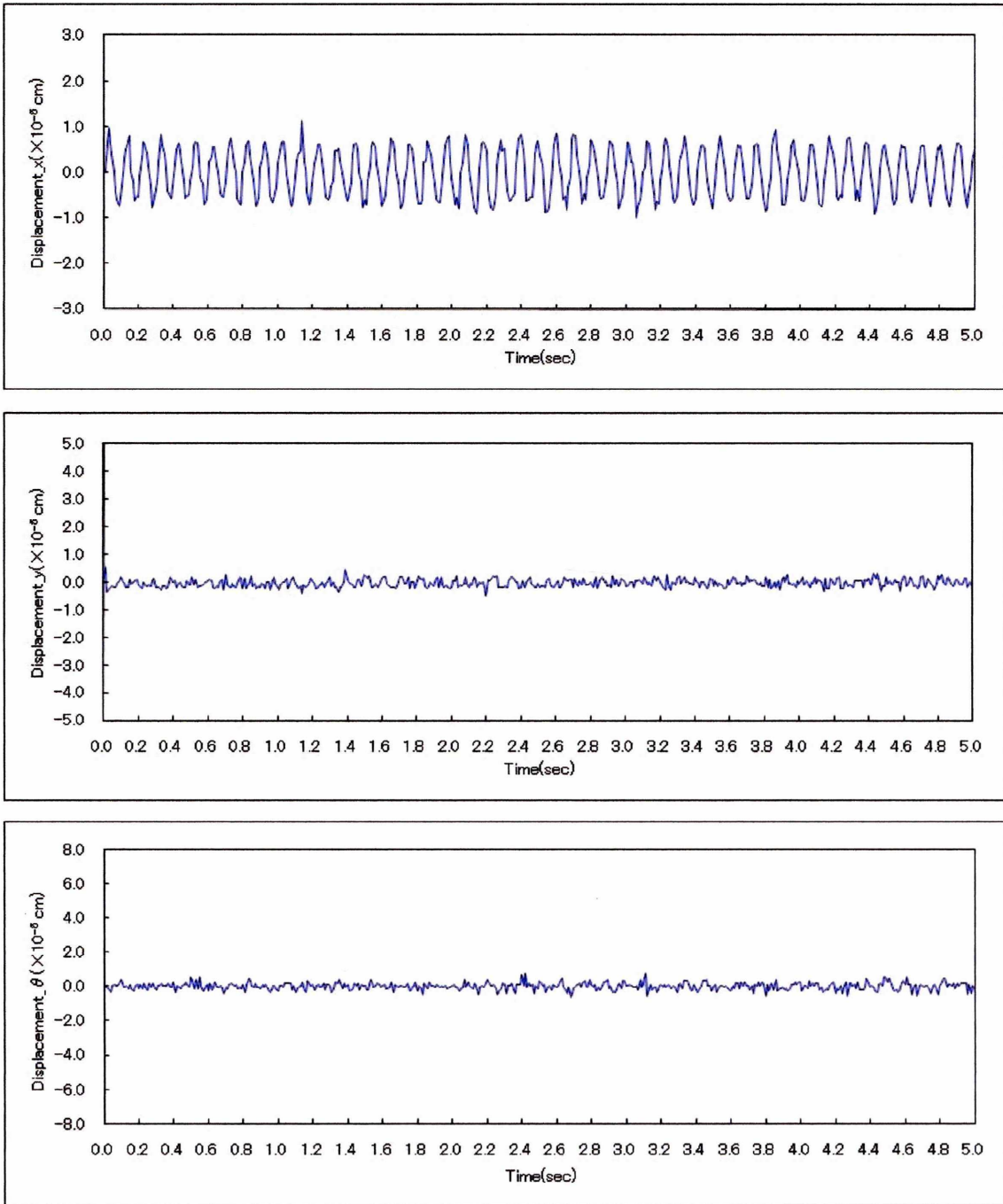


Fig8.8 (h) Displacement of element

• No.2515

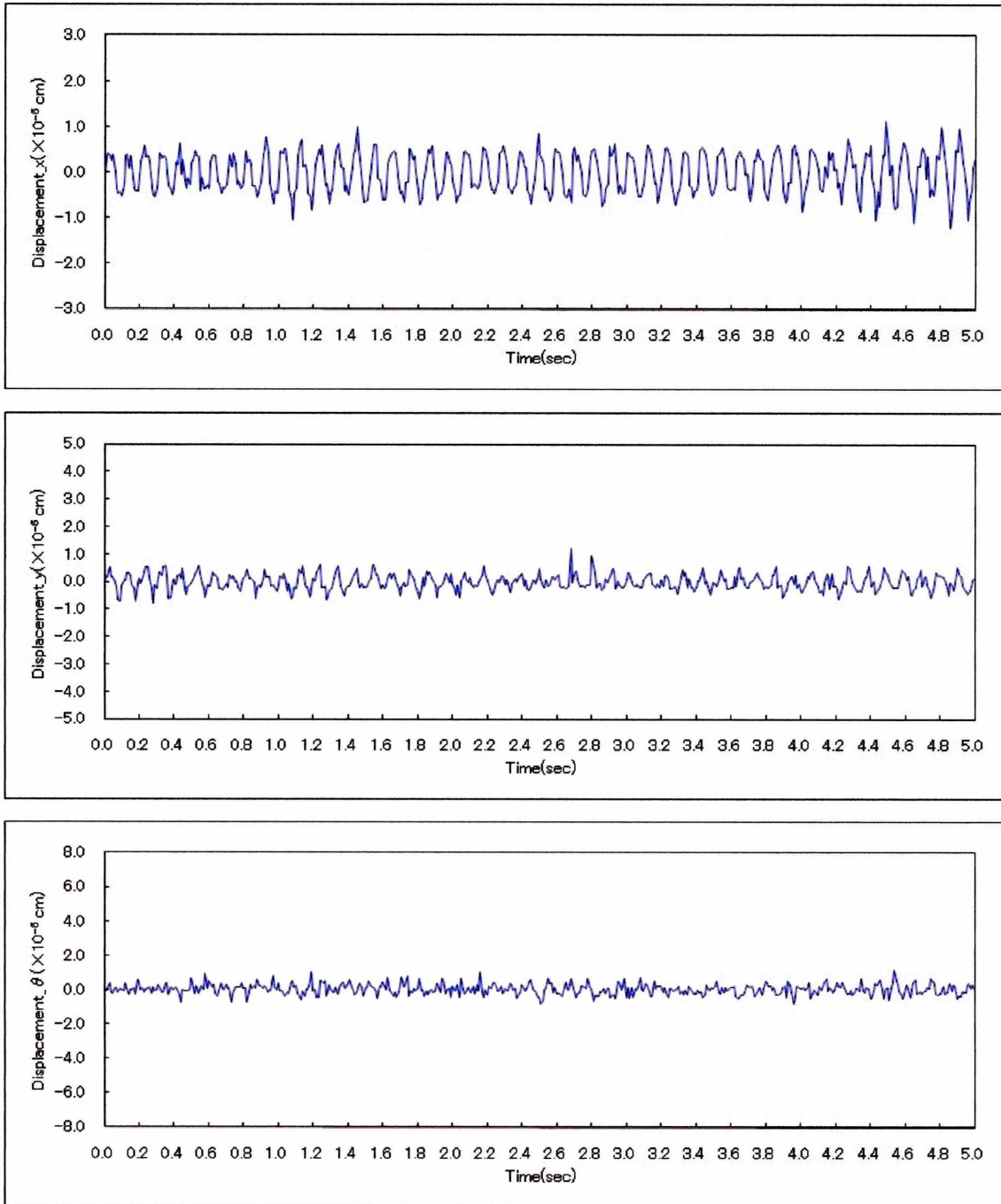


Fig8.8 (i) Displacement of element

8.2.4 間隙比, 間隙率の比較 ー円要素ー

加振前, 加振後を比較すると間隙比, 間隙率は Fig8.9 のような結果になった.

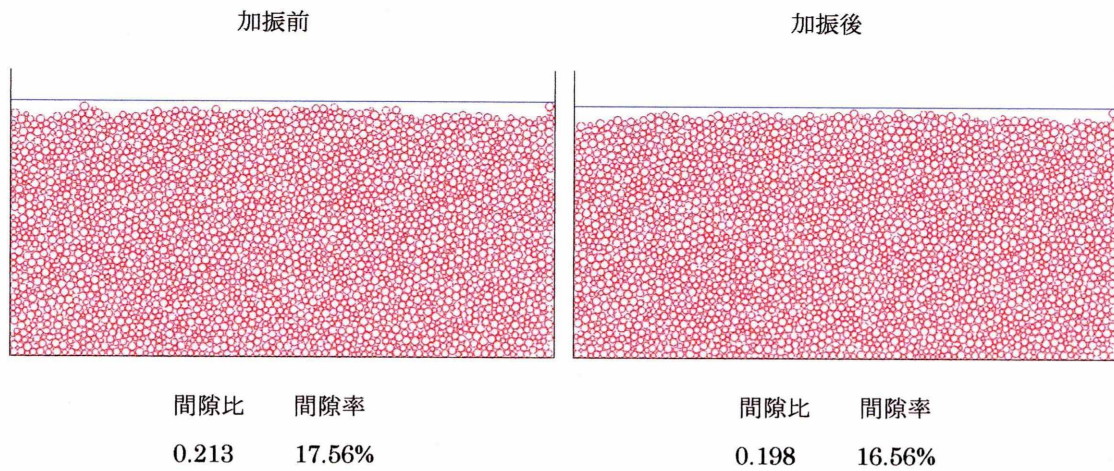


Fig8.9

モデルの表面高さが下方にゆき, 要素間の間隙の減少を確認できる. 間隙比, 間隙率がともに下がりこの地盤のモデルは加振により締め固まったといえる.

8.3 解析モデル 2 -楕円の解析-

8.3.1 地盤モデルの作成 -要素の充填-

これまでに述べた方法をもとに解析を行なう。ばね定数は波動論に基づく決定法で決定した。

解析モデルは粒子長軸半径 ($1/\sqrt{2} \sim \sqrt{2}$ cm) をランダムに発生させ、短軸半径は長軸半径の半分とした楕円要素 3000 個を Fig8.10 のように配置し、容器に落下させる条件で作成した。解析に用いた物性値ならびに計算条件を以下に示す。解析の安定化を図るために減衰定数は 1.0 とした。

解析モデル (楕円) -波動論に基づくばねの決定法-

ポアソン比	0.25	[-]
摩擦係数(粒子)	0.17	[-]
摩擦係数(壁)	0.25	[-]
S 波速度	1.5×10^4	cm / sec
減衰定数	1.0	[-]
粒子長軸半径	$1/\sqrt{2} \sim \sqrt{2}$	cm
粒子密度	2.48×10^{-3}	kg / cm ³
時間刻み	1×10^{-6}	[-]
粒子数	3000	[-]
容器幅	121.5	cm



Fig8.10 (a)

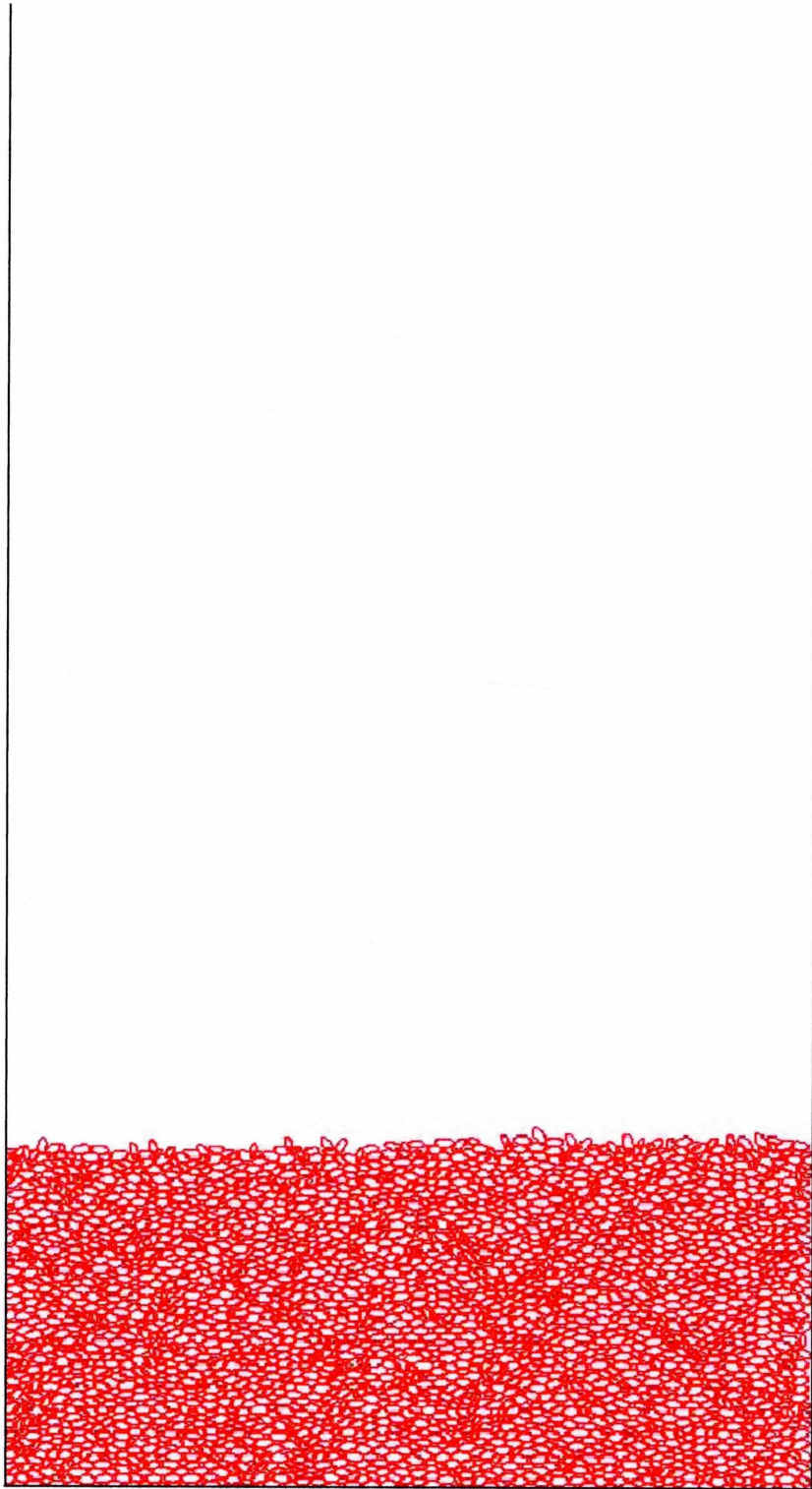
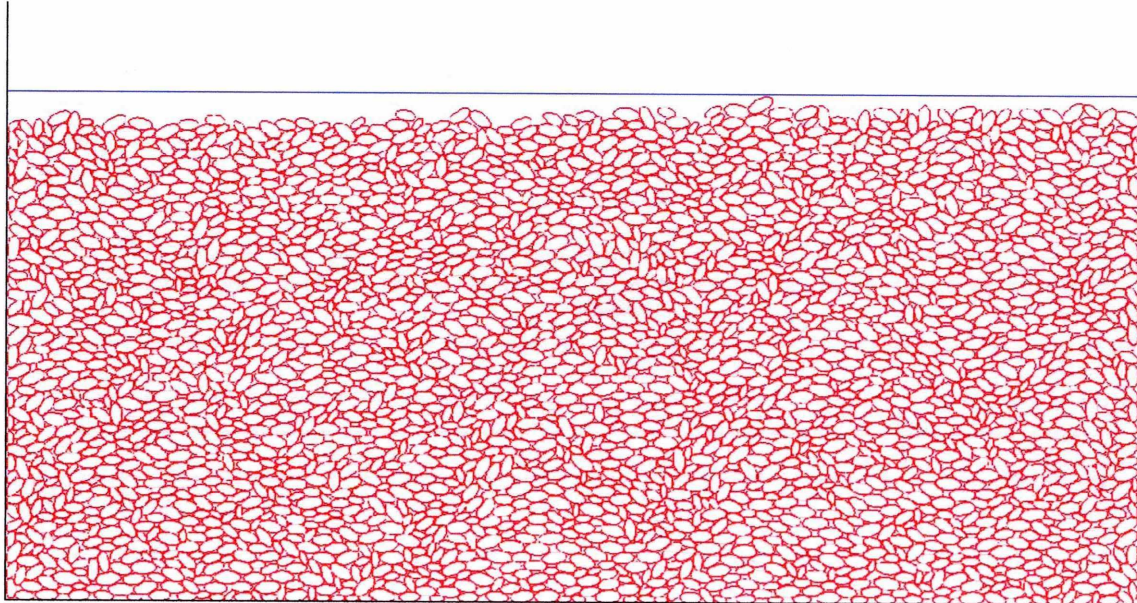


Fig8.10 (b)

8.3.2 初期充填状態 一楕円要素一

初期充填状態と間隙比，間隙率は Fig8.11 のようになった。



間隙比	間隙率
0.160	13.76%

Fig8.11

さらに Fig8.12 の粒子の x, y , 回転方向の変位の経時変化を Fig8.13 に示す。

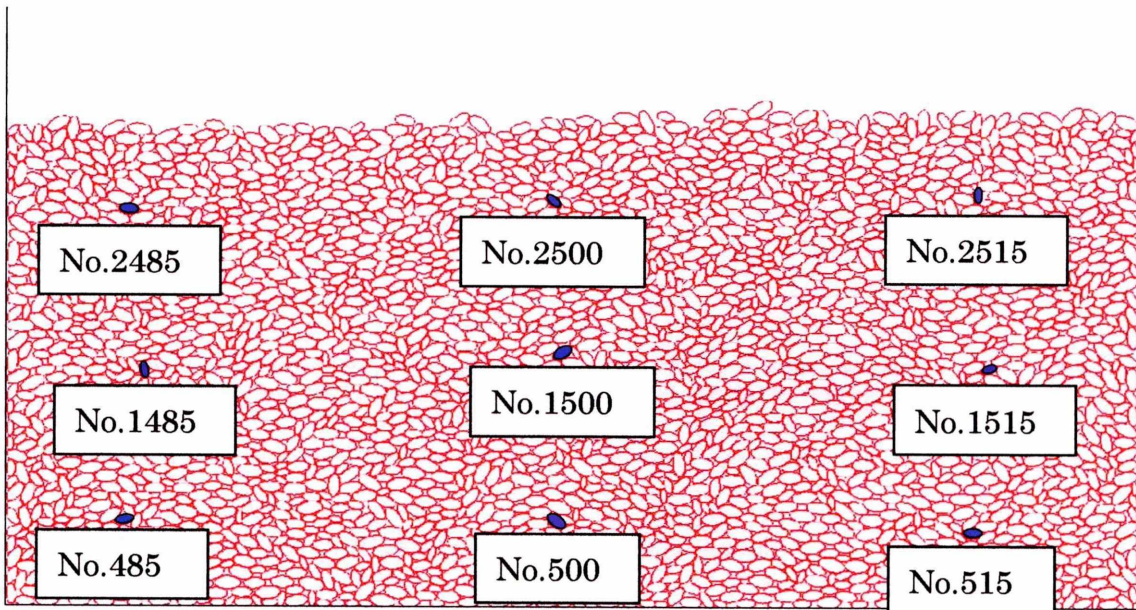


Fig8.12

• No.485

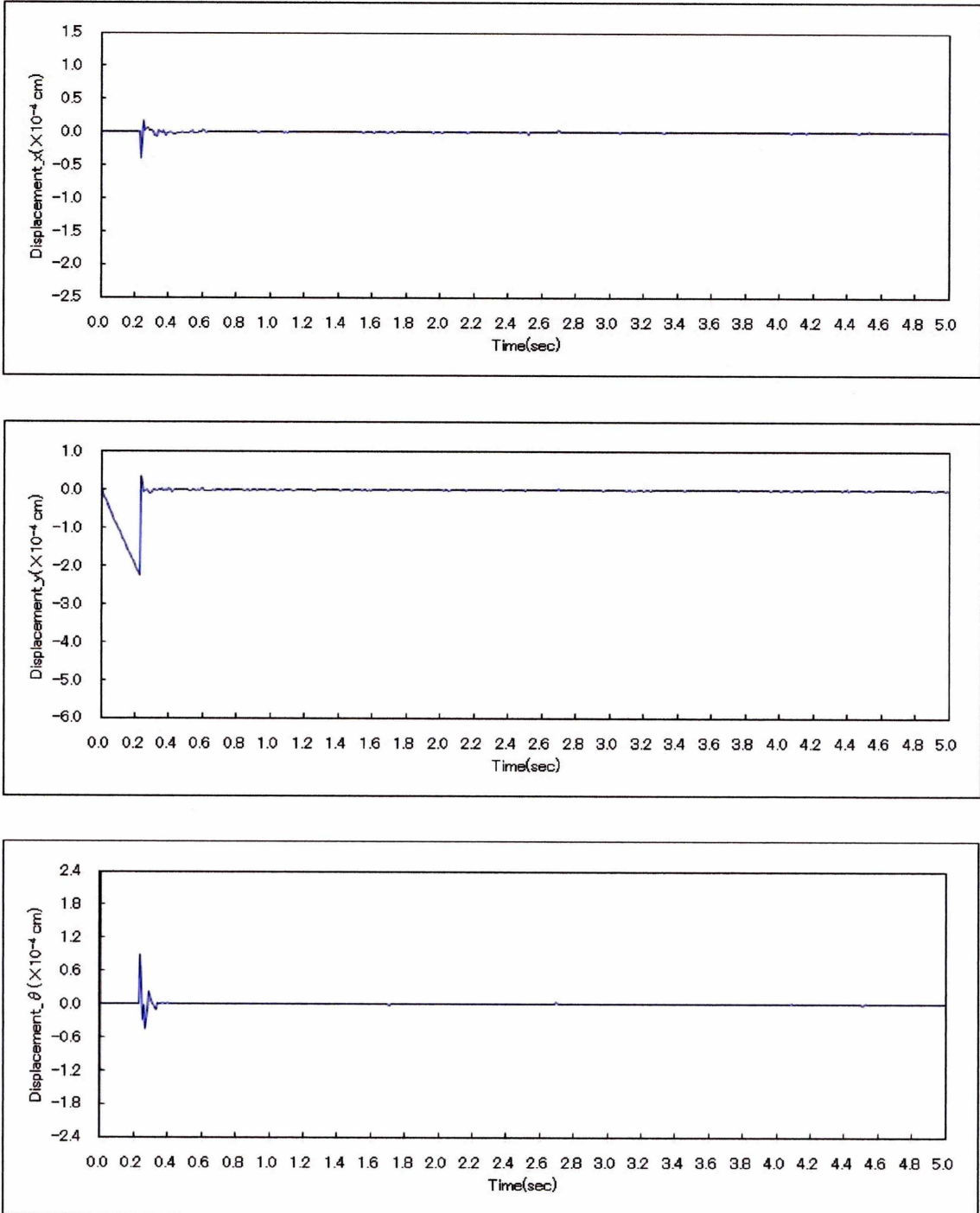


Fig8.13 (a) Displacement of element

• No.500

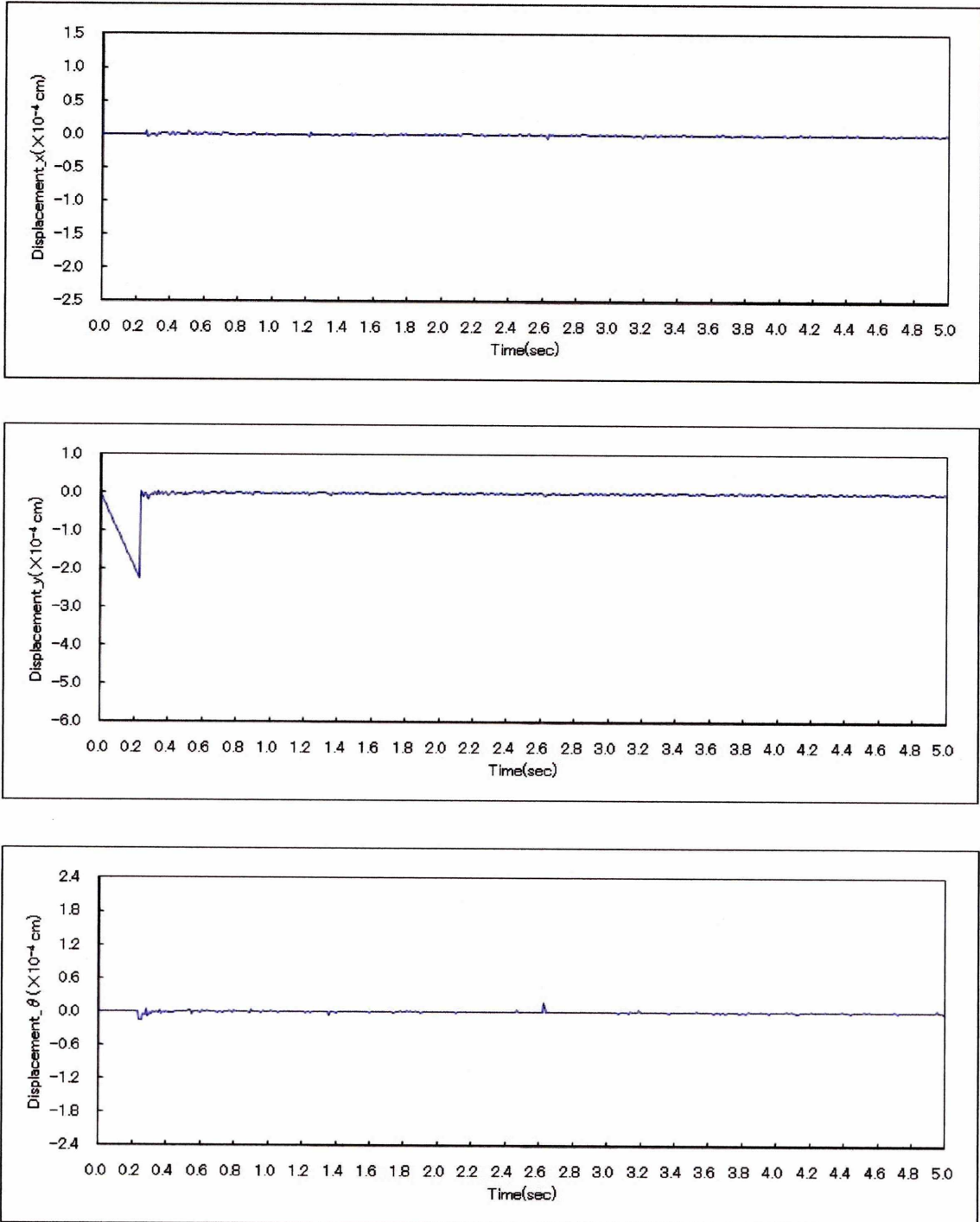


Fig8.13 (b) Displacement of element

• No.515

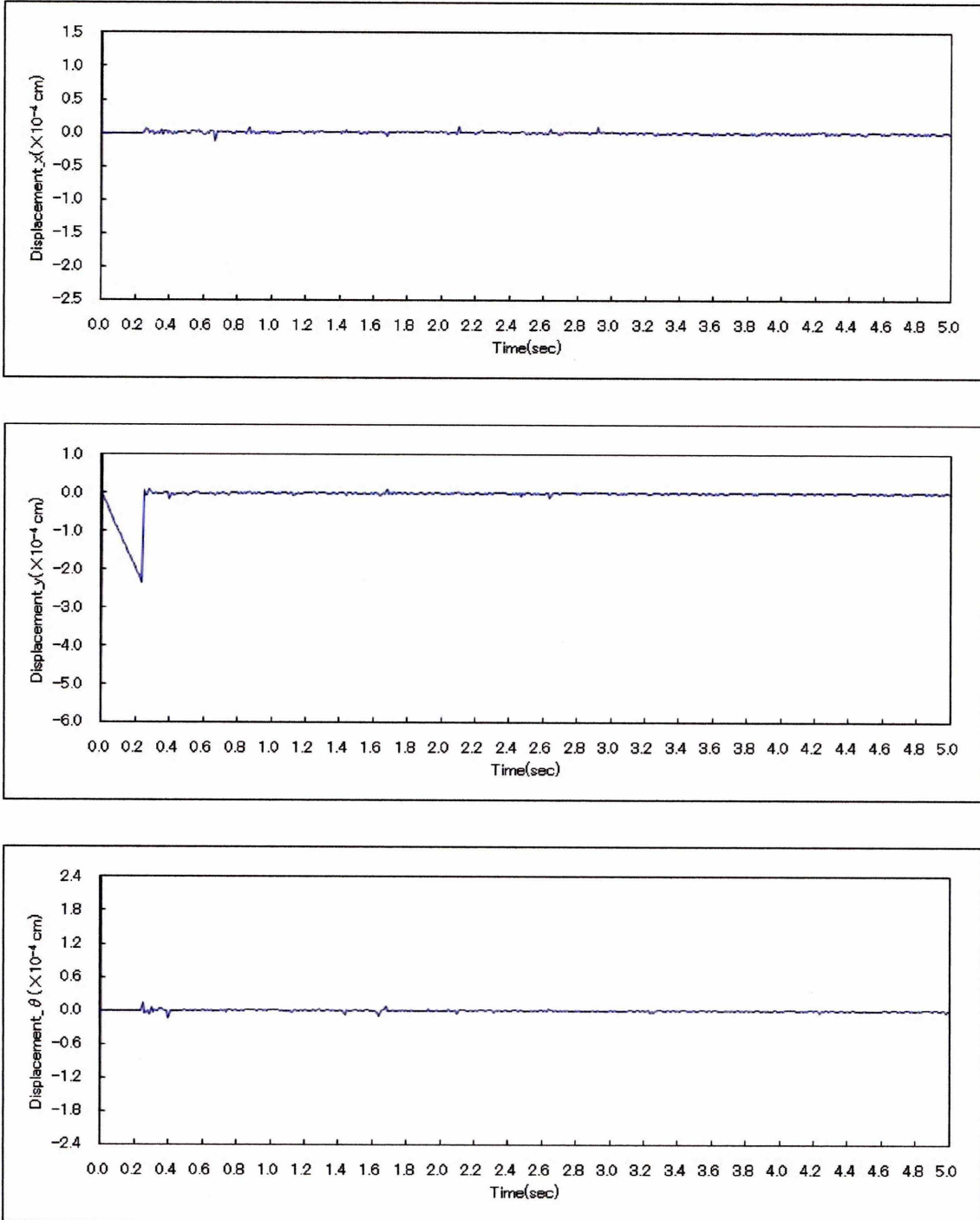


Fig8.13 (c) Displacement of element

• No.1485

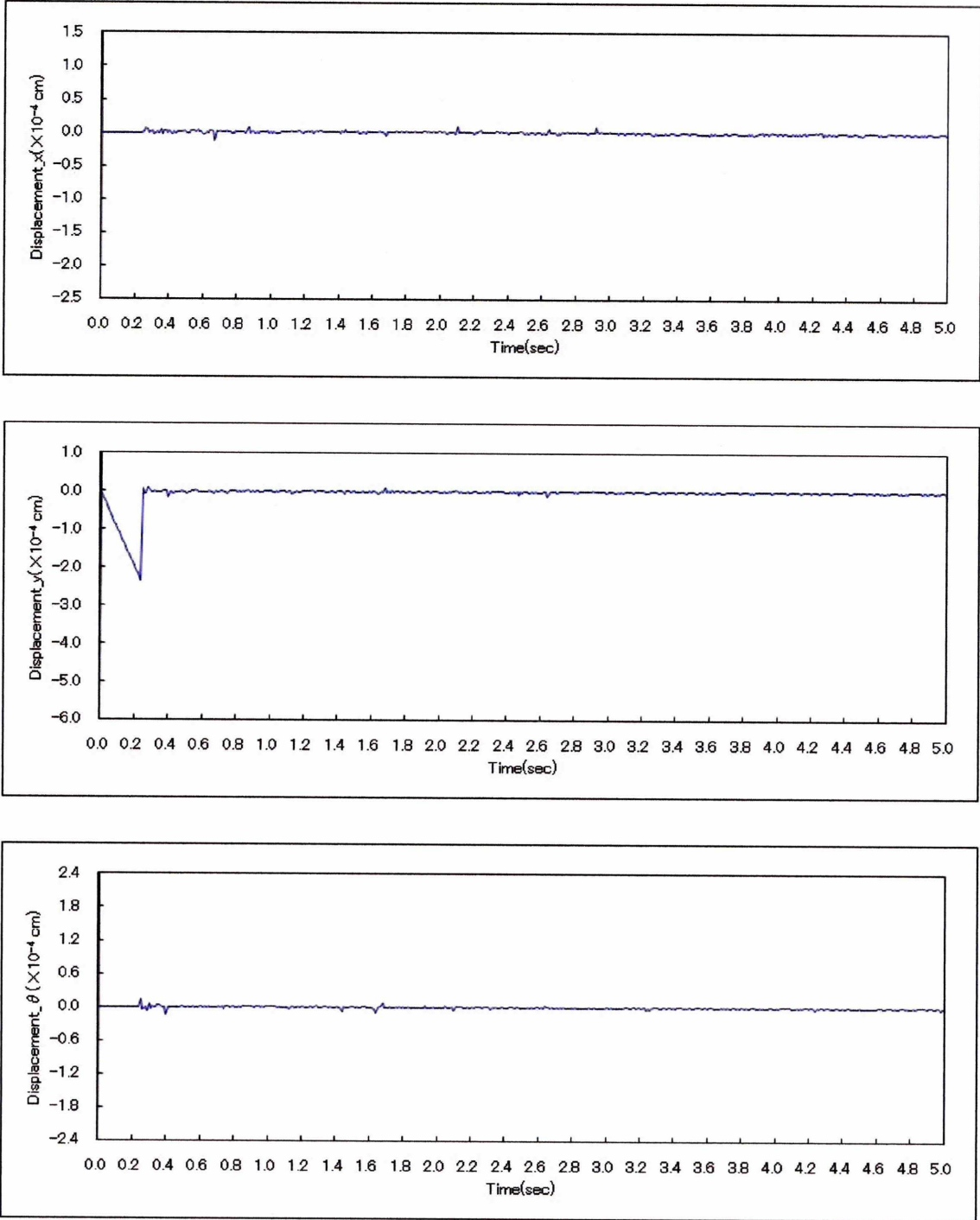


Fig8.13 (d) Displacement of element

• No.1500

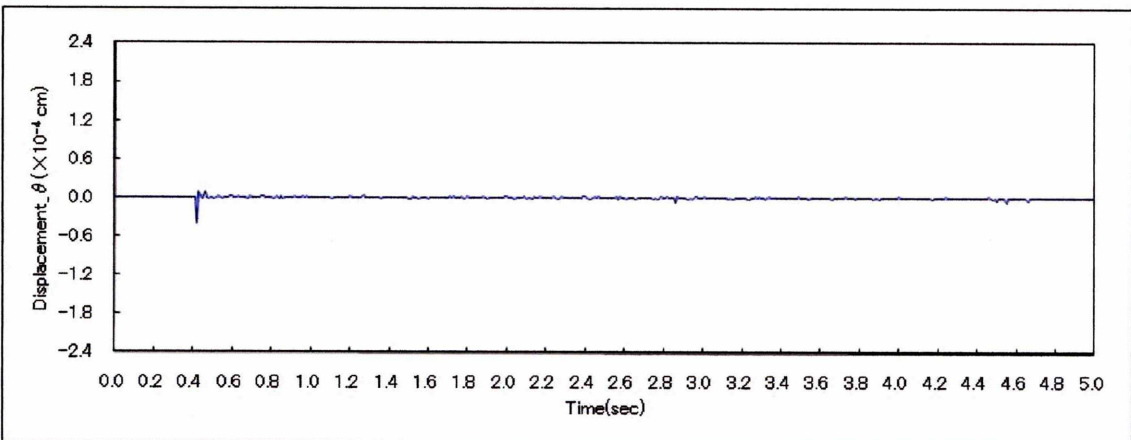
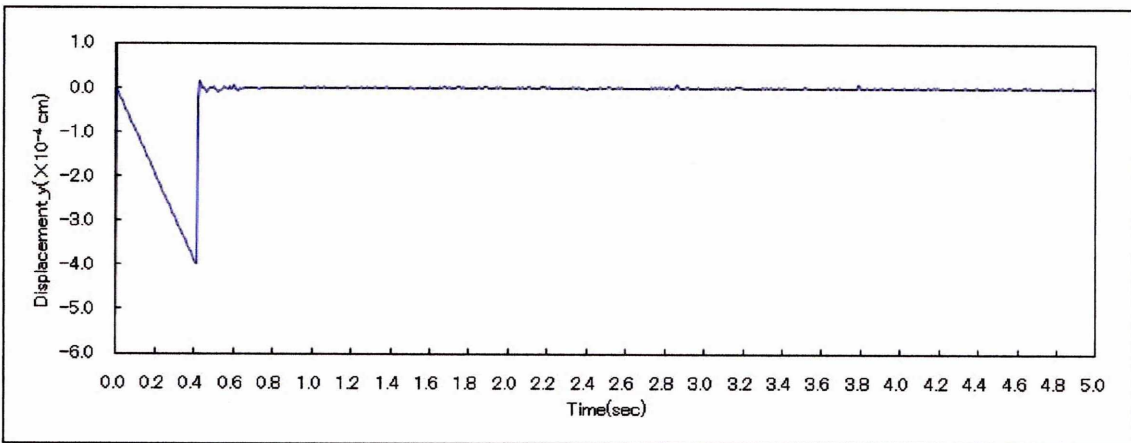
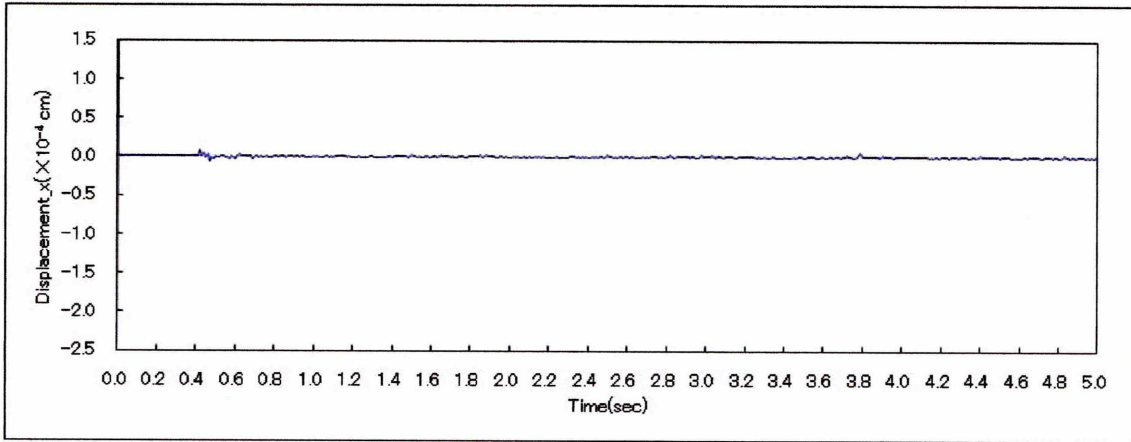


Fig8.13 (e) Displacement of element

• No.1515

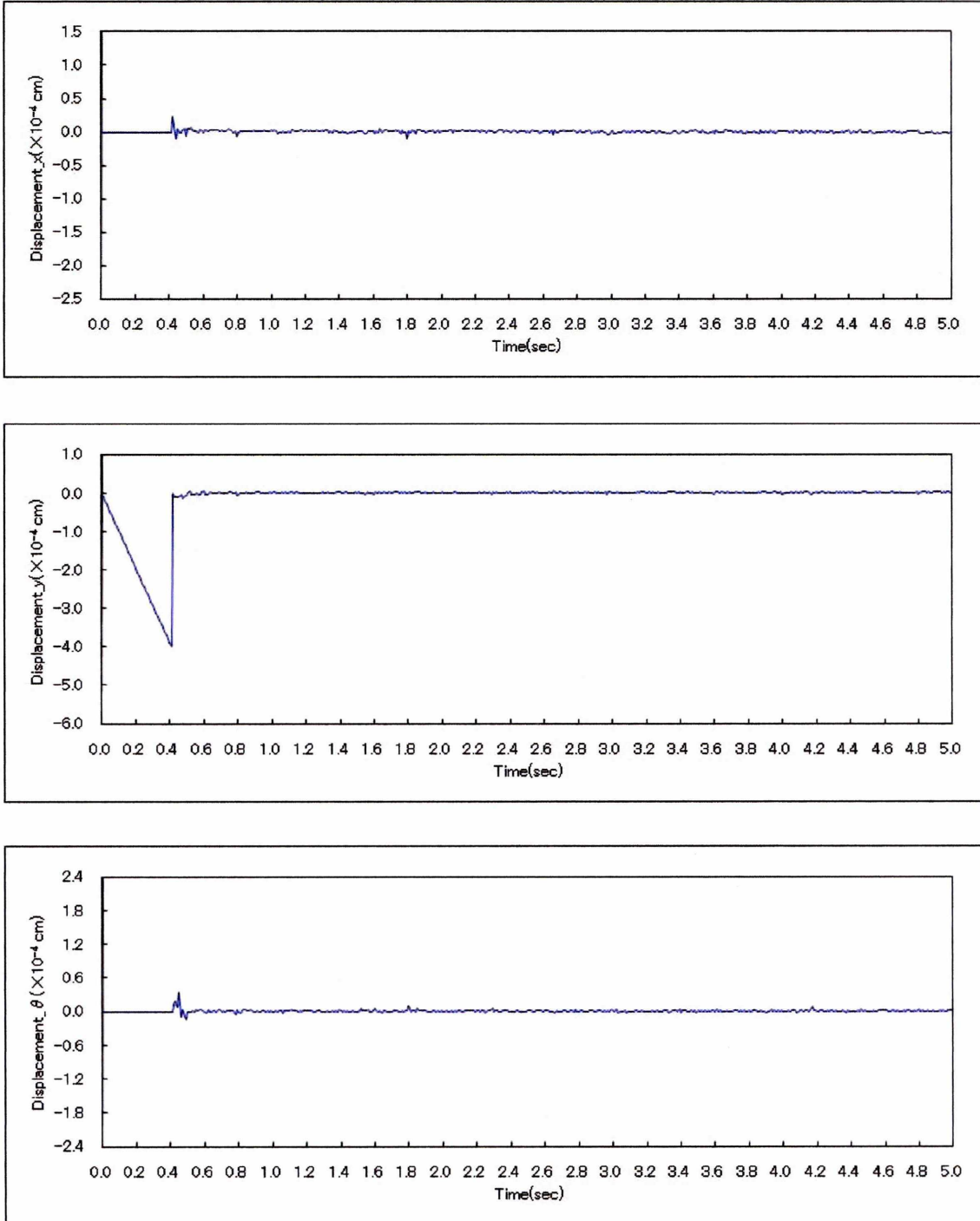


Fig8.13 (f) Displacement of element

• No.2485

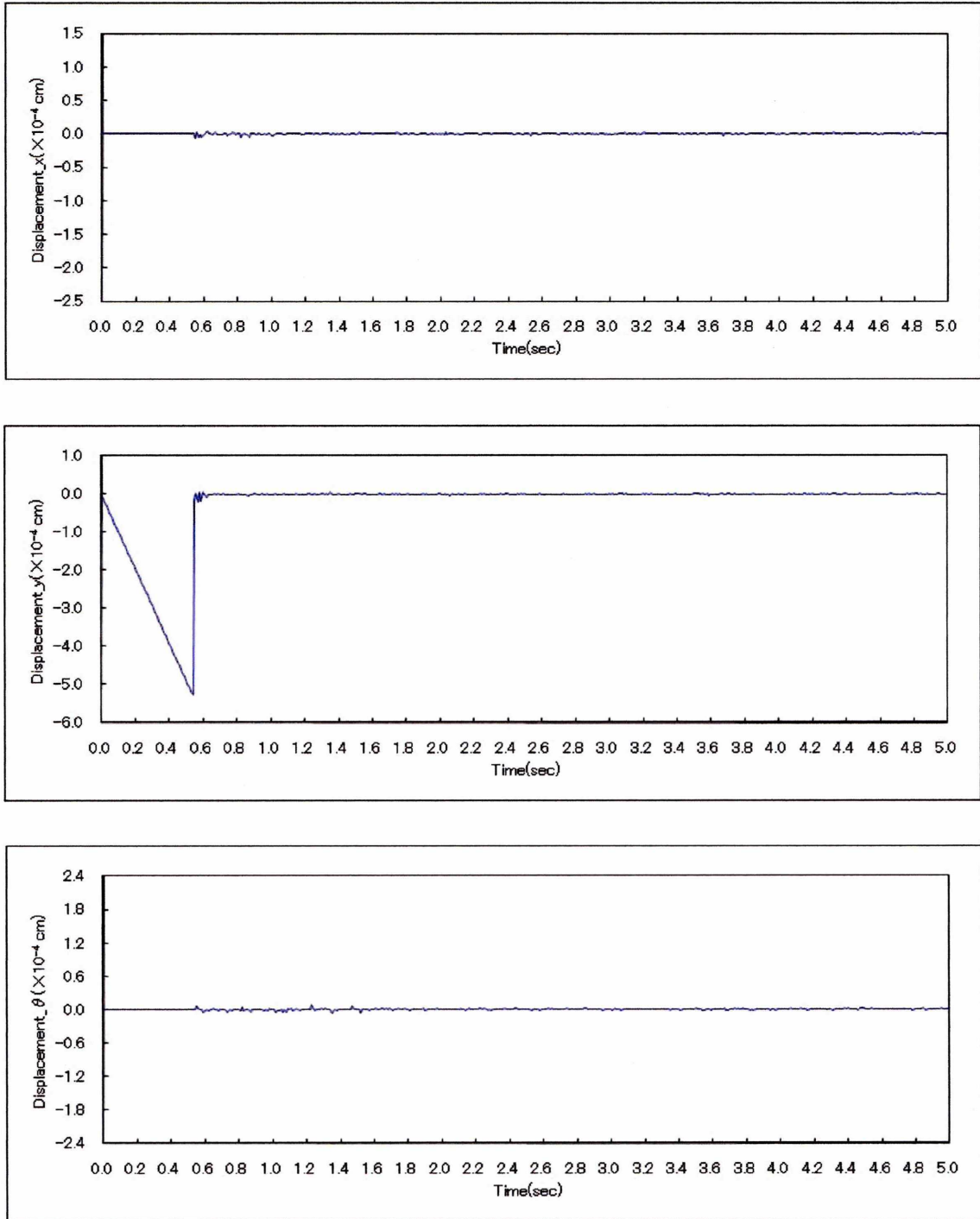


Fig8.13 (g) Displacement of element

• No.2500

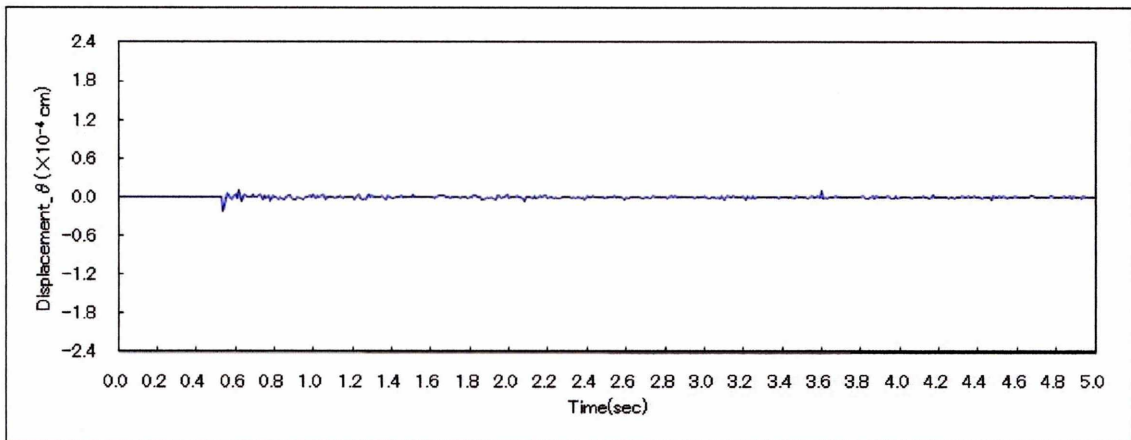
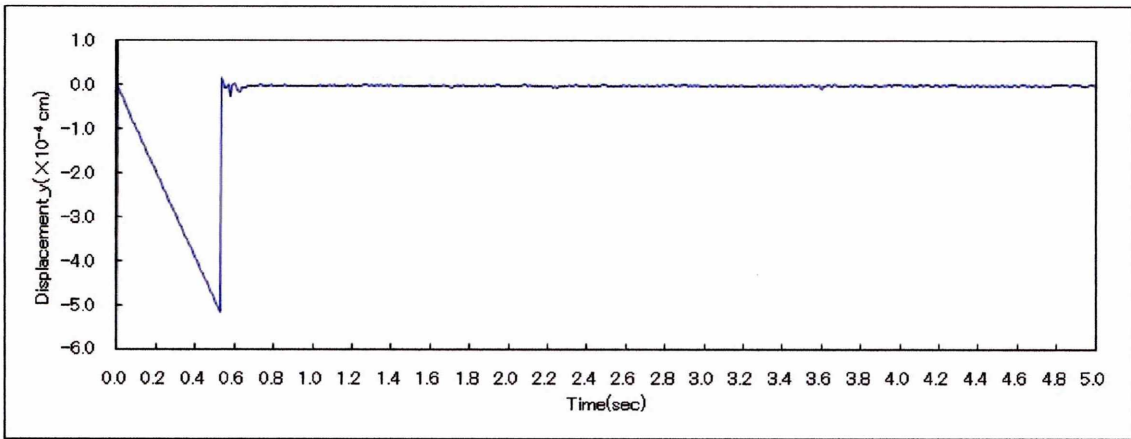
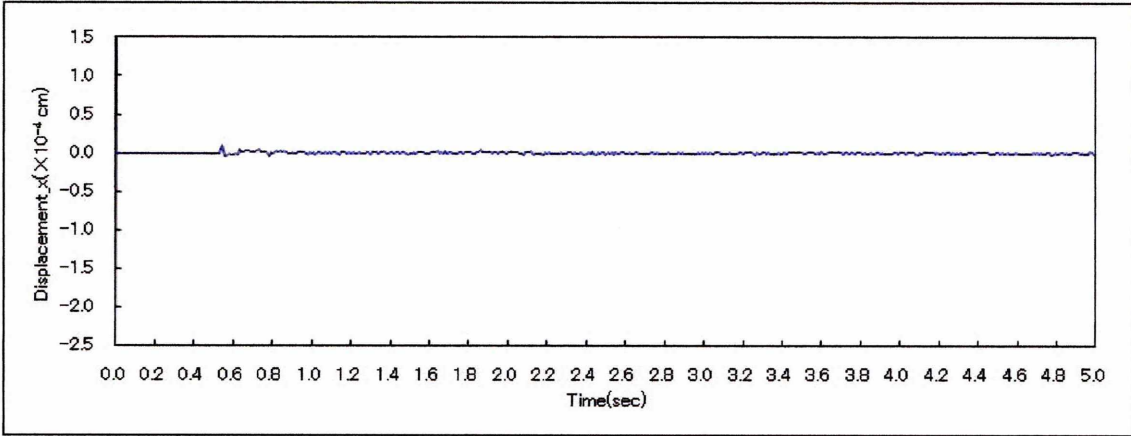


Fig8.13 (h) Displacement of element

• No.2515

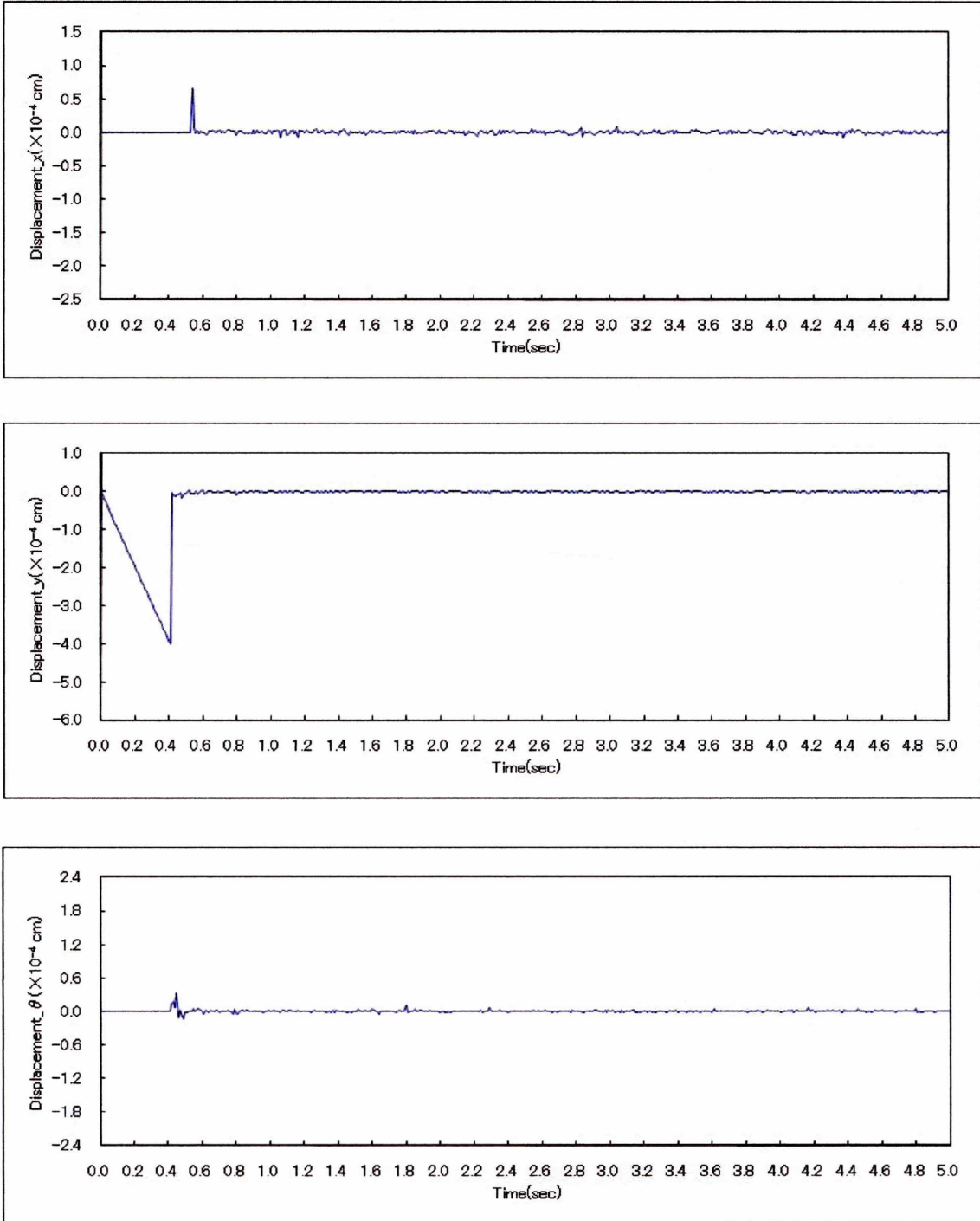
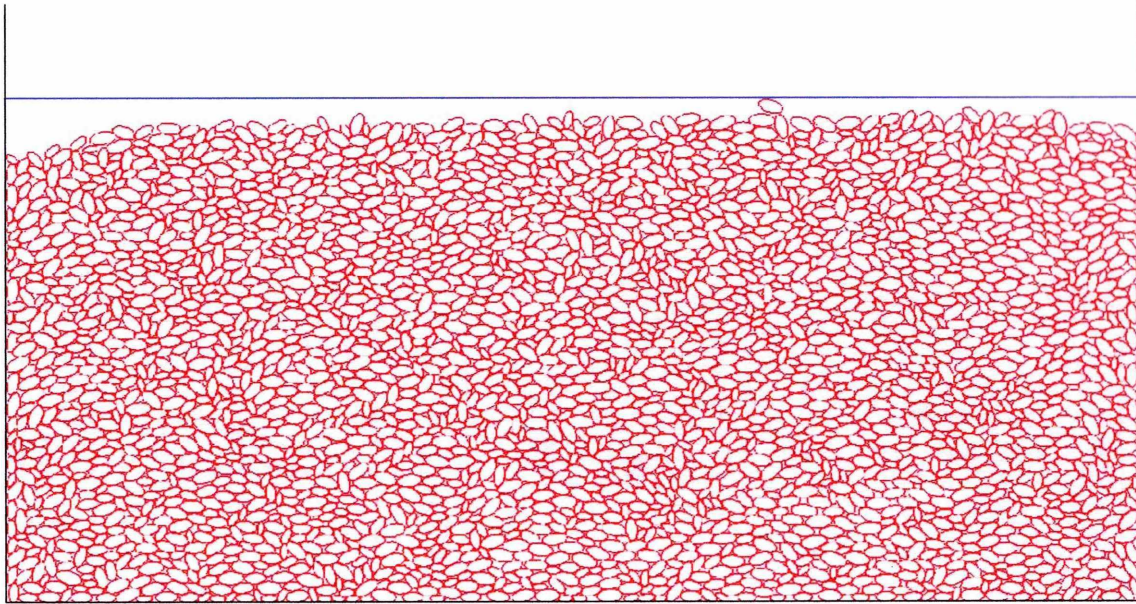


Fig8.13 (i) Displacement of element

8.3.3 地盤モデルの加振 一楕円要素一

8.3.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が $400gal$, 周波数が $10Hz$ の正弦波を水平方向に入力した結果を以下の通りである. 物性値ならびに計算条件は 8.3.1 と同様である. 加振後の間隙比と間隙率は Fig8.14 のようになった.



間隙比	間隙率
0.139	12.21%

Fig8.14

さらに Fig8.15 の粒子の x, y , 回転方向の変位の経時変化と軌跡を Fig8.16~Fig8.17 に示す.

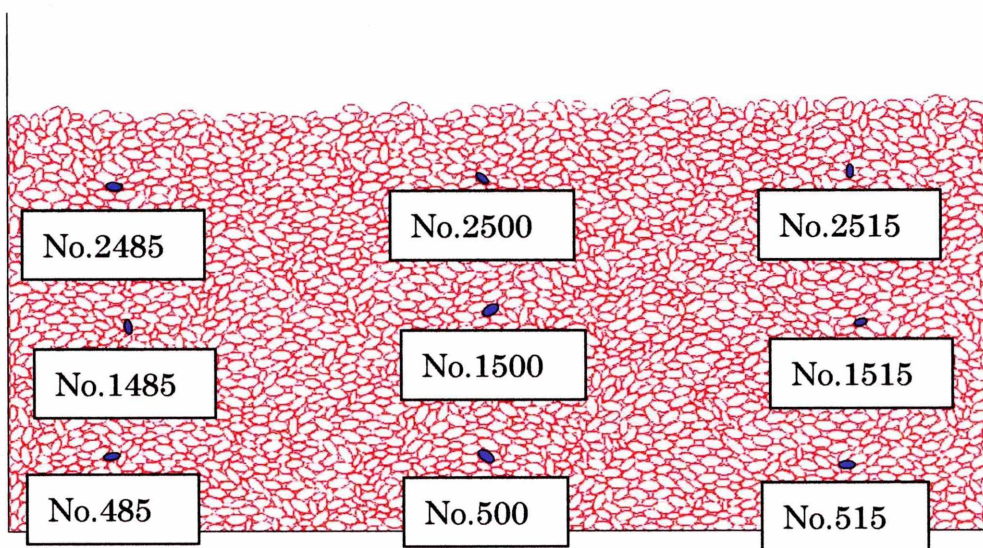
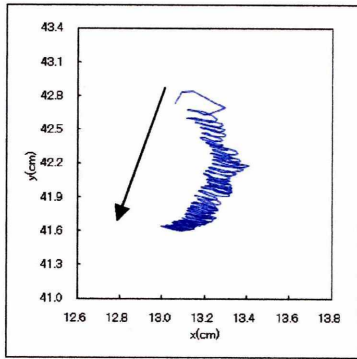
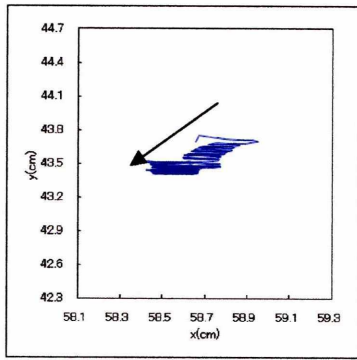


Fig8.15

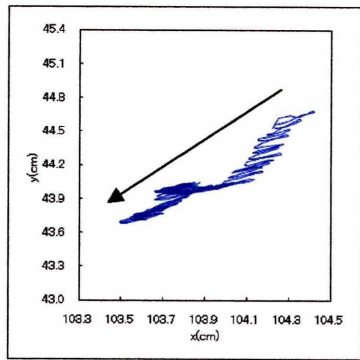
第八章 解析結果



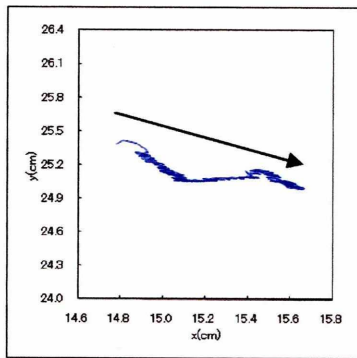
No.2485



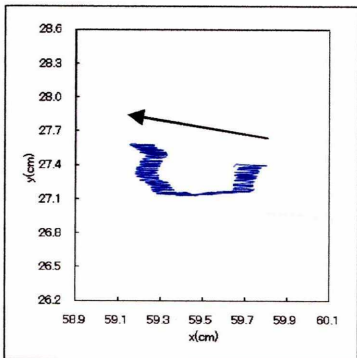
No.2500



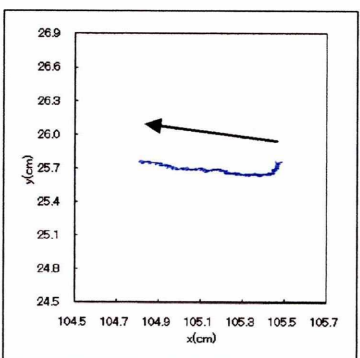
No.2515



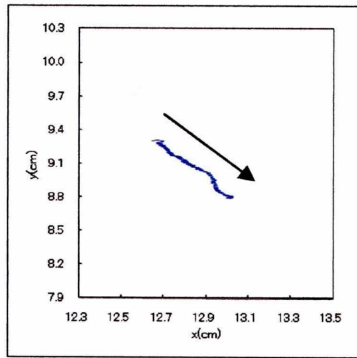
No.1485



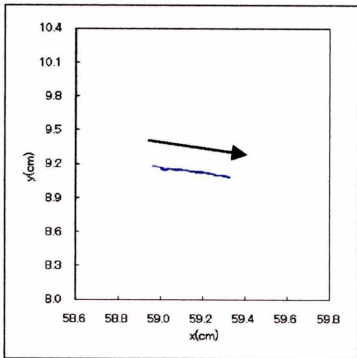
No.1500



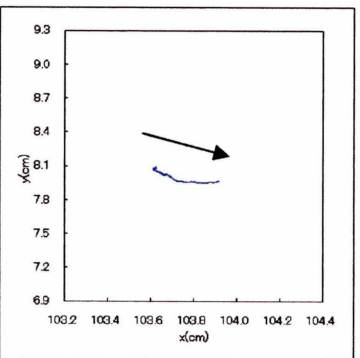
No.1515



No.485



No.500



No.515

Fig8.16 Trajectory of element

• No.485

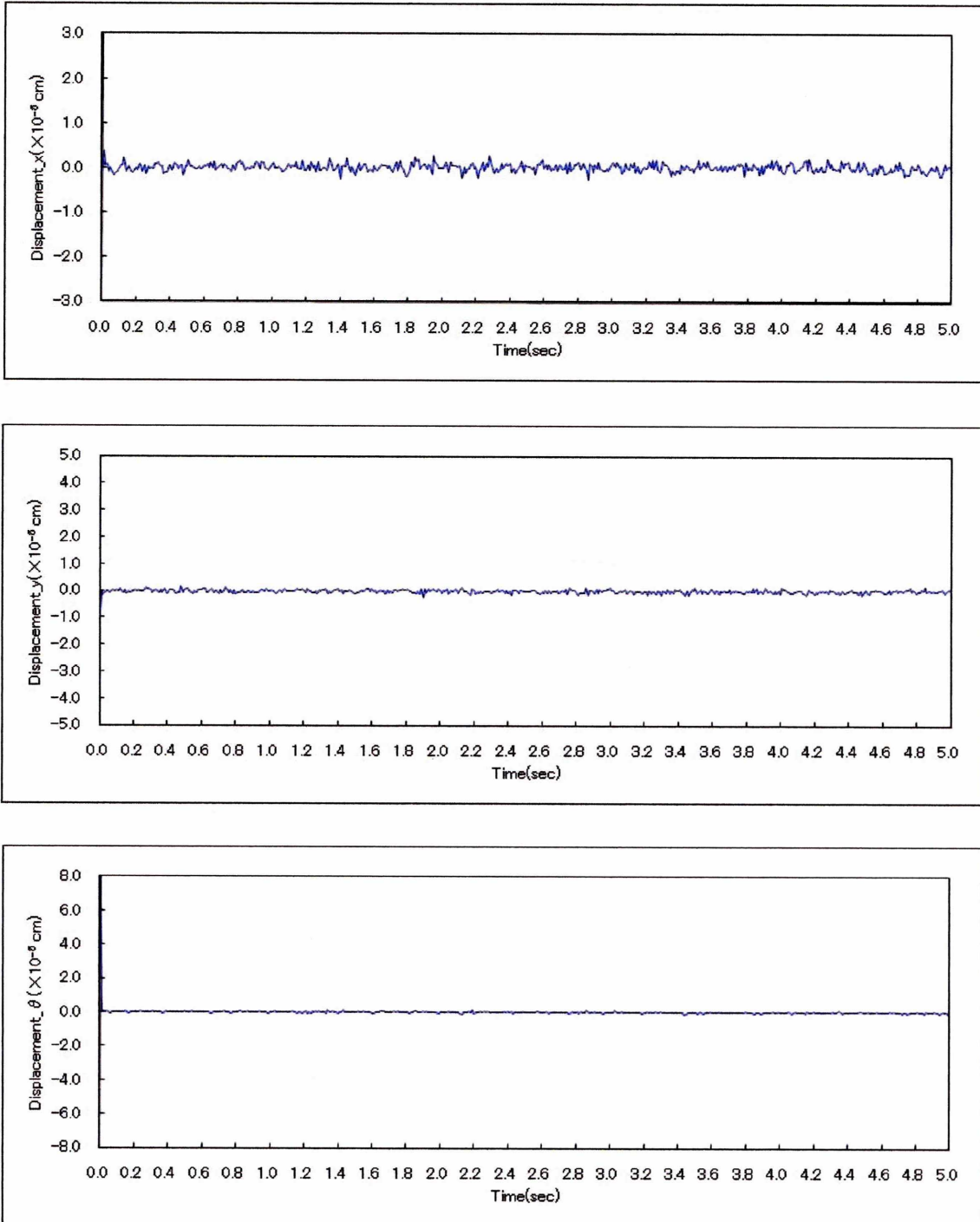


Fig8.17 (a) Displacement of element

• No.500

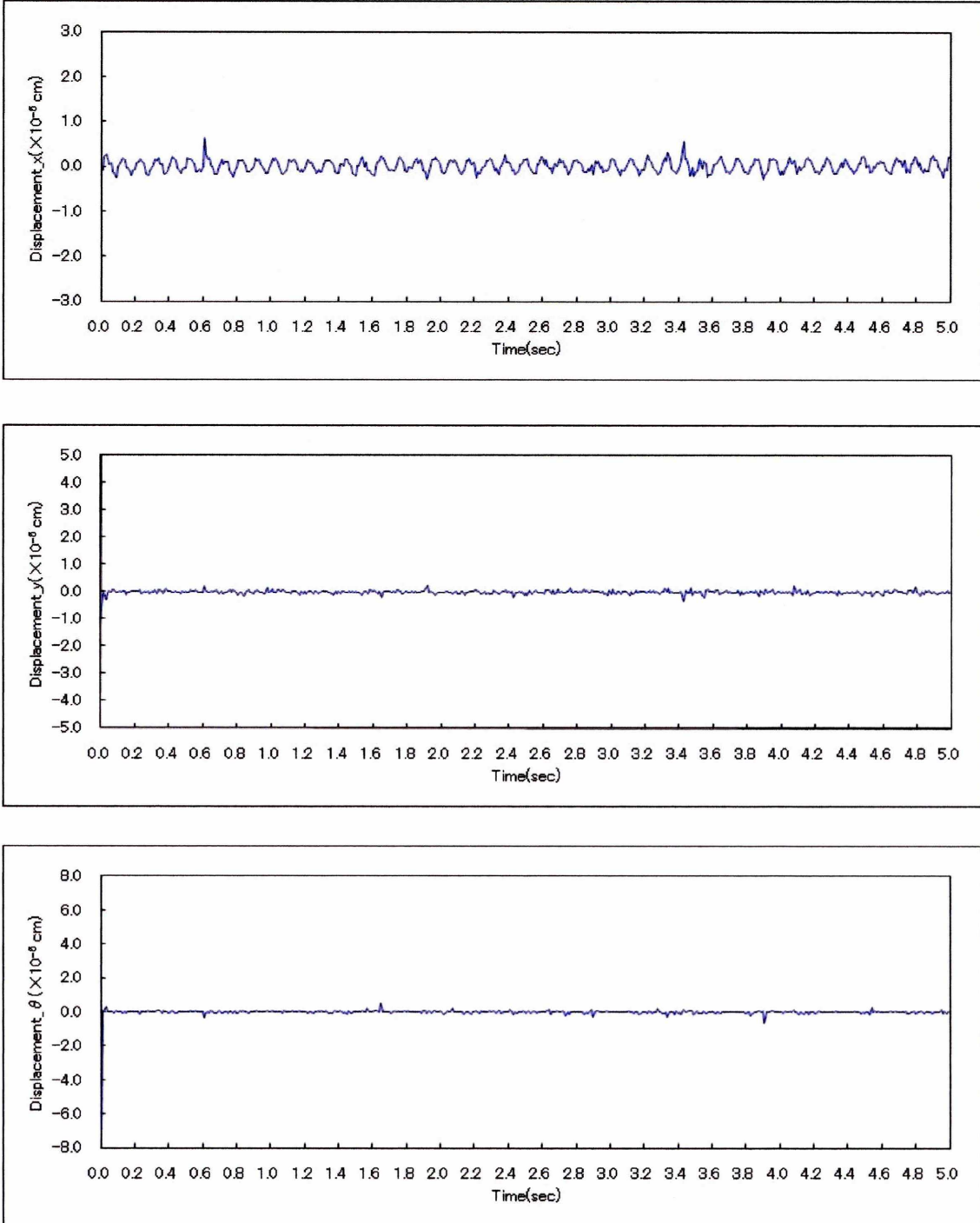


Fig8.17 (b) Displacement of element

• No.515

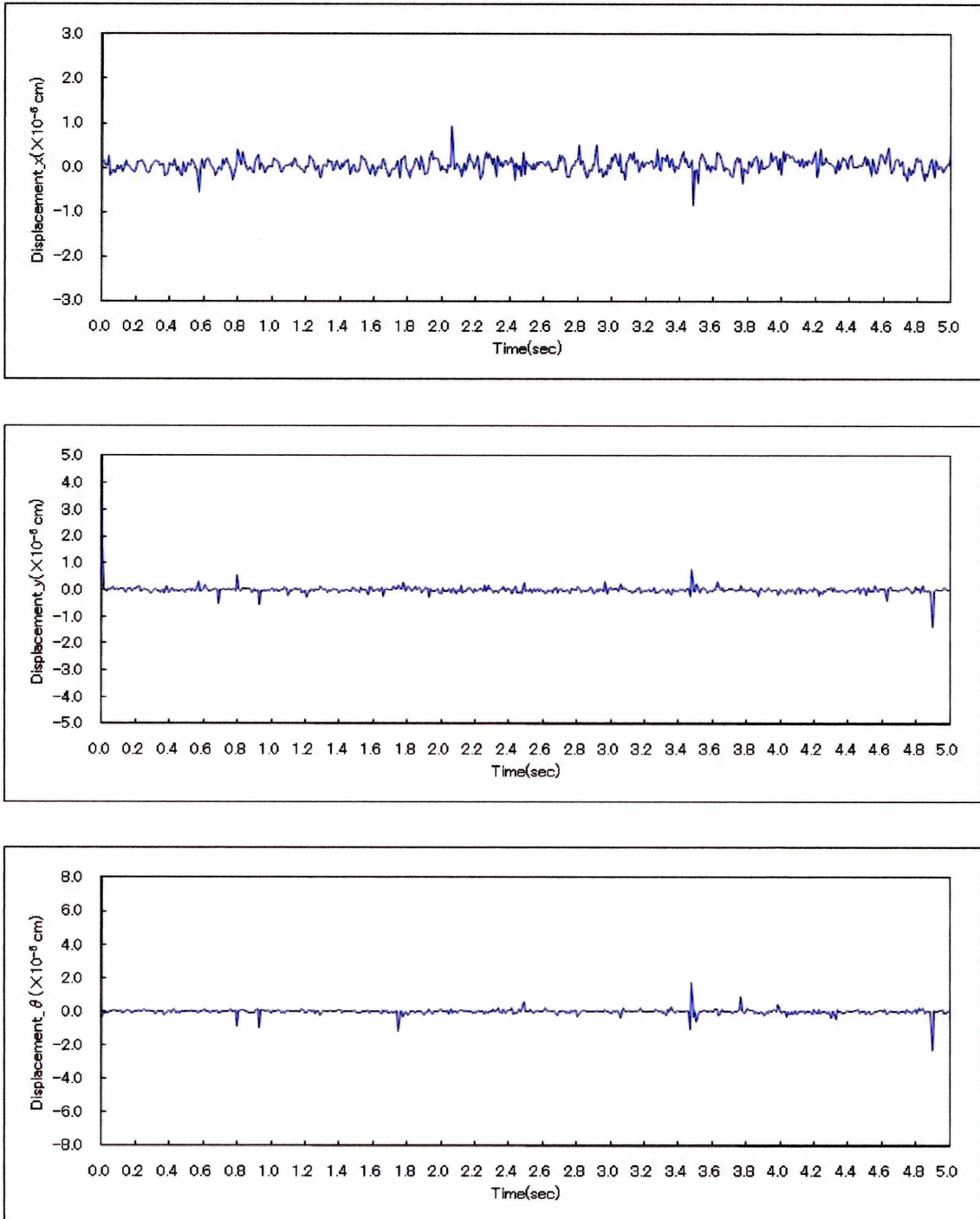


Fig8.17 (c) Displacement of element

• No.1485

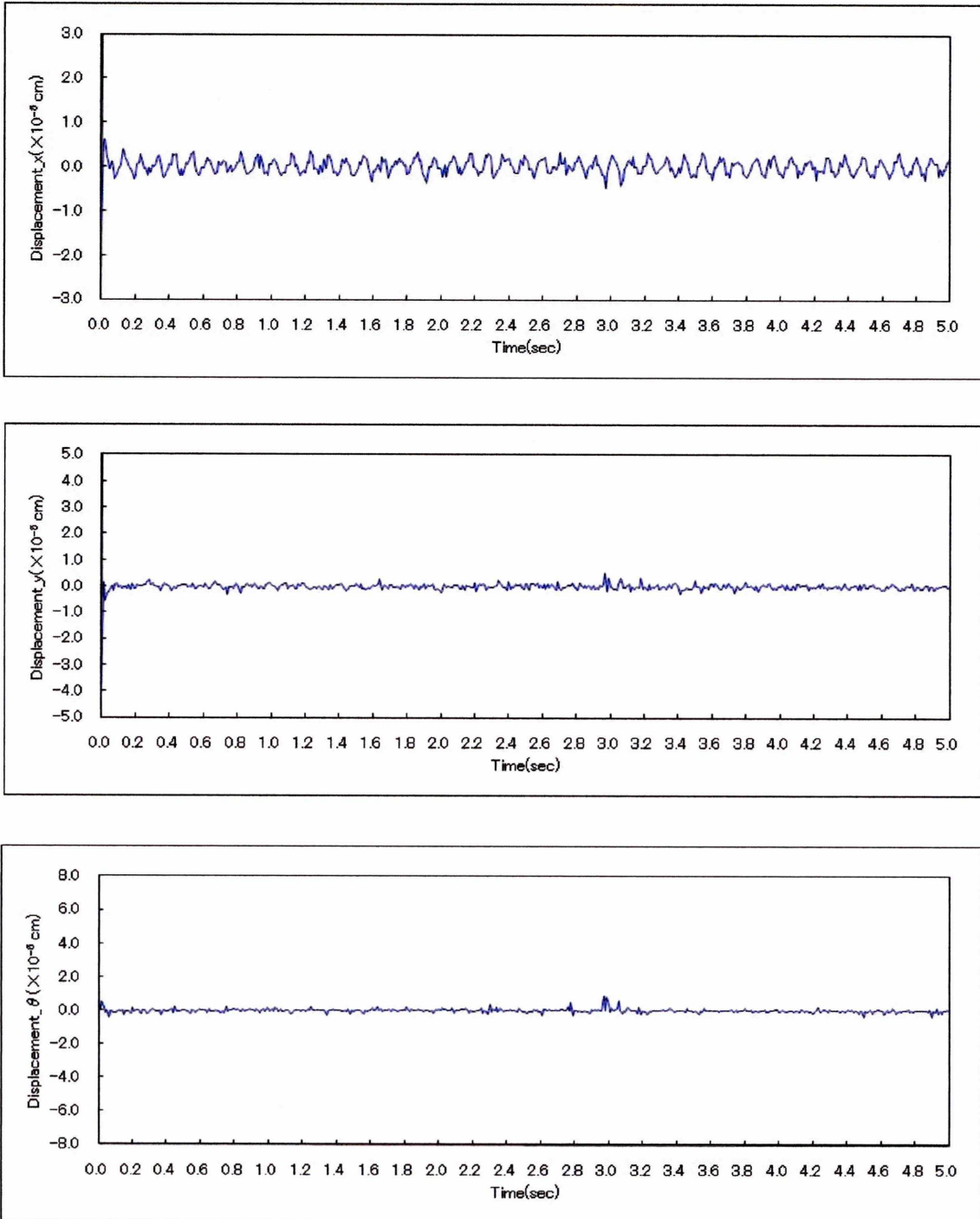


Fig8.17 (d) Displacement of element

• No.1500

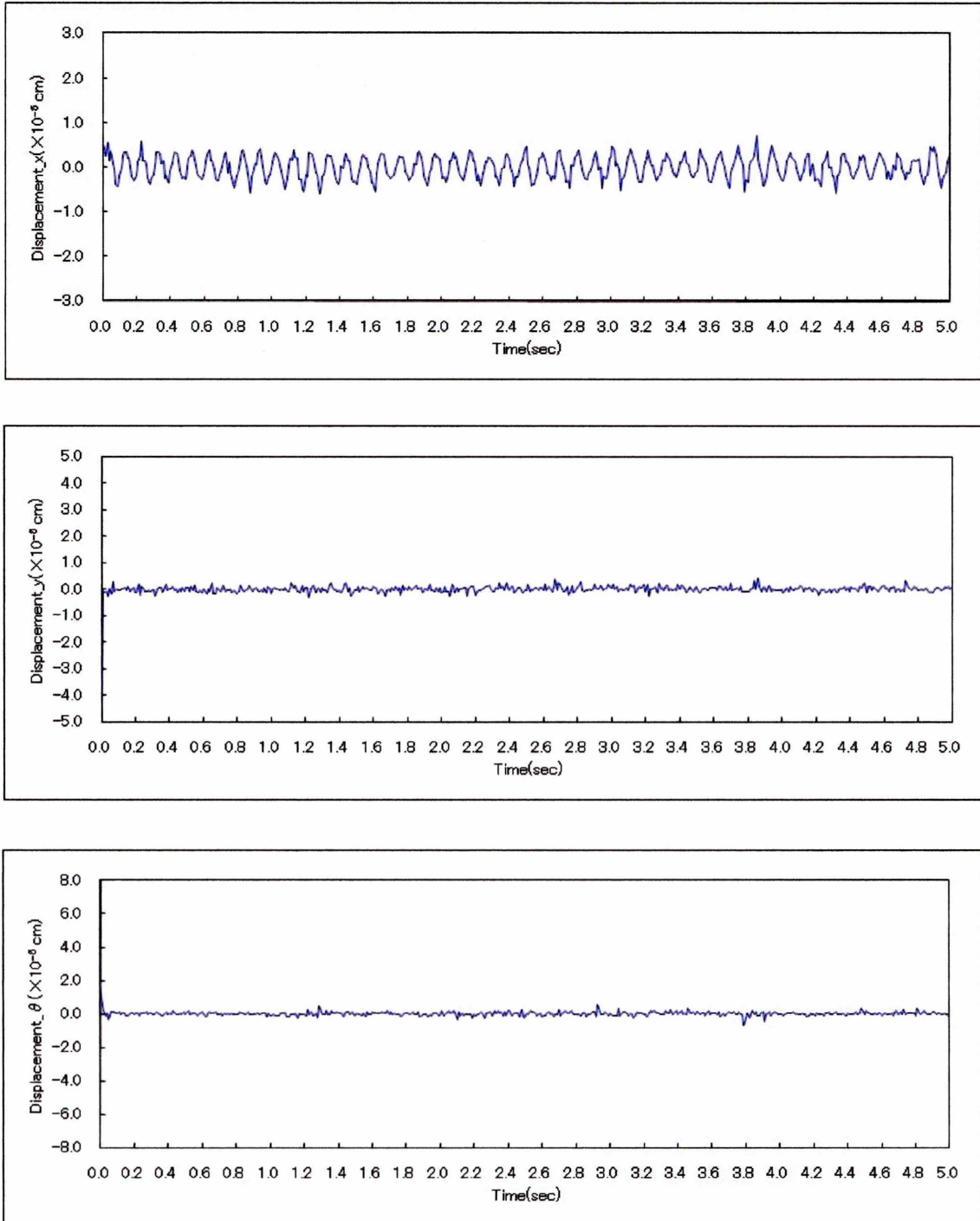


Fig8.17 (e) Displacement of element

• No.1515

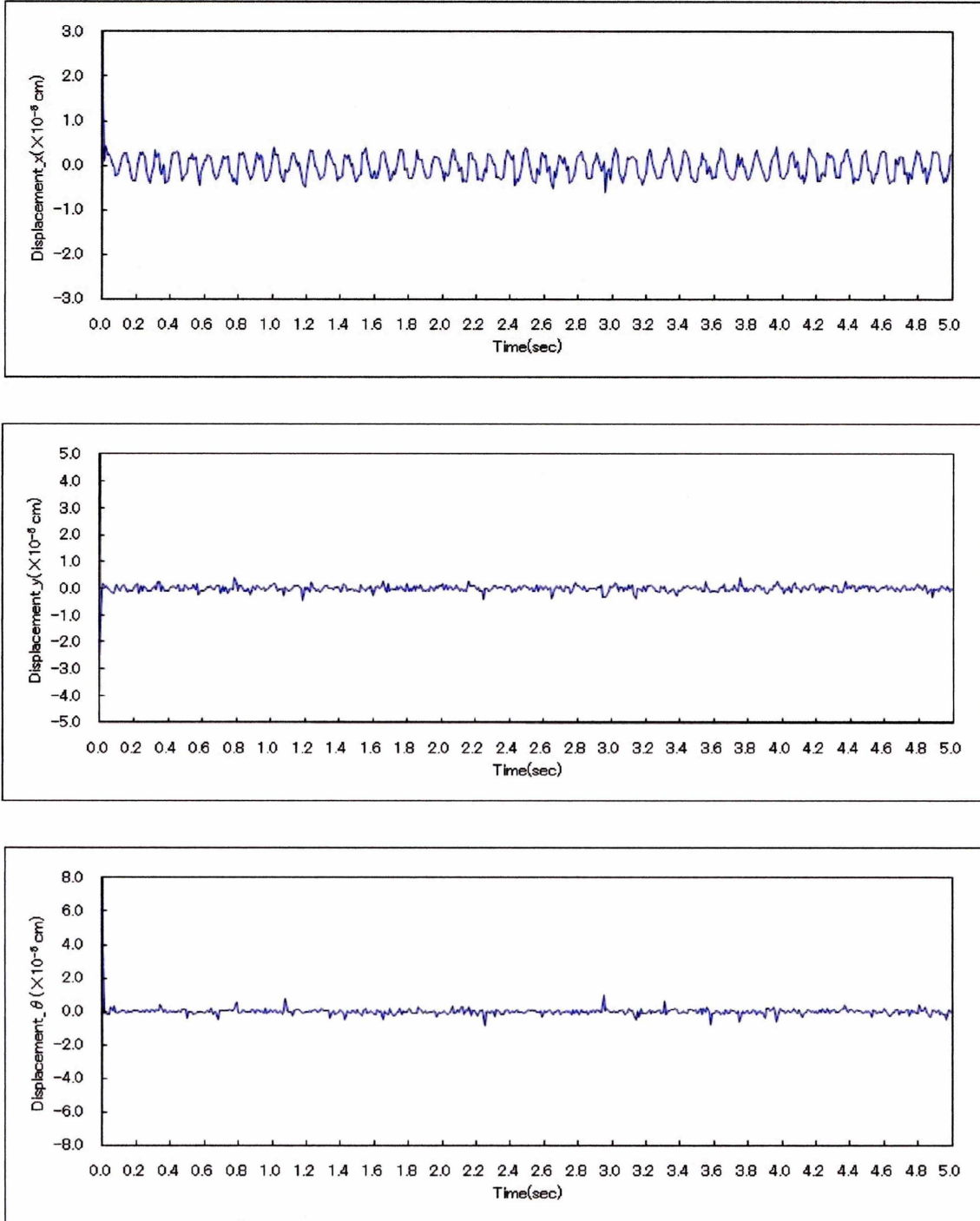


Fig8.17 (f) Displacement of element

• No.2485

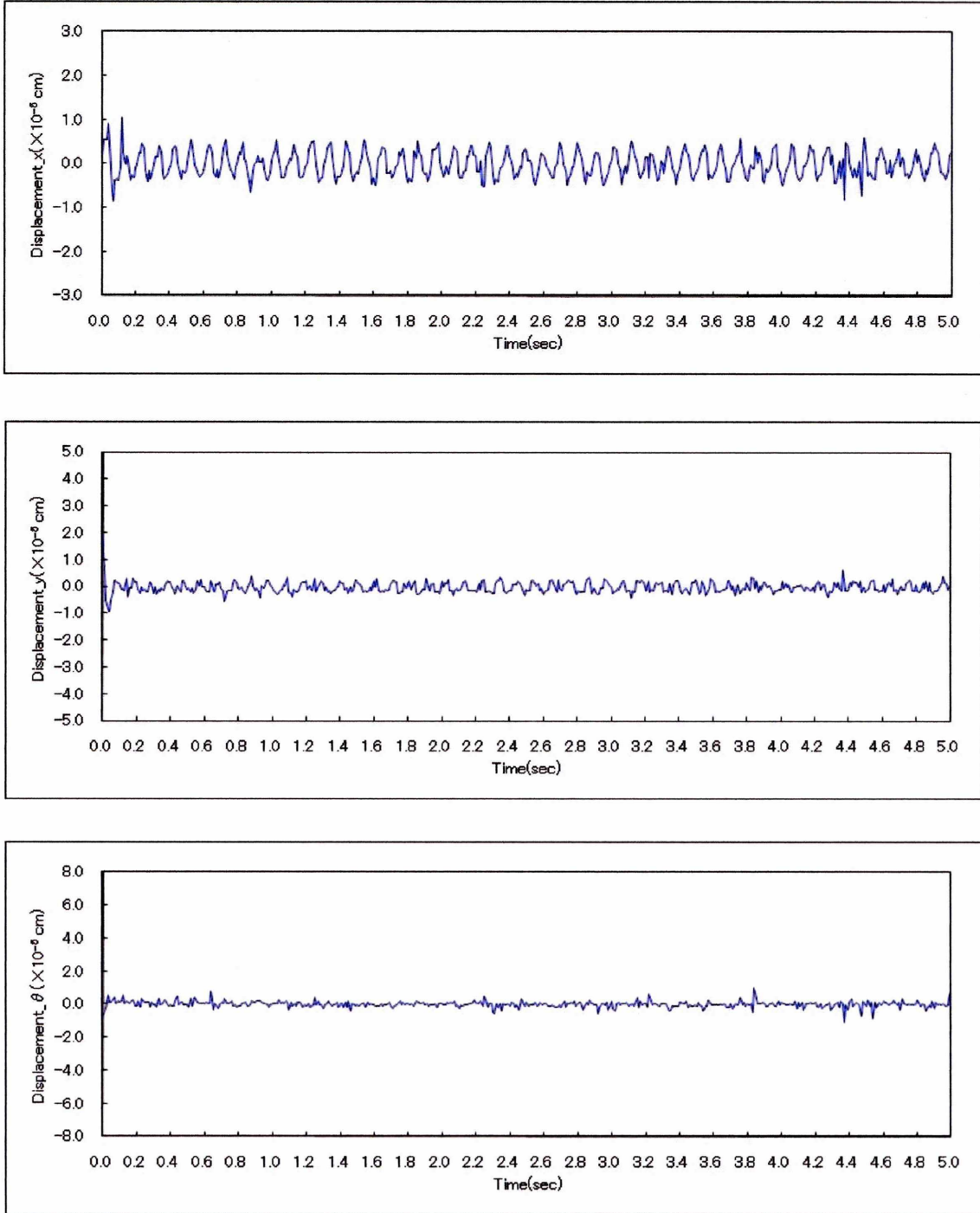


Fig8.17 (g) Displacement of element

• No.2500

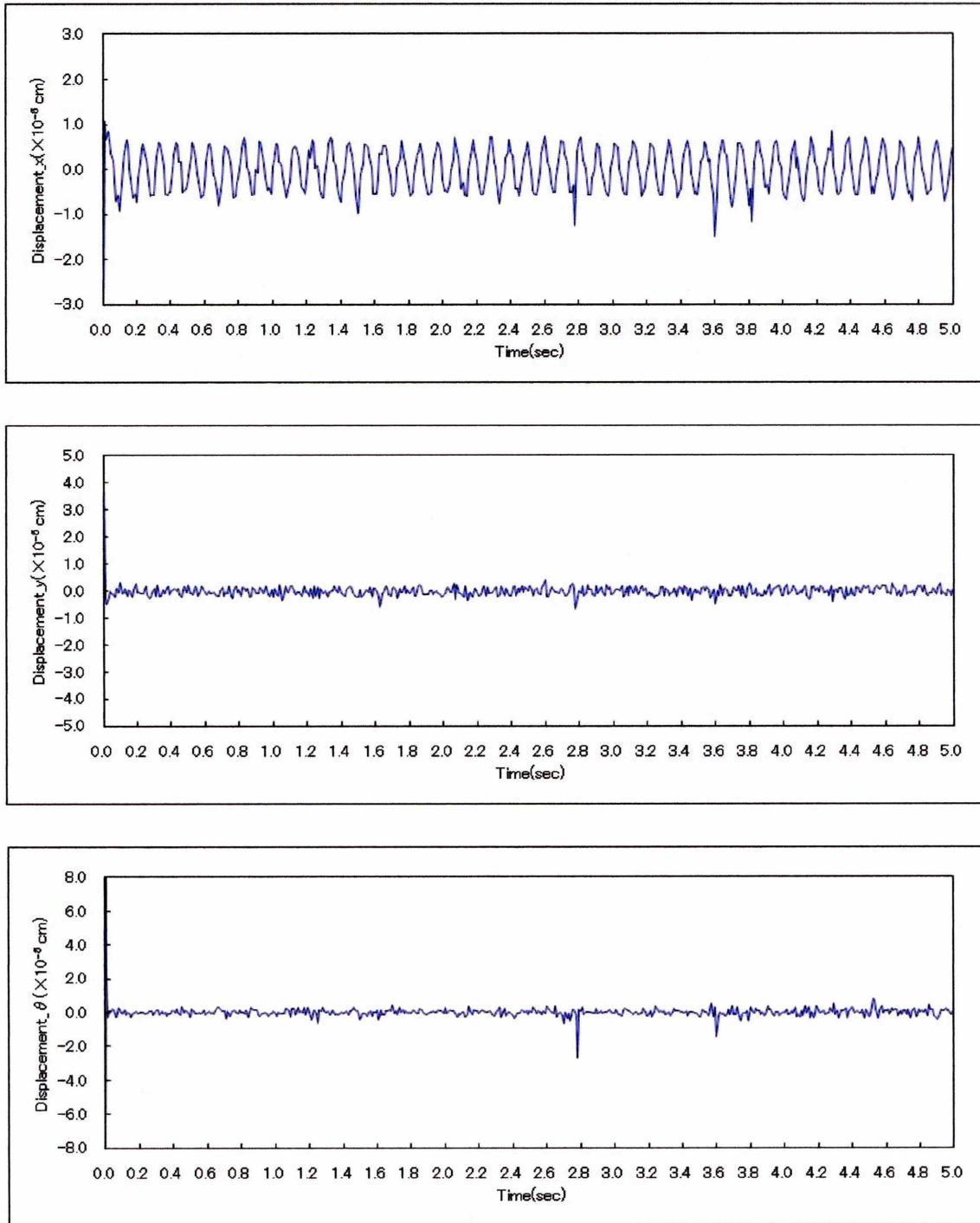


Fig8.17 (h) Displacement of element

• No.2515

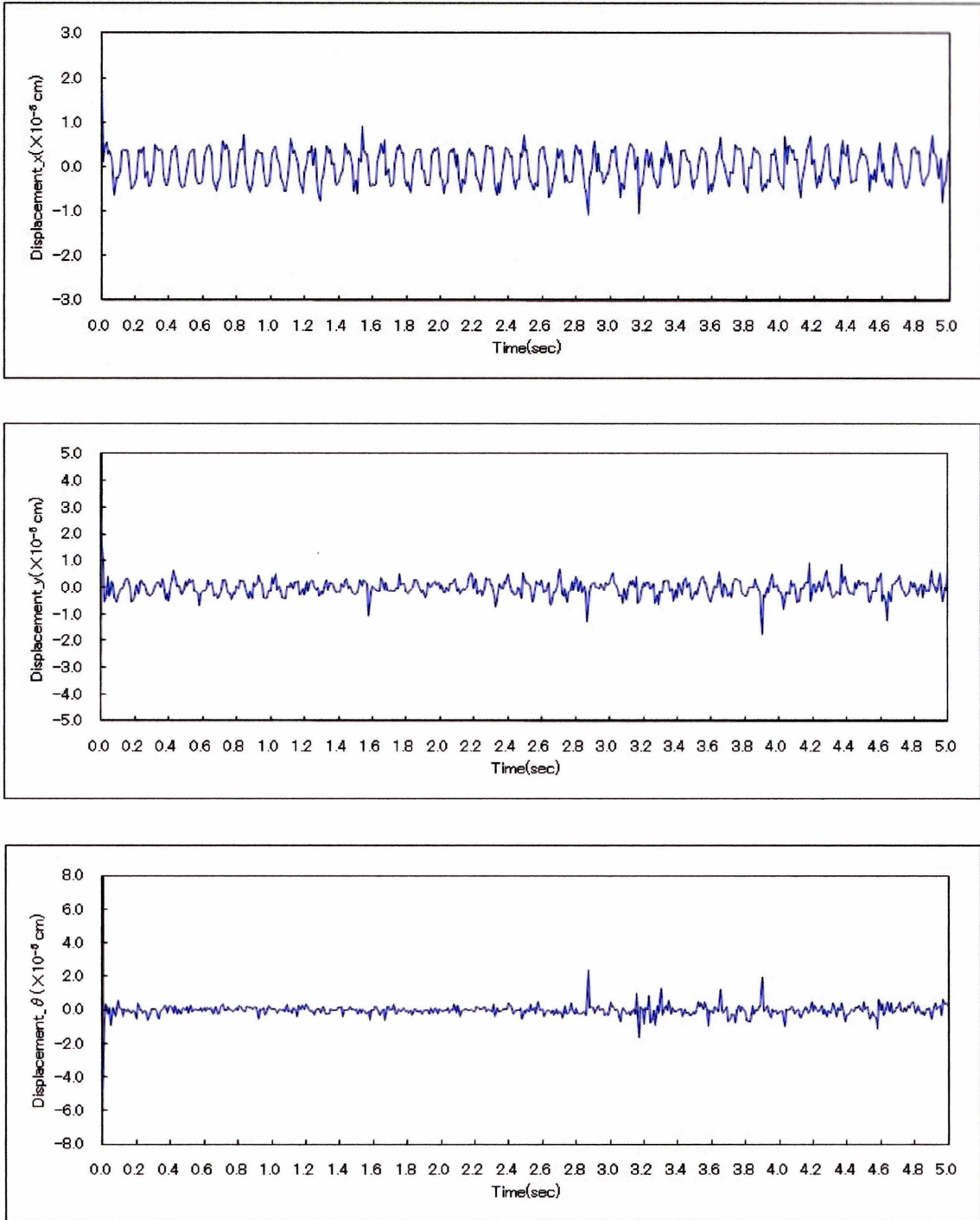


Fig8.17 (i) Displacement of element

8.3.4 間隙比, 間隙率の比較 一楕円要素一

加振前, 加振後を比較すると間隙比, 間隙率は Fig8.18 のような結果になった.

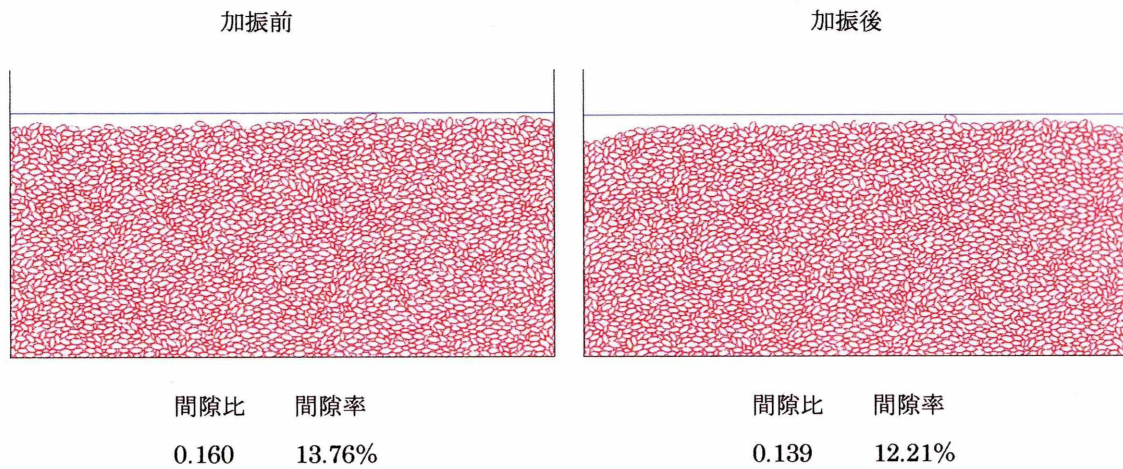


Fig8.18

モデルの表面高さが下方にゆき, 要素間の間隙の減少を確認できる. 間隙比, 間隙率がともに下がりこの地盤のモデルは加振により締め固まったといえる.

8.4 解析モデル3 -粘性結合円の解析-

8.4.1 地盤モデルの作成 -要素の充填-

これまでに述べた方法をもとに解析を行なう。ばね定数は波動論に基づく決定法で決定した。解析モデルは粒子要素 (5~10mm) をランダムに発生させた粘性結合円要素 1500 個を Fig8.19 のように配置し、容器に落下させる条件で作成した。解析に用いた物性値ならびに計算条件を以下に示す。解析の安定化を図るために減衰定数は 1.0 とした。

解析モデル (粘性結合円) -波動論に基づくばねの決定法-

ポアソン比	0.25	[-]
摩擦係数(粒子)	0.17	[-]
摩擦係数(壁)	0.25	[-]
S 波速度	1.5×10^4	cm/sec
減衰定数	1.0	[-]
粒子半径	0.5-1.0	cm
粒子密度	2.48×10^{-3}	kg/cm ³
時間刻み	1×10^{-6}	[-]
粒子数(円)	3000	[-]
容器幅	1215	cm

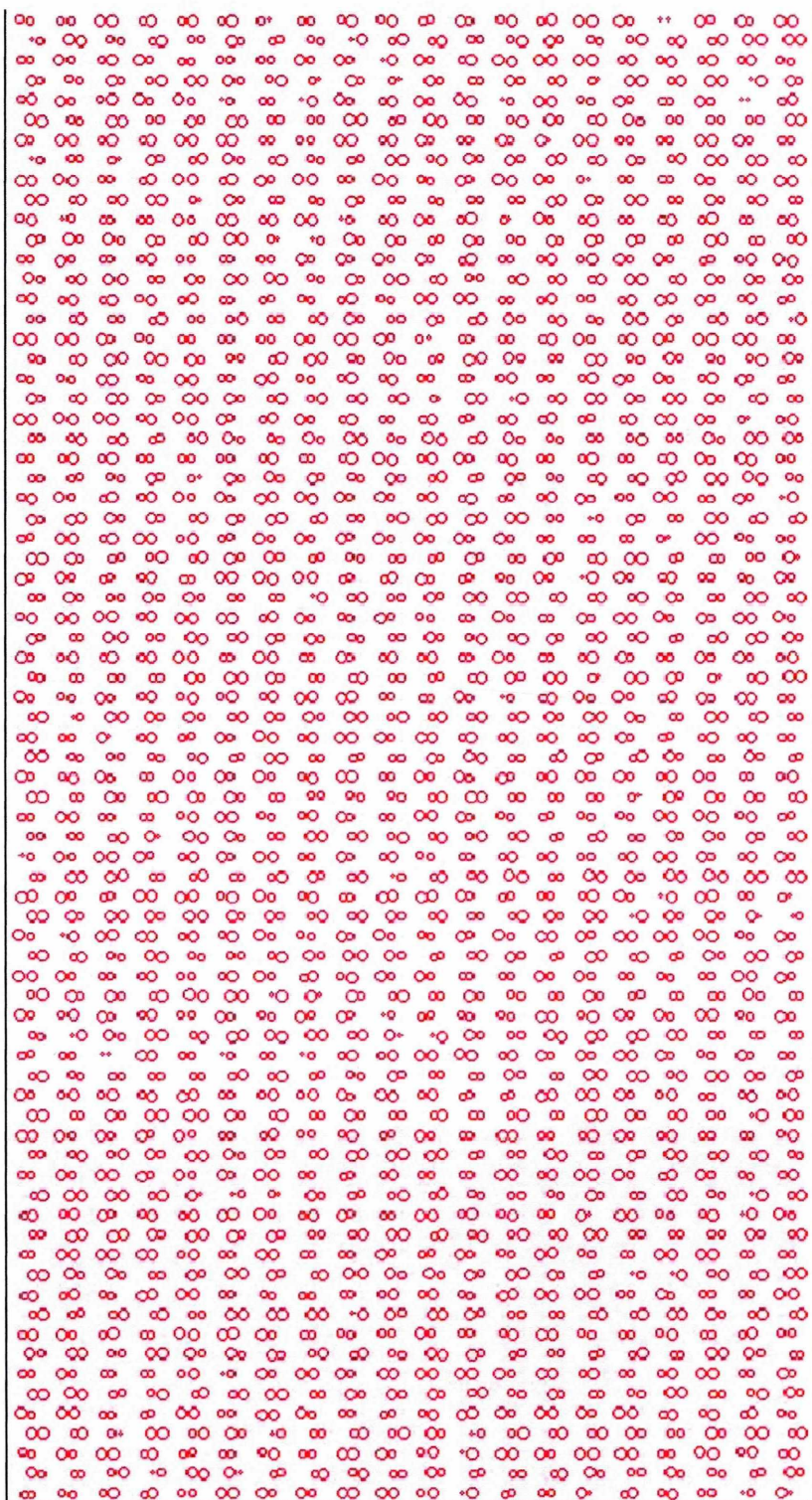


Fig8.19 (a)

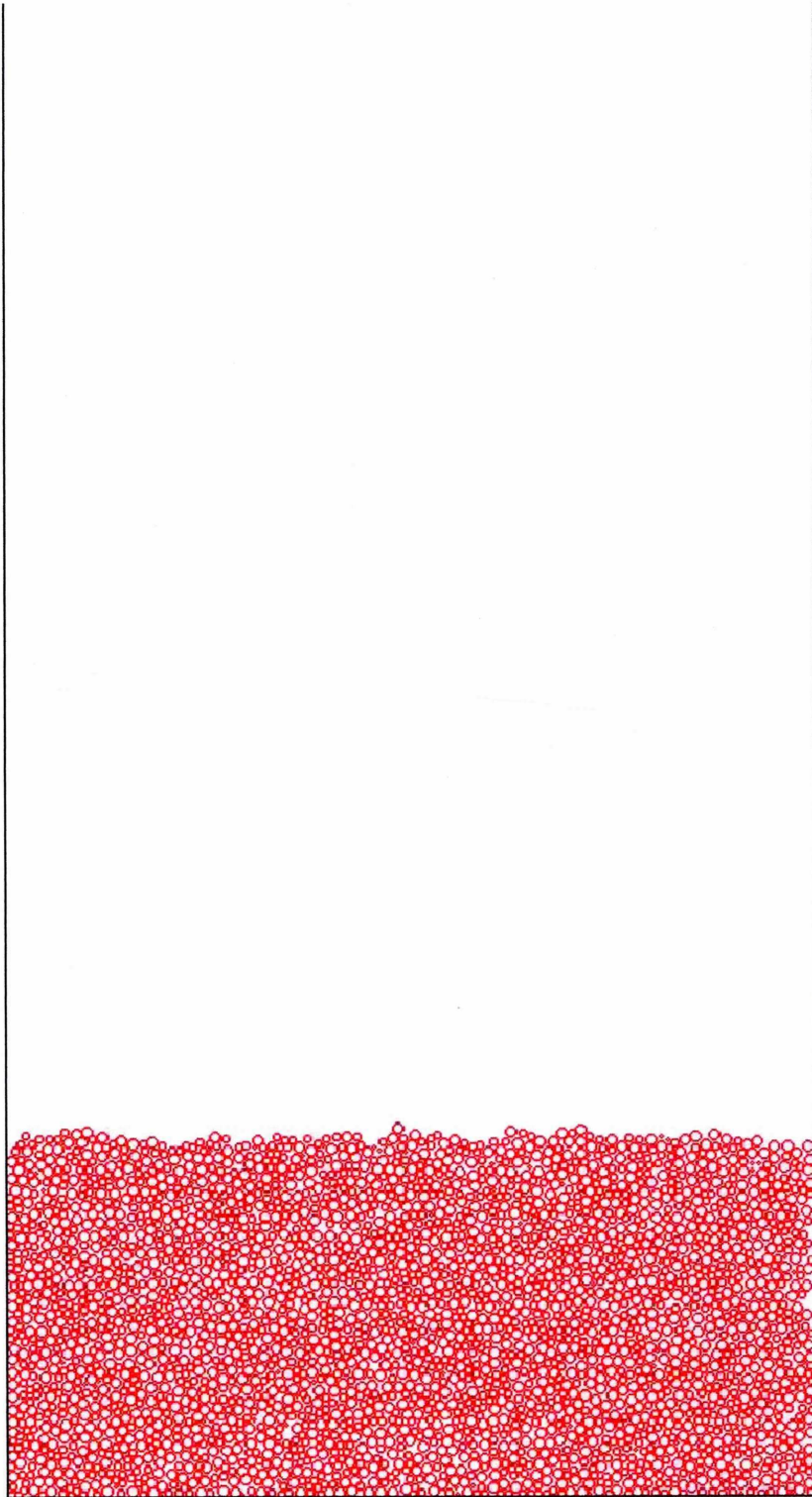
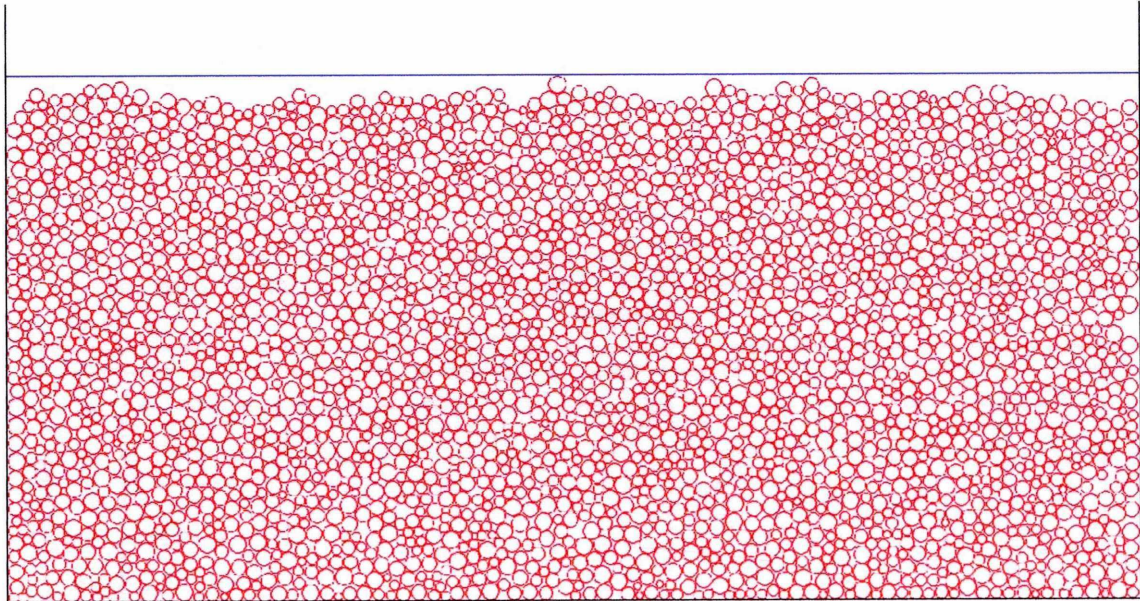


Fig8.19 (b)

8.4.2 初期充填状態 —粘性結合円要素—

初期充填状態と間隙比, 間隙率は Fig8.20 のようになった.



間隙比	間隙率
0.220	18.05%

Fig8.20

さらに Fig8.21 に示す粒子の x, y , 回転方向の変位の経時変化を Fig8.22 に示す.

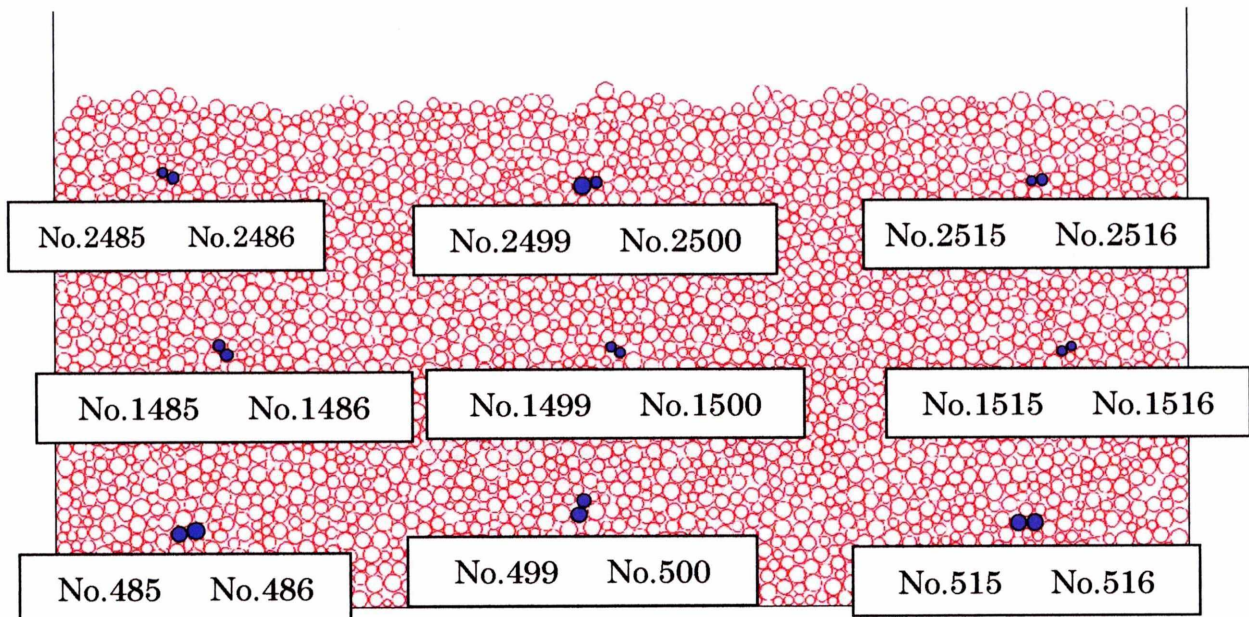


Fig8.21

• No.485

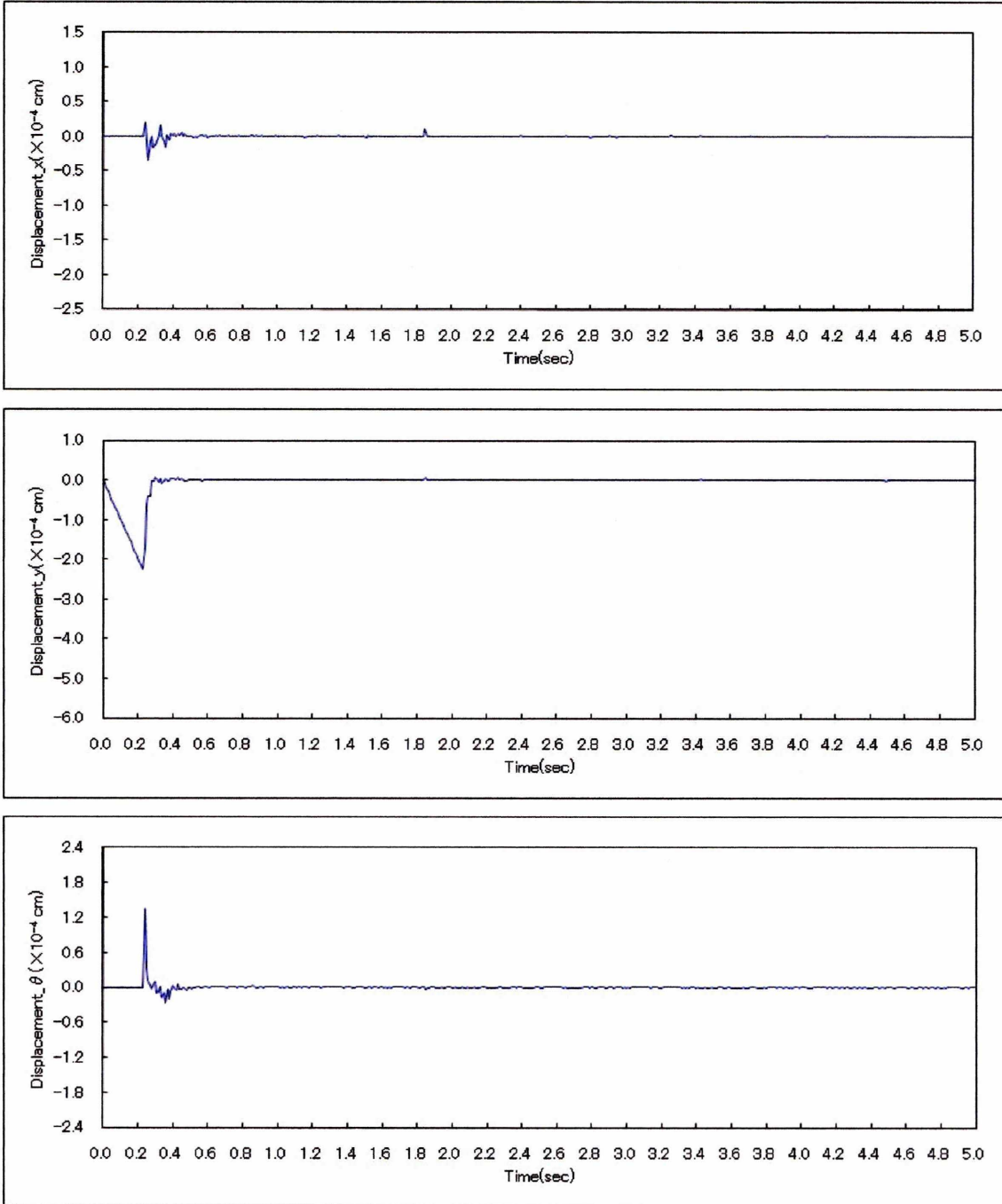


Fig8.22 (a) Displacement of element

• No.500

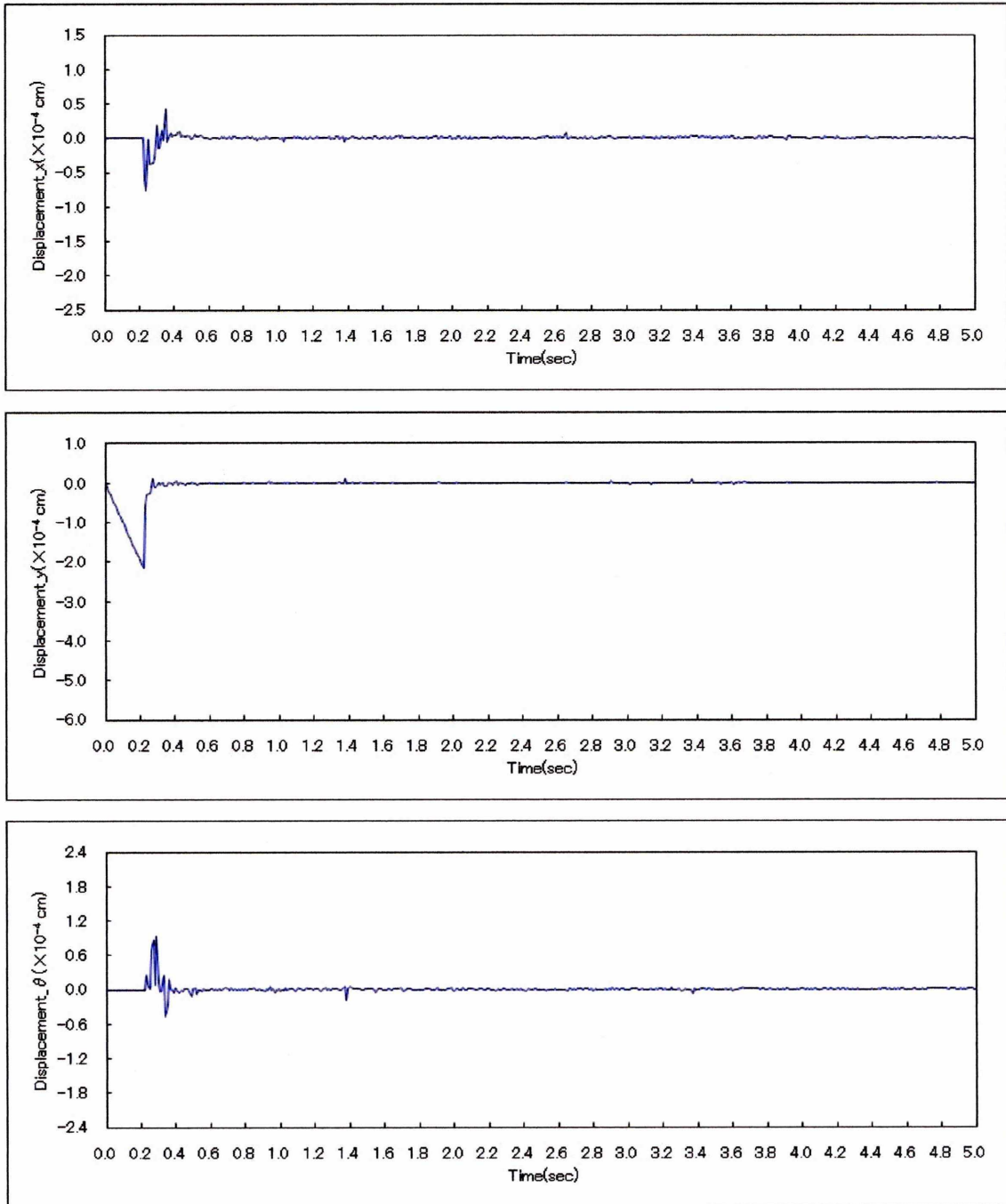


Fig8.22 (b) Displacement of element

• No.515

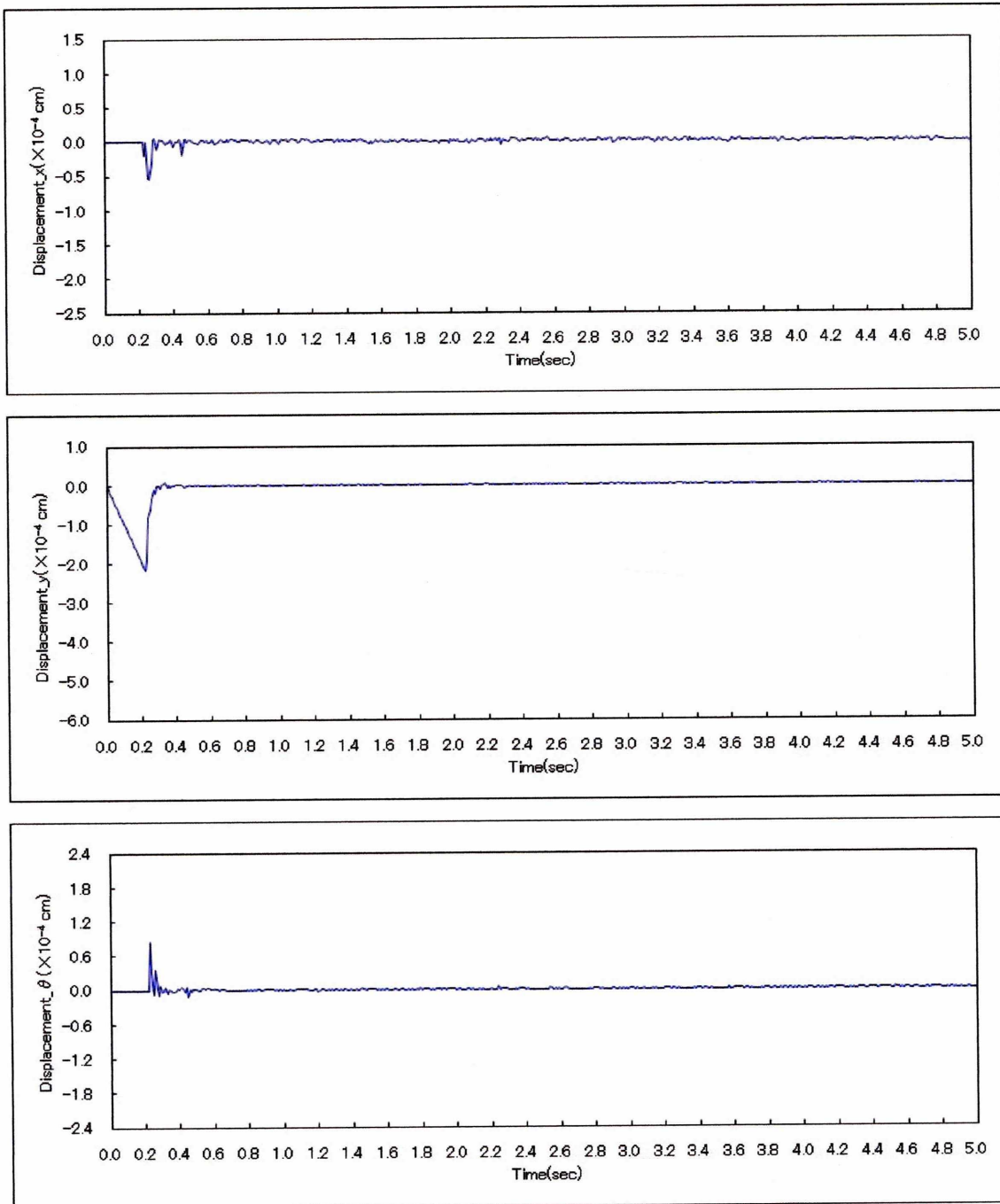


Fig8.22 (c) Displacement of element

• No.1485

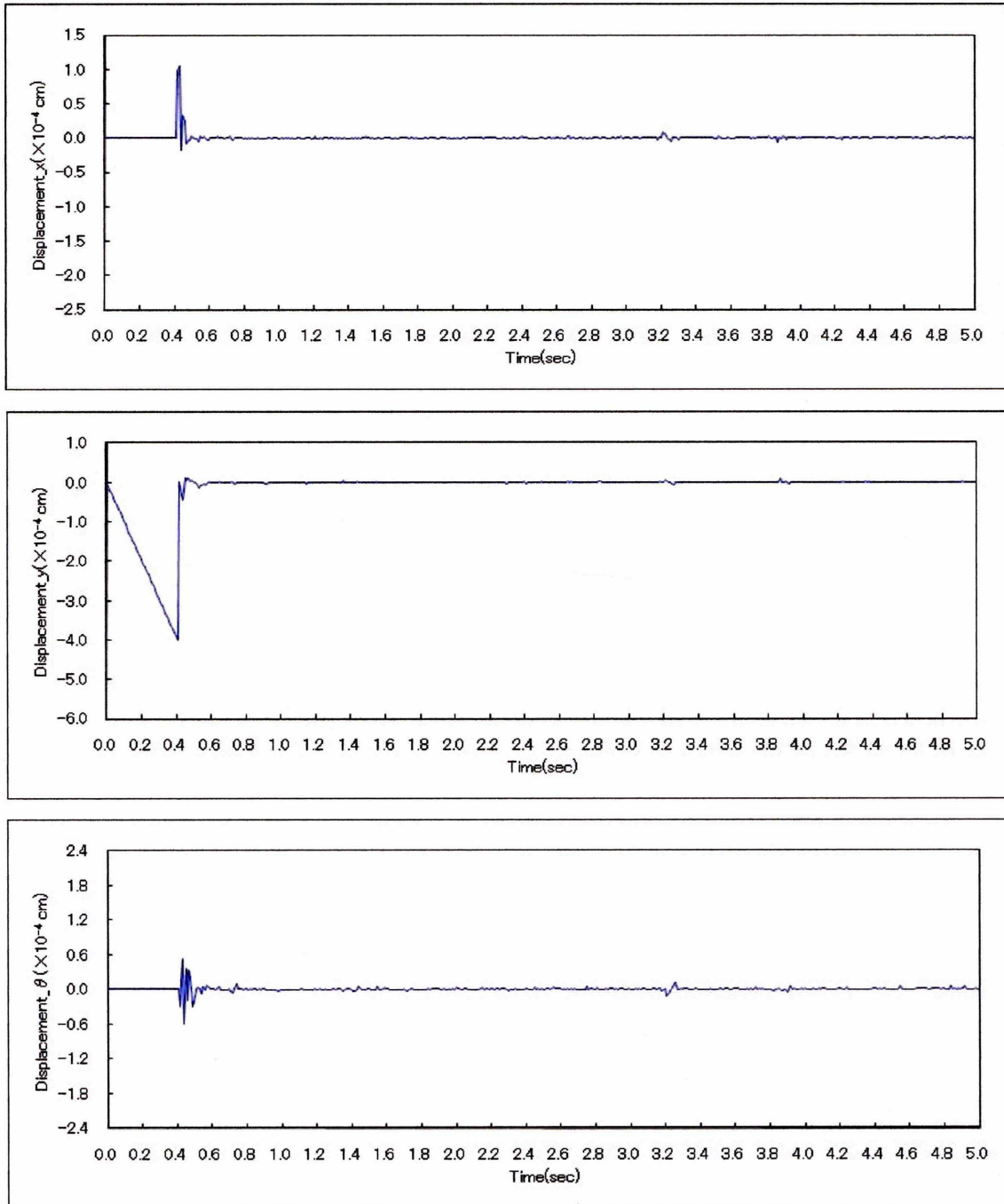


Fig8.22 (d) Displacement of element

• No.1500

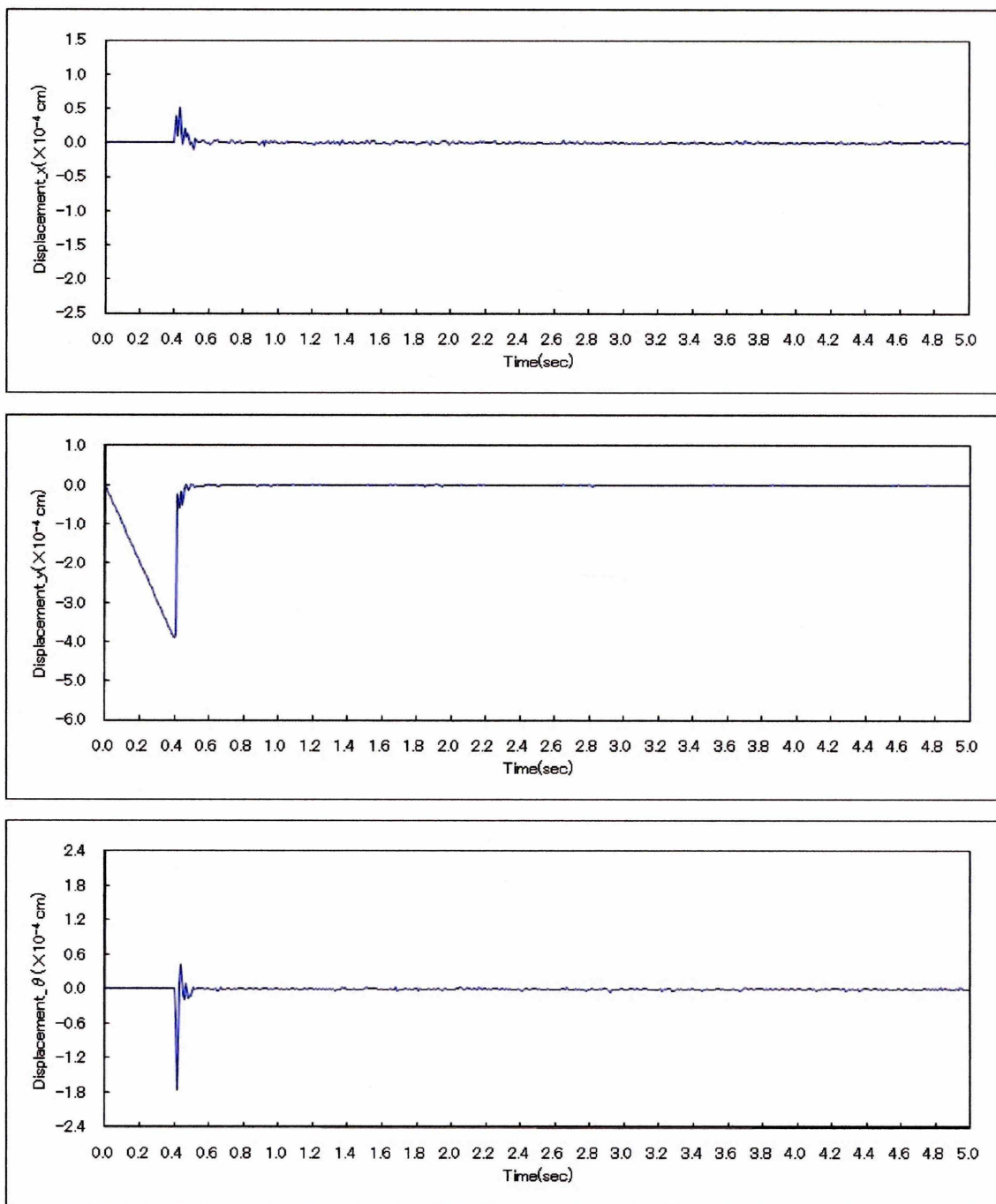


Fig8.22 (e) Displacement of element

• No.1515

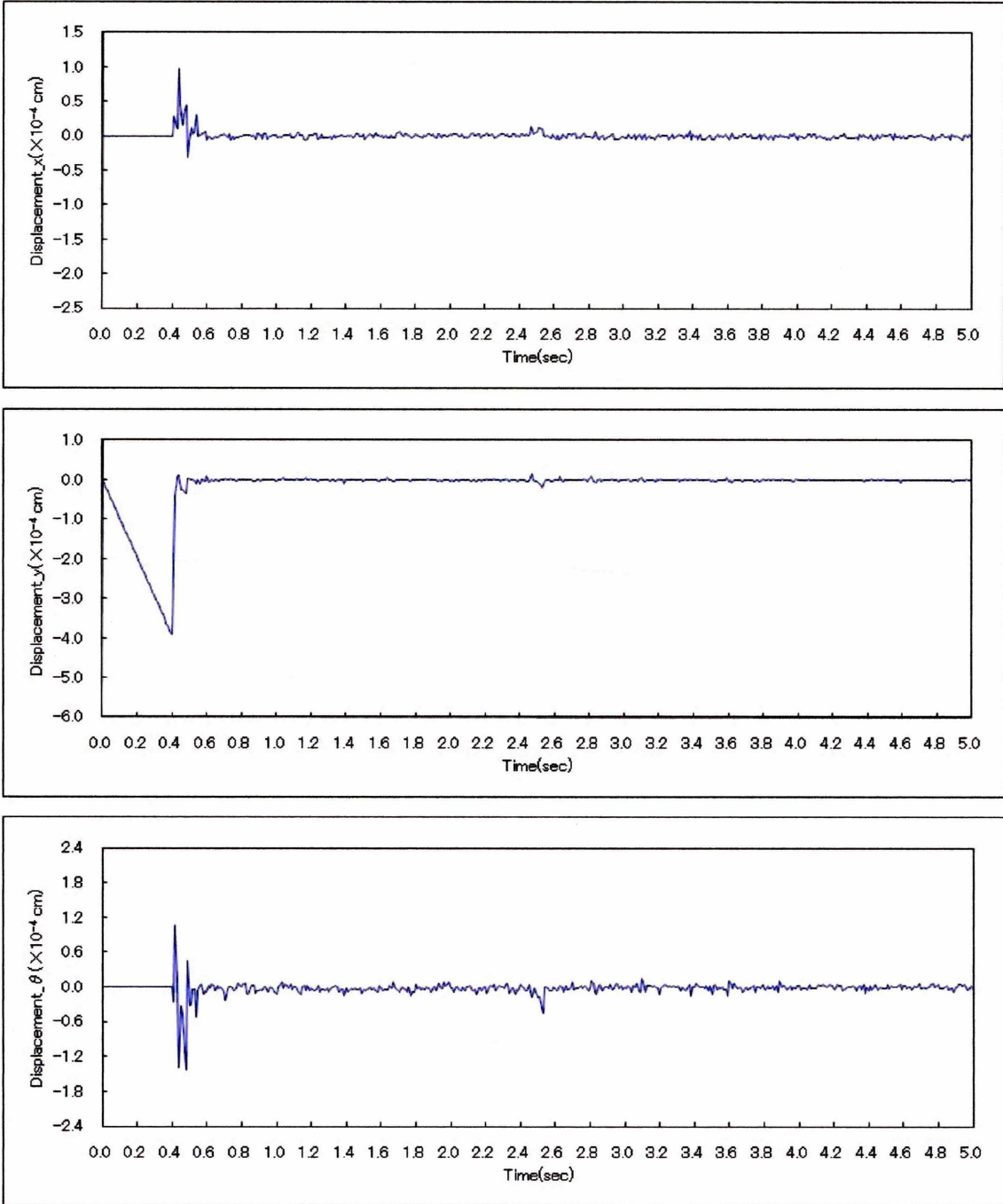


Fig8.22 (f) Displacement of element

• No.2485

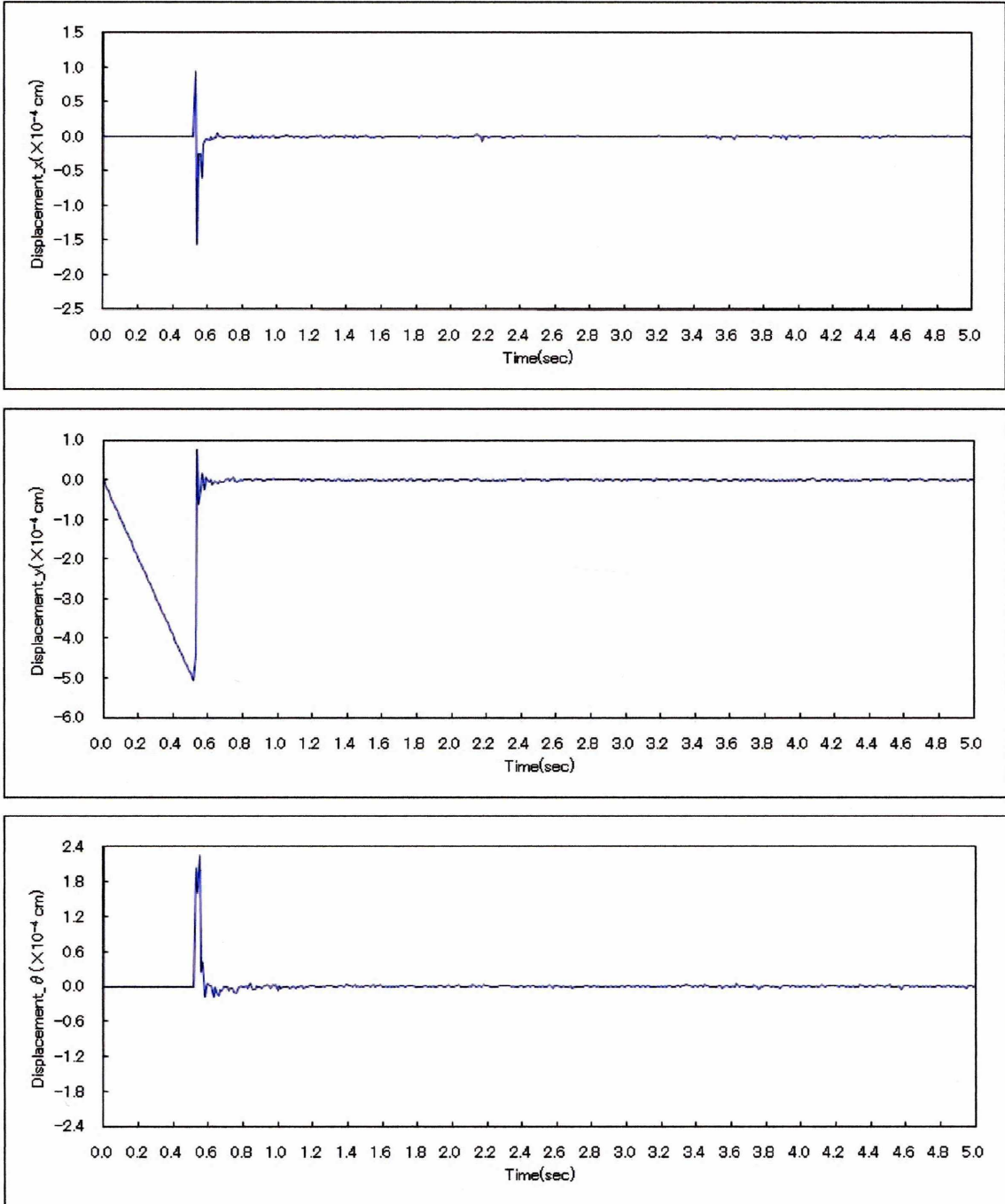


Fig8.22 (g) Displacement of element

• No.2500

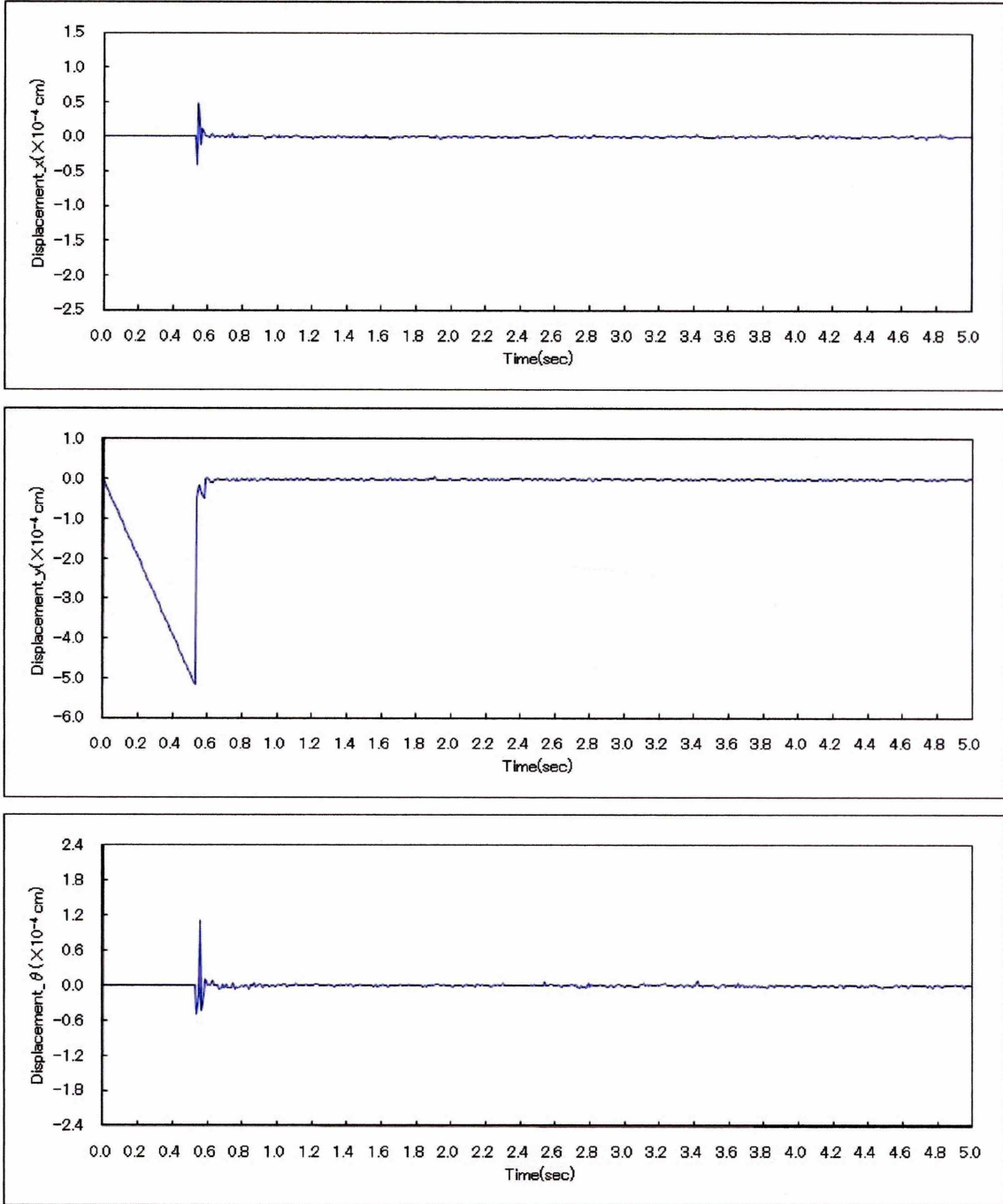


Fig8.22 (h) Displacement of element

• No.2515

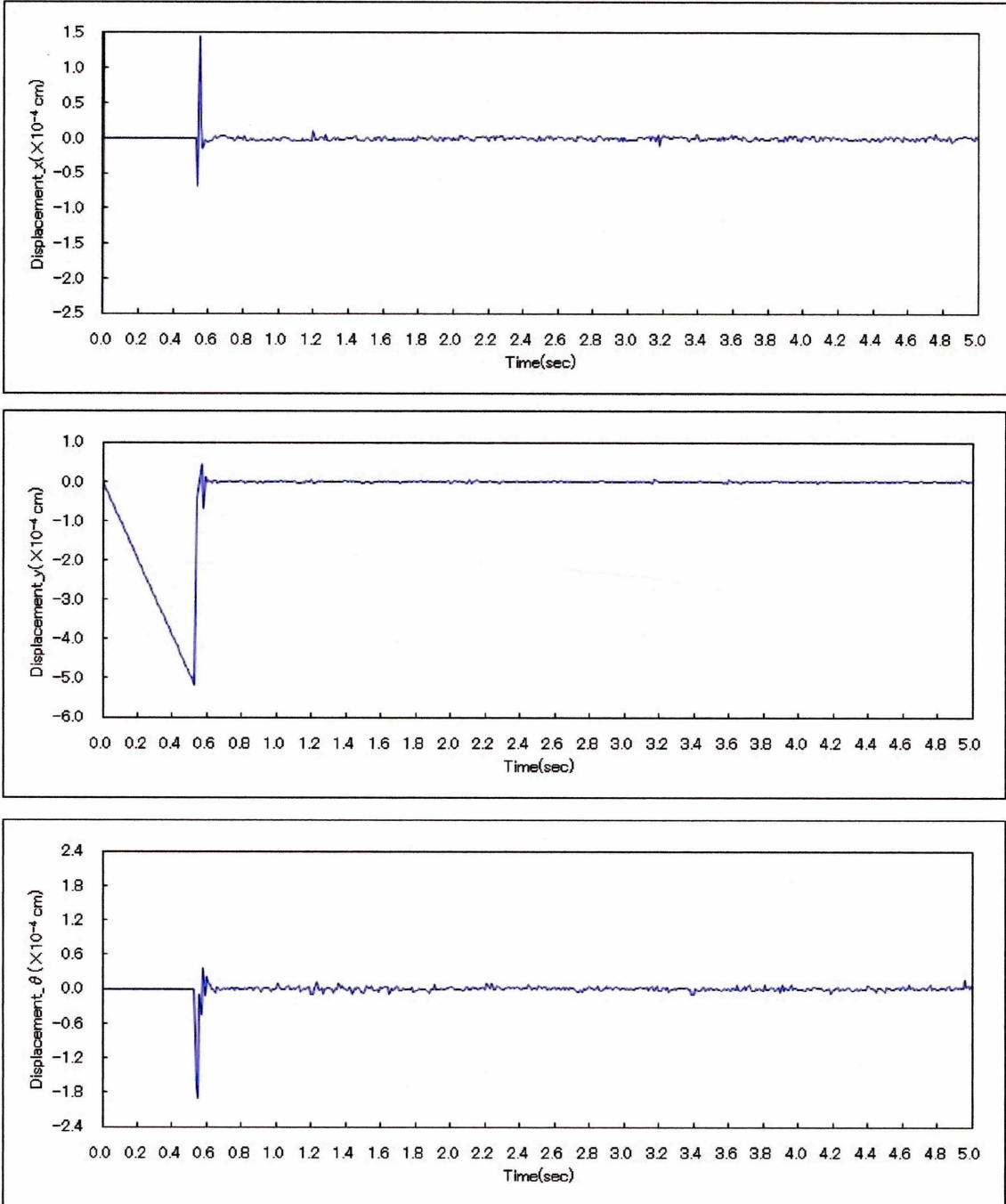
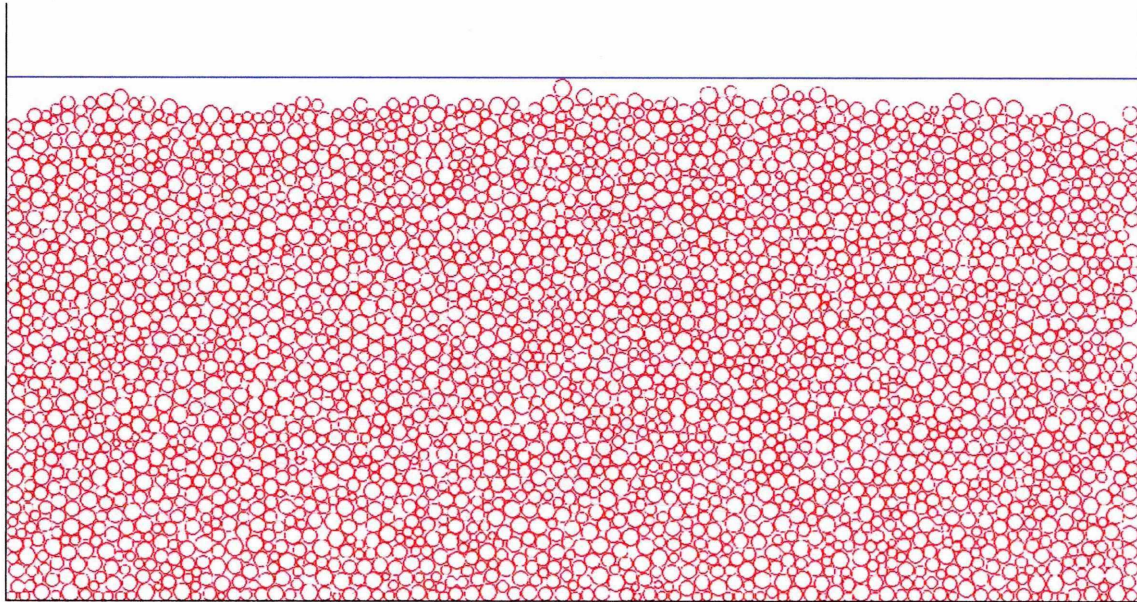


Fig8.22 (i) Displacement of element

8.4.3 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素—

8.4.1で作成したモデルに振動外力として振幅が400gal,周波数が10Hzの正弦波を水平方向に入力した結果を以下の通りである.物性値ならびに計算条件は8.4.1と同様である.加振後の間隙比と間隙率はFig8.23のようになった.



間隙比	間隙率
0.205	17.04%

Fig8.23

さらに Fig8.24 の粒子の x, y , 回転方向の変位の経時変化と軌跡を Fig8.25~8.26 に示す.

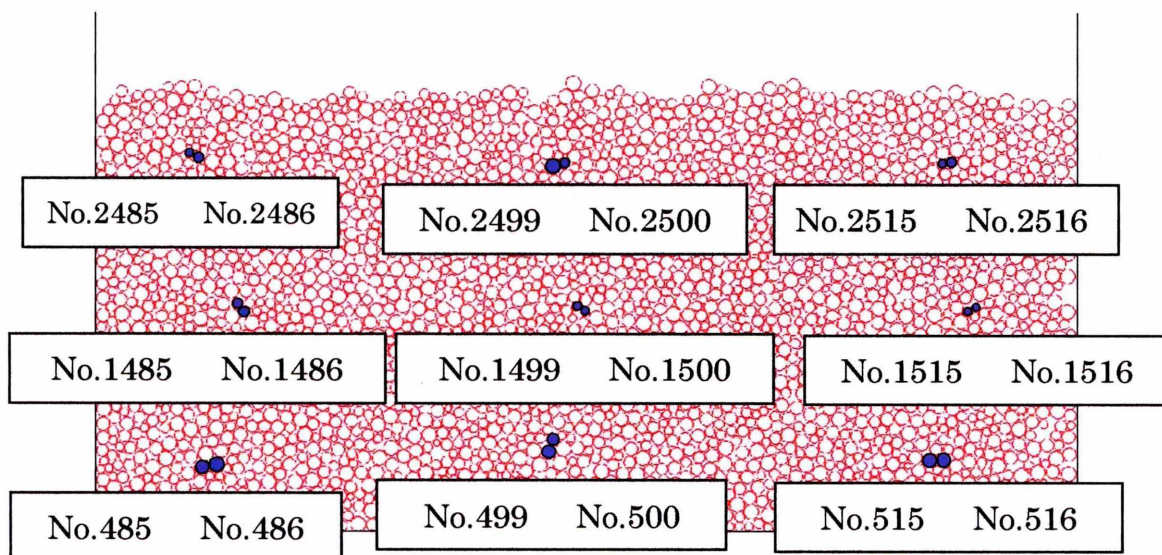
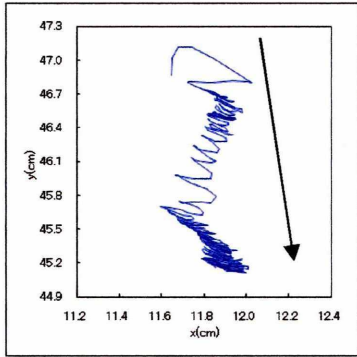
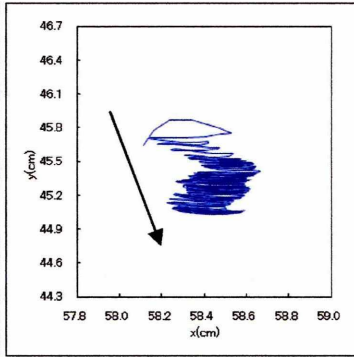


Fig8.24

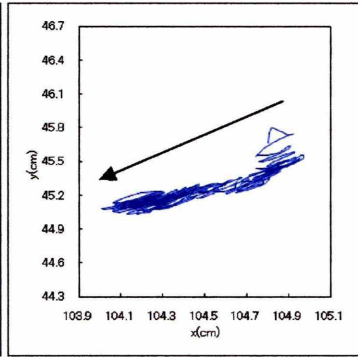
第八章 解析結果



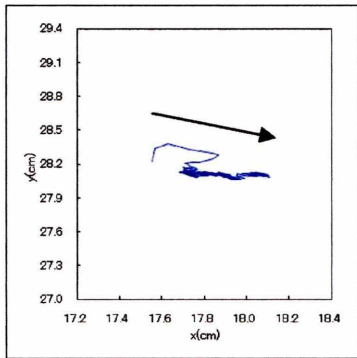
No.2485



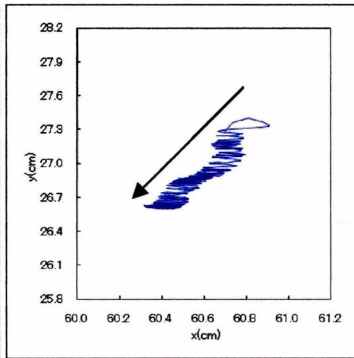
No.2500



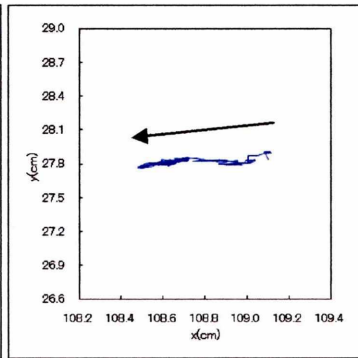
No.2515



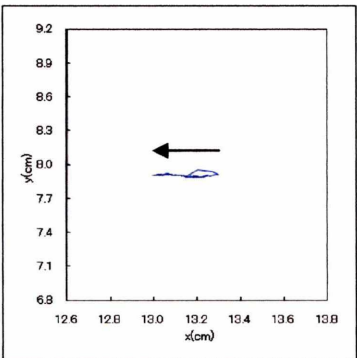
No.1485



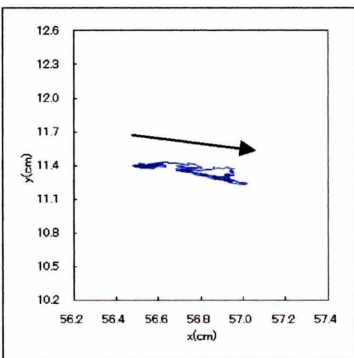
No.1500



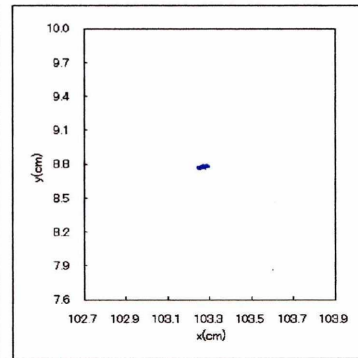
No.1515



No.485



No.500



No.515

Fig8.25 Trajectory of element

No.485

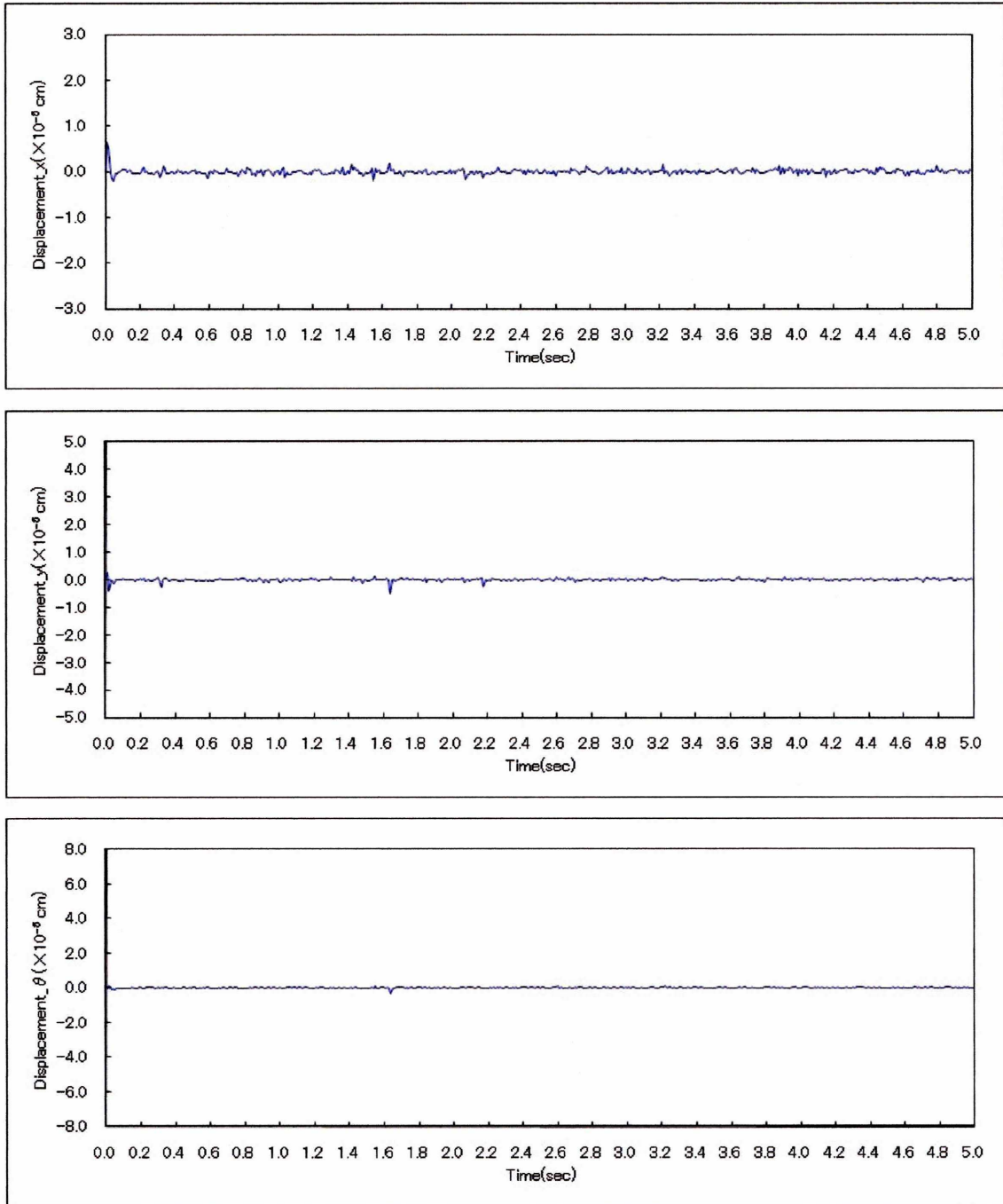


Fig 8.26 (a) Displacement of element

No.500

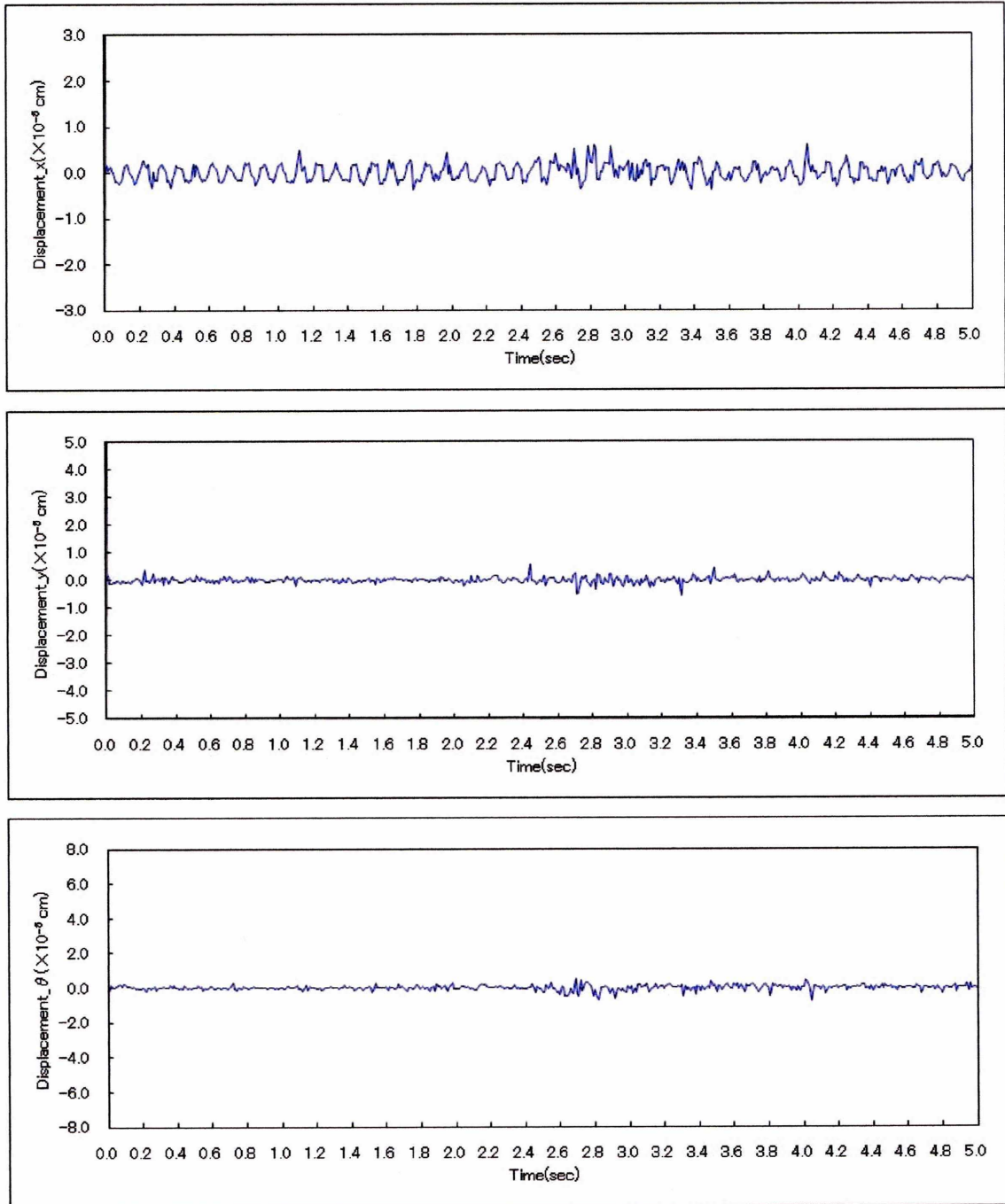


Fig8.26 (b) Displacement of element

No.515

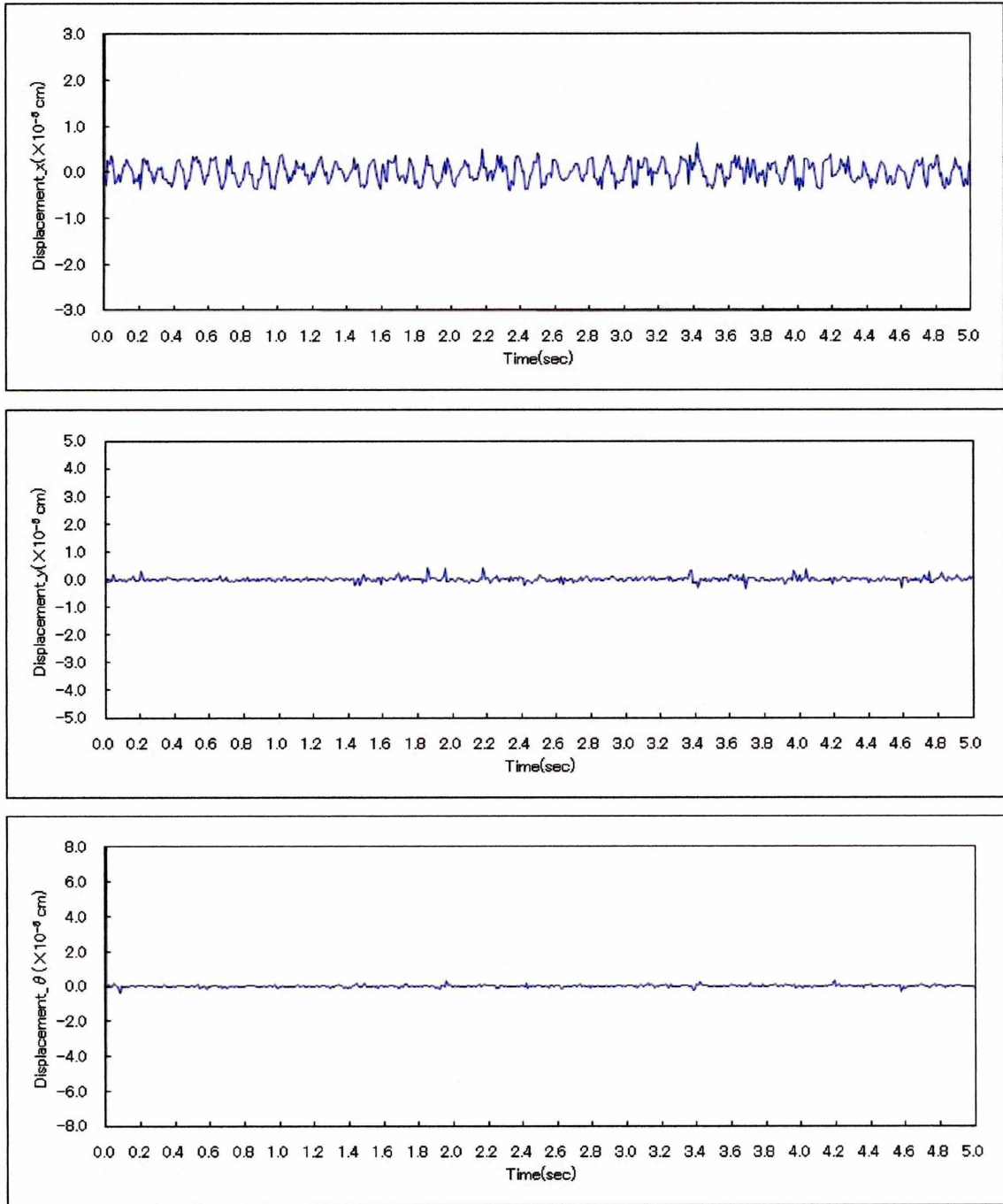


Fig8.26 (c) Displacement of element

No.1485

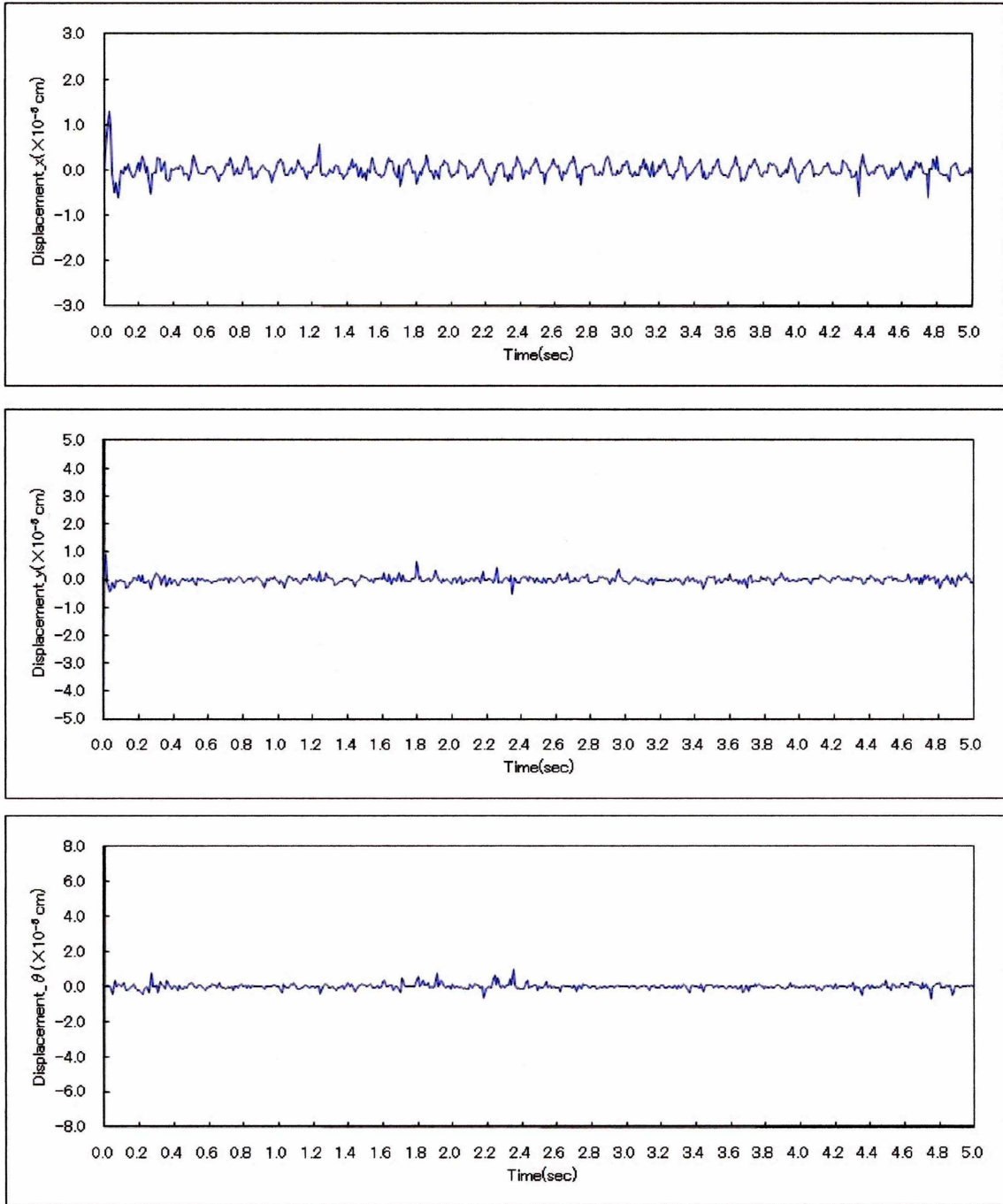


Fig8.26 (d) Displacement of element

No.1500

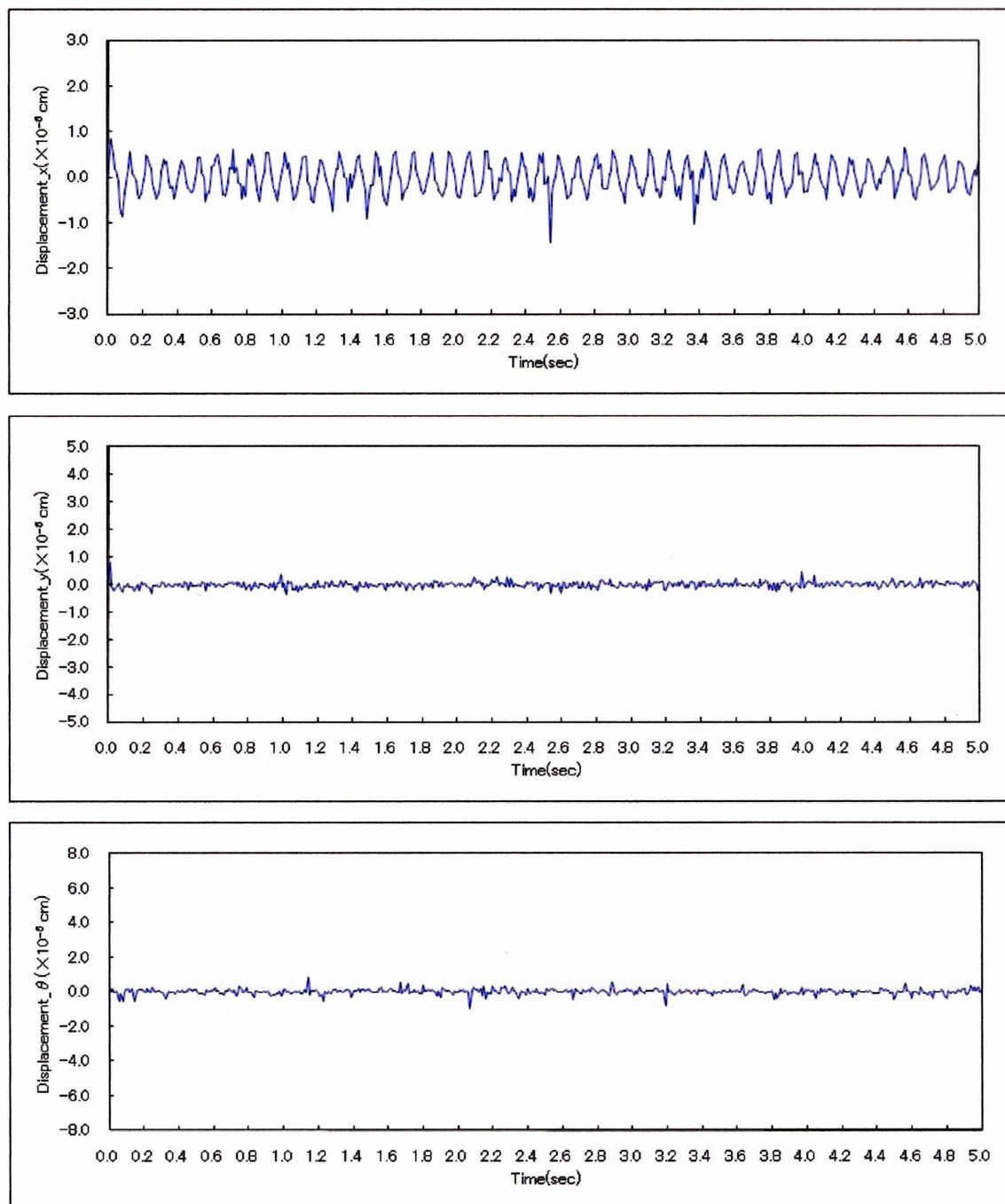


Fig8.26 (e) Displacement of element

No.1515

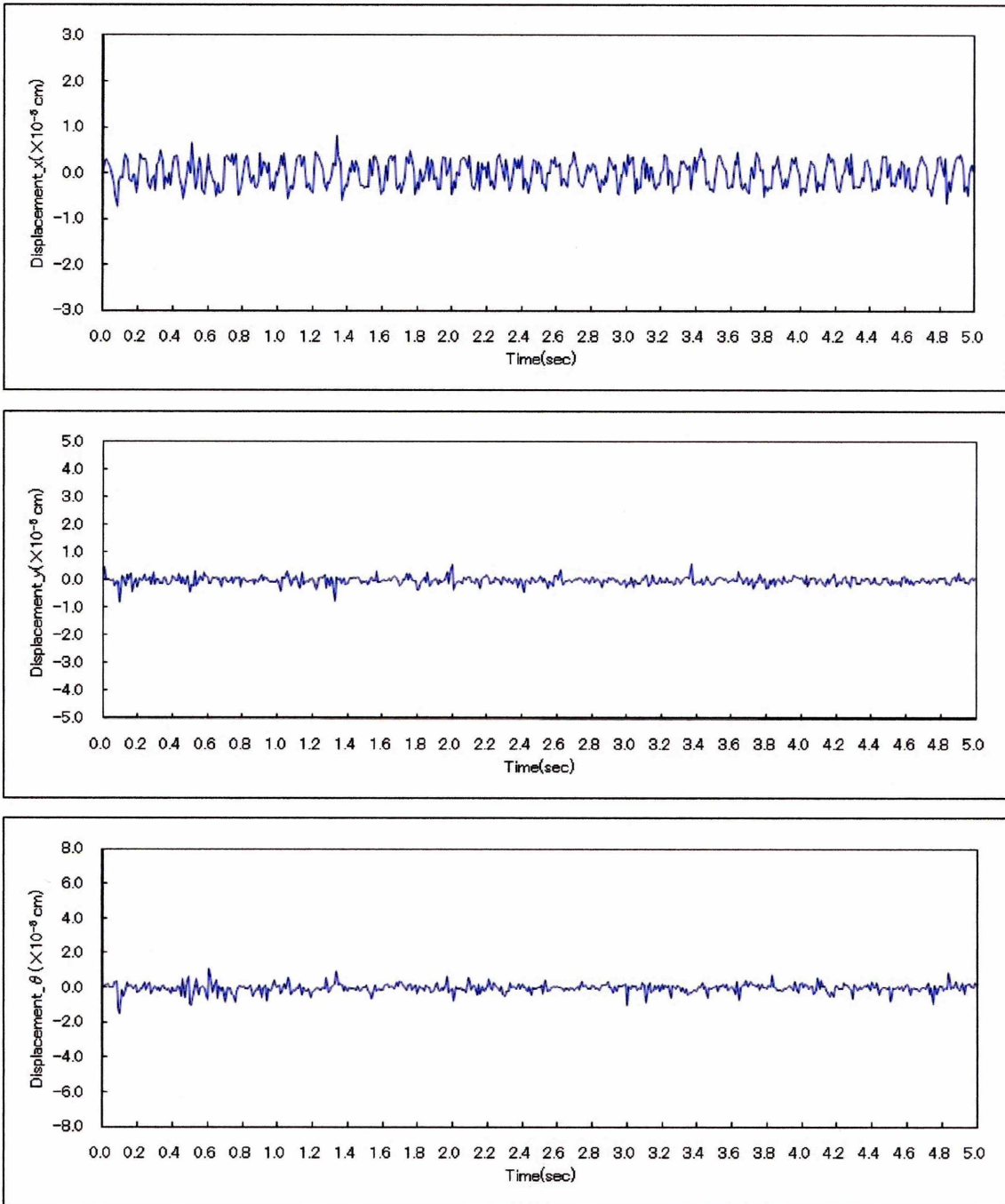


Fig8.26 (f) Displacement of element

No.2485

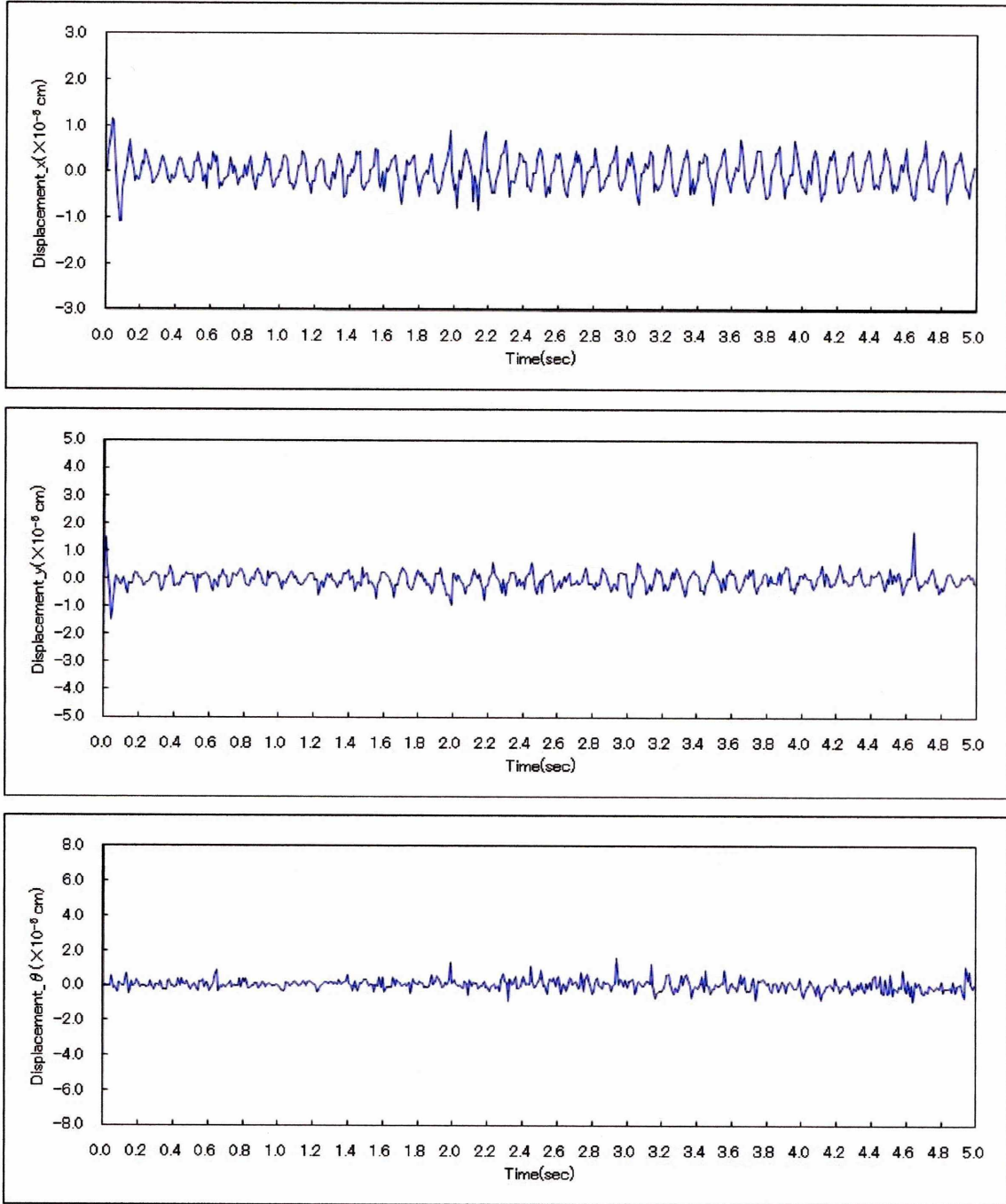


Fig8.26 (g) Displacement of element

No.2500

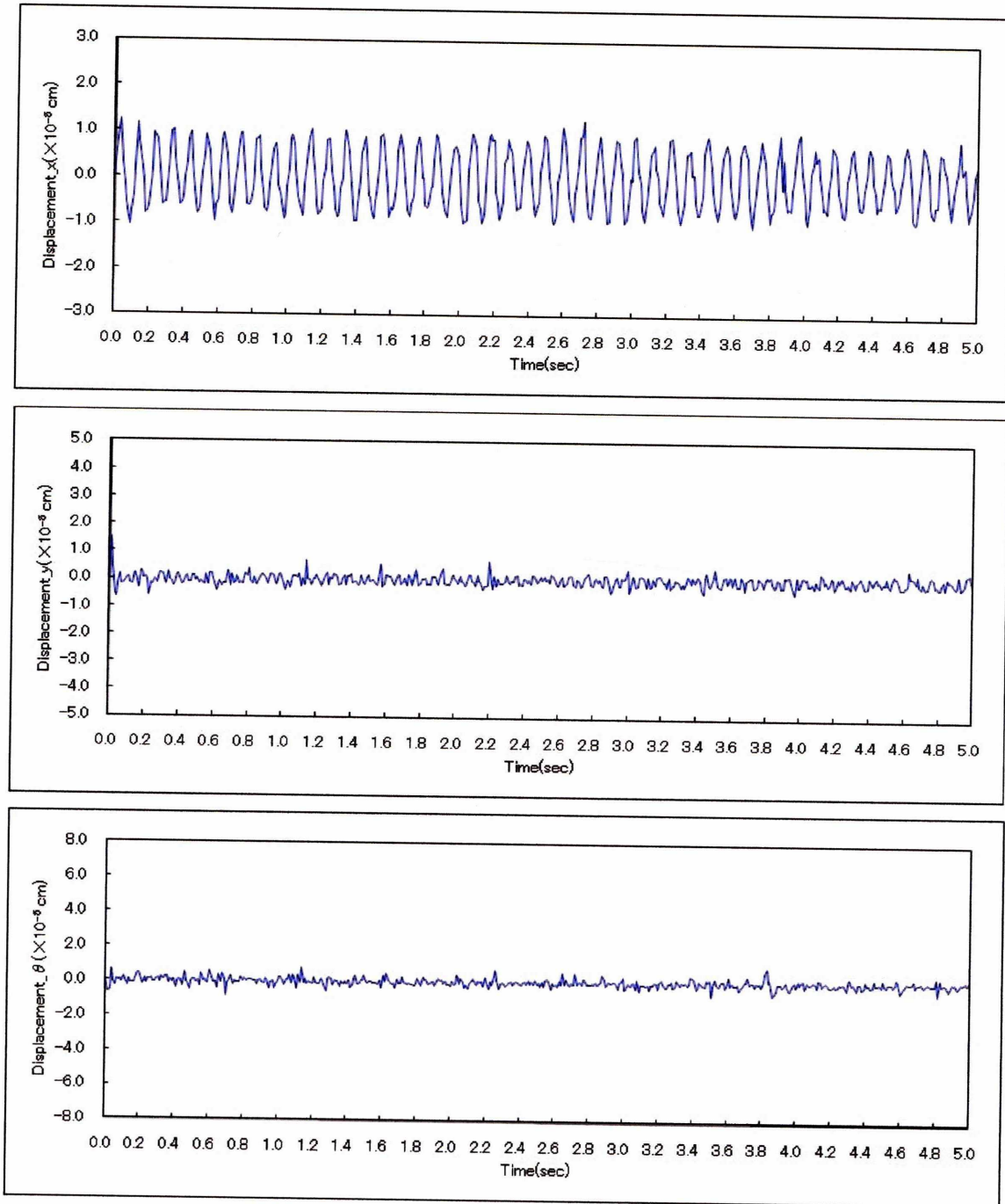


Fig8.26 (h) Displacement of element

No.2515

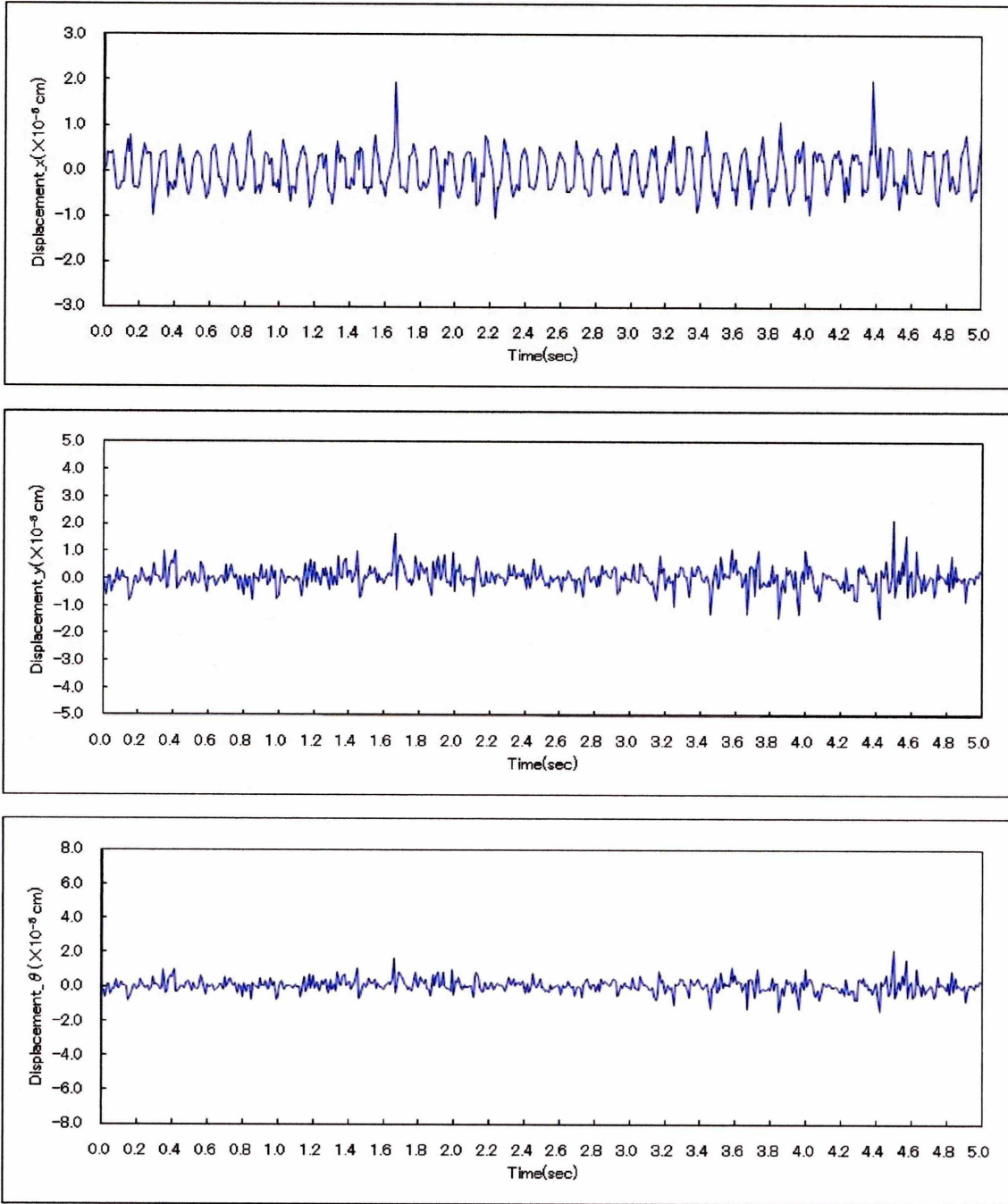


Fig8.26 (i) Displacement of element

8.4.4 間隙比, 間隙率の比較 —粘性結合円要素—

加振前, 加振後を比較すると間隙比, 間隙率は Fig8.27 のような結果になった.

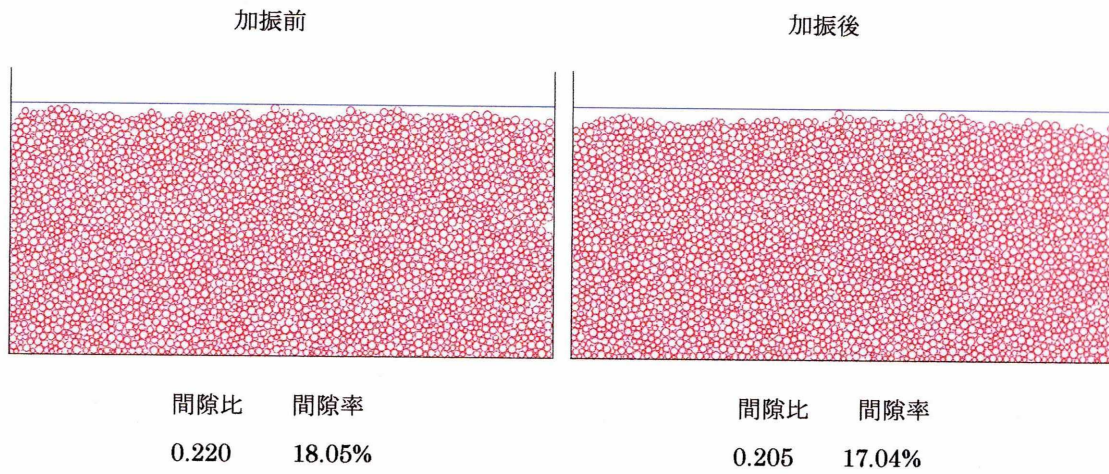


Fig8.27

モデルの表面高さが下方にゆき, 要素間の間隙の減少を確認できる. 間隙比, 間隙率がともに下がりこの地盤のモデルは加振により締め固まったといえる.

8.5 要素の比較

8.5.1 間隙比, 間隙率の比較

加振前, 加振後の粘性結合円要素と円要素の間隙比, 間隙率を比較すると Fig8.28~Fig8.29 のようになった。

・加振前

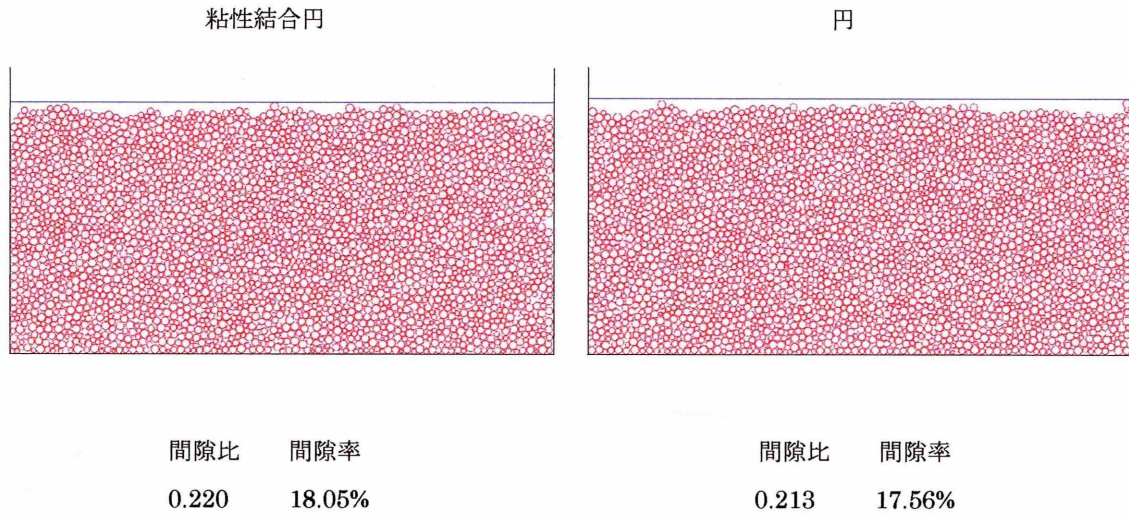


Fig8.28

・加振後

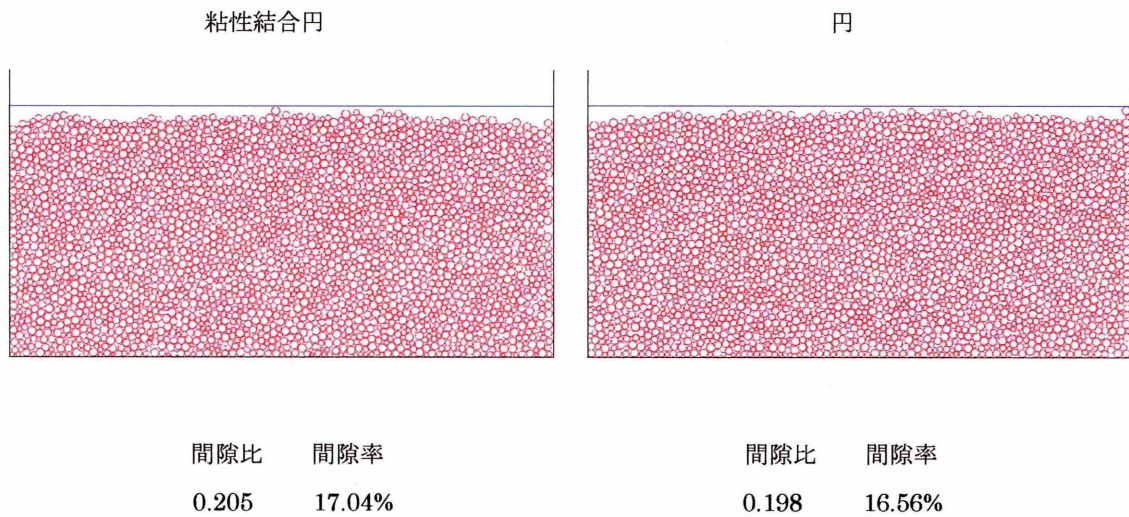


Fig8.29

加振前，加振後の粘性結合円要素と楕円要素の間隙比，間隙率を比較すると Fig8.30～Fig8.31 のようになった。

・加振前

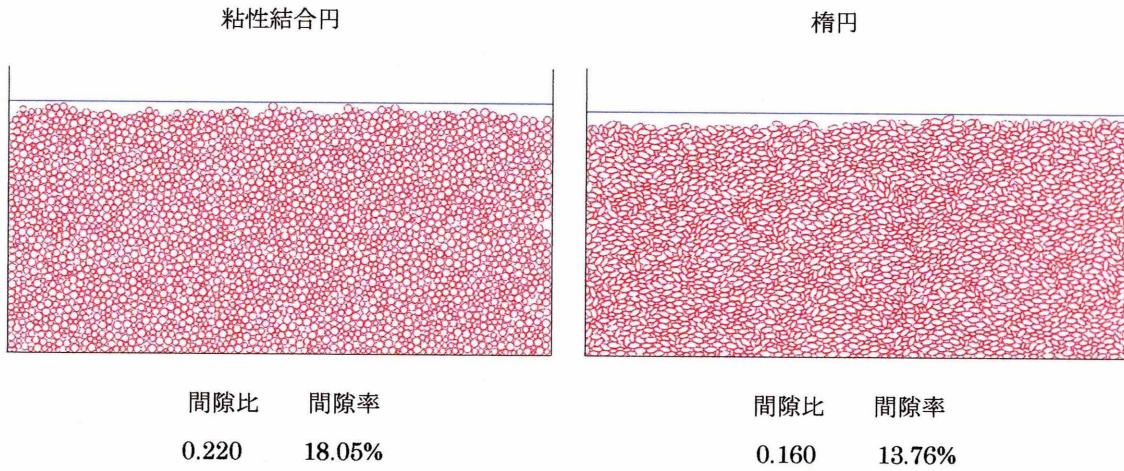


Fig8.30

・加振後

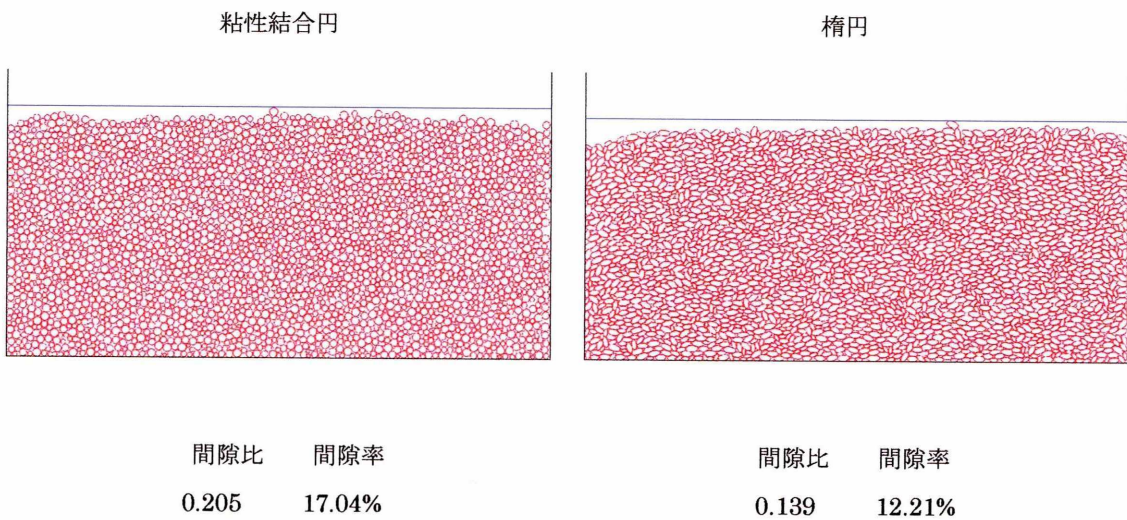


Fig8.31

8.5.2 変位の経時変化の比較

加振前, 加振後共に円要素, 楕円要素, 粘性結合円要素の順に動きが激しくなっていく. 特に楕円要素, 粘性結合円要素においては振動を加えた直後に非常に激しい動きを示した.

8.5.3 軌跡の比較

円要素の奇跡を見ると左右の粒子は中心方向に変位しながら沈んでいる. また, 楕円要素においては高さごとに同じ方向に変位しており, x 方向の変位が大きい.

粘性結合円要素においては楕円要素と同じように x 方向の変位が大きい, それぞれの粒子が様々な方向に変位している.

8.6 解析方法

これまでの解析結果によって、間隙比、間隙率による差はあるものの軌跡や挙動により楕円要素と粘性結合円要素は近似した形と見ることが出来る。

8.5までの解析では振動外力として振幅が400gal, 周波数が10Hzの正弦波を水平方向に入力したが、つづいて振幅が400gal, 800gal, 1200gal, 周波数が10Hz, 2Hz, 1Hzの正弦波をそれぞれ水平方向に入力する。

なお、楕円要素は解析に膨大な時間を必要とし効率が悪いので、粘性結合円要素と近似出来るため円要素と粘性結合円要素の解析のみを行なう。

8.7 解析モデル 1 —円の解析—

8.7.1 地盤モデルの作成 —要素の充填—

これまでと同様に 8.1 で述べた方法をもとに解析を行なう。ばね定数は波動論に基づく決定法で決定した。解析モデルは粒子要素 (5~10mm) をランダムに発生させた円要素 3000 個を Fig8.32 のように配置し、容器に落下させる条件で作成した。解析に用いた物性値ならびに計算条件を以下に示す。解析の安定化を図るために減衰定数は 1.0 とした。

解析モデル (円) —波動論に基づくばねの決定法—

ポアソン比	0.25	[-]
摩擦係数(粒子)	0.17	[-]
摩擦係数(壁)	0.25	[-]
S 波速度	1.5×10^4	cm/sec
減衰定数	1.0	[-]
粒子半径	0.5-1.0	cm
粒子密度	2.48×10^{-3}	kg/cm ³
時間刻み	1×10^{-6}	[-]
粒子数	3000	[-]
容器幅	1215	cm

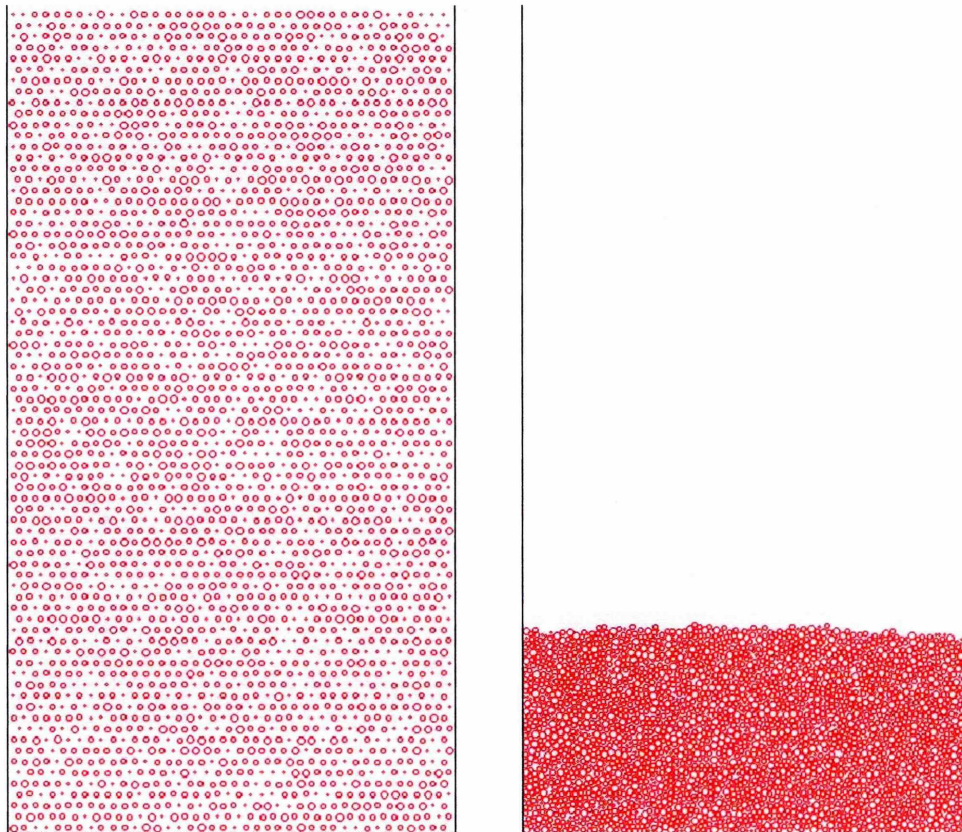


Fig8.32

8.7.2 地盤モデルの加振 一円要素 - 400gal, 10Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が 400gal, 周波数が 10Hz の正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は 8.7.1 と同様である。

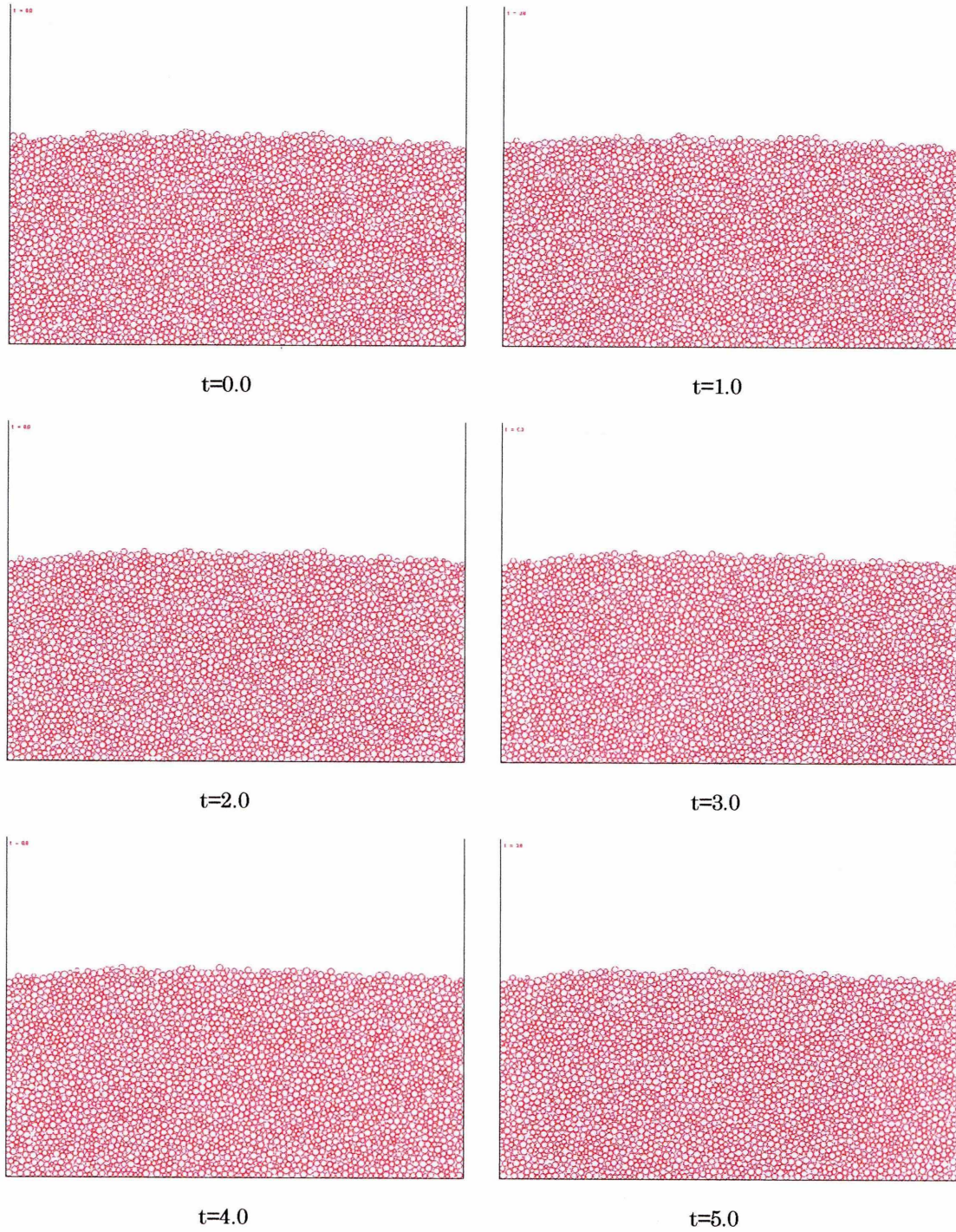


Fig8.33

8.7.3 地盤モデルの加振 一円要素-800gal, 10Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が800gal, 周波数が10Hz の正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである. 物性値ならびに計算条件は 8.7.1 と同様である.

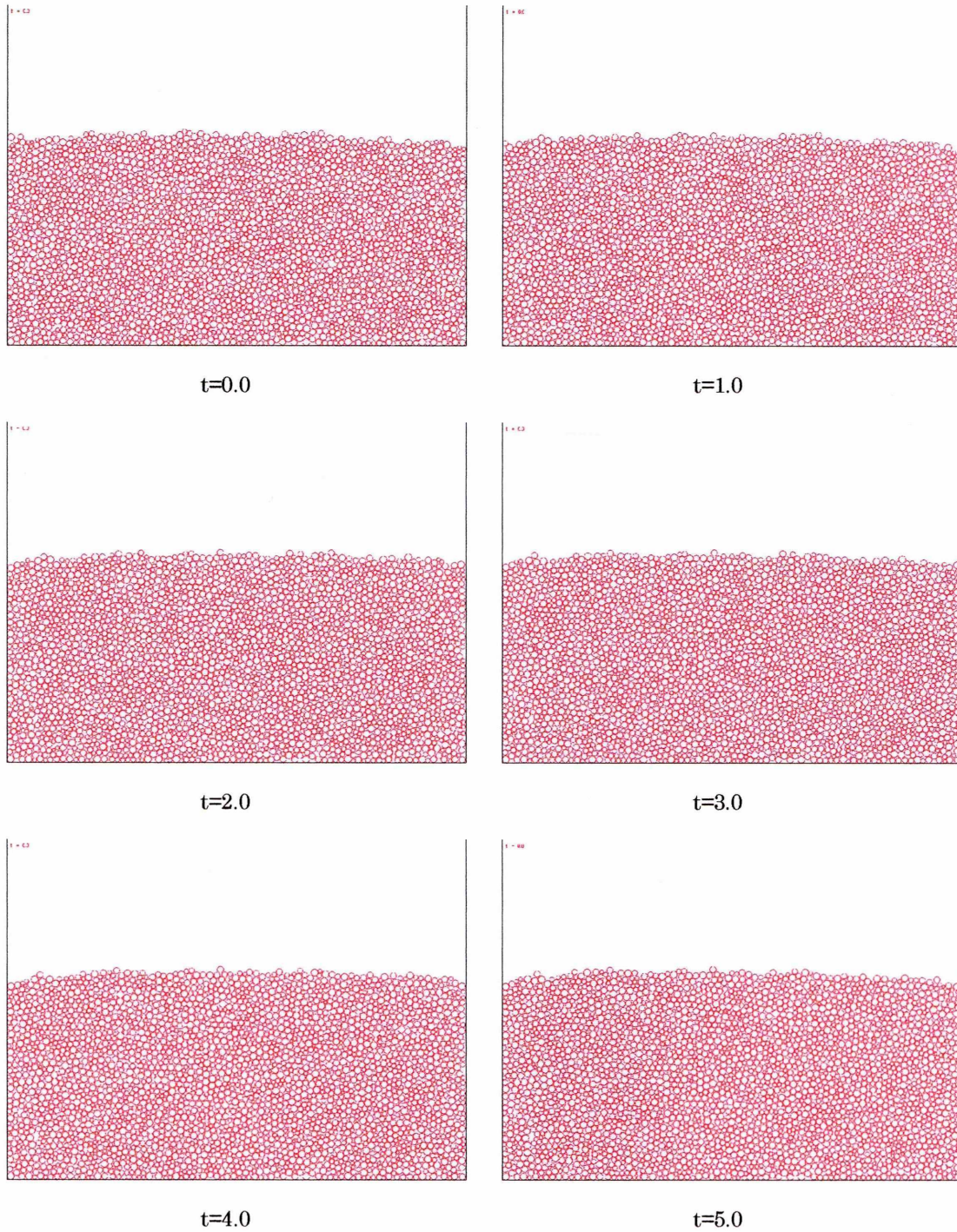


Fig8.34

8.7.4 地盤モデルの加振 一円要素-1200gal, 10Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が1200gal, 周波数が10Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.7.1と同様である。

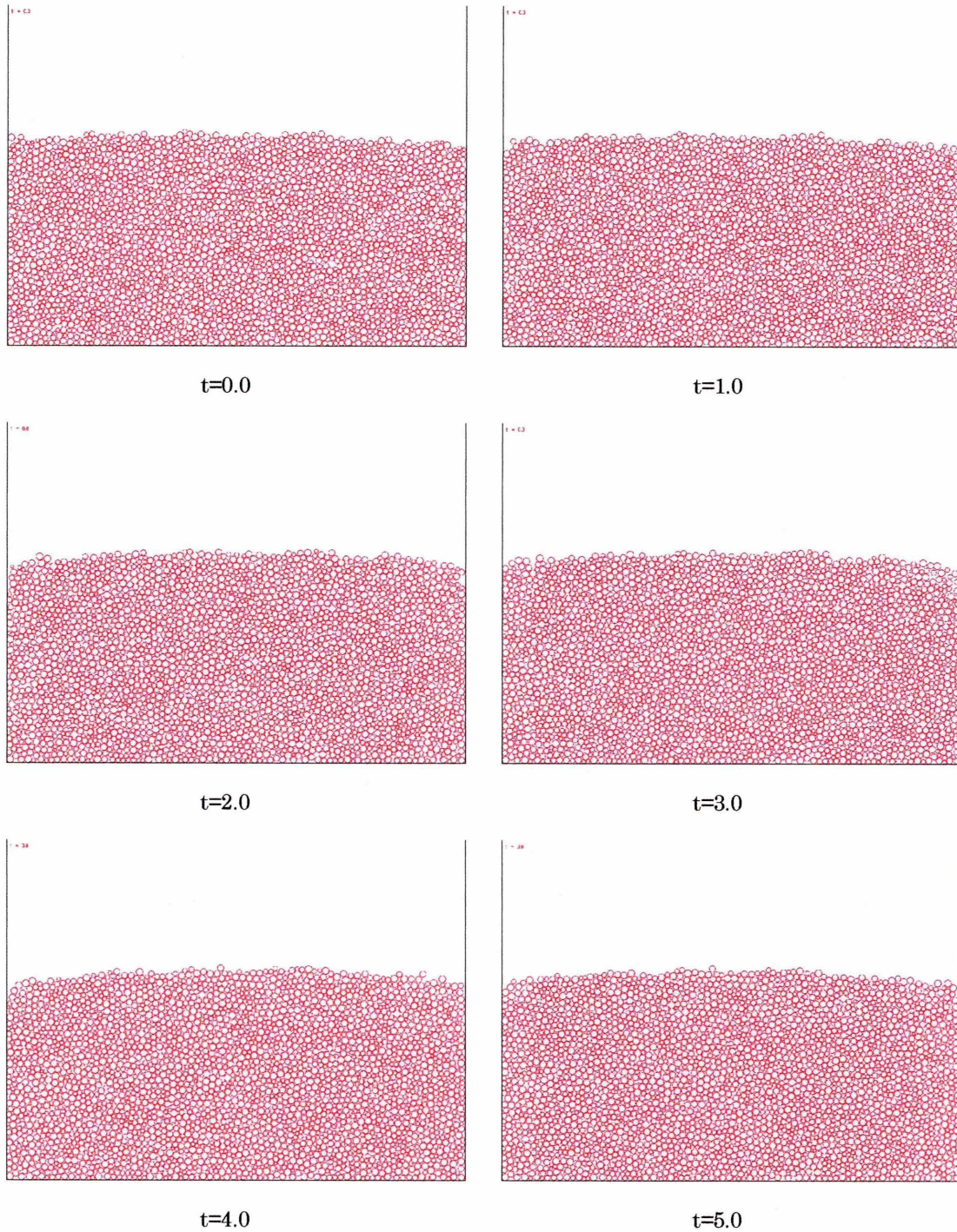


Fig8.35

8.7.5 地盤モデルの加振 —円要素— 400gal, 2Hz

8.7.1で作成したモデルに振動外力として振幅が400gal, 周波数が2Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.7.1と同様である。

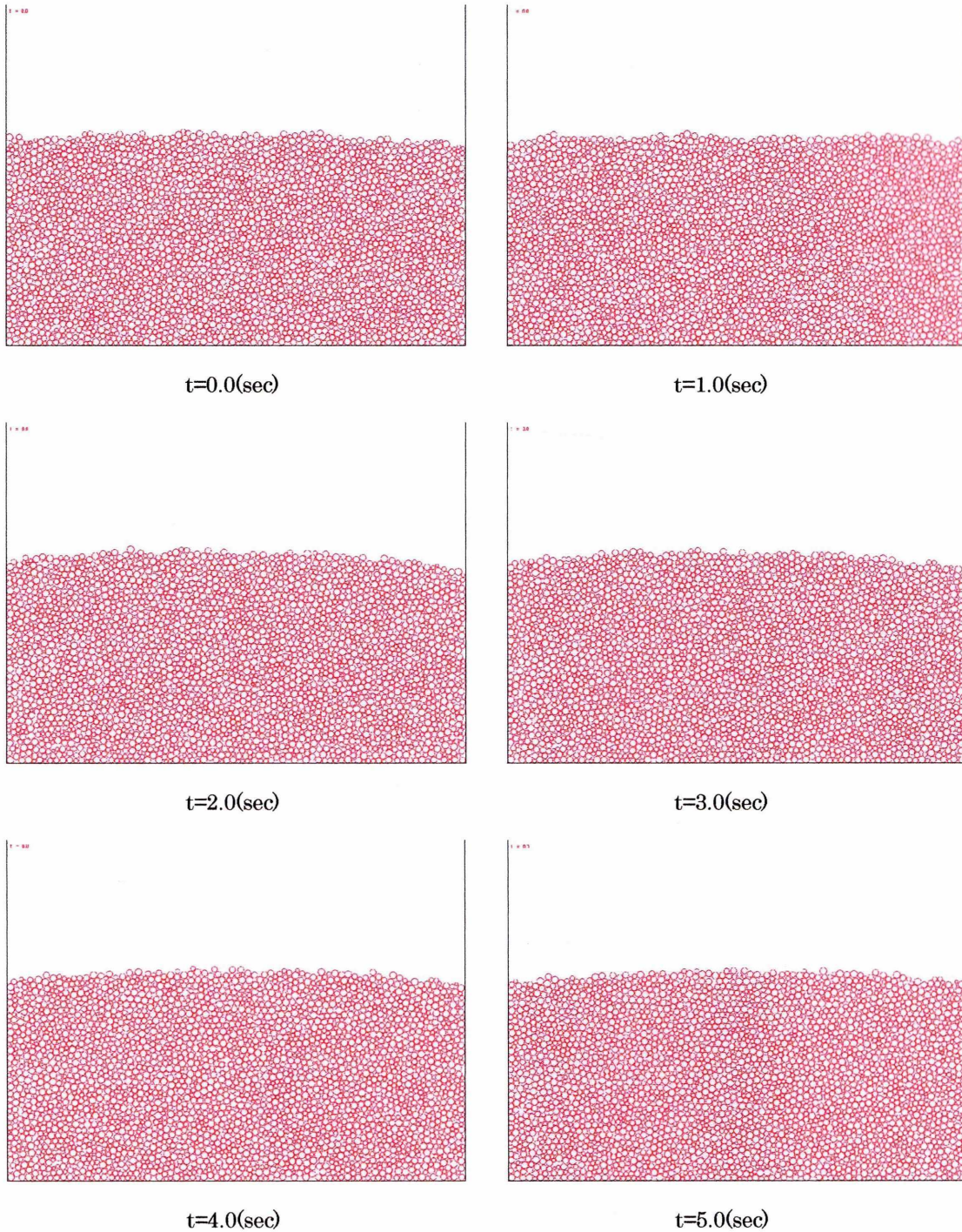


Fig8.36

8.7.6 地盤モデルの加振 一円要素-800gal, 2Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が800gal, 周波数が2Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.7.1と同様である。

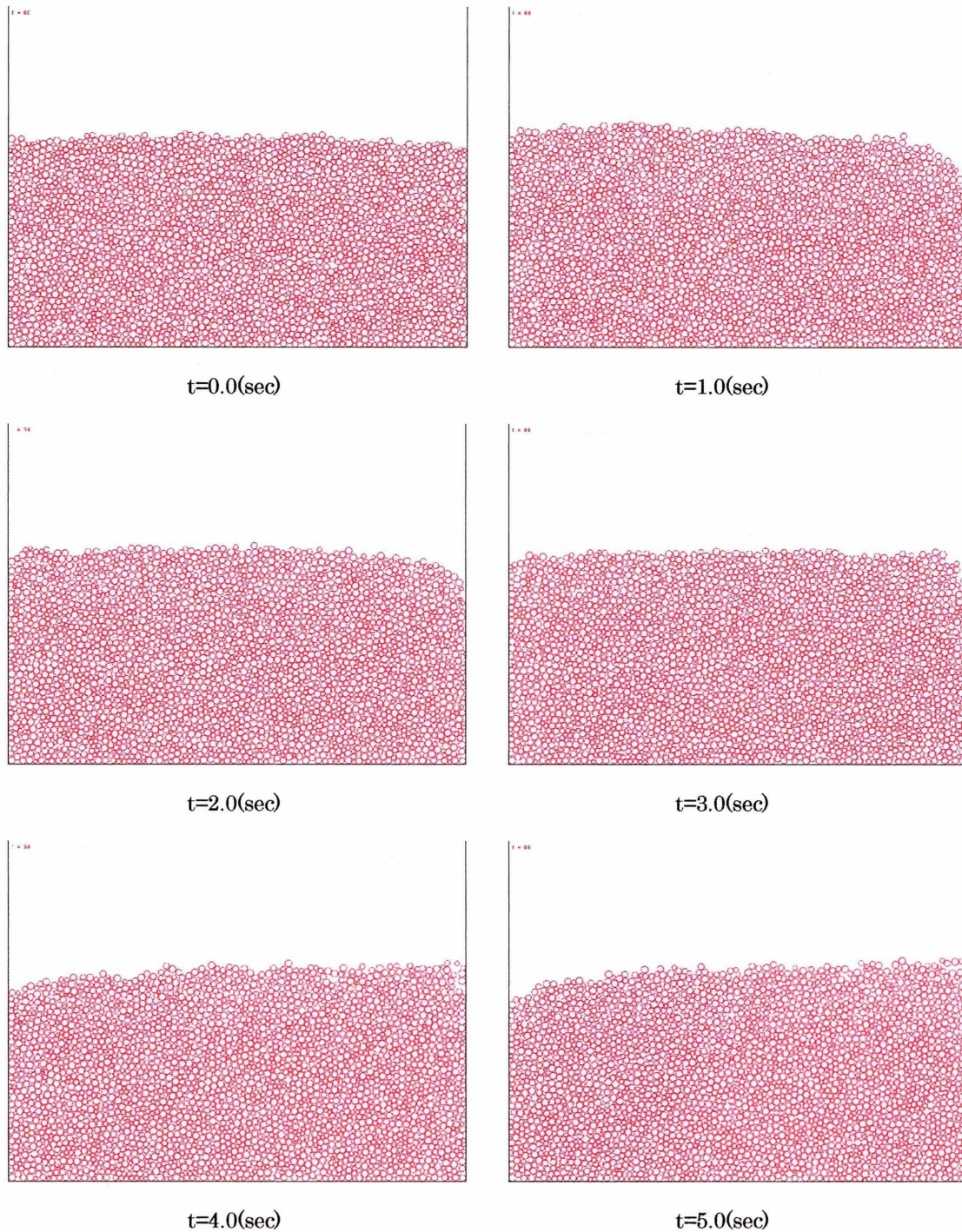


Fig8.37

8.7.7 地盤モデルの加振 一円要素-1200gal, 2Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が1200gal, 周波数が2Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は 8.7.1 と同様である。

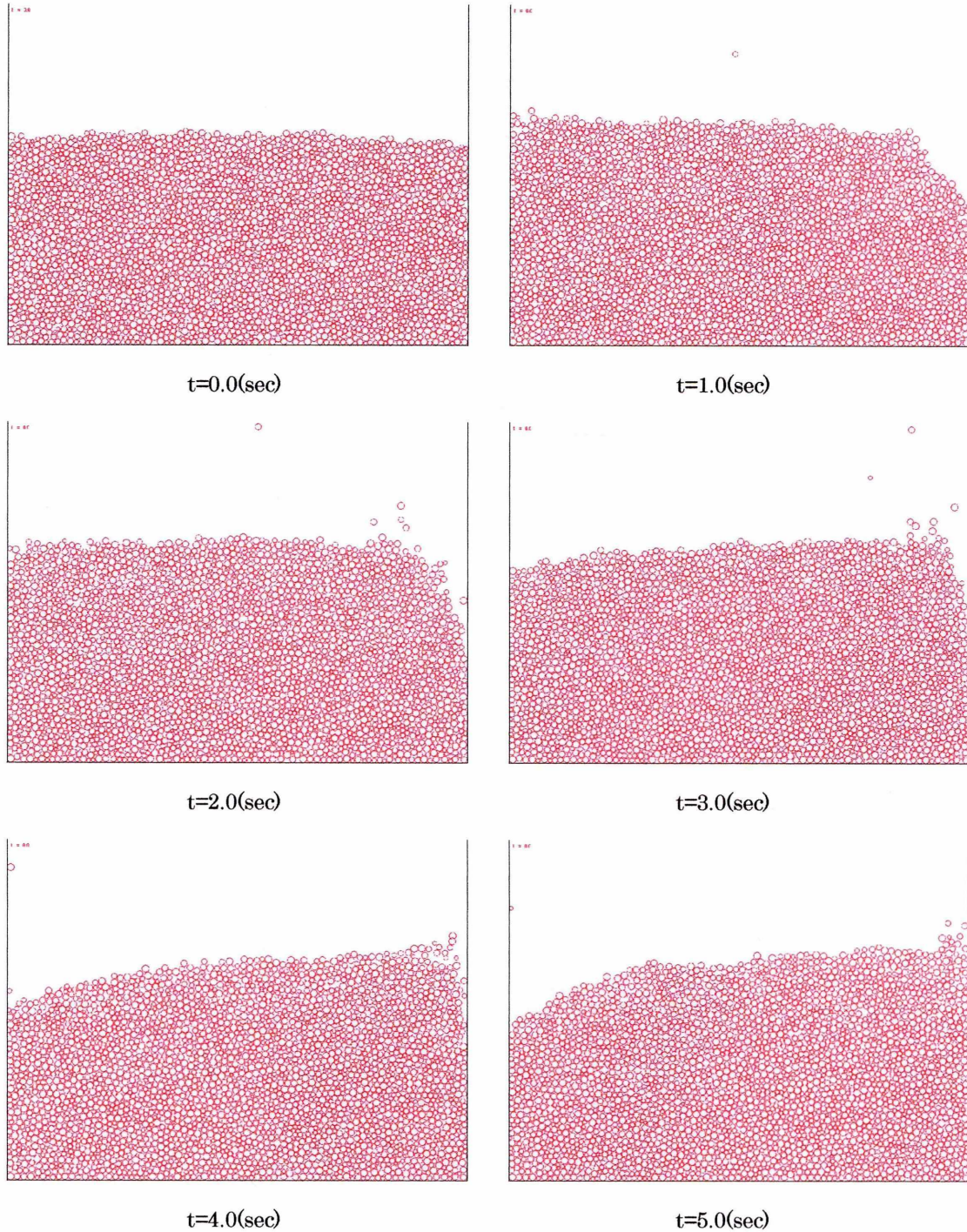


Fig8.38

8.7.8 地盤モデルの加振 一円要素-400gal, 1Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が400gal, 周波数が1Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.7.1と同様である。

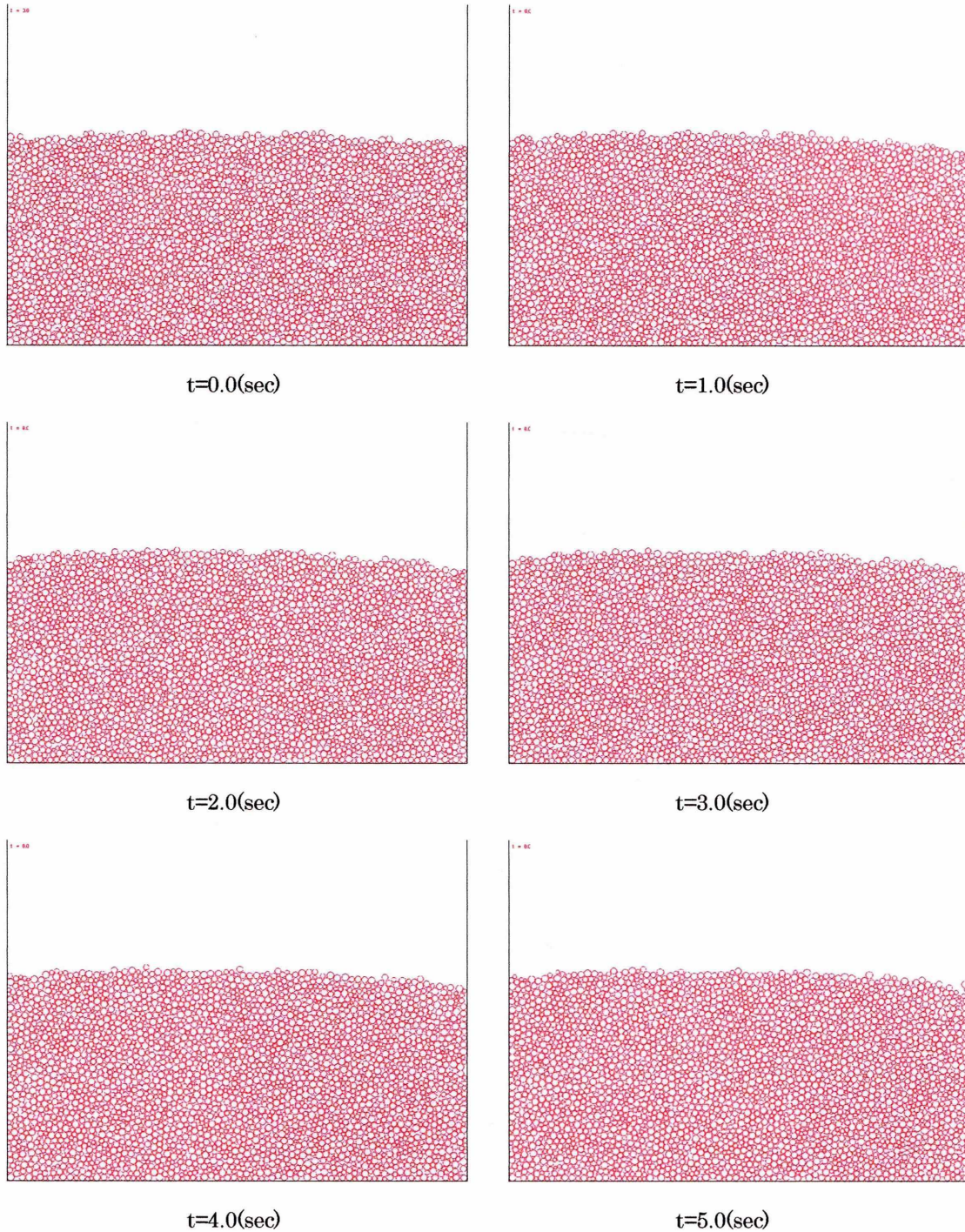


Fig8.39

8.7.9 地盤モデルの加振 -円要素- 800gal, 1Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が800gal, 周波数が1Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.7.1と同様である。

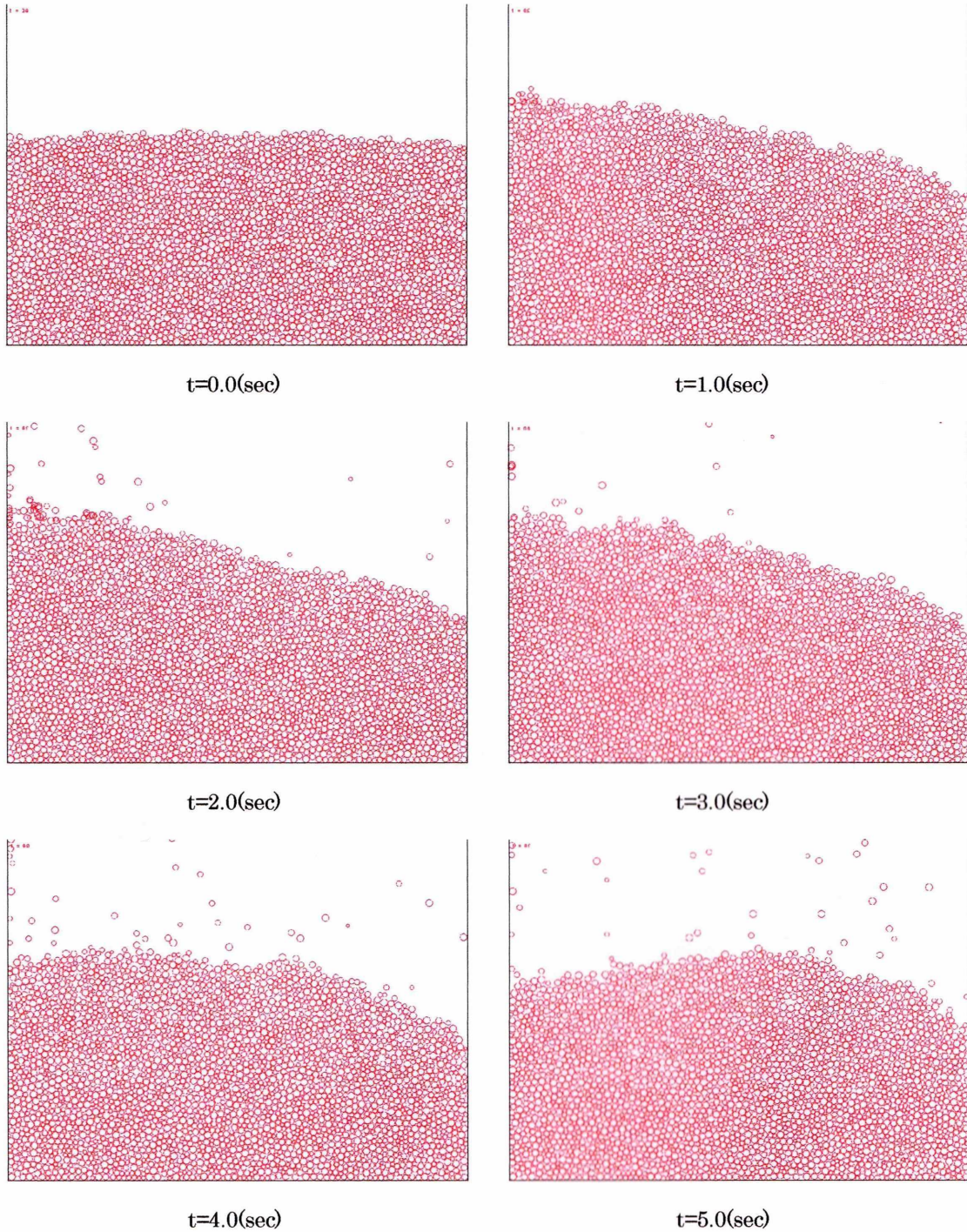


Fig8.40

8.7.10 地盤モデルの加振 -円要素-1200gal, 1Hz

8.7.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が1200gal, 周波数が1Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである. 物性値ならびに計算条件は8.7.1と同様である.

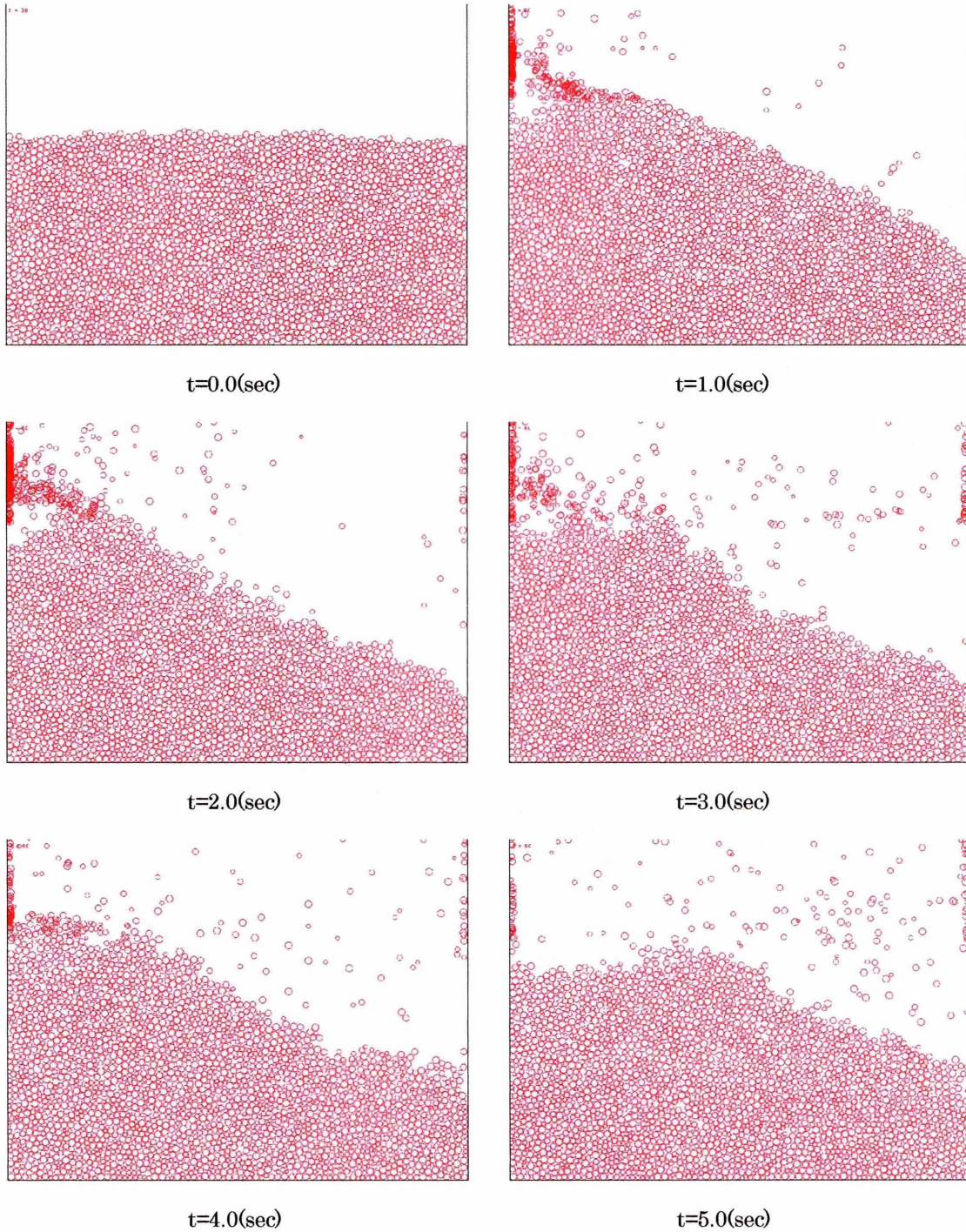


Fig8.41

8.8 解析モデル 2 -粘性結合円の解析-

8.8.1 地盤モデルの作成 -要素の充填-

これまでに述べた方法をもとに解析を行なう。ばね定数は波動論に基づく決定法で決定した。解析モデルは粒子要素 (5~10mm) をランダムに発生させた粘性結合円要素 1500 個を Fig8.42 のように配置し、容器に落下させる条件で作成した。解析に用いた物性値ならびに計算条件を以下に示す。解析の安定化を図るために減衰定数は 1.0 とした。

解析モデル (粘性結合円) -波動論に基づくばねの決定法-

ポアソン比	0.25	[-]
摩擦係数(粒子)	0.17	[-]
摩擦係数(壁)	0.25	[-]
S 波速度	1.5×10^4	cm/sec
減衰定数	1.0	[-]
粒子半径	0.5 - 1.0	cm
粒子密度	2.48×10^{-3}	kg/cm ³
時間刻み	1×10^{-6}	[-]
粒子数(円)	3000	[-]
容器幅	121.5	cm

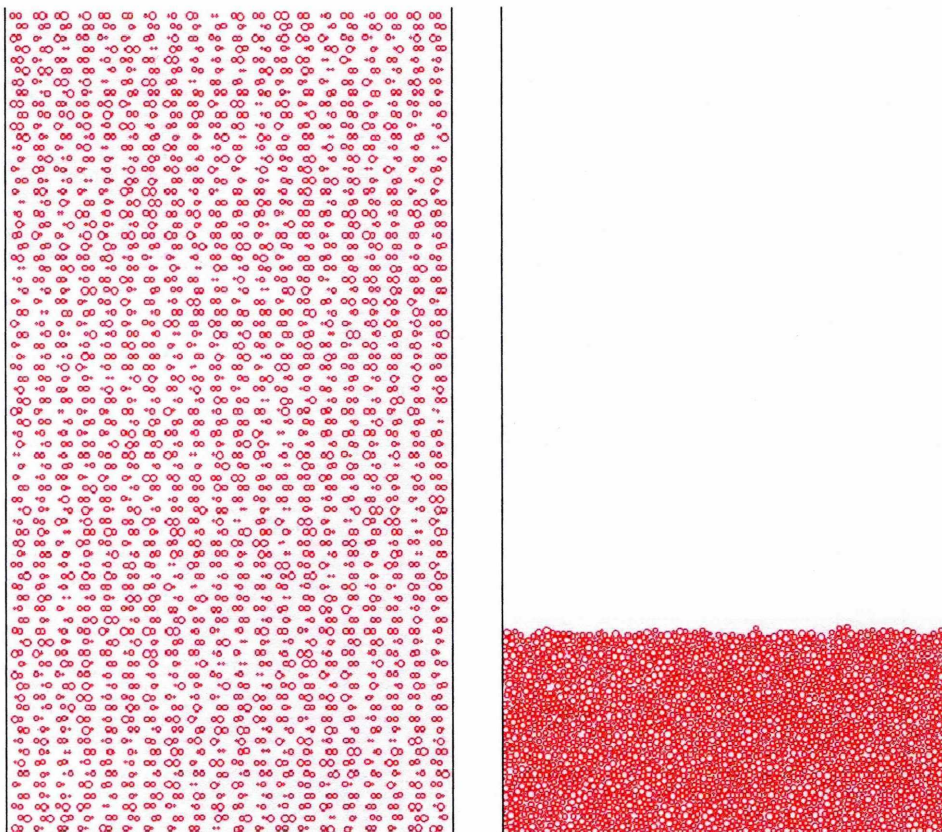


Fig8.42

8.8.2 地盤モデルの加振 -粘性結合円要素- 400gal, 10Hz

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が 400gal, 周波数が 10Hz の正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は 8.8.1 と同様である。

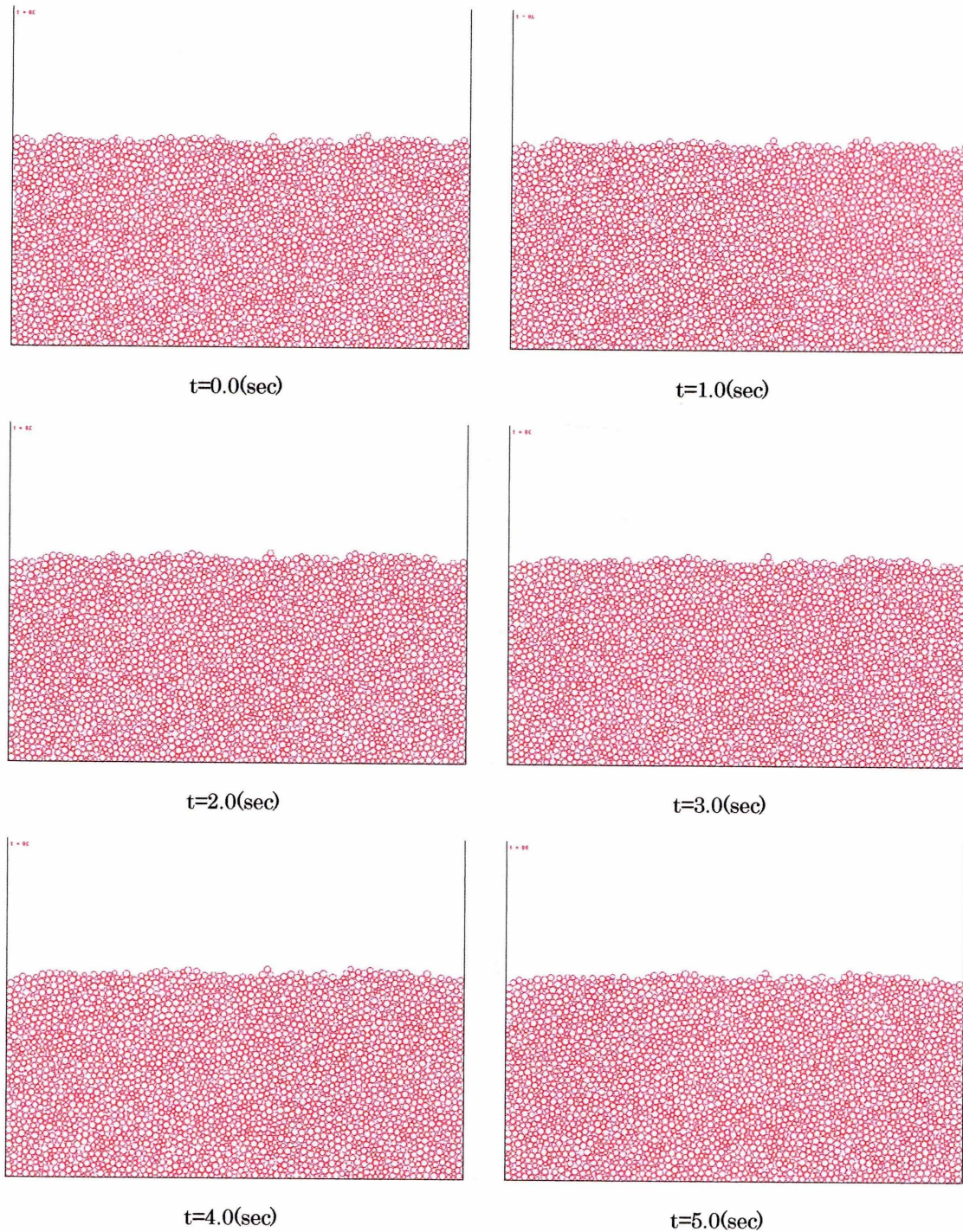


Fig8.43

8.8.3 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素— 800gal, 10Hz

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が800gal, 周波数が10Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.8.1と同様である。

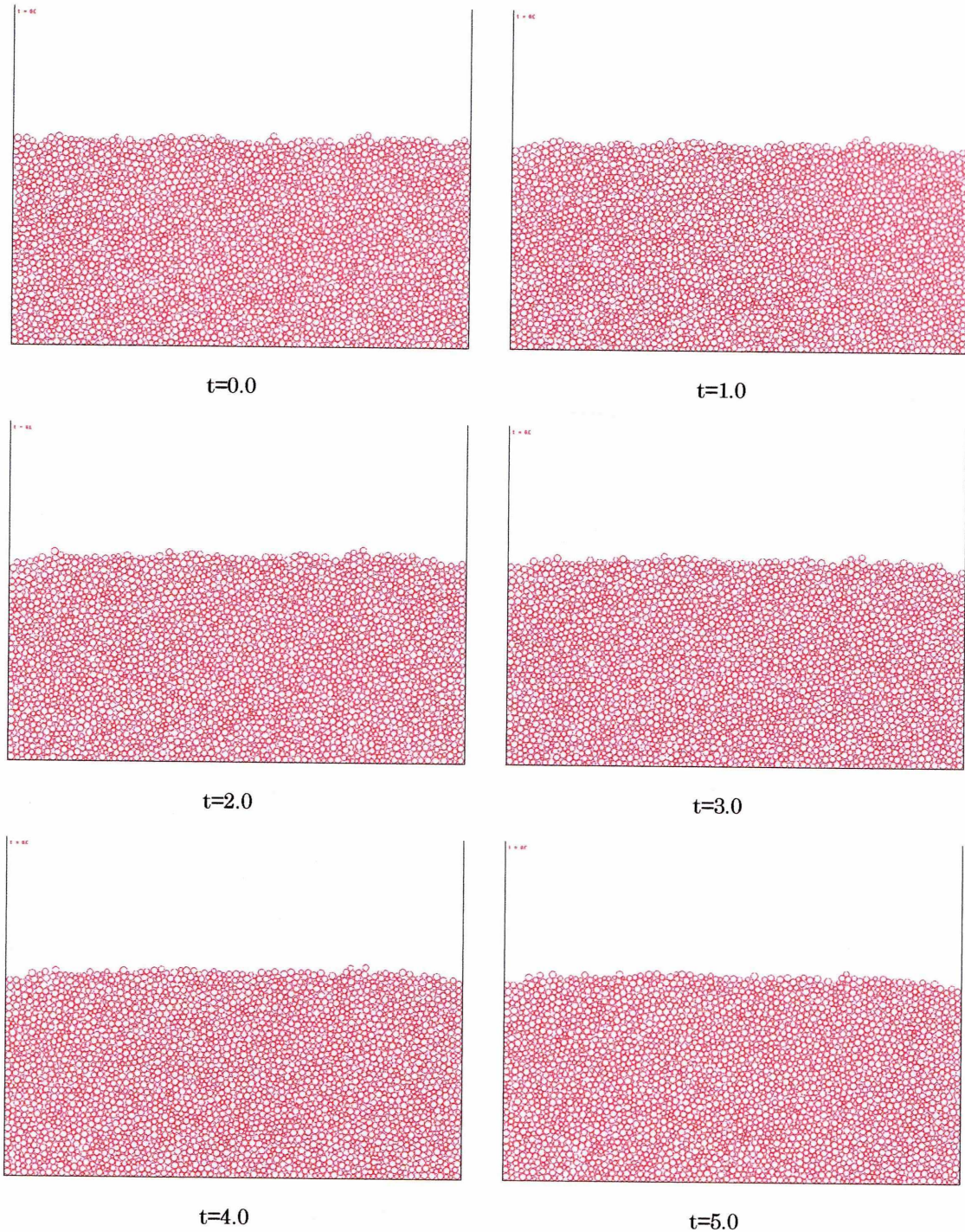


Fig8.44

8.8.4 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素—1200gal, 10Hz

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が1200gal, 周波数が10Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.8.1と同様である。

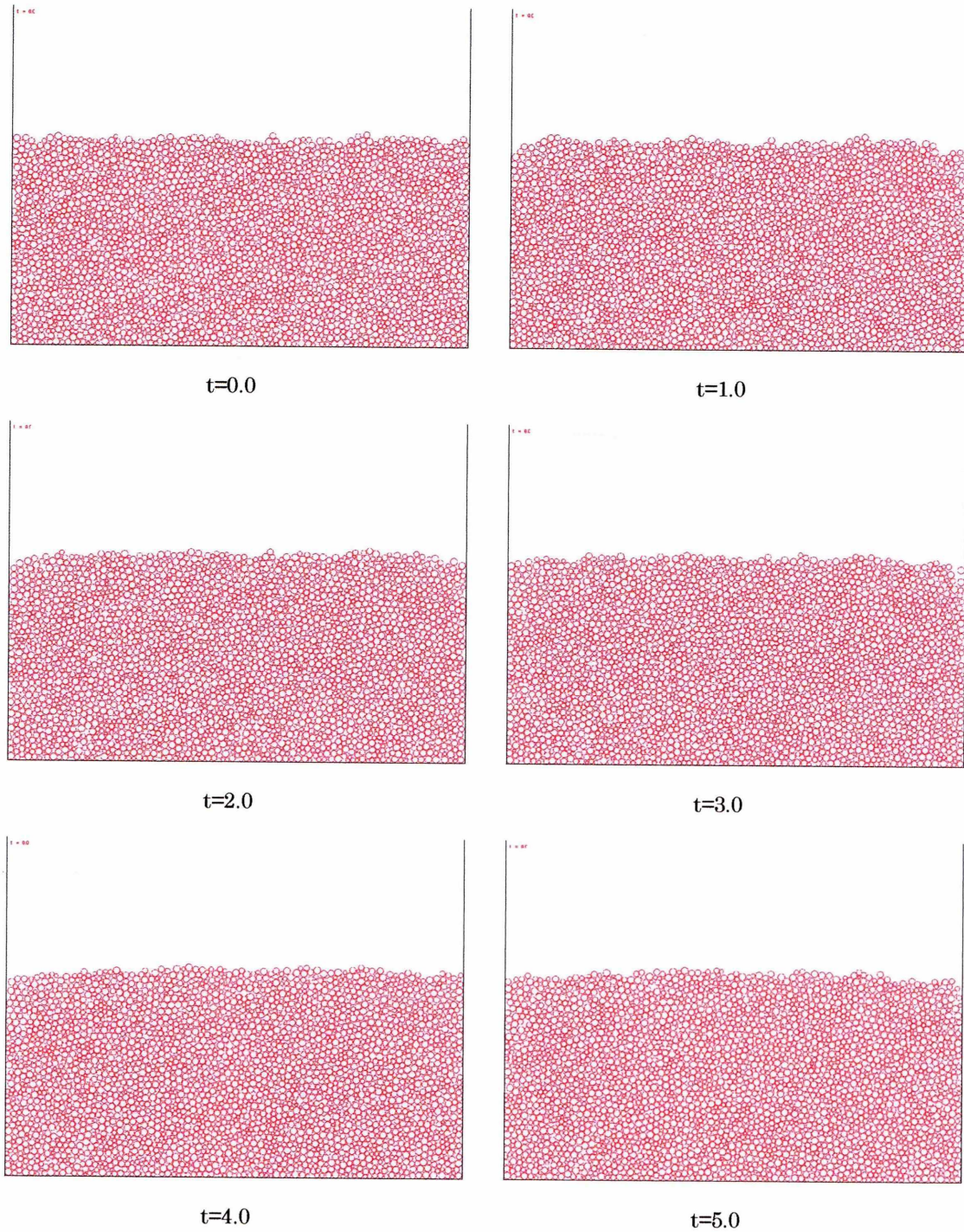


Fig8.45

8.8.5 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素— 400gal, 2Hz

8.8.1で作成したモデルに振動外力として振幅が400gal,周波数が2Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである. 物性値ならびに計算条件は8.8.1と同様である.

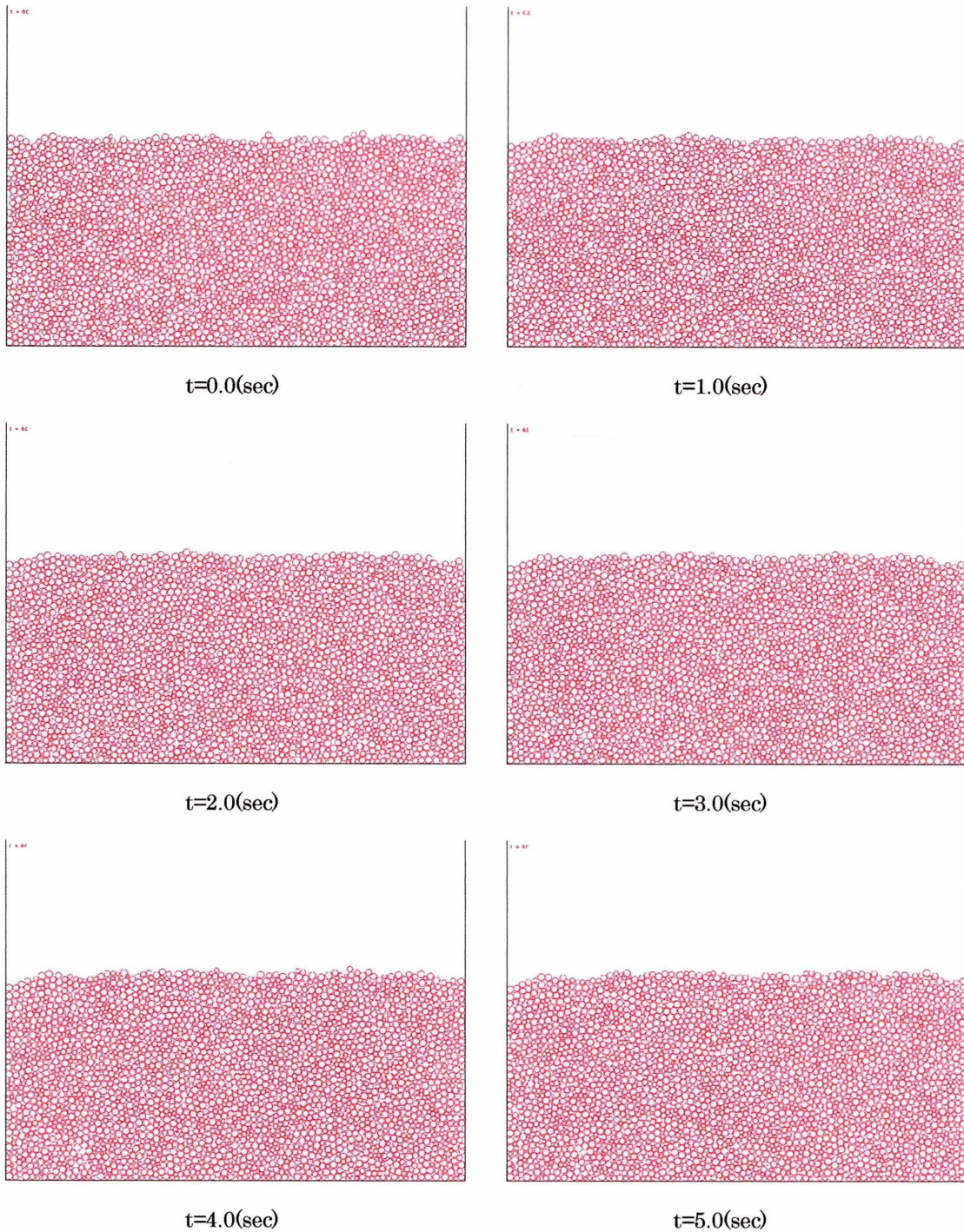


Fig8.46

8.8.6 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素— 800gal, 2Hz

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が800gal, 周波数が2Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.8.1と同様である。

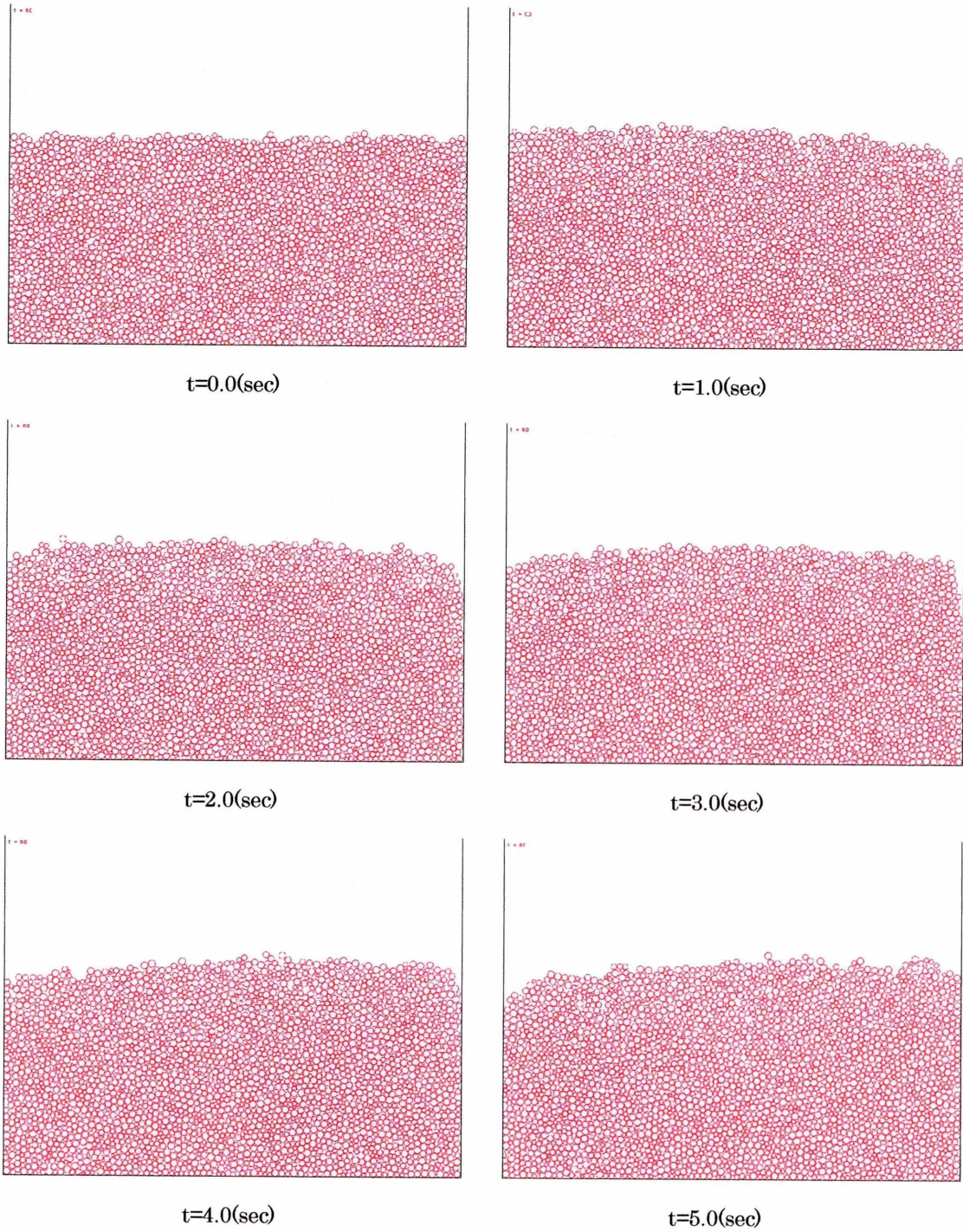


Fig8.47

8.8.7 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素— $1200gal$, $2Hz$

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が $1200gal$ 、周波数が $2Hz$ の正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は 8.8.1 と同様である。

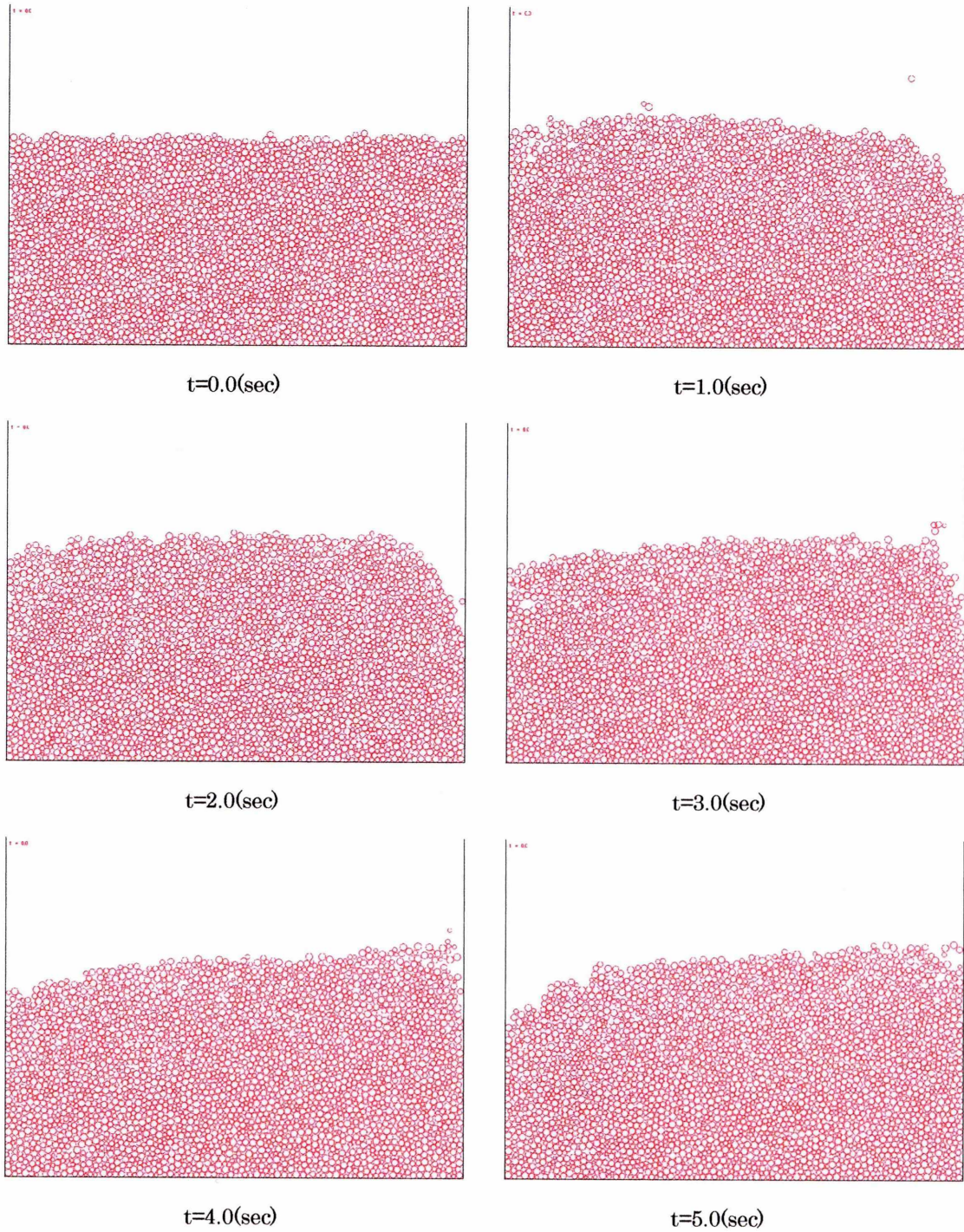


Fig8.48

8.8.8 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素— 400gal, 1Hz

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が 400gal, 周波数が 1Hz の正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は 8.8.1 と同様である。

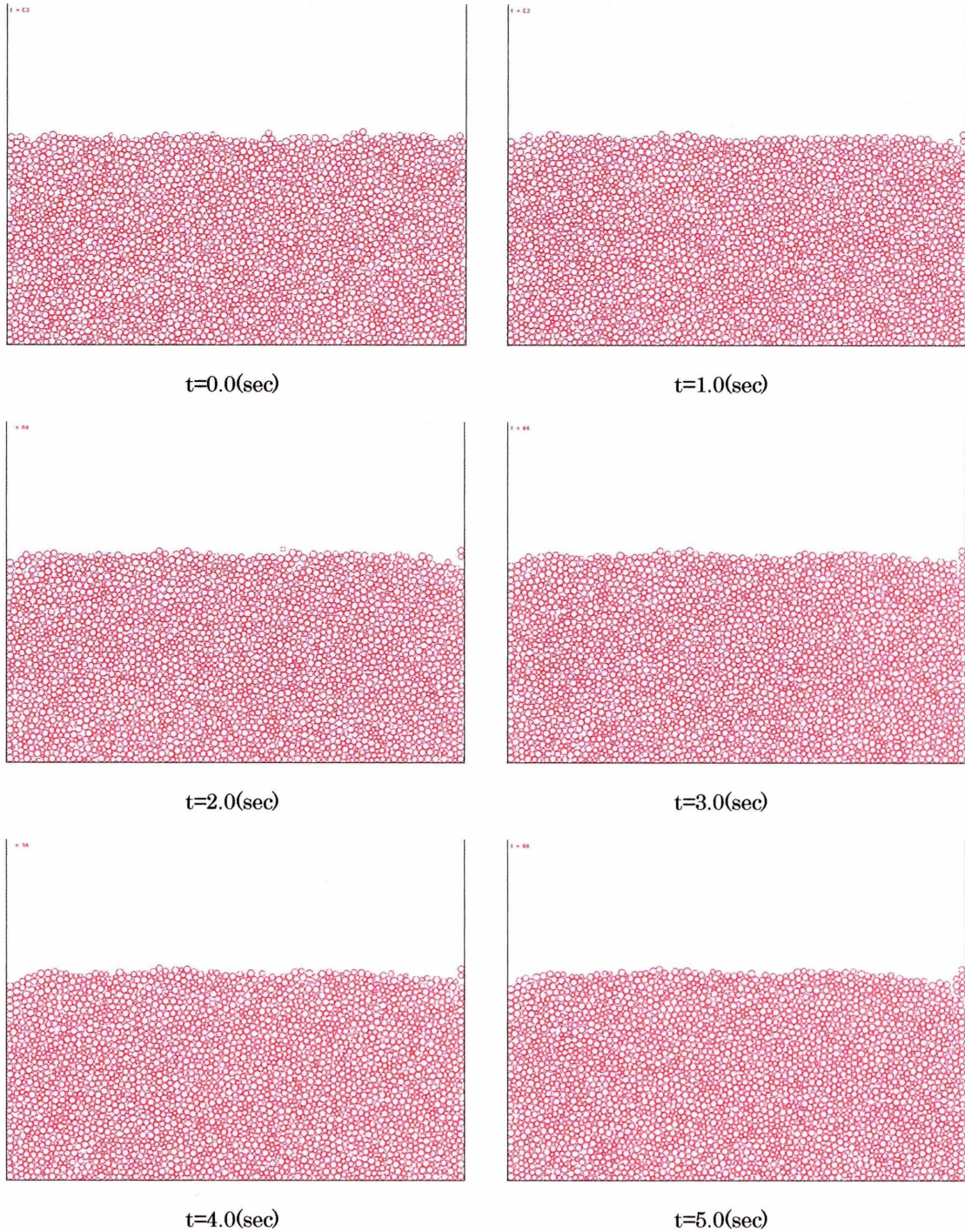


Fig8.49

8.8.9 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素— 800gal, 1Hz

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が800gal, 周波数が1Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.8.1と同様である。

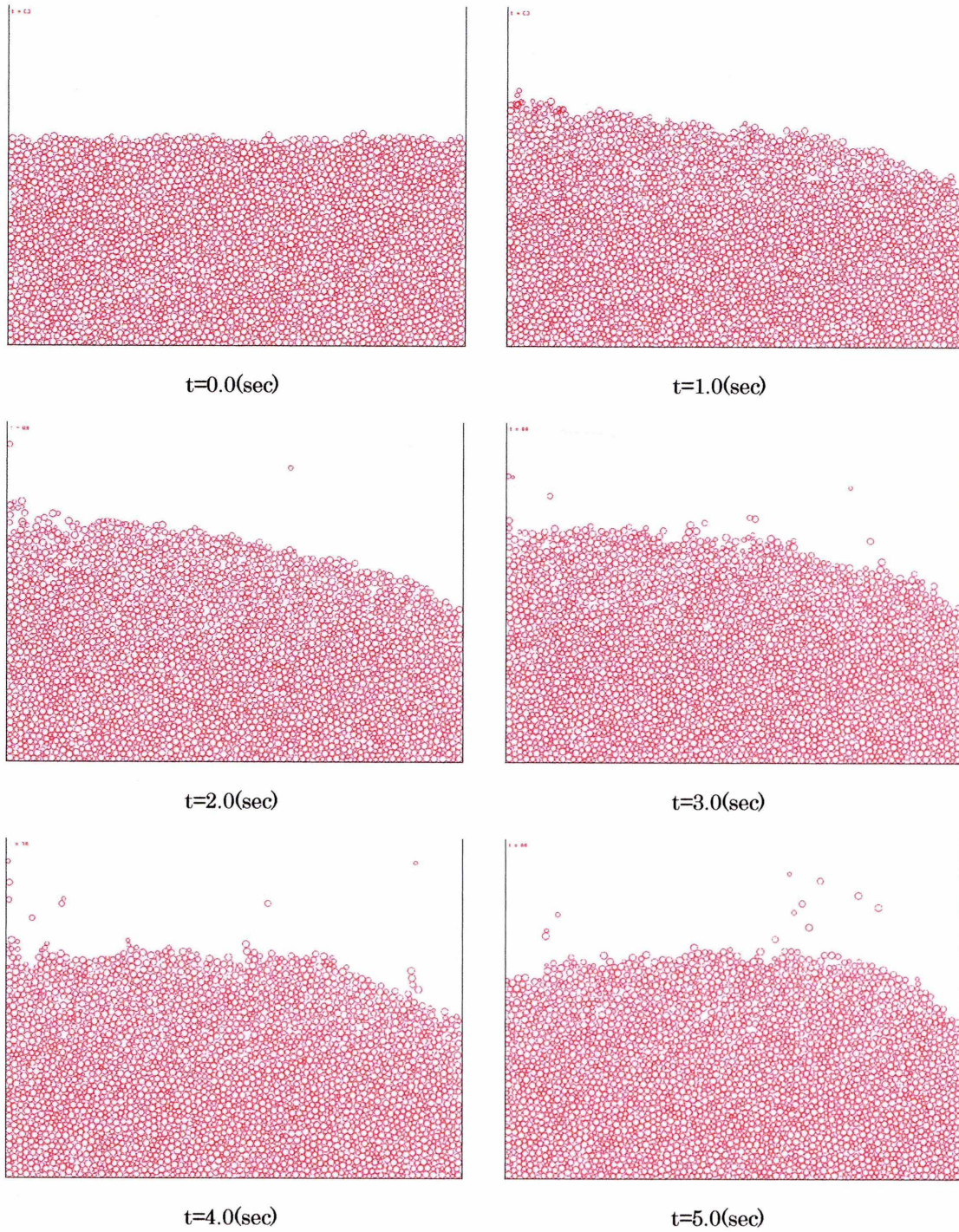


Fig8.50

8.8.10 地盤モデルの加振 —粘性結合円要素—1200gal, 1Hz

8.8.1 で作成したモデルに振動外力として振幅が1200gal, 周波数が1Hzの正弦波を水平方向に入力した結果は以下の通りである。物性値ならびに計算条件は8.8.1と同様である。

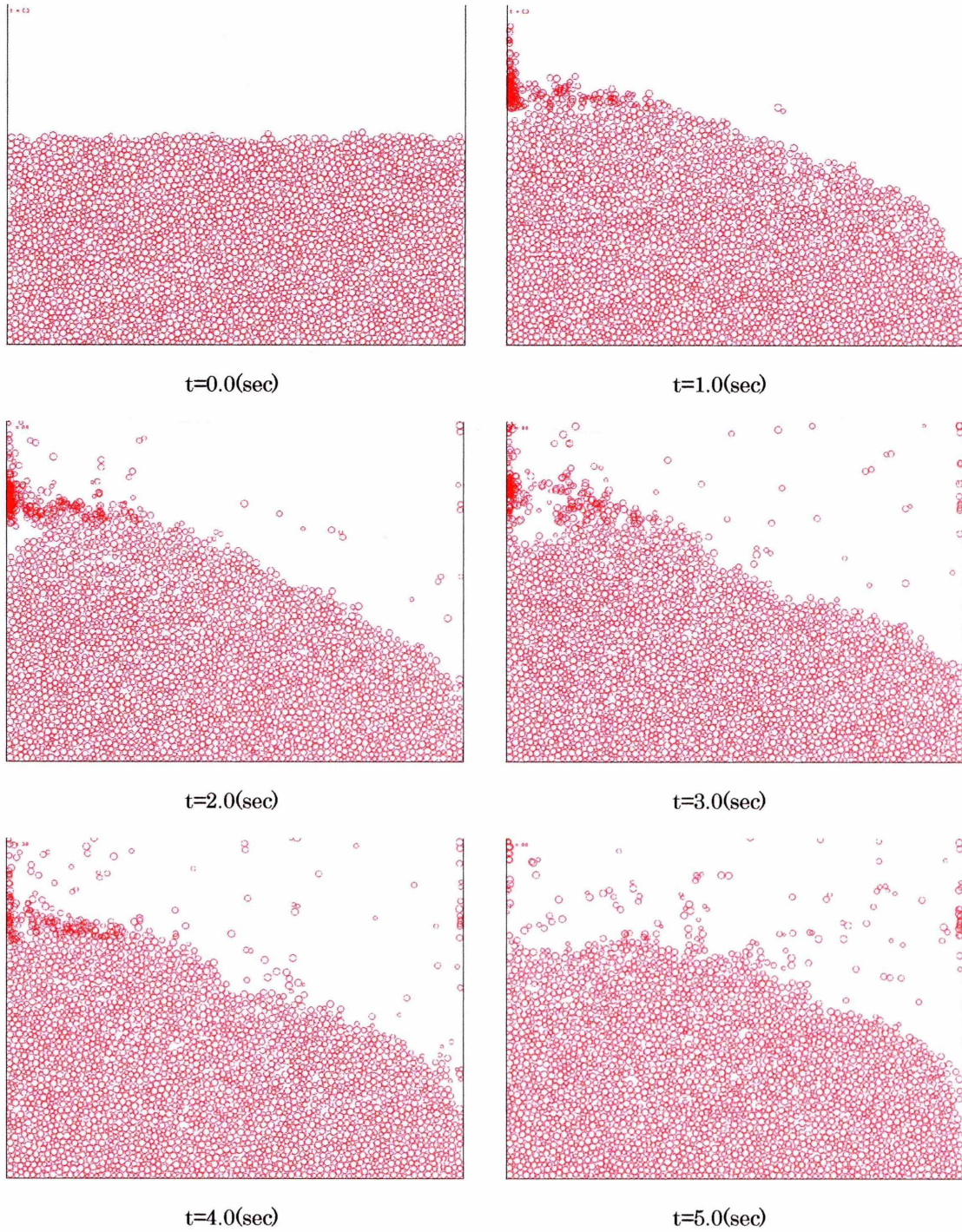


Fig8.51

8.9 要素の比較

8.9.1 振幅, 周波数の比較

円要素, 粘性結合円要素共に10Hzでは振幅を大きくしても特に大きな変化は見られなかった。同様に400galでは周波数を変えても大きな変化が見られなかった。しかし, 振幅を大きくし, かつ周波数を低くすると激しい変化が見られた。

特に振幅が1200gal, 周波数1Hzの場合には7章で述べたスロッシングと似た挙動を示した。

8.9.2 円要素と粘性結合円要素の比較

変化が大きかった1200galで2Hz, 800galで1Hz, 1200galで1Hzの場合を比較してみると, 円要素に比べて粘性結合円要素の粒子の上面には凹凸が見られる。また, 飛散した粒子数を比べてみても粘性結合円要素のほうが明らかに少ない。

8.9.3 容器の振動周期

ここで式(7.2)から容器の振動周期を求める。容器の幅($l=1.215m$), 高さ($h=2.25m$)を代入して求めると($T_1 \cong 1.85$)となる。解析結果と比較すると, 振動周期が長くなるほど, つまり容器の振動周期に近づくほどスロッシング挙動に近づいている。

第九章

結論

9.1 結論・考察

本研究では個別要素法において要素の挙動を追跡する際に円要素，楕円要素，粘性結合円要素ではどのような違いがあらわれるのかの検討を行った。また，楕円要素の解析では接触判定の煩わしさによる計算時間の増大を防ぐために楕円の簡易接触判定を用いた。

楕円要素と粘性結合円要素の比較においては振動を与えたときの挙動が似ていることが確認出来た。これにより楕円要素と粘性結合円要素を近似した形と見ることが出来，今までの課題であったシミュレーション解析による計算時間を大幅に短縮することが可能となり非常に大きな成果を得ることが出来た。

また，正弦波の振幅，周波数を変えた場合の挙動において，円要素と粘性結合円要素を比較した際，粘性結合円要素の上面に凹凸が見られたことは，要素の形によって粒子同士に引っ掛かりが生じたということになる。更に飛散した粒子を比べた場合，円要素と比べて質量が重いことや引っ掛かりなどにより飛散が抑えられたと思われ結果の妥当性を示している。

全体の挙動については，容器の振動周期($T_1 \cong 1.85$)に正弦波の振動周期が近づくほどスロッシング挙動に近づいており，スロッシングが起こったのではないかと思われる。

9.2 今後の展望

今回の研究では粘性結合円要素を用いて楕円要素と近似した形を作り，挙動により近似出来ることが確認出来た。これによりシミュレーション解析による計算時間の短縮が可能になり，更に結合させる粒子を増やせば様々な形の要素を用いて解析することが出来，より実地盤に近い解析をすることが可能になる。

また，正弦波の振幅，周波数を変えて解析したことにより地盤を締め固めるには適切な振幅と周波数が必要であることが解ったので，締め固めに一番良い振幅と周波数を求めてゆく。

スロッシングにおいては今回の研究では正弦波の振動周期は $T=1.0$ までしか解析をすることが出来なかったが，容器の振動周期($T_1 \cong 1.85$)が求められたので $T=1.85$ で解析をし共振現象が起こるかを確認する。

謝辞

まもなく私は学生生活を終えようとしています。18年という長い間でしたが吉田研究室で過ごした3年
間が一番充実していました。吉田研究室で骨格粒子の動的追跡法という研究をしてきた訳ですが、私一人
の力ではとても一冊の論文を書き上げることは出来なかったと思います。骨格粒子の偉大な先輩である宮
崎さん、下山さんは無知な私に基礎から優しく丁寧に教えて下さいました。古谷さん、安川さん、渡辺さ
んはわからないことがあったら何でもすぐに教えて頂き本当に頼りになる先輩方でした。本当に感謝して
います。後輩達にも迷惑をかけたと思いますが、最後まで私についてきてくれたことに感謝をしています。
そして何より指導教官である吉田長行教授には、論文作成にあたり、有益な御助言と的確な御指導を頂き
ました。今の私が在るのは先生の御支援のおかげで在ると思っております。また、佐々木睦朗教授、坪井
善隆教授をはじめ御指導して下さった多くの先生方に心より感謝致します。

これから社会に出ることになりますが、吉田研究室で学んだ多くのこと、また今の感謝の気持ちを忘れ
ずに頑張っていきたいと思っています。周りに迷惑をかけて助けて貰ってばかり学生生活だったと思いま
すが、これからは先に社会に出て行った先輩方のように尊敬される人間を目指していきたいと思いま
す。

最後に、これまで私を支え続けてくれた両親に対し、深く感謝の意を申し上げます。

2010年2月吉日

助川 智洋

■参考文献

- 1) 伯野 元彦：破壊のシミュレーション，森北出版，pp.1-76
- 2) 木村 英朗・藤村 尚：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析，土木学会論文報告集，第 333 号，pp.137-146
- 3) 土質工学会：地盤の破壊とひずみの局所化，土質工学会，pp.258-269
- 4) 粉体工学会：粉体シミュレーション入門，産業図書，pp.29-44，59-61
- 5) 竹内 則雄・上田 眞稔・上林 厚志・鬼頭 宏明・斉藤 成彦・富田充弘・樋口 晴紀：鉄筋コンクリート構造の離散化極限解析法，丸善，pp.1-3
- 6) 澤田 純男・岩崎 好規・プラダンテージ B.S.：楕円要素を用いた個別要素法による砂のせん断挙動の解析，第 26 回土質工学研究発表会，pp.521-522
- 7) 歌川 紀之・山本 忠・吉田望：個別要素法において要素配置が与える影響について，土木学会第 47 回年次学術講演会，pp.558-559
- 8) Kao-Shing Hwang, Ming-Dar Tsai. : On-Line Collision-Avoidance Trajectory Planning of Two Planer Robots Based on Geometric Modeling, Journal of Information Science Engineering vol15, pp.131-152
- 9) 日本計算工学会：粒子法，丸善，pp.85-87
- 10) 宮崎 明日佳・吉田 長行：骨格粒子モデルの動的追跡法 - 要素ばねの検討 -
- 11) 下山 千里・吉田 長行：骨格粒子モデルの動的追跡法 - 要素形状の検討 -