法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-04

バケット要素生成手法を用いた３Ｄ拡張ESO法による構造形態創生

足立, 徹郎 / ADACHI, Tetsuro

(発行年 / Year)
2009-03-24
(学位授与年月日 / Date of Granted)
2009-03-24
(学位名 / Degree Name)
修士(工学)
(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

P377.5
M35-2
2008-8

バケット要素生成手法を用いた 3D 拡張 ESO 法による構造形態創生

Computational Morphogenesis by 3D Extended ESO Method Using a Bucket-By-Bucket Mesh Generation Technique

指導
佐々木　睦朗　教授

法政大学大学院　工学研究科　建設工学専攻

足立　徹郎

2008 年度　修士論文

Computational Morphogenesis by 3D Extended ESO Method Using a Bucket-By-Bucket Mesh Generation Technique

Tetsuro ADACHI
Gradutate student, Hosei University

Key Words : *Structural optimization, Computational morphogenesis, Extended ESO method, Bucket-by-Bucket Mesh Generation Technique*

1. Introduction

Extended evolutionary structural optimization (Extended ESO) method is one of the computational morphogenesis. It is the technique of searching for a structure form which is distributed uniformly the standard quantity (ex. von mises stress etc.). It has an easy rule of deleting the elements in the unnecessary portion and adding the elements in the portion to be reinforced. Here standard quantity is calculated by finite element method.

In recent year researches about computational morphogenesis came to be done briskly, because complex structures that were impossible to calculate previously became to be able to be analyzed according to technique of analysis, performance of computer and technique of construction are developed. And some proposals of a certain form came to be desired from a structural viewpoint to the design demands of architects who want to make true their freewheeling thinking

The optimal design obtained by the conventional 3D extended ESO method is restricted by mesh generation, and it's difficult to make true. Then in this paper, the Bucket-by-Bucket Mesh Generation Technique is applied to 3D Extended ESO method, and the effectiveness of this technique is shown through the analysis example.

2. Evolutionary Structural Optimization Method

2.1 Von Mises stress

In the case using stress for standard quantity of evolution, Von Mises stress is one of the effective standards. Von Mises stress is yield condition of Mises which was brought out in 1913. Von Mises stress shows the element condition, in what kind of stress combination let yield when much stress acts. In 3-dimension Von Mises stress is defined by Eq.(1).

$$\sigma_{von}=\sqrt{\frac{(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)}{2}} \quad (1)$$

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: stress of x,y,z direction

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$: shearing stress

2.2 Bucket-by-Bucket Mesh Generation Technique

The following shows methodology of Bucket-by-Bucket Mesh Generation Technique.

1. Divide the design domain to initial buckets. (fig.1)
2. Give density data to each initial bucket.
3. Divide initial buckets to child buckets based on density data. (fig.2)
4. Conduct mapping for keeping compliance of boundary surface. (fig.3)
5. Divide child buckets. In 2-dimension to triangle, in 3-dimension to tetrahedron. (fig.4)

Bucket-by-Bucket Mesh Generation Technique can control the division density, because it based on density data. Using this advantage, it's possible to change division density by a portion, for example the part of high usage rate is divided in fines and the part of low usage is divided roughly. Then it's possible to obtain the optimum element division suitable for analysis form.

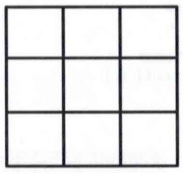


Fig.1 initial bucket

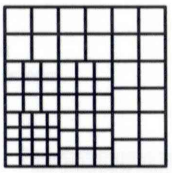


Fig.2 child bucket

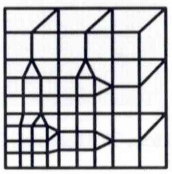


Fig.3 mapping

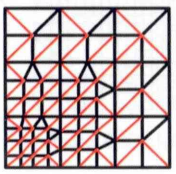


Fig.4 element division

3. Analysis Example

Fig.5 shows the analysis model. That model has a circular plane, four supporting points and one concentrated laod on the top. The purpose of this analysis is to evolve the form which has lightest weight and highest stiffness. Table.1 shows analysis condition. And initial bucket is 10×10×1 in this analysis.

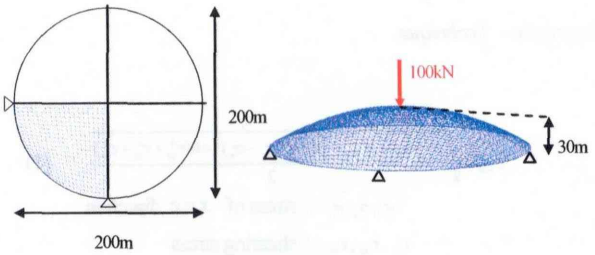


Fig.5 analysis model

Table.1 analysis condition

Radius	100m
Rise	30m
Concentrated load	100kN
Thickness	0.5m
young's modulus	210GP

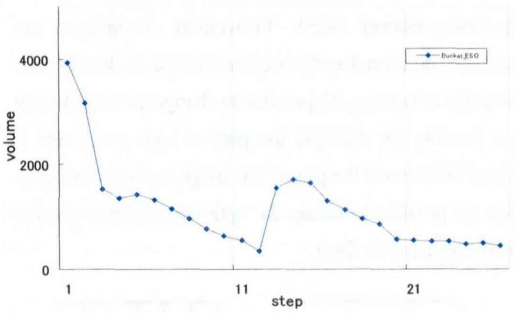


Fig.6 volume

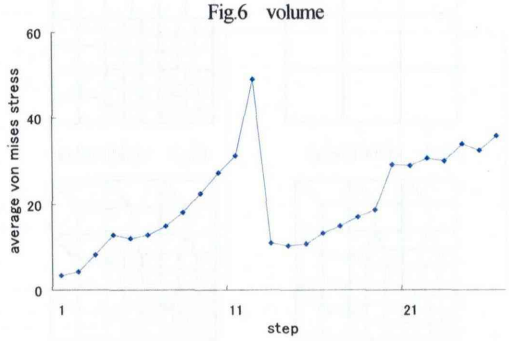


Fig.7 average Von Mises stress

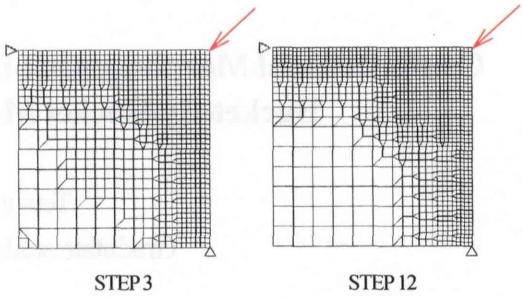


Fig.8 mesh conversion

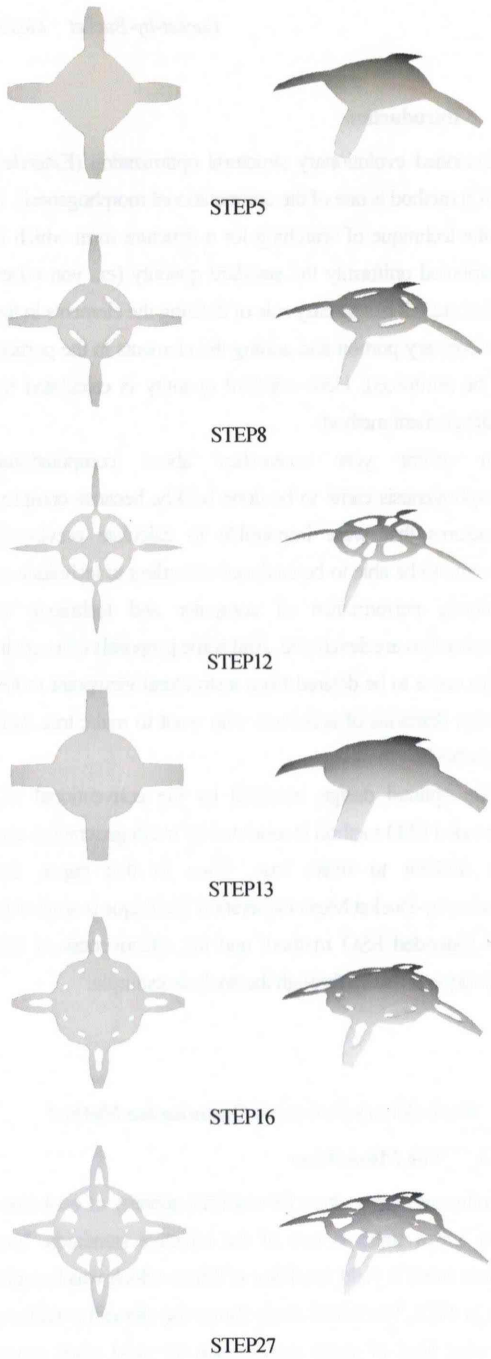


Fig.9 evolutional process

Fig.8 shows the results which the design domain was divided again at STEP3 and STEP12. And it shows that the part near a load point and supporting points was divided finely and the unused part was divided roughly. Consequently morphogenesis was done using the element division suited to analysis form. Fig.6 shows the change of volume and Fig.7 shows the chenge of average Von Mises stress. After STEP12 the decrease of volume and rising of average Von Mises stress is seen. It is because the analysis was restarted from the analysis form which based on a little less standard quantity after the re-division. Except this point Fig.6 shows that volume is decreasing gradually and Fig.7 shows that average Von Mises stress is increasing gradually. It shows morphogenesis was performed smoothly.

4. Discussion of using a Bucket-By-Bucket Mesh Generation Technique

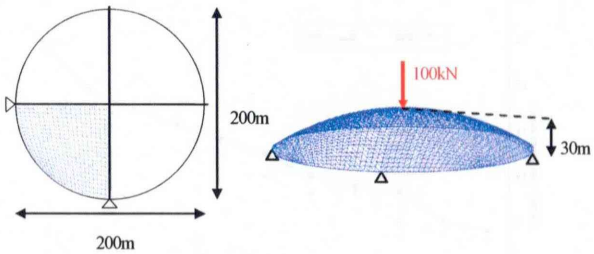


Fig.10 analysis model

Table.2 analysis condition

Radius	100m
Rise	30m
Concentrated load	100kN
Thickness	0.5m
young's modulus	210GP

Fig.10 is model for discussion, and Table.2 is analysis condition. In this chapter two analyses were performed. One of that was by conventional 3D Extended ESO Method, and another was 3D Extended ESO Method using a bucket technique. Then results of these analyses has been compared and discussed. At conventional analysis design domain was divided to 30×30×3. And at analysis using a Bucket ESO method element division is limited to same fineness with conventional analysis. Fig.11 shows evolutional process, Fig.12 shows final element division. Here Fig.12 is in parametric space which is needed when using NURBS for defining the design domain.

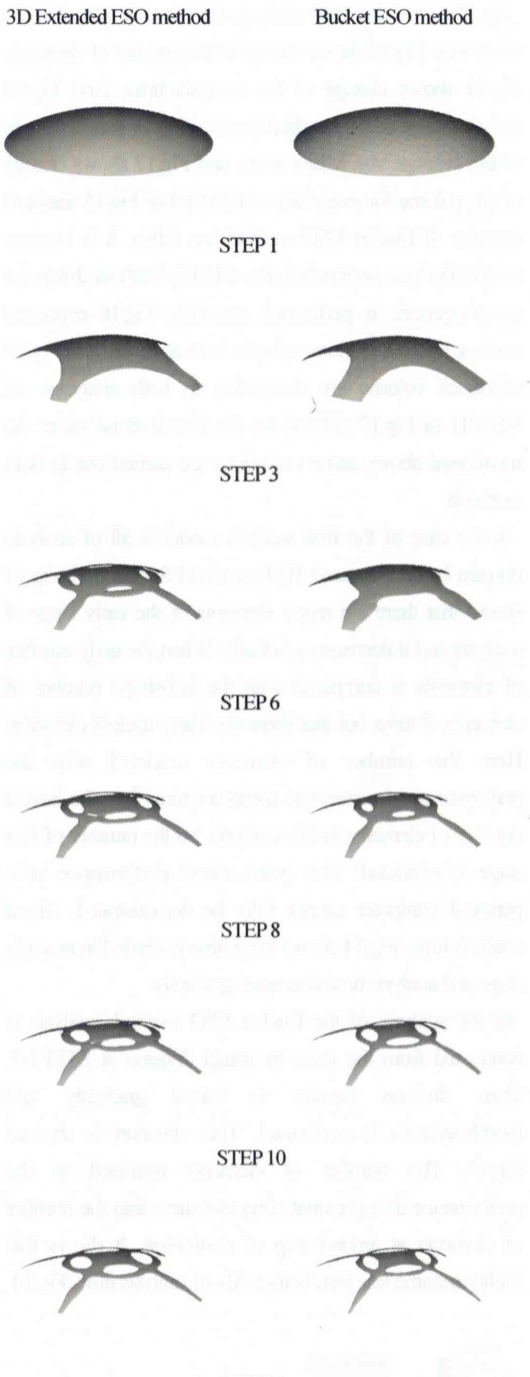


Fig.11 evolutional process

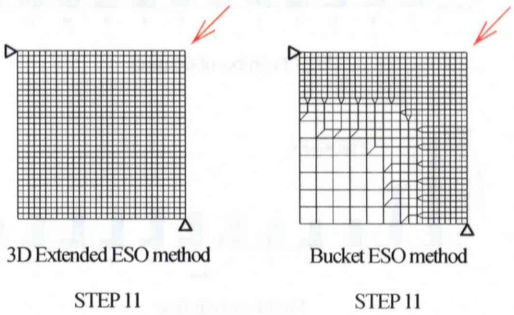


Fig.12 element division

Fig.11 shows that both analyses have been evolved in the same way. Fig.13 shows change of the number of elements, Fig.14 shows change of the analysis time. And Fig.15 shows change of the standard quantity, Fig.16 shows change of the average Von Mises stress, and Fig.17 shows change of the volume for every step. At STEP4 of Fig.15 standard quantity of Bucket ESO method has fallen. It is because re-division was performed after STEP3. Without this point morphogenesis is performed smoothly. Fig.16 expresses average stresses are increasing in both analyses, and Fig.17 expresses volume are decreasing in both analyses. At STEP11 of Fig.17 volume are the almost same value. As mentioned above, same evolutions are carried out in both methods.

In the case of the first analysis model is all of analysis domain by conventional 3D Extended ESO method, Fig.13 shows that there are many elements of the early stage of analysis and it decreases gradually. When the early number of elements is compared with the last-shape number of elements, it turns out that there are many useless elements. Here the number of elements restricted with the performance of a personal computer turns into the largest number of elements in this analysis. So the number of first stage is restricted. This point shows performance of a personal computer cannot fully be demonstrated. About analysis time, Fig.14 shows large time is needed in an early stage and analysis time decreases gradually.

In the analysis of the Bucket ESO method, analysis is conducted from the form by rough division at STEP1-3. Then division density is raised gradually and morphogenesis is performed. This situation is showed Fig.13. The number of elements restricted to the performance of a personal computer turns into the number of elements at around step of re-division. It shows that futility became less than before. About analysis time, Fig.14 shows there is no bigger unevenness of analysis time than the conventional ESO method. Since it is possible to analyze by rough element division in an early stage when a Bucket ESO is used, time is omissible, because. Analysis time is decreasing through the whole. It is because the operation portion of the finite element method of the program which used the Bucket was improved, so orderly comparison cannot be performed. However, in an initial step, it can be said that time can be shortened largely conventionally.

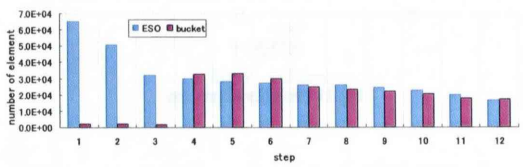


Fig.13 number of elements

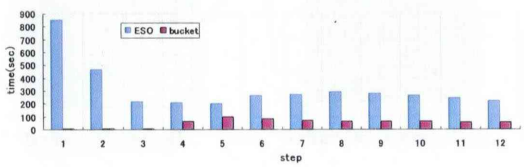


Fig.14 analysis time

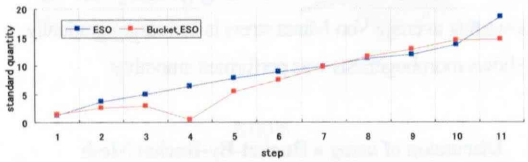


Fig.15 standard quantity

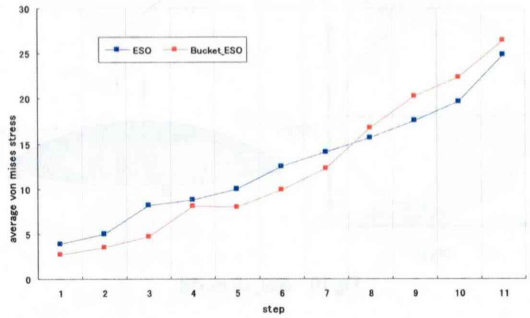


Fig.16 average Von Mises stress

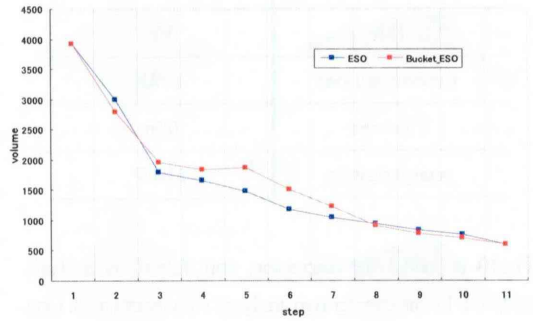


Fig.17 volume

5. Conclusion

It became to be able to divide suited to the analysis form by using a Bucket-By-Bucket Mesh Generation Technique. Then it became to be able to use elements effectively. In addition it became to be able to be performed morphogenesis earlier than before using the technique which is at early stage analyzing on rough division after that increasing element density gradually,.

目次

第1章　序論 1

1.1 研究の背景と目的 1

1.2 論文の構成 3

第2章　既往の研究 4

2.1　概説 4

2.2　構造形態創生の分類 5

2.3　構造形態創生法に関する研究 5

2.3.1　グランドストラクチャー法 5

2.3.2　遺伝的アルゴリズム 6

2.3.3　均質化設計法 6

2.3.4　密度法 7

2.3.5　セルオートマトン法 7

2.3.6　ESO 法（Evolutionary Structural Optimization Method） 8

第3章　基礎理論 9

3.1　概説 9

3.2　拡張 ESO 法（Extended ESO Method） 9

3.2.1　拡張 ESO 法の三次元問題への拡張 10

3.2.2　等値面の導入と近傍領域による双方向進化の実現 10

3.2.3　格子点応力の均質化 11

3.2.4　要素の生成法 13

3.2.5　拡張 ESO 法の計算の流れ 14

3.3　敏感数 15

3.3.1　Von Mises 応力 15

3.4　バケットベース要素生成手法 21

3.4.1　マッピング 22

3.4.2　格子節点への Von Mises 応力の振り分け 24

3.4.3　再バケット分割 25

3.4.4　バケット処理の流れ 25

3.4.5　フローチャート 27

3.5　パラメータ座標系を用いた形態進化 28

3.5.1　立体のパラメータ表示 28

3.5.2　パラメトリック座標系による形態進化 28

3.5.3　NURBS 29

第4章　構造形態創生 **31**

4.1 概説 31

4.2 構造形態創生 32

4.2.1 円形平面を有する四点ピン支持曲面構造物 32

4.2.2 正方形平面を有する四点ピン支持曲面構造物 35

4.2.3 長方形平面を有する四点ピン支持立体構造物 38

4.3 バケット要素生成手法の導入検討 41

第5章　結語 **45**

5.1 総括 45

5.2 今後の展望 46

付録 **47**

A.1　デローニー要素分割法 47

A.1.1　概要 47

A.1.2　デローニー分割による四面体の生成 47

A.1.3　デローニー分割の流れ 49

A.1.4　3D 拡張 ESO 法へのデローニー分割導入検討 50

参考文献 **51**

謝辞 **53**

第1章

序論

1.1　研究の背景と目的

建築構造物は三次元の空間の中で構成されており、その形態の選択や配置は、建築構造物が要求している使用性、安全性、美しさ、軽さなどに直接影響を与える設計の成否にかかわる重要な要素である。建築家達はその建築構造物の基本である構造というものを通じて思考し、それらの空間での可能な構成から最も合理的な形態を見つけ、自分の考え・思想を建物に表現しようとする。その三次元空間での可能な構成から合理的な形態を見つけることは豊かな経験と知識を必要とし、高い想像力・創造力を必要とする。

エンジニアは、構造体を構成する部材すべてを何らかの形で構造の強さに寄与させることを目指し、意図された建築の機能を構造が阻害しない範囲で直接荷重を基礎に伝え、地震力等に耐える設計を実現する。構造は、建築物を支える骨格であり、力学的な抵抗要素である。空間での異なる構造形式、形態は異なる力学的な性質を持っており、異なる道を通じて基礎まで力を伝達する。どうやって合理的に力を基礎まで伝えるか、どうやって効果的に材料を利用するか、これは見えない力と見える形の関係をどうやって把握するかの問題であり、無形の力をどうやって効果的に流れるような形状を取るかの問題でもあると考えられる。

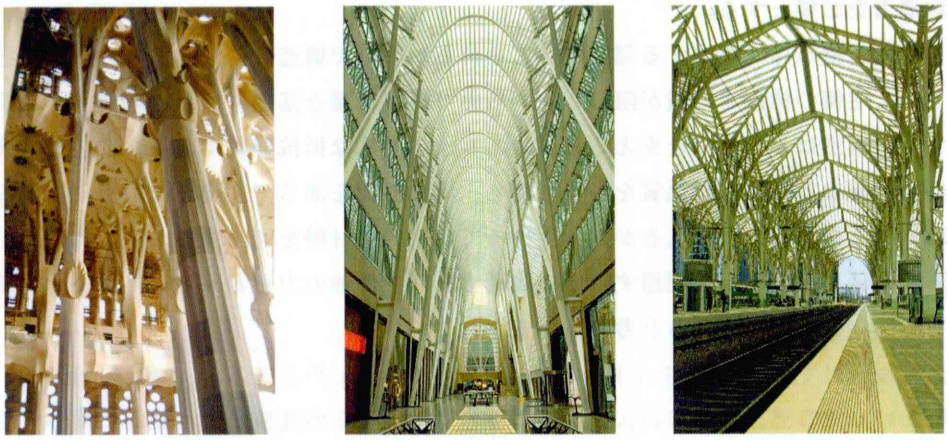
自然界に目を向けてみる。F・オットーらの「自然な構造体」[1]によると、「惑星、山、雲、結晶、植物、動物といった自然界の物体が人を魅了するのは、それらが最後まで自立的に推移するプロセスを経て発生することだ。その形や構造は、重力、分子結合力、磁力といった自然の法則、あるいは風力や地震などのように、時折その威力を見せる環境からの影響として知られている様々な条件が重なって出来上がったものだ。」また、「生命のない自然は、その都度それぞれが独自の厳格な経過に従い、相互に影響しあうプロセスの集合の中で発生する。生きた自然、すなわち単細胞動物、植物、動物、人間等の成長はある一定の構造上の原理に基づいて自立的に経過するプロセスに従う。」と述べている。

自然界の中で生物に注目してみる。ダーシー・トムソンの「生物のかたち（On Growth and Form）」[2]によると、「生物学的に見れば、骨は生きていて、かたちを変えるものである。網状組織はいつも新しく作られたり、変形されたり、破壊されたり、また修復されたりしている。」とし、「ひずんでいるということが、直接成長に対する刺激になるということは、重要な生理学的現象である。生きた細胞は、応力あるいは運動によって刺激され、増殖する。」さらに、「骨格は、力の場との相互作用によって、力の場に対応して変化する。骨格全体も、また個々の骨の微小な部分も、そのかたちや配置は応力の分布によって決まる。力のかかる部分は必ず成長して、要求される強度を持つようになる。さらに、このような現象は骨格だけにみられるのでなく、体全体にみられることがわかる。骨と筋肉は幾重にも入り組んで結合し、一方で変化が起これば必ずそれに関連した変化が他方

にも起こる。骨も筋肉も体の部分ではあるが、部分どうしは完全に調和を保っており、その調和がくずれたときには、体全体も存在しなくなってしまう。」と述べている。

自然界の生物は生存のために高い効率を持つ形態に進化して存在していることから、静力学的構造機能をもつものとして説明できる。このような生物の形態は自然の中で様々な環境に適応できる最適な構造形態であると考えることもできる。このような自然界の形態を模写すれば同程度の効率性が達成できるという考え方もあるが、生物の生存環境は様々であり、結果的な形態をそのまま模写するべきでないことは明らかである。だが、生物の進化過程、或いは形状の形成過程を考察して形状の自立的な制御方法を模写することは合理的な構造形態を求める道ではないかと考えられる。

そこで、生物の進化過程、形状の形成過程を模範する手法が考えられた。これが構造形態創生法の幕開けである。植物や動物、そして昔から受け継がれてきた工作物のデザインは偶然にできたものではなく、ごく自然の摂理の中でいろいろな試練を受けながら、長い時間をかけて進化してきた形態であり、その形状はそれが支えるべき荷重とコストに関しての最適解或いは近傍の解を示すものである。



(a) Sagrada Familia　(b) BCE Place　(c) Oriente Station

図 1.1 分岐状の列柱

図 1.1 に示した列柱は(a)Antonio Gaudi、(b)、(c) Santiago Calatrava の作品であり、どれも自然界で鑑賞できるような優美さと魅力を持つと同時に荷重を圧縮力の形で支持部へと伝達され力学的にも合理的であるといえる。

構造形態創生とは発想の段階からエンジニアが行う、つまり解析の対象となる建築を実態として提案することになり、エンジニアが空間に具体的な建築を導き出すことを意味する。近年における技術、特にコンピュータ技術の発達がそれを可能にし、要求は高まっているといえる。そして、近年の「やわらかな」といわれる時代状況に向けて、自然界に存在するような「しなやかな」建築のデザインを目指す先駆けとして構造形態創生法の 1 つである拡張 ESO 法を用い、現代の建築家が求める複雑でより動きのある変化の富んだ形態への嗜好に対して建築計画の初期設計段階において彼らの思考を刺激しうる力学的合理性を含む形態を提案することで構造が形状決定に寄与することを目指す。既往の研究により、従来の 3D 拡張 ESO 法では扱うことのできなかった曲面形状、立体形状における力の流れに沿った形状の提案が可能となった。しかし、形態創生により導かれた形状は、

要素分割による制約を受け、実際に構造物として用いるには難しい形状であった。そこで本研究では、3D 拡張 ESO 法における要素分割の効率化を目的とし、バケット要素生成手法の導入・検討を行う。

1.2 論文の構成

第1章　序論

構造形態創生法が自然界における生物の進化過程や、形状形成過程を模範することで、始まったことを紹介し、構造形態創生法の1つであり、要素の削除と付加を繰り返すことで形態を決定していく拡張 ESO 法の要素分割手法を改良、それにより得られる形状を考察、という目標をまとめた。

第2章　既往の研究

近年急速に研究が進んでいる建築構造形態創生法に関する研究を紹介し、そこに見られる特徴をまとめる。

第3章　基礎理論

構造形態創生手法の1つである拡張 ESO 法について述べるとともに、これまでの研究の成果をまとめる。その上で、バケット要素生成手法を 3D 拡張 ESO 法へ適用させる方法を説明する。

第4章　構造形態創生

本手法を用い、いくつかの構造物に対して形態創生を行う。また、バケット要素生成手法の導入について考察を行う。

第5章　結論

本論の総括と、今後の展望を述べる。

第2章

既往の研究

2.1　概説

構造物の設計に当たっては、機能性、経済性、安全性、デザイン性などの諸要求を満たすための種々の制約のもとで、できる限り効果的に設計目的を達成することが要求される。これら制約条件は、ある限界をクリアすればよいという単純な条件である場合は少なく、むしろ経済性や安全性などをできる限り大きくし、できる限り高い機能性やデザイン性を達成することが要求される場合が多く、ここに、設計という行為のおける、より優れたもの、より良いものに向けて努力が費やされることになる。また、こうした制約条件のうち、いくつかはお互いに背反的な関係にあることが多い。外力に強固に抵抗する安全性の高い構造物は経済性に反する結果を生みがちであるし、経済性をあまりに追求しすぎると安全性やデザイン性などがおざなりになる。したがって、どの要求もほどほどに満足し、なおかつ主要な要求に関しては最も優れた性能を持つような構造物を設計することが望まれる。このように考えれば、設計とはそもそも最適なものを作ることに他ならないが、その設計過程において、設計者の持つ勘や経験が重要な役割を果たす部分がある一方、理論的・系統的な手法により、よりよい設計を実現できる部分もある。

一般的な構造解析では直接的にはデザイン性を求めることに結びつかない。なぜなら構造解析とは「形」を与え、その論理的結果として力学諸量である「ありさま」を求めることを指すからである。近年の様々な技術の発達がデザイナーだけでなくエンジニアからもデザイン性への感心が深まり、その結果、構造物の「形」と「ありさま」を創りだすという意味での構造形態創生[3],[4]という考え方を作り出した。構造形態創生では解が厳密な最適解である必要はなく、設計者の想像力もしくは創造力を刺激するような解を求める行為になる。構造形態創生に関する研究は始まったばかりで盛んな研究のひとつであると言える。

本章では、形態創生手法に関する既往の研究について整理する。
第2.2節では構造形態創生問題を分類し整理する。
第2.3節では構造形態創生に関する研究を紹介する。

2.2　構造形態創生の分類

構造形態創生法は大きく分けて位相最適化と節点位置最適化に分類[5]することができる。部材特性を含む部材配置関係の最適化を位相最適化、部材特性を含む節点位置の最適化を節点位置最適化という。通常、位相最適化や節点位置最適化により構造形態を求める問題を形状最適化と呼び、両方同時に最適化する問題を位相節点位置同時最適化と呼ぶ。

以上を整理すると図 2.1 に示すように分類することができる。

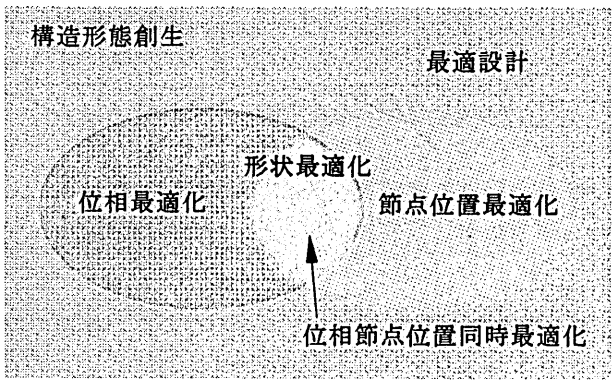


図 2.1　構造形態創生法の分類

2.3　構造形態創生法に関する研究

2.3.1　グランドストラクチャー法

グランドストラクチャー法はグランドストラクチャーといわれる多くの部材と節点をもつトラスを考え、不要であるとみなされる部材と、接続する部材の節点を取り除き、最適トポロジーを得る方法である。

藤井ら[6]は骨組構造の位相最適化問題に対し逐次線形計画法（SLP 法）、最適性基準法（OC 法）、逐次凸関数近似法（CONLIN 法）を用いて比較し、逐次凸関数近似法が位相最適化問題の解法として適していることを示している。

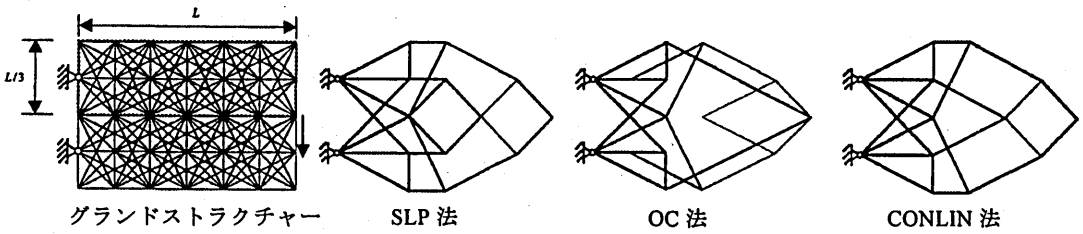


図 2.2 手法の違いによる最適トポロジー

2.3.2　遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム(genetic algorithm : GA)は生物進化のメカニズムと考えられる選択淘汰、突然変異の原理に着想を得たアルゴリズムであり、確率的探索、最適化の一手法である。

堀切ら[7]は、GA 系解法の 1 つである ISGA（GA with immune system）を用い大域的最適解だけでなく、多様な優良解検索を行い、種々の構造形態を生み出している。

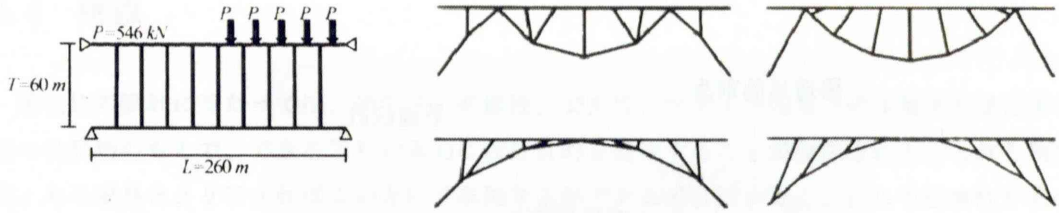


図 2.3　ISGA による多様な優良解

2.3.3　均質化設計法

均質化設計法は対象となる構造のある領域が周期性を持つミクロ構造で構成される場合、周期の最小単位(Unit Cell)の構造形状とマクロ構造の大きさの関係から、ユニットセル近傍のマクロ的な平均化された材料定数を算出する方法。

藤井[8]は均質化設計法を用いて、設計条件、荷重条件、物質の体積制約などを変えることで、様々な建築物の構造デザインの創生例を示している。

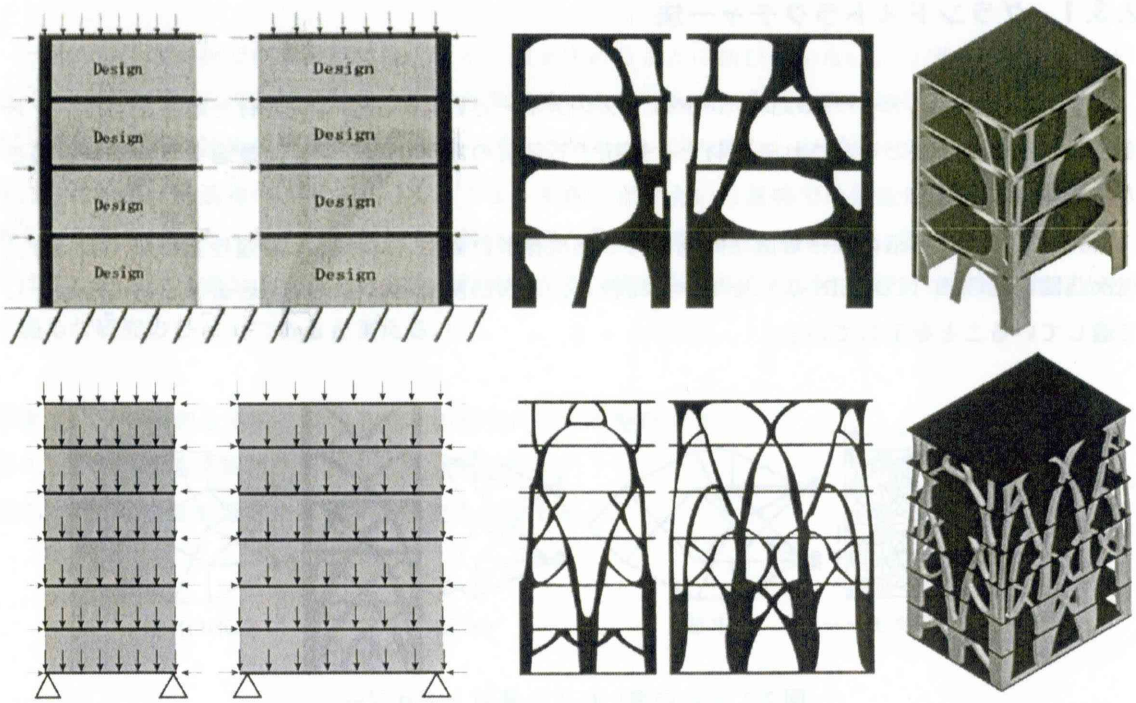


図 2.4　均質化設計法による構造デザイン創生の例

2.3.4　密度法

密度法とはセルの密度を設計変数とするものであり、密度の関数として表される仮想的な等方性材料を考え、目的関数が最小となるような密度分布を決める方法。

藤井ら[9]は 3 次元構造物の位相最適化に密度法を用い、片持ち梁とコンクリートラーメン構造の解析例を示している。

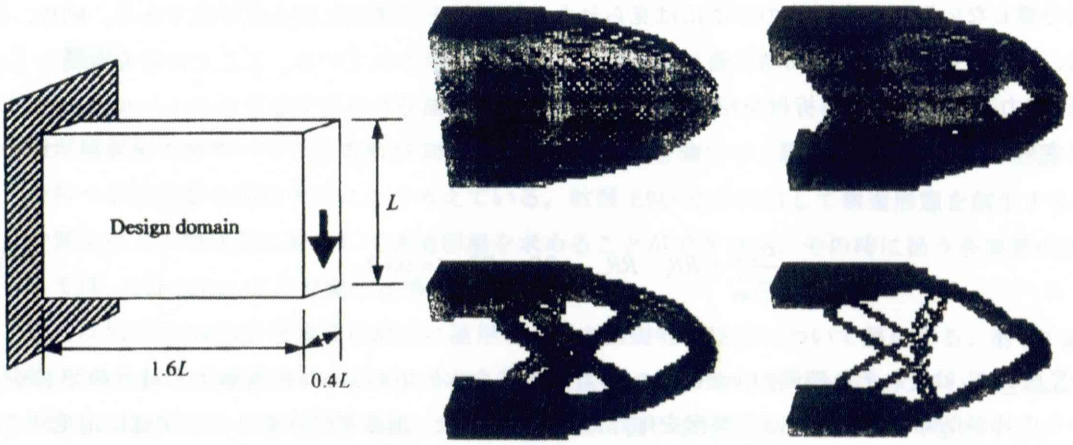


図 2.5　密度法による最適解

2.3.5　セルオートマトン法

セルオートマトン法とはセル間の簡単な規則の積み上げから、セル間の相互作用をとおして全体像を把握しようとする方法。特徴として、複雑な現象を表現する系全体の関係式の構成を考える必要がなく、構成された系全体の関係式が存在したとしても、それを解く必要がない。その代わりに、対象とする現象を詳細に調べ、単純でかつ適切な局所的な規則群を抽出することが必要になる。

曽我部ら[10]はセルオートマトン法における局所規則を 3 次元に拡張し、3 次元構造問題として立体骨組の自律的生成を示している。

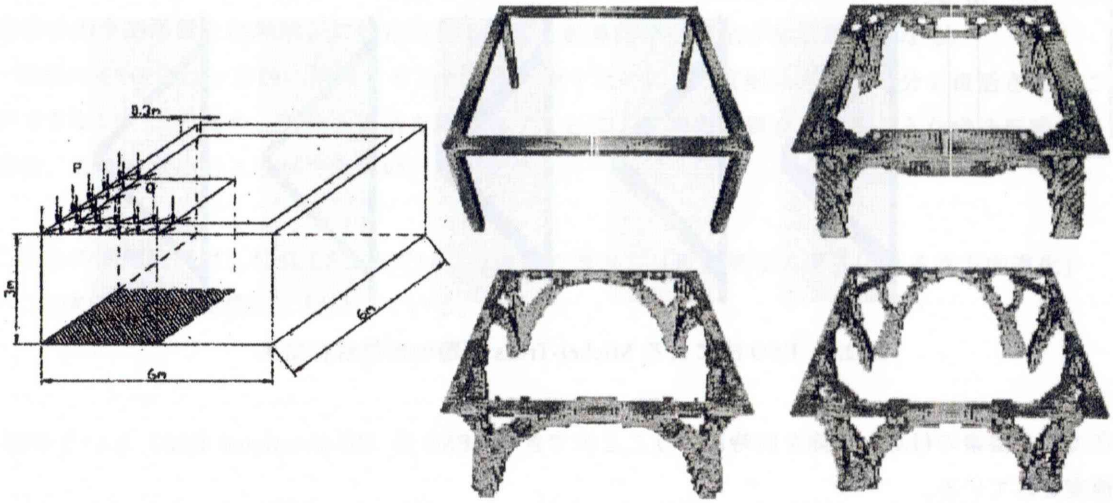


図 2.6　立体骨組の生成例

2.3.6 ESO法 (Evolutionary Structural Optimization Method)

ESO 法は連続体の位相最適化手法として、Xie ら[11]によって提案された手法で拡張 ESO 法の基礎となるものである。FEM の解析結果に基づき、応力など要素の持つ値が小さく、構造全体にとって重要でないと思われる部分の要素を少しずつ取り除き、全応力状態に近づけていこうとするものである。「不要な部分を取り除く」というルールが存在するだけで、構造最適化計算のために特別な工夫を要しないという点で他の手法には見られない汎用性と拡張性に富んだ手法である。剛性、振動数、座屈荷重など様々な問題に適用できることが文献に示されている。ここでは最も単純な von Mises 応力を基準にした解析例を紹介する。Xie らは不要な部分を決定するためのルールを次式のように定めている。

$$\frac{\sigma_{elem}^{vm}}{\sigma_{\max}^{vm}} \le RR_i \quad RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i = 0,1,2,\cdots \tag{2.1}$$

σ_{elem}^{vm}、$\sigma_{\max}^{vm}$ はそれぞれ要素の von Mises 応力と構造全体の中の von Mises 応力の最大値であり、それらの比が削除率 RR_i を下回る要素を削除していく。また、削除率は計算ステップ毎に進化率 ER ずつ増加していく。以下に ESO 法によって Michel トラス問題を解析したものを紹介する。最も効率の良い、曲げモーメントが発生しない形状になっていることがわかる。

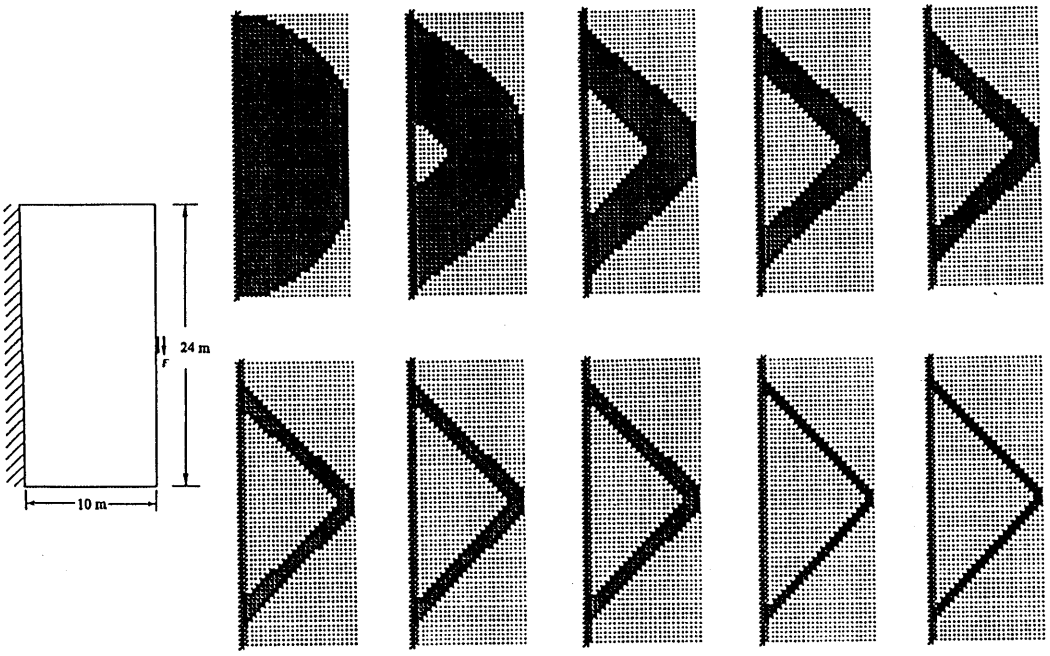


図 2.7　ESO 法による Michel-Truss 問題の形態解析結果

現在では、要素の付加と削除を同時に行うことができる BESO 法（Bi-directional ESO）という手法も提案されている。

第3章

基礎理論

3.1　概説

構造形態創生手法の一つである拡張ESO法は、制約条件を満足し、最小の材料で外力に抵抗する能力を持つ構造形態を創生することを考えている。拡張ESO法を利用して構造形態を創生する際、応力や変位などの物理量に着目して構造形態を求めることができるが、その時に扱う各要素の基準量としては、Von Mises応力や変位敏感数などがある。

本章では拡張ESO法を構造形態創生に適用する際の基礎的な技法について整理する。第3.2節では拡張ESO法による成果を述べるとともに、本手法がどのような手法であるかについて整理する。第3.3節では拡張ESO法を構造形態創生に適応する際に扱う進化の基準量について整理する。第3.4節では拡張ESO法にバケット要素生成手法を導入する為の技法を整理する。第3.5節では拡張ESO法にNURBS立体を導入する為の技法を整理する。

3.2　拡張ESO法（Extended ESO Method）

拡張ESO法は、Xieらによって提案されたESO法の問題点を解決するための方法として提案された。以下にESO法の問題点とその解決法を示す。

・ESO法において不要部分として削除される要素は、削除率や進化率に依存しており、これらは構造物の力学的挙動とは無関係に設定されるので、計算効率を悪化させる原因となる。
・従来のESO法は一方的に削除することを繰り返すために、一度削除された部分を復活させることができない。このため、削除・復活を繰り返すことにより初めて到達できるような構造形態がある場合、これを求めることができない。

これらの問題点に対し拡張ESO法では「等値線の導入」、「近傍領域の導入による双方向進化」の二つのアイデアを提案し解決している。

3.2.1　拡張ESO法の三次元問題への拡張

前述のように拡張ESO法はXieらにより提案されたESO法に等値線の導入と近傍領域による双方向進化という二つのアイデアを加え、一方的な削除だけでなく復活や増殖も可能なように双方向に進化させることを可能とした構造形態創生法である。

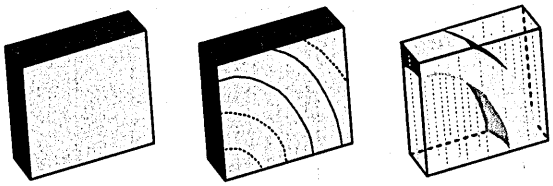
二次元問題では構造物の形状を敏感数による等値線を利用して作成したが、三次元の場合にはこれを等値面で置き換えることになる。等値面を形成させる考え方は等値線を形成させる場合と基本的に同じである。以下にその方法について説明する。

3.2.2　等値面の導入と近傍領域のよる双方向進化の実現

設計領域に対して六面体格子を作成し、格子点ごとの基準量を求めて等値面を形成する。ここで、基準量が空間的に連続的に変化することを仮定すれば、基準量の分布によっては等値面が進化ごとの解析対象である構造体の境界を越えて形成されることとなり、等値面で新たな構造形状を表現することで、進化の前のステップにおいてその等値面が構造物の内部に入っていればその部分は削除され、同じく等値面が構造物の外へ延びていればその部分は結果として追加されることとなり、構造形状の削除に併せて増殖が可能になる。

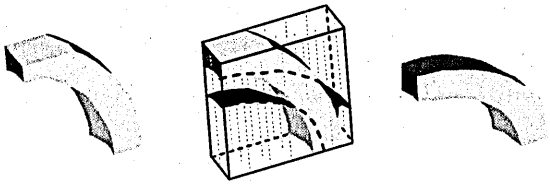
図3.1には等値面形成の様子を示している。(a)は初期の構造形状、(b)はその内部に作られた等値面、(c)にはその等値面で形作られる次のステップの構造形状が示されている。また、図3.2に上記に続く次のステップの説明を通して双方向進化を可能とする考え方について示している。(a)は初期のステップの構造形状(b)は(a)の初期構造形状の周りに設けられた等値面作成用グリッドと応力解析の結果その上に描かれた敏感数の等値面形状、(c)に(b)で得られた等値面の形状に沿って得られた新しい構造形状を示している。同図(b)には破線で等値面が描かれており、その一部は前のステップの構造物の内部に入り込んでいる一方、別の部分では構造形状の外側に形成されている様子がわかる。前者では構造物は削り取られ、後者の部分では構造物に新しい部分が付加されることになる。敏感数の等値面による構造形状の削除と付加は以上のように行われる。

なお、等値面を決定する基準値の設定方法については三次元でも二次元問題についてと全く同様である。



(a)　(b)　(c)

図3.1　等値面による新しい構造物の形成



(a)　(b)　(c)

図3.2　双方向進化の実現

3.2.3　格子点応力値の均質化

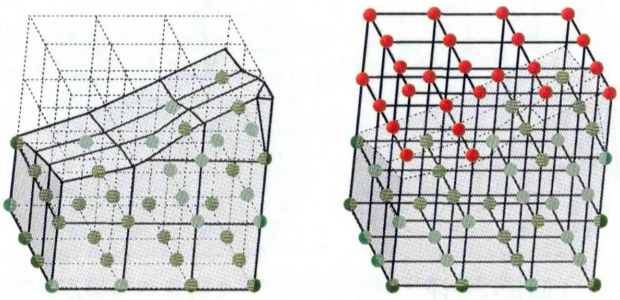


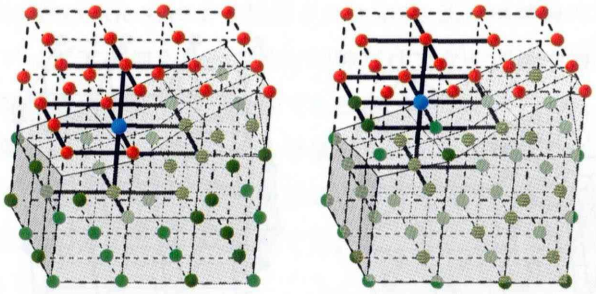
図 3.3　進化に用いるグリッド

図 3.3 に示すように拡張 ESO 法には構造計算用のグリッドと次ステップの形態を決定するための等値面作成用のグリッドの二つの空間が存在する。構造計算によって得られた各有限要素固有の値は次ステップの形態を決めるために等値面作成用グリッドの格子点に振り分けなければならない。

ここで、等値面作成用グリッドは解析の開始から終了まで一定の領域を持つのに対して、構造計算用の領域は構造形態の大きさだけしか持たない為、要素の削除・復活を繰り返す本手法の場合、構造計算ごとに構造計算用グリッドの大きさが変化する。ゆえに、構造体と共有の領域を持つ等値面作成グリッドの格子点には応力値が振り分けられるが、構造体の外の領域に関しては値が与えられない。従って図 3.3 で見られるように、等値面作成用グリッドにおいて格子点に応力値を持つ緑の部分を使って格子点に応力値を持たない赤の部分に何らかの方法で数値を外挿しなければならない。

近傍領域を与えるための数値の外挿方法は特に限定されておらず、応力などの要素の基準値が構造体の内外に連続的に分布するように行えばよい。均質化については試行錯誤によって決定されるものであり、ここでは本研究で用いる数値の外挿方法をまとめる。本研究で用いる外挿の方法は平均値を用いた方法である。

図 3.4 の左側の図において、緑の部分は既に値を持っている格子点であり、赤の部分はまだ値を持っていない格子点である。この図で今、まだ値を持っていない青の格子点に黒線で結んだ周辺 18 個の格子点の値の平均値を与える。この操作を構造体外の格子点全てにおいて一通り行う。この間、構造体外の格子点の値は値を持つまで 0 として計算される。一通り外挿をし終えてもまだ値を持たない格子点は多く存在する。そこでこの操作を全ての格子点が値を持つまで繰り返す。2 回目以降も同様に、まだ値の持っていない構造体外の格子点について先ほどの操作を行う。これによって構造体内で応力が集中する部分付近で外挿された格子点には高い応力値を与え、応力が低い部分付近で外挿された格子点には低い応力値を与えることで、等値面作成グリッド上で滑らかな応力等値面を作成することができる。



1 回目の外挿　　2 回目の外挿

図 3.4　数値の外挿方法

以上のようにして等値面作成用のグリッドが作成され、あとは入力された値に基づいて全ての線分で等値面の通る内分点を調べ、次の計算ステップの形態が決定される。

また、上述のような構造体外へ応力値の外挿だけでは、構造体外に応力集中がそのまま外挿されてしまい、集中応力を効率よく緩和することができない。

これを解消するために、等値面作成用グリッドの全ての格子点に応力を持たせた後に全ての領域で上述のような平均化を行う。ここで平均化の対象となる周りの格子点は設計領域の境界部分と設計領域の中央部分では異なることになる。この操作によって各計算ステップで常に滑らかな境界形状を持つ形態が得られ、スムーズに進化が進むようになる。

3.2.4　要素の生成法

等値面によって次ステップの形態が決定されると、次の構造計算のための新たにできた形状に対して要素分割を行わなければならない。そのためにステップごとに変化しない仮想六面体格子を該当のステップ段階での可能な設計領域に作成して変化する形状を表現する。

図 3.5 に敏感数の等値面に沿った構造形状の変化に伴う要素分割の方法について示している。

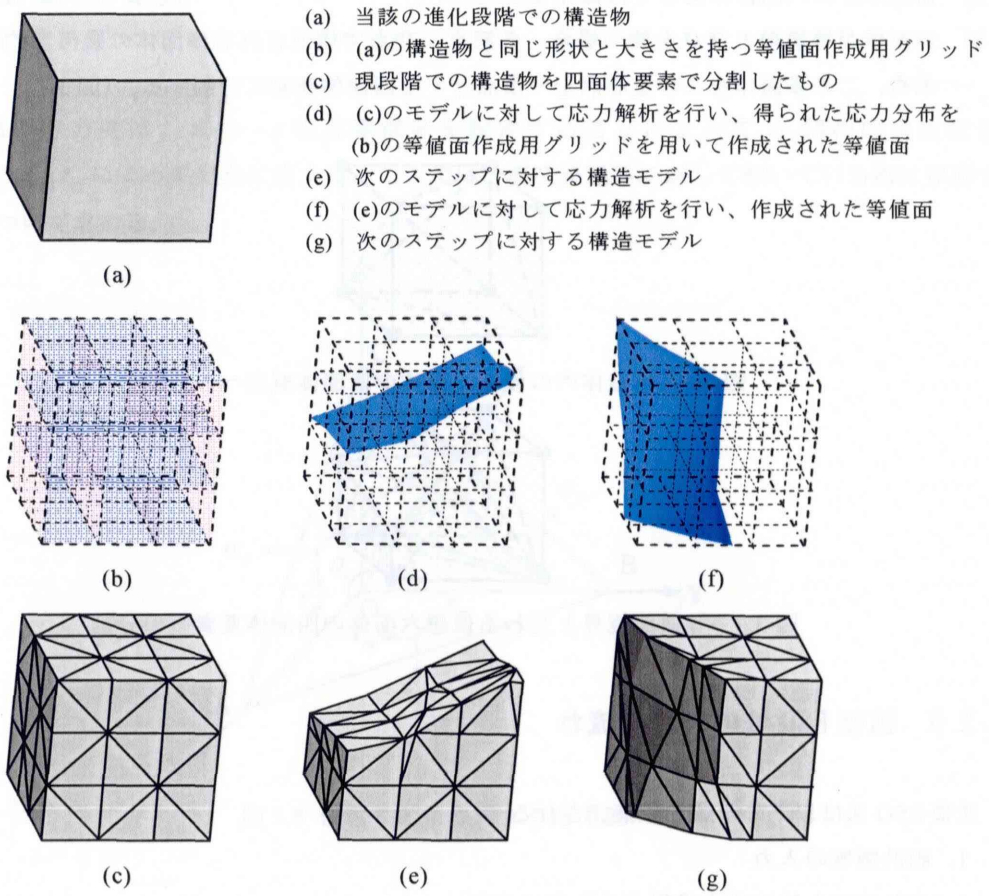


図 3.5　要素分割の方法

要素分割の方法

1：六面体の格子点の Von Mises 応力を求める

2：格子点の Von Mises 応力値から、指定された等値面と交差するかしないかを調べ、交差する場合には交点の座標を求める。

3：六面体内の要素分割を行う。

1）構造体内にある六面体格子の 12 本の線の交点の有無を調べ、交点がない場合は六面体を 5 つの四面体に分割する。(図 3.6)

2）構造体外の六面体に対しては操作を加えない。

3）六面体が等値線と交点を持つ場合、各節点、交点で構成される多面体の幾何学的な重心点を求め、この多面体をこの重心点を一頂点とする四面体要素に分割する。(図 3.7)

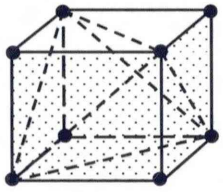


図 3.6　構造体内の仮想六面体の四面体要素への分割

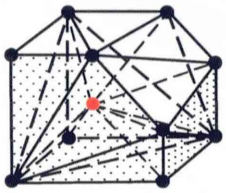


図 3.7　等値面境界と交わる仮想六面体の四面体要素への分割

3.2.5　拡張 ESO 法の計算の流れ

拡張 ESO 法は以下の手順から構成される

1. 設計領域の入力
2. 設計領域を等値面作成用グリッドに分割
3. 解析条件の入力
4. グリッドに基づいてメッシュ分割
5. FEM 解析、応力の要素データ出力
6. 要素データをグリッド上の格子点に振り割る
7. 構造体外で値を持っていない格子点に値を外挿
8. 格子点の値を設計領域全体で平均化
9. 等値面の値を入力、等値面作成用グリッドに基づいて等値面を作成
10. 等値面に基づいて次のステップの構造形態を形成

以下、4～10 の過程を繰り返して構造形態を変化させていく。

3.3 敏感数

制約条件を満足し、最少量の材料で外力に抵抗する能力が最大となる構造形態を創生することを考える。拡張ESO法では要素ごとに定める基準量を基に形態を進化させていく。本手法で扱える基準量としては、変位や応力など考えられるあらゆる物理量があげられ、これを基に削除するか否かを決定する。

本節では本研究で用いる各要素の基準量としてVon Mises応力を定めそれについて整理する。

3.3.1 Von Mises応力

主応力度

物体内部の応力度は、$x-y-z$直交座標系を設定することによって6個の応力度成分$\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z,\tau_{xy},\tau_{yz},\tau_{zx}$によって完全に決まる。ここでは、直交座標系に対して傾いている面に作用する応力度について求める。

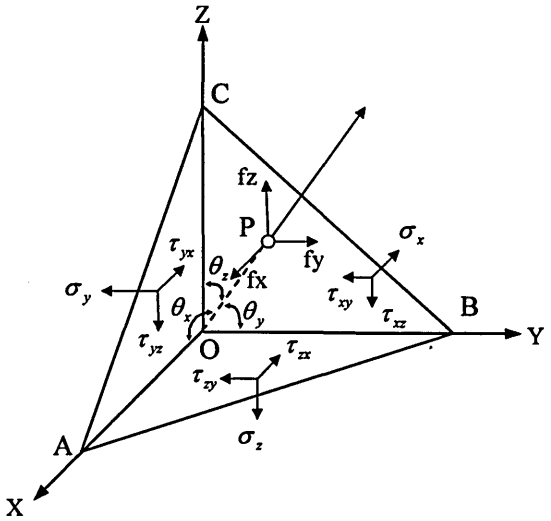


図3.8 任意の面に作用する応力度

図3.8 に示すように、傾いている面をABCとし、その面に垂直なベクトル（法線ベクトル$\vec{N}$）がx,y,z軸からそれぞれ$\theta_x,\theta_y,\theta_z$傾いているものとすると$\vec{N}$の方向余弦は次のように表すことができる。

$$l=\cos\theta_x,\ m=\cos\theta_y,\ n=\cos\theta_z$$

ただし方向余弦には次の関係がある。

$$l^2+m^2+n^2=1 \tag{3.1}$$

△ABC の面積を S とすると、次式が得られる。

$$\triangle OBC = lS,\ \triangle OAC = mS,\ \triangle OAB = nS$$

△ABC に作用する応力度の合力の x,y,z 成分をそれぞれ f_x,f_y,f_z とすると x 軸方向の力の釣合いより、

$$\begin{aligned} &f_x S - \sigma_x lS - \tau_{yx} mS - \tau_{zx} nS \\ &f_x = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n \end{aligned} \tag{3.2}$$

y,z 軸についても同様にして

$$f_y = \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n \tag{3.3}$$

$$f_z = \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n \tag{3.4}$$

ここで、面 ABC に直応力度 σ のみが作用し、せん断応力度が作用しない場合を考えると、直応力度 σ は法線ベクトルと同じ向きであるから

$$f_x = l\sigma,\ f_y = m\sigma,\ f_z = n\sigma \tag{3.5}$$

となる。式(3.5)を式(3.2)～(3.4)　に代入し、せん断応力度の共役性を考慮して整理すると、

$$\left.\begin{aligned} (\sigma-\sigma_x)l - \tau_{xy} m - \tau_{zx} n &= 0 \\ -\tau_{xy} l + (\sigma-\sigma_y)m - \tau_{yz} n &= 0 \\ -\tau_{zx} l - \tau_{yz} m + (\sigma-\sigma_z)n &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

となる。これは、l,m,n に関する連立一次方程式であり、マトリクスとベクトルで表示すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \sigma-\sigma_x & -\tau_{xy} & -\tau_{zx} \\ -\tau_{xy} & \sigma-\sigma_y & -\tau_{yz} \\ -\tau_{zx} & -\tau_{yz} & \sigma-\sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} = \{0\} \tag{3.7}$$

となる。l,m,n がすべて 0 以外の解を持つ為には、その係数マトリクスの行列式が 0 でなければならない。よって、

$$\sigma^3 - (\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_z+\sigma_z\sigma_x-\tau_{xy}^2-\tau_{yz}^2-\tau_{zx}^2)\sigma - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z+2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx}-\sigma_x\tau_{yz}^2-\sigma_y\tau_{zx}^2-\sigma_z\tau_{xy}^2)=0 \tag{3.8}$$

となる。この3次方程式は、実対称行列の行列式であるから、3つの実根をもつ。その実根を$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$とすると、それに対して3組のベクトル解$\vec{N}_1=\{l_1,m_1,n_1\}^t$, $\vec{N}_2=\{l_2,m_2,n_2\}^t$,$\vec{N}_3=\{l_3,m_3,n_3\}^t$が得られる。ここで、$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$を主応力度、$\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3$を応力の主軸、主軸に垂直な面を主応力面という。最初に設定したx,y,z軸がちょうど主軸であったとすると、せん断応力度がすべて0となるので、式(3.8)は次のようになる。

$$\sigma^3-(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)\sigma^2+(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1)\sigma-(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)=0 \tag{3.9}$$

主応力度の大きさは座標の取り方に依存しないので、式(3.8)と式(3.9)は同じ解を与えなければならない。従って両者の係数を比較すると次式を得る。

$$I_1=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3 \tag{3.10}$$

$$I_2=-(\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_z+\sigma_z\sigma_x)+\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2=-(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1) \tag{3.11}$$

$$I_3=(\sigma_x\sigma_y\sigma_z+2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx}-\sigma_x\tau_{yz}^2-\sigma_y\tau_{zx}^2-\sigma_z\tau_{xy}^2)=(\sigma_1\sigma_2\sigma_3) \tag{3.12}$$

I_1,I_2,I_3は座標に依存しない量であり、I_1,I_2,I_3をそれぞれ1次、2次、3次の応力度の不変量という。

材料の降伏条件

材料の降伏条件については、古くから様々な説が提唱されており、代表的な仮説は次のようである。

1. 応力を限界とする説　……最大主応力説、せん断応力説
2. ひずみを限界とする説　……最大ひずみ説、せん断ひずみ説
3. ひずみエネルギを限界とする説　……全弾性ひずみエネルギ説、せん断弾性ひずみエネルギ説、形状ひずみエネルギ説

ミーゼスの降伏条件

ミーゼスの降伏条件は、全ひずみエネルギU_oから静水圧応力によるひずみエネルギU_mを引いたゆがみをもたらすひずみエネルギU_dがある一定値に達すると降伏するというものである。

ここで、フックの法則より、図3.9に示すように物体をx軸方向へ引っ張った時の直応力度と直ひずみ度がヤング係数を比例定数とする比例関係にあるので、

$$\sigma_x=E\varepsilon_x \tag{3.13}$$

が成り立つ。この時、物体はx軸方向へ伸びると共にその直交方向つまりy軸方向とz軸方向に縮み、そのひずみ度$\varepsilon_y,\varepsilon_z$は$x$軸方向の引張ひずみ度$\varepsilon_x$に比例する。その比例定数をポアソン比とし、$\nu$で表わすと

$$\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x$$
$$\varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x \tag{3.14}$$

が成り立つ。

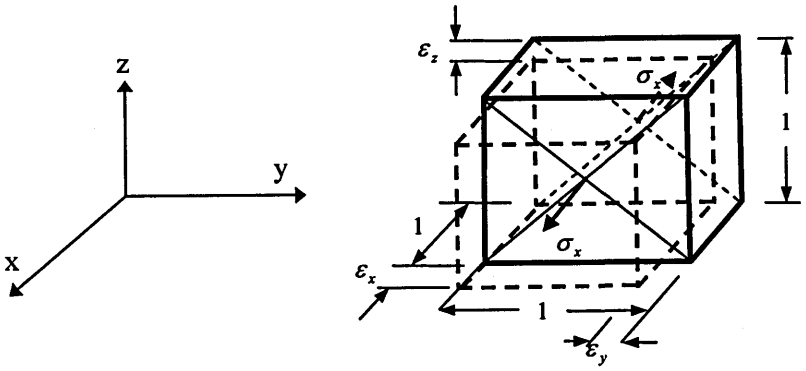


図 3.9　ポアソン比による直交方向のひずみ

3 方向から直応力度 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ が作用しているときの x 方向のひずみ度 ε_x について考えると、σ_x が $\frac{\sigma_x}{E}$ のひずみ度をもたらし、σ_y と σ_z がそれぞれ $-\nu\frac{\sigma_y}{E}$ と $-\nu\frac{\sigma_z}{E}$ のひずみ度をもたらすので重ね合わせの原理より、

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y - \sigma_z)\right] \tag{3.15}$$

が成り立つ。同様にして

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_z - \sigma_x)\right]$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_z - \sigma_x)\right] \tag{3.16}$$

せん断ひずみ度については、直交成分は互いに干渉せず、せん断弾性係数 G を介してせん断応力度との間に次式が成立する。

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$
$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz} \tag{3.17}$$
$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx}$$

また直応力度は体積変化をもたらす。図 3.10 に示すような直応力度のみを受ける直方体について変形後の体積は

$$
\begin{aligned}
V' &= l_x(1+\varepsilon_x)\cdot l_y(1+\varepsilon_y)\cdot l_z(1+\varepsilon_z) \\
&= l_x l_y l_z\left[1+(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z)+(\varepsilon_x\varepsilon_y+\varepsilon_y\varepsilon_z+\varepsilon_z\varepsilon_x)+\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z\right] \\
&= V\left[1+(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z)\right]
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

となる。ここで微小変形の仮定から、ひずみの 2 次以降を無視すると体積の変化率は

$$
\frac{V'-V}{V}=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z \tag{3.19}
$$

となる。式(3.19)の右辺に式(3.15)、式(3.16)を代入すると、

$$
\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z=\frac{3(1-2\nu)}{E}\cdot\frac{\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z}{3} \tag{3.20}
$$

となる。これを記号を用いて簡略化すると、

$$
\sigma_m=K_V\cdot\varepsilon_V \tag{3.21}
$$

と表わすことができる。式(3.21)左辺の σ_m を静水圧応力度と定義すると静水圧応力度によるひずみエネルギ U_m は

$$
U_m=\frac{1}{2}\sigma_m\varepsilon_V \tag{3.22}
$$

とかける。

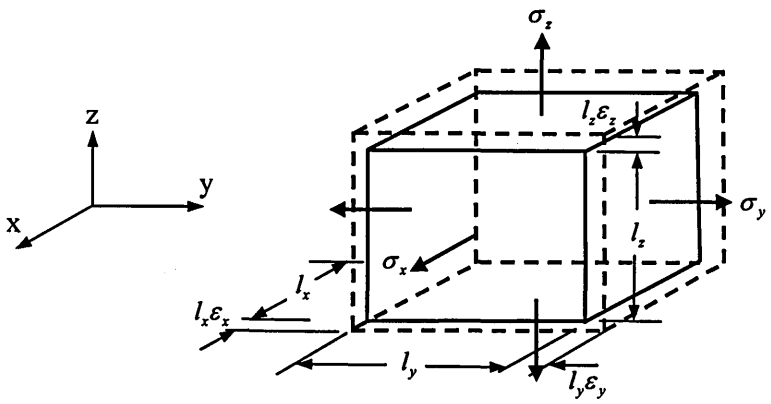


図 3.10　直応力度による体積変化

また、外力の作用によって、三次元弾性体に応力とひずみが発生した時、物体内部に蓄えられるひずみエネルギU_oは、物体内部に生じる独立な直応力度$\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$とせん断応力度$\tau_{xy},\tau_{yz},\tau_{zx}$とし、それに対応する直ひずみ度$\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z$とせん断ひずみ度$\gamma_{xy},\gamma_{yz},\gamma_{zx}$を用いると

$$U_0 = \frac{1}{2}(\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_z\varepsilon_z + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{yz}\gamma_{yz} + \tau_{zx}\gamma_{zx}) \tag{3.23}$$

よって式(3.22)、(3.23)　より、

$$U_d = \frac{1}{12G}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)\right] \tag{3.24}$$

1軸応力状態において降伏応力度がσ_0とすると、式(3.24)より

$$U_{d,yield} = \frac{\sigma_o^2}{6G} \tag{3.25}$$

式(3.24)、(3.25)を等値とすることによってミーゼスの降伏条件が求まり、σ_{eq}をミーゼスの等価応力とすると

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}} \tag{3.26}$$

となる。

3.4　バケットベース要素生成手法

3 次元拡張 ESO 法ではパソコンの演算能力に限界があり、要素数に大きな制約がある。そのため、思うような要素分割を実現することができないという大きな問題がある。3.2.4 節で述べた要素生成法は 3.2.2、3.2.3 で述べた等値面の作成、近傍領域による双方向進化、格子点応力値の均質化を行うには有効な方法であり、拡張 ESO 法を用いる上では汎用性があるが、一定の密度の要素分割しかできず密度の濃淡を付けることは難しい。従来の分割による解析例（図 3.11）に見られるように、支持点・荷重点では要素が形成され、構造体中央下部では要素が形成されていない。しかし、メッシュはどの箇所を見ても一定に切られている。

要素生成手法として一般的に汎用性があるもののひとつとして、デローニー要素分割[25],[26]がある。この手法は、節点データと表面データのみの入力データにより要素分割が可能であり、3D 拡張 ESO 法にも適応できると考えられた。しかし汎用性がある反面、デメリットもあり本研究では導入を断念した。その詳細は付録にて述べている。

デローニー要素分割法の他に、汎用性のある要素分割手法としてバケット要素生成手法[23],[24]がある。バケット要素生成手法は、解析領域を初期バケットと呼ばれる部分空間領域に分割し、その部分空間領域をさらに分割する手法である。この特徴を生かし各初期バケットの分割密度を変化させて要素分割を行うことで、要素分布の濃淡を持つ解析領域を作成することが可能である。ここで、隣り合うバケットの分割密度が異なる場合、境界部で要素が連結されないという不具合が発生するため、境界部の整合性を確保するためのマッピングという操作を施す。以下にバケット要素生成手法を拡張 ESO 法に導入する手順を示す。

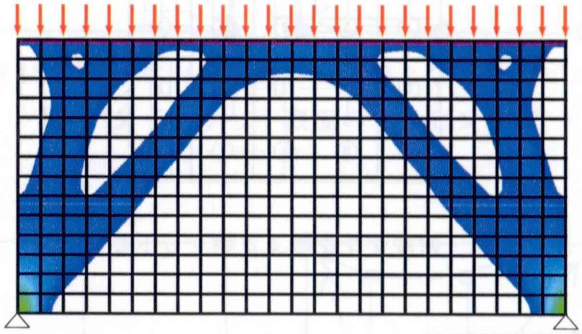


図 3.11　従来の分割による解析例

3.4.1　マッピング

図 3.12 は、解析領域を各バケットに分割密度データを与え分割したものである。図の数値が分割密度データを示してる。隣接する初期バケット間で与えられている分割密度が異なる場合、整合性が保たれていないことが見て取れる。整合性を取るため、マッピング（図 3.13、3.14）という操作を行う。

まず、分割密度が大きい初期バケット内部に分割密度に従って子バケットを作成し、分割密度の小さい初期バケットも同様に子バケットを作成する。この状態では、隣接する初期バケット間で異なる節点を使用して要素を作っている箇所がある。（図 3.12）ここで、隣接する境界辺あるいは境界面上において、分割密度の最も小さい初期バケットに従い、要素構成点データを変更する。2 次元では境界辺のみ、3 次元では境界辺・境界面においてマッピングする必要がある。

面上でのマッピング操作の場合、分割密度が最小の初期バケット内の子バケットは四角形であるため、これらと整合性を保つにはマッピングされた子バケット表面が四角形（図 3.15.2）とならなければならず、図 3.15.3 のように、三角形となることは許されない。子バケット表面が三角形となる場合、すなわち子バケット表面の四角形の頂点のうち 2 点のみが同一点にマッピングされる場合、領域で考えることで子バケット上の 2 点が同一点にマッピングされるときには、他の 2 点も常に同一点にマッピングすることが可能である。（図 3.16）これにより、子バケット表面の節点を常に四角形、線分、あるいは一点にマッピングすることができる。

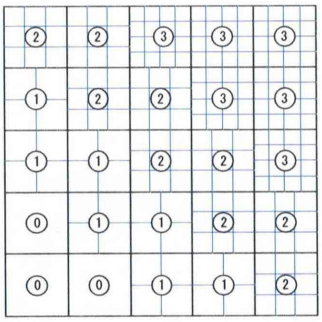


図 3.12　密度変化を与えたバケット要素分割

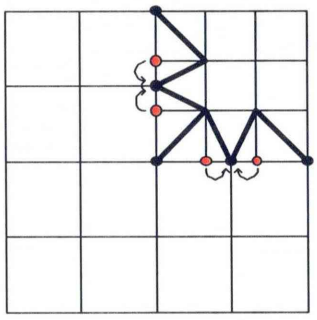


図 3.13　2 次元におけるマッピング

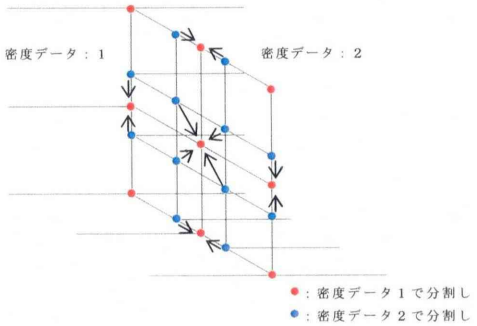


図 3.14　3 次元におけるマッピング

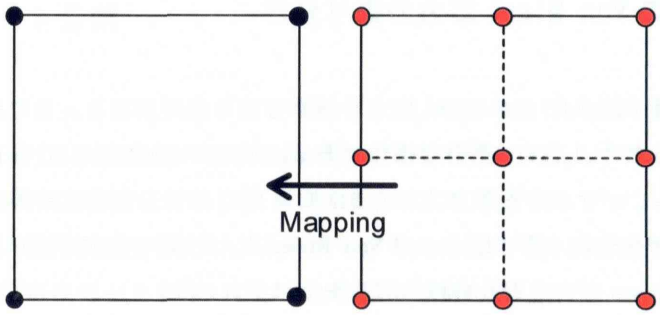


図 3.15.1 マッピングモデル

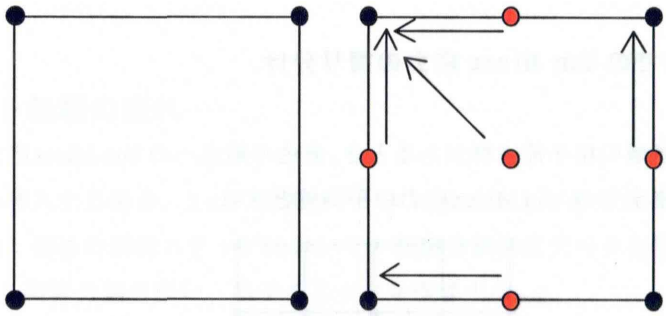


図 3.15.2 子バケット表面が四角形となるマッピング

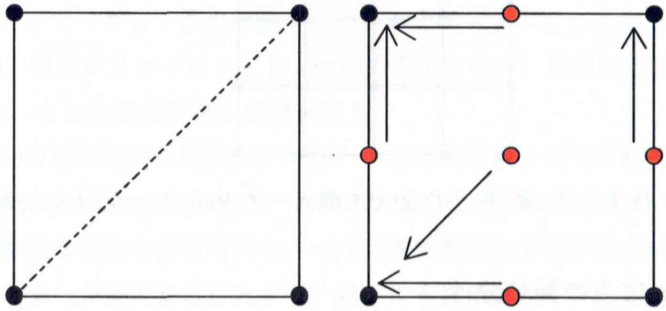


図 3.15.3 子バケット表面が三角形となるマッピング

図 3.15 子バケット表面のマッピング例

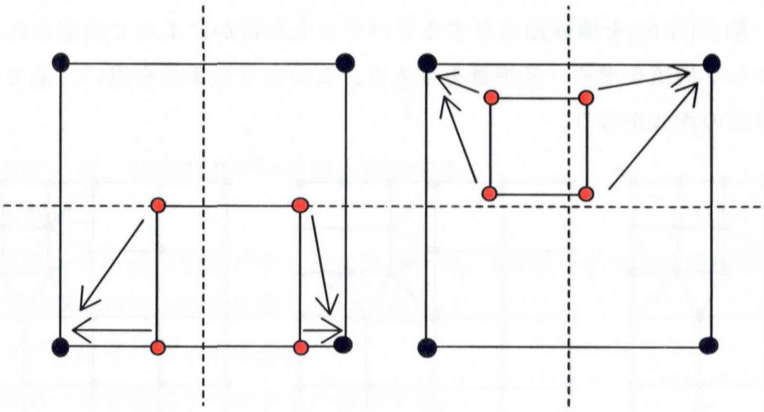


図 3.16 子バケット上の 2 点が同一点にマッピングする場合は
他の 2 点も常に同一点にマッピング

3.4.2　格子節点への Von Mises 応力の振り分け

等値面を作るために格子節点に von Mises 応力を振り分ける必要がある。この操作は次ステップの解析形状に直接関わるため、とても重要な操作である。従来の 3D 拡張 ESO 法はメッシュの切り方が一定であるのに対し、バケットを取り入れた 3D 拡張 ESO 法は分割密度の導入により要素分布の濃淡が領域ごとに異なるため、格子節点への Von Mises 応力の振り分け方法が異なる。以下に、赤色の格子節点に Von Mises 応力を振り分ける方法をそれぞれ示す。

従来の 3D 拡張 ESO 法での Von Mises 応力の振り分け

図 3.17 のような解析領域の格子節点群があるとき、赤色の節点への Von Mises 応力の振り分けは、斜線領域に含まれる要素全ての Von Mises 応力の平均値とする。

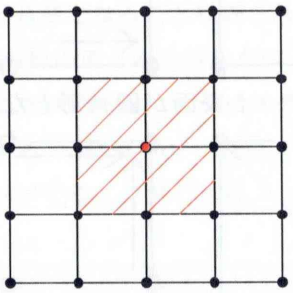


図 3.17 従来の 3D 拡張 ESO 法での節点への Von Mises 応力の分配

本手法での Von Mises 応力の振り分け

本手法を用いた要素分割において、それぞれの要素の分割数が異なっているため、従来の要素分割にはない直交しない格子が発生してしまう。本研究では、(図 3.18) のような斜線領域を考える。この領域は求めたい節点(赤色)を構成節点とする子バケットか否かによって決定される。この領域内に含まれる要素から平均値を求め、基準量を与える。このような手法を用い、全ての格子節点に基準量を与え、等値面の作成を行う。

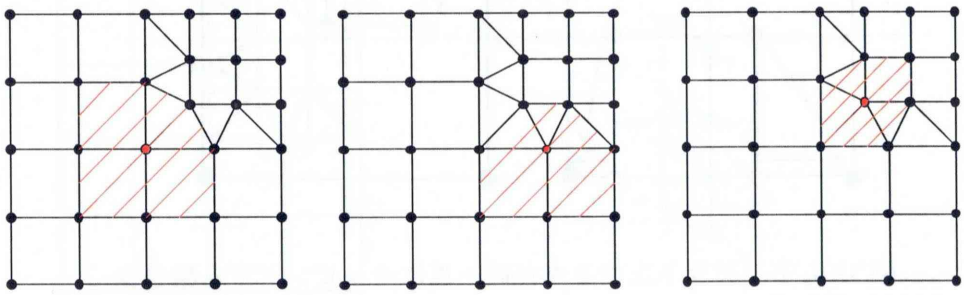


図 3.18 本手法での節点への Von Mises 応力の分配（異なる節点を求める例を示している）

3.4.3　再バケット分割

3D拡張ESO法へバケット要素生成手法を導入する際、解析の進行と共に使用頻度の低い初期バケットの分割密度を下げ、使用頻度の高い初期バケットの分割密度を上げて、再びバケット分割を行うことにより、要素使用効率を上げることができる。そこで、再分割ステップ(例えば3stepや5step)ごとに初期バケット使用頻度を測定し、そのデータを元に新たな分割密度データを作成する。そして、その新たな分割密度データを用い、バケット要素分割を再び行う。

3.4.4　バケット処理の流れ

3D拡張ESO法へ導入する場合、3つの分割パターンに分けることができる。

パターン1：初めの解析ステップにおいて、初期分割密度データを用いてバケット要素分割を行い、格子グリッドを作成する。

パターン2：再分割を行うステップにおいて、新たに作成した分割密度データを用いてバケット要素分割を行い、格子グリッドを作成する。

パターン3：格子グリッドにvon Mises応力を振り分け、任意に決められた基準値を元に四面体要素分割を行う。

パターン1は1回目の解析時に行われ、パターン2は再分割ステップ数の倍数の解析ステップ時に行われる。パターン3は全ての解析ステップ時、パターン1またはパターン2を行った後に行われる。ただし、基準値は初回の解析時のみ、-1.0（解析領域に要素が完全に詰まっている形状）とし、他の場合はユーザーが決定した値とする。以下にそれぞれのパターンにおける要素分割の流れを示す。

パターン1

データ入力：

格子節点データ、分割密度データの入力をする。

初期バケット生成：

格子節点データを基に初期バケットを生成する。(初期バケットは分割密度データが全て0で分割を行った形状と同じものである。)

初期バケットごとに子バケットに分割：

分割密度データを基に子バケットへ分割する。

子バケット境界部の整合性の確保：

マッピングを行い、子バケットの境界部の整合性の確保を行う。

格子グリッドデータの完成：

節点データ、子バケット構成データの完成。

パターン 2

新たな分割密度データの作成：

初期バケット使用頻度を観測し、そのデータを基に新たな分割密度データを作成する。

初期バケットごとに子バケットに分割：

新たに作成された分割密度データを基に、子バケットへ分割する。

子バケット境界部の整合性の確保：

マッピングを行い、子バケットの境界部の整合性の確保を行う。

格子グリッドデータの完成：

節点データ、子バケット構成データの完成。

パターン 3

von Mises 応力を格子節点へ振り分ける：

格子グリッドデータの格子節点へ von Mises 応力を振り分け、格子節点それぞれに基準量を持たせる。

基準値の決定：

基準値を決定する。1st ステップの場合、-1.0。その他の場合、ユーザーが値を決定する。

子バケットを四面体へ分割：

子バケットを四面体へ分割する。等値面外に完全に子バケットが含まれる場合、子バケット内に四面体は発生させない。等値面内に完全に子バケットが含まれる場合、切断パッチ（図 3.19）を基に四面体に分割する。子バケット内を等値面が通る場合、従来の ESO 法と同様に重心点を一頂点とする四面体要素に分割する。

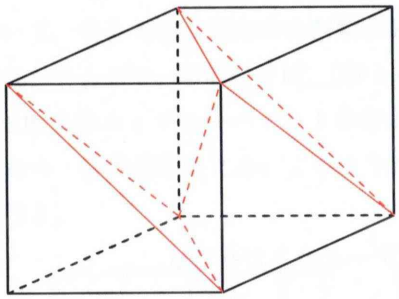


図 3.19 切断パッチ

3.4.5　フローチャート

図 3.20 に従来の解析のフローチャートと本研究の解析のフローチャートを載せた。図中のイラストはどのようなグリッドで解析を行っているのかを示しているものである。また、青いイラストは NURBS（3.5）を使った際に用いられるパラメトリック空間を示し、赤が解析を行う実空間を示している。バケットを用いた解析において赤い点線が派生しているのが見られる。これは、3.4.4 で示したパターン 2 に相当するもので、3 ステップごとにバケット要素分割を再び行うかどうかの判定を行っている。バケット分割を再び行う場合、その指標として初期バケット使用率を用いている。これは、再分割を行うステップ間（今回の解析では 3 ステップおき）に初期バケット内に構造体が形成される回数をカウントした数値である。この初期バケット使用率を基に分割密度データを作成し、再分割を行う。また、再分割を行わない場合は、再分割を行わない判定をした際にカウントを 0 に戻し、再びカウント始めることにしている。

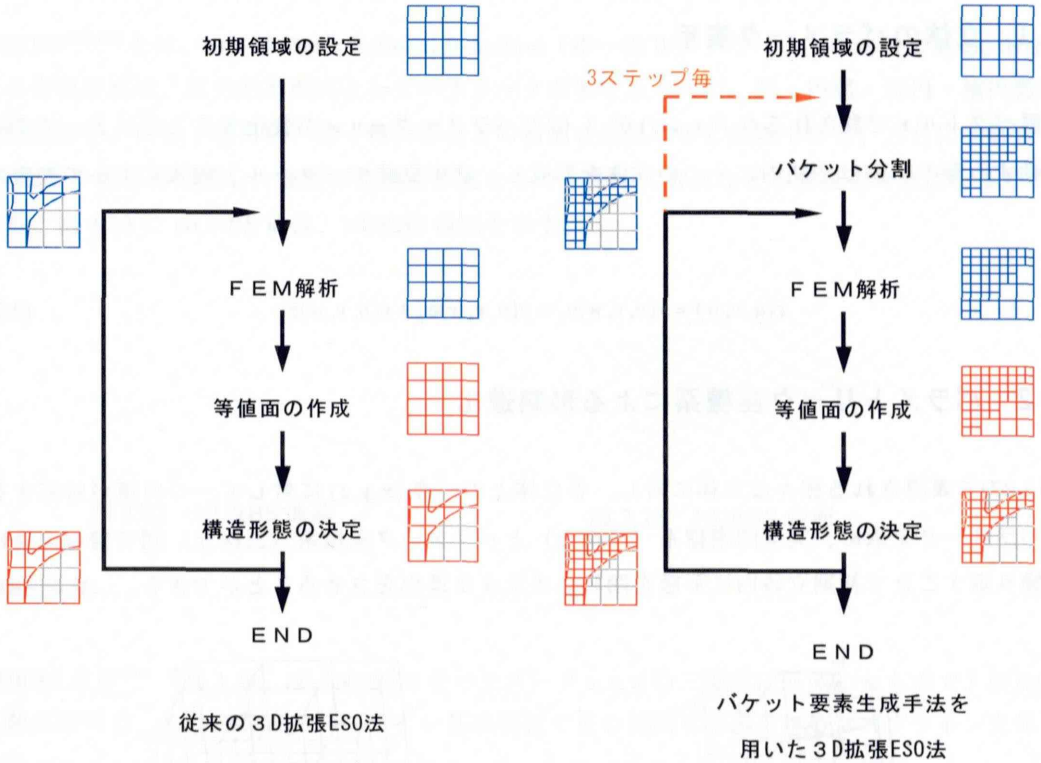


図 3.20　フローチャート

3.5　パラメータ座標系を用いた形態進化

3.2.1、3.2.2 節では三次元問題に対する等値面の生成方法を述べた。ところで、立体形状を設計領域とする場合は、等値面は立体形状に沿った曲面とする必要がある。しかし、三次元問題における等値面の生成方法では線形補間によって求める為、立体上の点を表現することができない。また、立体上の点を表現するとき、通常の座標値としてデカルト座標形状の各軸成分の組として表現した場合、立体形状との間には誤差による距離が発生してしまう。これらの問題に対し、座標を立体形状のパラメータ値として表現し、「形状の上に乗った点」とすることで誤差を抑えることができる。したがって立体形状を設計領域とする場合、パラメータ座標系を用いることで従来の三次元問題と同じに考えることができる。立体を三次元パラメータ空間へと変換することができれば、上述の方法により三次元問題での等値面の生成が行うことができる。ここにパラメータ座標系を用いた形態進化の手順を示す。

3.5.1　立体のパラメータ表示

位置ベクトル $\mathbf{r}$ で表される点 $P(x,y,z)$ が 3 個のパラメータ u,v,w が変化することによって空間内を移動する際の軌跡は空間内に一つの立体を形成し、次の立体のベクトル方程式によって表現できる。

$$\mathbf{r}(u,v,w) = x(u,v,w)\mathbf{e}_1 + y(u,v,w)\mathbf{e}_2 + z(u,v,w)\mathbf{e}_3 \tag{3.27}$$

3.5.2　パラメトリック座標系による形態進化

式(3.27)で表現される様々な立体に対し、各立体上の一点 (x,y,z) に対して一つの値が対応するようなパラメータを求め、実空間座標系（三次元）とパラメータ座標系（三次元）間で情報の受け渡しを繰り返すことで初期立体内に形態を閉じ込めたまま進化をさせることができる。

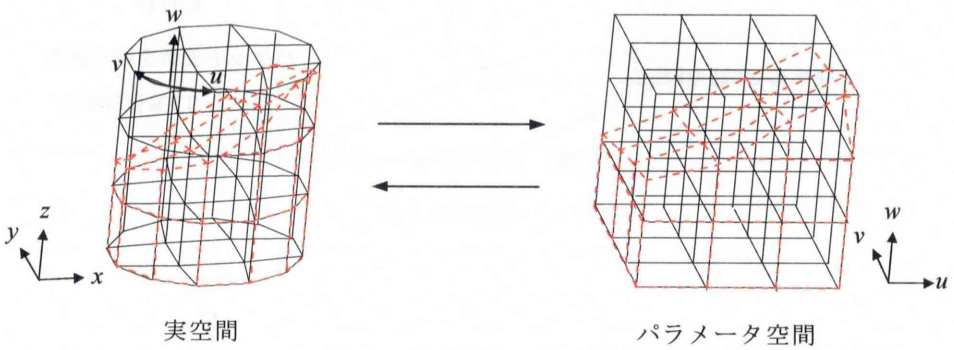


図 3.21　各座標系における役割分担

解析の流れを示すと、図 3.21 のように、全体座標系で FEM 解析を行い、各要素毎の敏感数を求め格子点へと振り分ける。全体座標系上での各格子点はパラメータ座標系においても一意に決まり、全体座標系での全ての点がパラメータ座標系に一対一で配置される。パラメータ座標系上では削除基準値による要素の削除と付加を行う。要素の削除・付加が終了し次のステップの為の要素分割を行い、全体座標系へ戻すことで立体形状を作成することが出来る。

以上から、任意の立体が三つのパラメータを用いて表現できることによって、同じアルゴリズムを用いて進化を繰り返すことが出来る。しかし、立体形状によって用いるパラメータが異なる場合、立体毎にベクトル方程式をたてる必要があり、汎用性にかける。そこでどのような立体に対しても同じ形式で表現されたパラメータが存在すれば、一つのプログラムによって多くの問題を扱うことができ、汎用性を持たせることが可能となる。

3.5.3　NURBS

NURBS [12],[13] とは、Non-Uniform Rational B-Splines（非一様 B スプライン）の略称である。NURBS による表現形式は、区分的有理式としてパラメータ表現するもので、円・円弧・楕円・楕円弧などの円錐曲線や、円柱・楕円柱・球・楕円体などの曲面を近似なしに表現できる。さらに制御点と曲線･曲面との関係を拡張し、複数の制御点が重なるのを許して折れなどの表現も可能になっている。図 3.22、図 3.23 に NURBS 曲線、NURBS 曲面を示す。

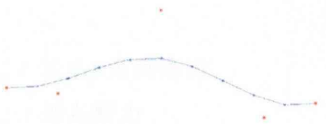


図 3.22　NURBS 曲線

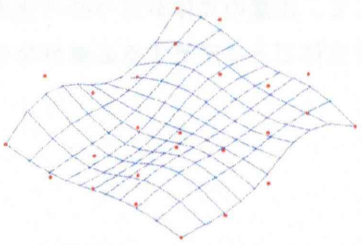


図 3.23　NURBS 曲面

NURBS 立体

NURBS 立体 [14]（図 3.24）は、NURBS をパラメータ u,v,w の三方向に展開したもので、同次座標の制御点配列 $\mathbf{Q}_{i,j,k}(X,Y,Z)$ を B スプライン基底関数で重心補間して得られる B スプライン立体を中心投影することにより、通常座標における NURBS 立体は次式のようになる。

$$\mathbf{V}(u,v,w)=\frac{\sum_{i=0}^{mu-1}\sum_{j=0}^{mv-1}\sum_{k=0}^{mw-1}N_{i,mu}(u)N_{j,mv}(v)N_{k,mw}(w)\omega_{i,j,k}\mathbf{Q}_{i,j,k}}{\sum_{i=0}^{mu-1}\sum_{j=0}^{mv-1}\sum_{k=0}^{mw-1}N_{i,mu}(u)N_{j,mv}(v)N_{k,mw}(w)\omega_{i,j,k}} \tag{3.28}$$

ここで

u,v,w ：パラメータ、 mu,mv,mw ：階数、 nu,nv,nw ：制御点数、 $N_{i,mu},N_{j,mv},N_{k,mw}$ ：基底関数

$\mathbf{Q}_{i,j,k}$ ：制御点、 $\omega_{i,j,k}$ ：重み

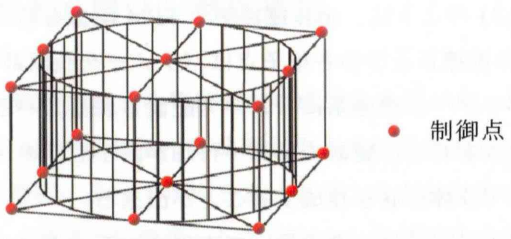


図 3.24　NURBS 立体

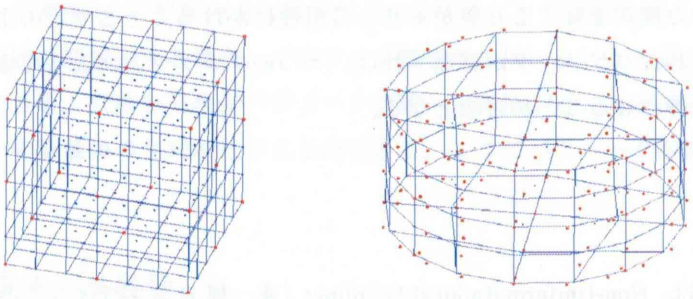


図 3.25　NURBS 立体の例

式(3.28)より図 3.25 に示すような立方体や円柱といった形状を表現することができる。

以上のようにして、任意の立体が三つのパラメータを用いて表現できることで上述した進化部分のアルゴリズムを立体ごとに変更する必要がなくなるだけでなく、あらゆる立体形状への汎用性を示している。

第４章

構造形態創生

4.1 概要

実際の構造物の検討を行う際には、構造物に生じる応力或いはひずみエネルギーによる検討が現実的である。本章では、要素の基準量として 3.3.1 で示した von Mises 応力を用いた構造形態創生を行う。

本章で求める形態は、構造体内の応力が高いレベルで均一に分布している形態であり、その応力分布の性質は外力の大きさと無関係であることから、進化させなかった場合と比べて、同じ量の材料を使った場合の形態抵抗能力をできるだけ高めたものとなる。

三次元問題における von Mises 応力は次式によって求めることができる。

$$\sigma_{von} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}} \tag{4.1}$$

ここで

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ： x, y, z 方向応力

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ ：せん断力

有限要素解析によって得られた応力値をもとに各要素の von Mises 応力を求め、この von Mises 応力を基に形態進化を行う。

なお、本章で行う構造形態創生はバケット要素生成手法を用いた 3D 拡張 ESO 法によるもので、従来の 3D 拡張 ESO 法と本手法の比較については文献[15]により同等の有効性が示されている。

4.2 曲面構造物の構造形態創生

4.2.1 円形平面を有する四点ピン支持曲面構造物

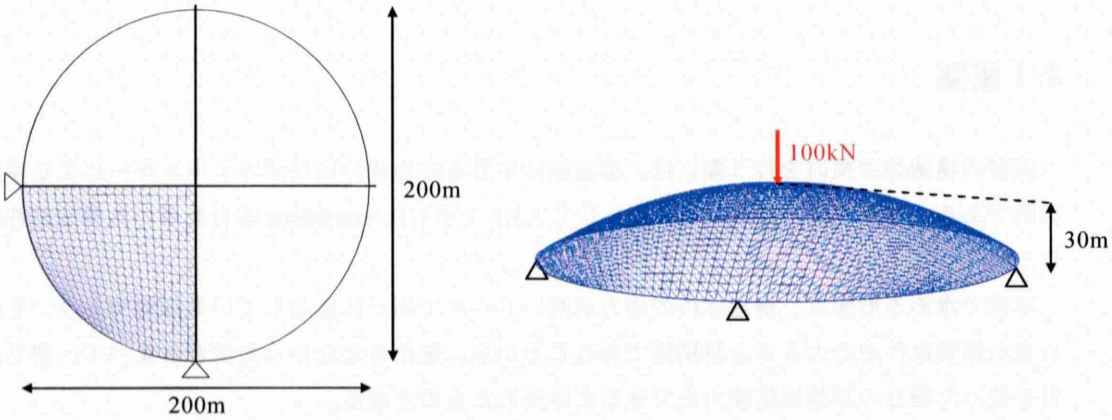


図 4.1　解析モデル

表 4.1　解析条件

円形平面半径	100m
ライズ	30m
集中荷重	100kN
厚さ	0.5m
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3333

図 4.1 に示すように、半径 100m の円形平面を有し、四点ピン支持された曲面構造物の頂部に集中荷重を作用させた場合の形態創生を行う。ここで求める形態は、可能な限り重量を軽量化し、剛性が最も高くなる形態を予め設定した曲面内に発生させることである。計算には四面体要素を用い、計算時間の短縮のために設計領域の 1/4 領域で行い、初期バケットを 10×10×1、初期の分割密度データは全て 1 としている。形態の進化は、各過程で求まる各有限要素の von Mises 応力を求め、それに基づいて得られる曲面内の等応力面に沿って削除・増殖を行うことによって進化させていく。それに伴い、適宜解析構造物にあった要素分割となるようバケット分割を行っていく。計算に用いた解析条件を表 4.1 に、進化過程を図 4.2 に、メッシュの変化の様子を図 4.3 に、等値面作成時の着目値の推移を含めた進化における各応答値の推移を図 4.4 に示す。ここでの着目値とは等値面を決定する際の基準量の値を示している。メッシュ変化の図が矩形であるのは、NURBS を用いる際に利用するパラメトリック空間上での要素分割を示しているからである。実空間上での要素分割の様子を示しても見にくいので、このような方法で要素分割の様子を示した。

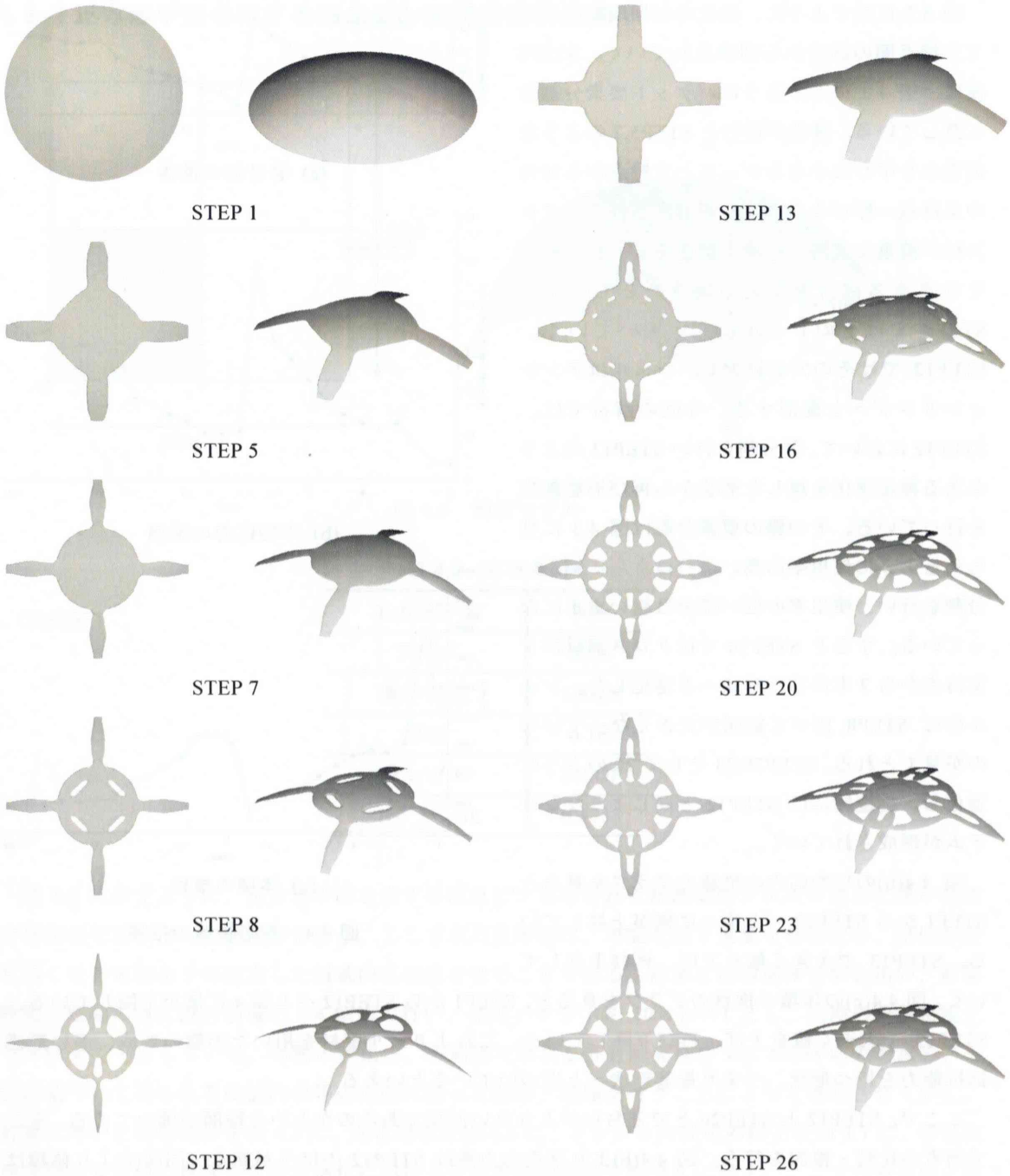


図 4.2　進化過程

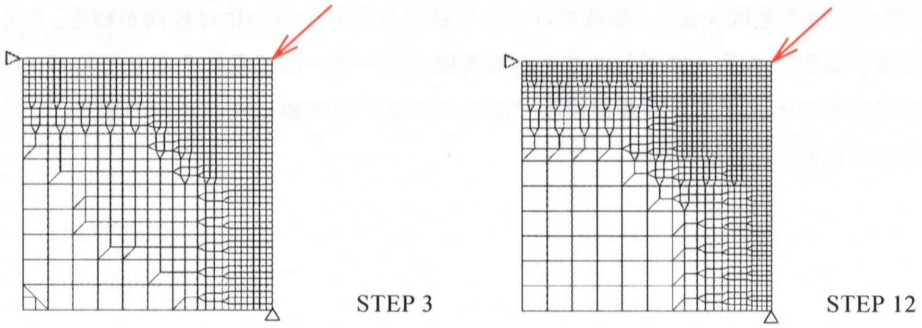
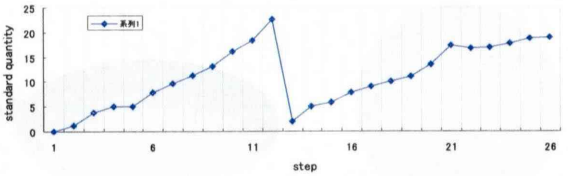
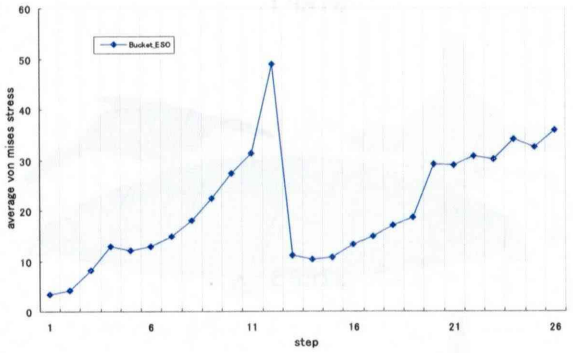


図 4.3　メッシュ変化

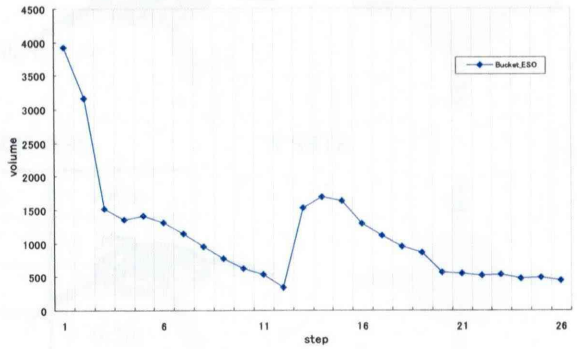
図 4.2 に示すように、進化の初期段階において支持点間の部分から削除されていく。STEP3 後に、図 4.3 に示すようにバケット要素分割をし直している。進化が進むと STEP5,7 のような荷重点を中心に小さなシェルと支持点から対角の支持点へ伸びるクロス材が形成される。クロス材が荷重を支持点へ流す働きをし、シェルがそのクロス部材を支える働きをしている。STEP8 ではそのシェルに穴が開いていく。STEP12 ではその穴が拡大し、シェルはテンションリングへと変形する。今回の解析では、STEP12 において、再分割を行い STEP13 のようなある程度進化を戻した形状から再び形態創生を行っている。その際の要素分割は図 4.3 に見られるように使用率の高い部分はさらに細かい分割を行い、使用率の低い部分は粗いままになっている。すると STEP16 ではクロス部材が 1 支持点から 2 本伸びる形状へと進化した。シェル部は STEP8 比べて範囲が大きくなっているのが見てとれる。STEP20,23 そして 26 のように進化し、構造的には STEP12 と同じようなシステムが形成されていく。



(a) 着目値の推移



(b) 平均応力の推移



(c) 体積の推移

図 4.4　各応答値の推移

図 4.4(b)の平均応力の推移のグラフを見ると、STEP1 から STEP12 へと徐々に値が上昇している。STEP13 で大きく値を下げ、再び上昇していく。図 4.4(c)の体積の推移のグラフを見ると、STEP1 から STEP12 へと徐々に値が下降している。STEP13 で大きく値を上げ、再び下降していく。これより最小部材を用いた形態の形成、高い形態抵抗能力を持つ形状、つまり最適形状へと近づいているといえる。

ここで、STEP12 と STEP26 とでどちらがより良い形状であるのかという疑問が沸いてくる。そこで両者の比較・検討を行う。図 4.4(b)より平均応力値は STEP12 のほうが高く、同図(c)より体積は STEP12 のほうが少ない。これより、数値的に見た場合 STEP12 のほうが最適であるといえる。しかし、両者の数値の差は少なく、数値だけでより良いと判断するのには疑問が残る。そもそも拡張 ESO 法で解析する際、ステップごとに与える基準値はユーザーの感覚によるところが大きい。そういった点を考慮すると、どちらが最適形状であるのかという問題はユーザーの意思によって決めるべきであるといえる。

4.2.2 正方形平面を有する四点ピン支持曲面構造物

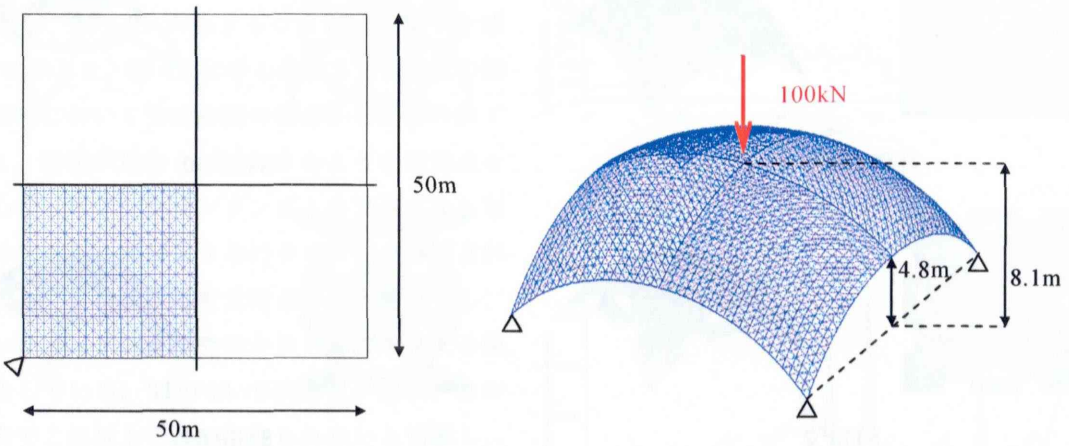


図 4.5　解析モデル

表 4.2　解析条件

正方形平面	20m
ライズ	8.1m
集中荷重	100kN
厚さ	0.1m
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3333

図 4.5 に示すように、正方形平面を有する四点ピン支持された裁断球殻シェルの頂点に集中荷重を作用させた場合の形態解析を行う。ここで求める形態は、可能な限り重量を軽量化し、剛性が最も高くなる形態を予め設定した領域内に発生させることである。計算には四面体要素を用い、計算時間の短縮の為に設計領域の 1/4 領域で行い、初期バケットを 10×10×1 とし、初期の分割密度データは全て 1 としている。形態の進化は、各過程で求まる各有限要素の von Mises 応力を求め、それに基づいて得られる曲面内の等応力面に沿って削除・増殖を行うことによって進化させていく。計算に用いた解析条件を表 4.2 に、進化過程を図 4.6 に、メッシュの変化の様子を図 4.7 に、等値面作成時の着目値の推移を含めた進化における各応答値の推移を図 4.8 に示す。ここでの着目値とは等値面を決定する際の基準量の値を示している。今回の解析でも図はパラメトリック空間上でのメッシュ分割を示している。

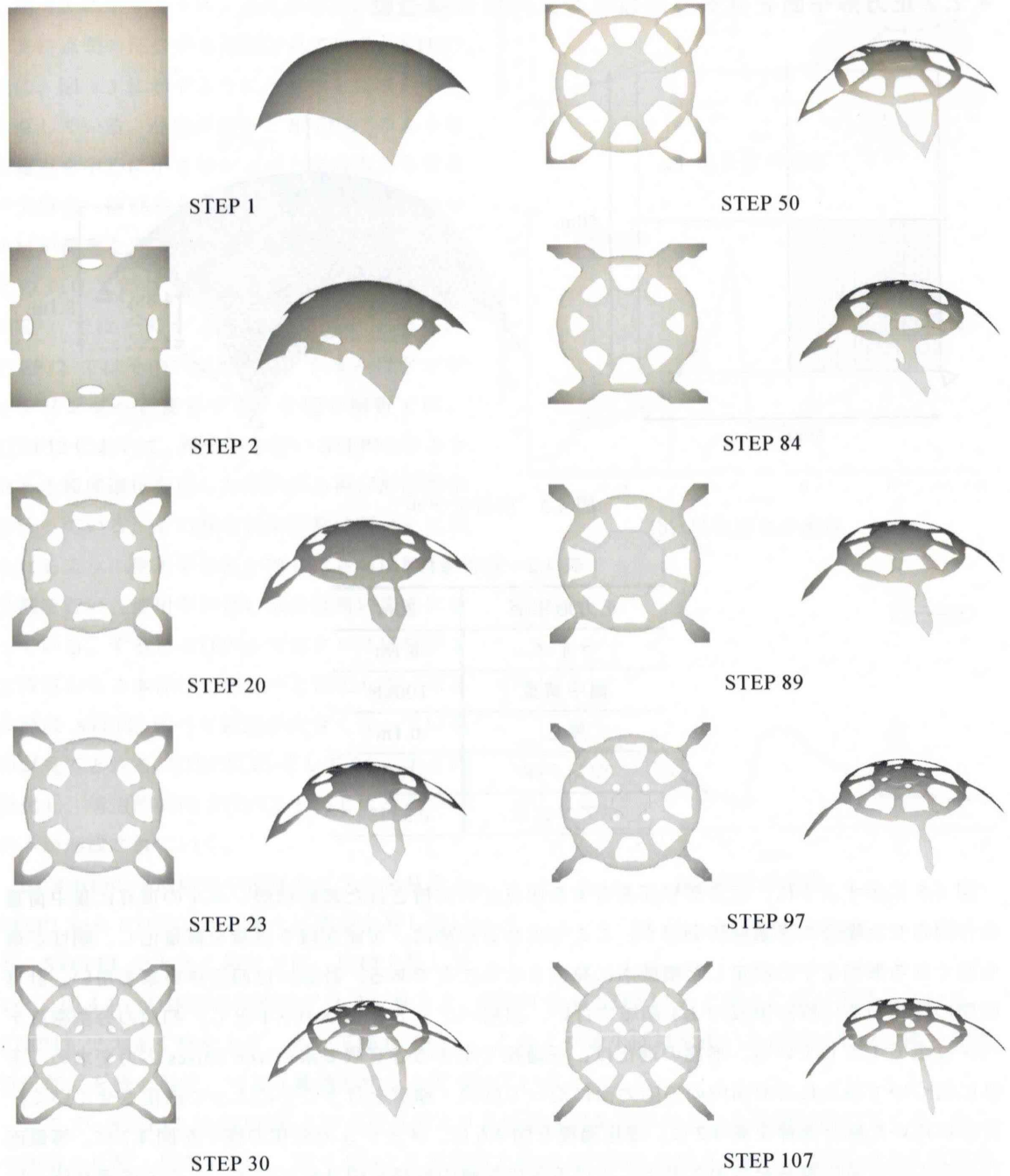


図 4.6　進化過程

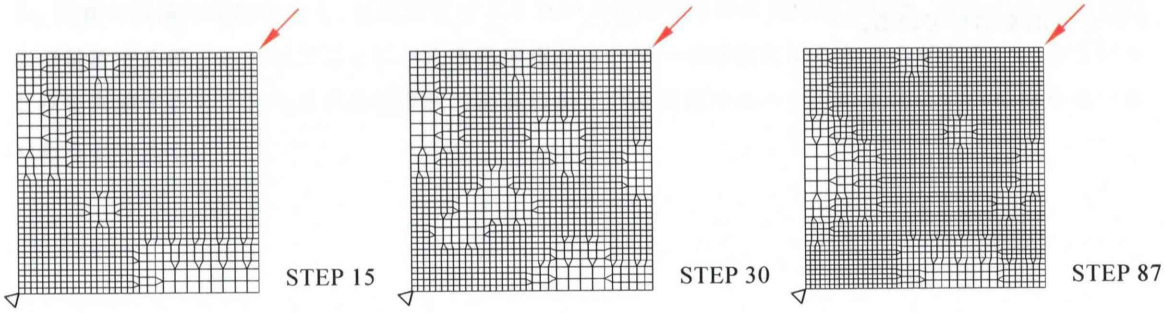
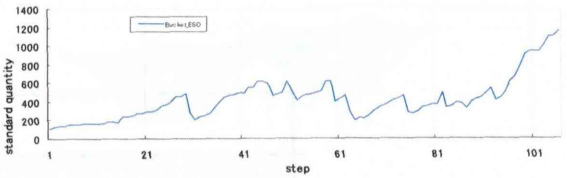
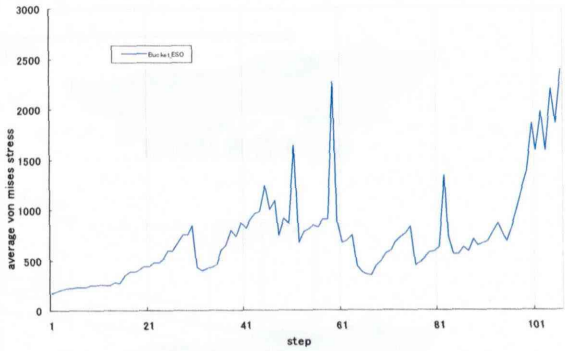


図 4.7　メッシュ変化

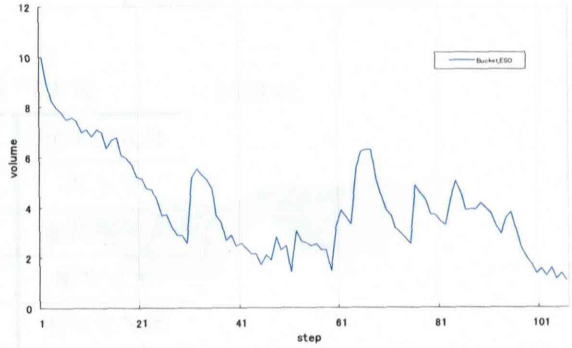
今回の解析では、STEP15、30、63、75、87、93 の後に再要素分割を行っている。そのうちの STEP15、30、87 のみメッシュ変化の様子を図 4.7 に示した。図 4.6 に示したように、進化の初期段階において支持点間の部分から削除されていく。進化が進むと STEP20 のような荷重点を中心としたテンションリングと各支持点から対角の支持点へ伸びる 2 本のクロス材が形成される。クロス材が荷重を支持点へ流す働きをし、テンションリングがそのクロス部材を支える働きをしている。STEP30 では進化が進み、この時点でこれ以上の進化が見られないと判断し、メッシュ分割を再び行った。再び進化が進み、STEP50 のような形状が得られた。STEP84 では支持部から伸びるクロス部材が 2 本のままではこれ以上の進化が見込めないと判断し、1 本にして解析を続けた。すると STEP89、97 のように進化していき、STEP107 のような形状が得られた。その際図 4.7 の STEP87 のようにメッシュ分割をやり直している。メッシュの細かい部分が支持点から対角線上に伸びている様子がみられ、解析形状に合った要素分割が行われているのが見て取れる。



(a) 着目値の推移



(b) 平均応力の推移



(c) 体積の推移

図 4.8　各応答値の推移

図 4.8(b)の平均応力の推移のグラフを見ると、STEP1 から STEP30 のように徐々に上昇し、大きく値を落とした後再び上昇しているのが見られる。これはメッシュ分割を再び行った際に生じるものである。そういった箇所が幾つか見られる。また値を下げている部分は、これ以上の進化が見込めないためにクロス材の片方を切断して進化を続けた場合にも現れる。それは切断した際に構造形状として合理的でない形状ができ、平均応力が大きくでた後、要素を付加して解析形状が大きいものから進化を再び行ったからである。図 4.4(c)の体積の推移のグラフを見ると、こちらも STEP1 から STEP30 へと徐々に値が下降し、その後大きく値を上げ、再び下降していく。値の上下が見られるが、進化が進んでいる状況が見られる。

今回の解析において大きく分けると、支持点から 2 本の足で支える STEP50 のような形状と支持点から 1 本の足で支える STEP107 のような 2 種類の形状が得られた。前述したとおり、どちらの形状を選択するかはユーザーの意思によって決めるべきである。

4.2.3 長方形平面を有する四点ピン支持立体構造物

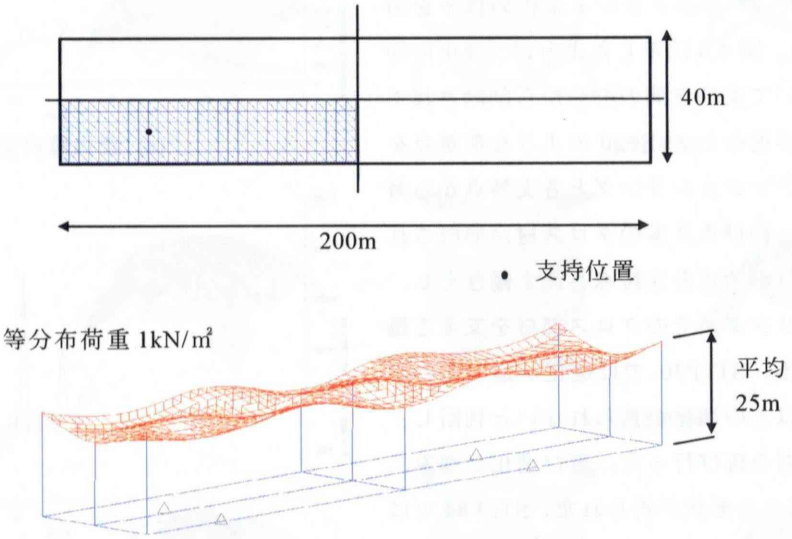
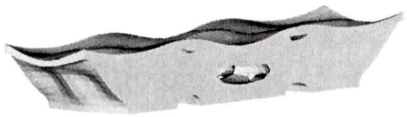


図 4.9　解析モデル

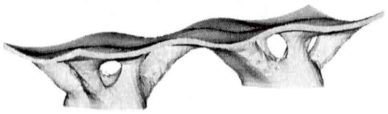
表 4.3　解析条件

長方形平面	200×40m
ライズ	平均 25m
等分布荷重	最上面 1kN/㎡
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3333

図 4.9 に示すように、長方形平面を有する四点ピン支持された立体構造物の最上面（赤い部分）に等分布荷重を作用させた場合の形態解析を行う。ここで求める形態は、可能な限り重量を軽量化し、剛性が最も高くなる形態を予め設定した領域内に発生させることである。計算には四面体要素を用い、計算時間の短縮の為に設計領域の 1/4 領域で行い、初期バケットを 10×2×3、初期の分割密度データを全て 2 としている。形態の進化は、各過程で求まる各有限要素の von Mises 応力を求め、それに基づいて得られる立体内の等応力面に沿って削除・増殖を行うことによって進化させていく。計算に用いた解析条件を表 4.3 に示し、進化過程を図 4.10 に示し、等値面作成時の着目値の推移を含めた進化における各応答値の推移を図 4.11 に示す。ここでの着目値とは等値面を決定する際の基準量の値を示している。

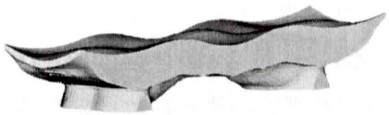


STEP3



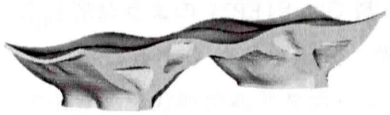
STEP36

STEP11



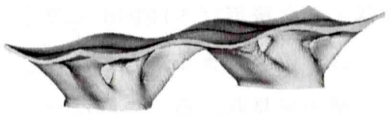
STEP39

STEP13



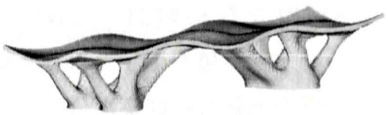
STEP41

STEP21

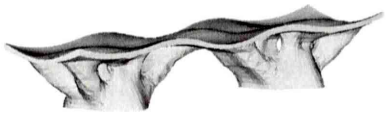


STEP45

STEP25



STEP50

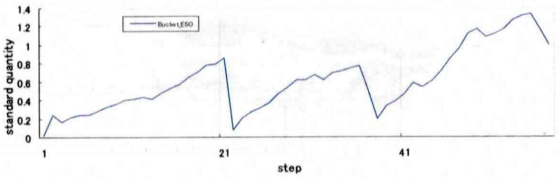


STEP32

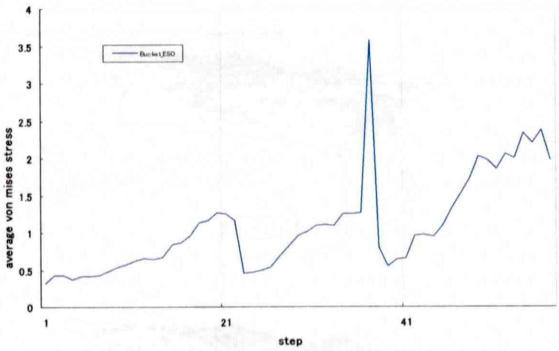
STEP57

図 4.10　進化過程

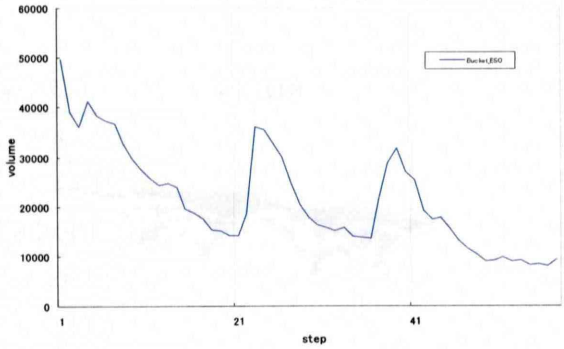
今回の解析では、STEP21、36 の後に再要素分割を行っている。しかし、立体の解析のため載せてもわかりづらいためメッシュ分割の変化の図は載せていない。図 4.10 に示したように、進化の初期段階において支持点より外側の部分と中央部分から要素が削除されていく。進化が進むと STEP21 のような支持点から太い支持部材が伸びる形状が得られた。ここで再分割を行い、解析を続けた。すると再び進化していき、STEP36 のような形状が得られた。ここでも再び分割を行い、進化を続けた。すると STEP57 のような 1 つの支持点から支持部材が 3 本ずつ荷重面へと伸びる形状が得られた。今回の解析で、粗い分割では STEP21 のような形状までしか進化せず、分割を細かくすることによって STEP57 のようなスリムな形状を導き出すことが出来るということがわかる。



(a) 着目値の推移



(b) 平均応力の推移



(c) 体積の推移

図 4.11　各応答値の推移

図 4.11(b)の平均応力の推移のグラフを見ると、STEP1 から STEP21 のように徐々に上昇し、大きく値を落とした後再び STEP36 まで上昇している。その後、値を大きく落とし、再び値が上昇していく様子が見られる。これはメッシュ分割を再び行った際に生じるものである。STEP37 の値が跳ね上がっているのもその影響である。図 4.4(c)の体積の推移のグラフを見ると、こちらも STEP1 から STEP21 へと徐々に値が下降し、その後大きく値を上げ、再び下降していく。STEP36 になると再び値が上昇し、再び落ちていく。この値の上昇も再び要素分割を行った影響である。その点を除いては順調に進化しているといえる。

4.3 バケット要素生成手法の導入検討

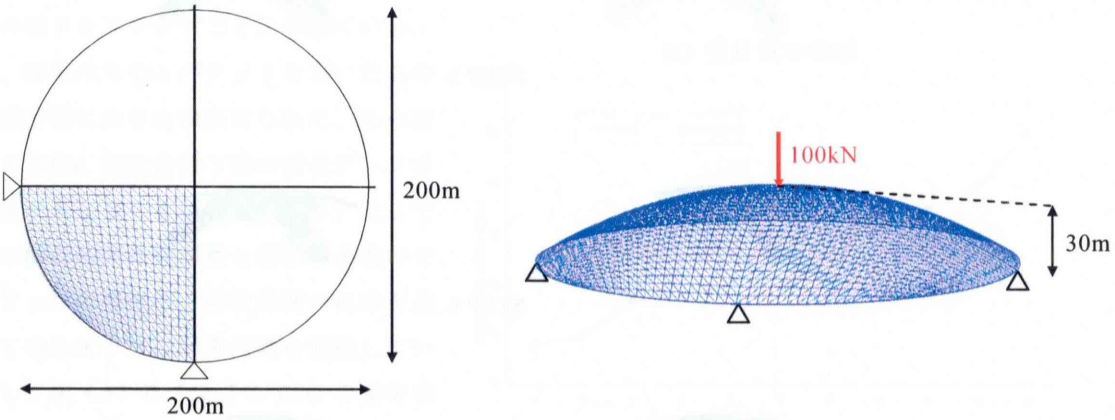


図 4.12　解析モデル

表 4.4　解析条件

円形平面半径	100m
ライズ	30m
集中荷重	100kN
厚さ	0.5m
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3333

本節では、3D 拡張 ESO 法へのバケット要素生成手法の導入検討を行う。検討モデルとして図 4.12 の解析モデルを用い、表 4.4 に解析条件を示した。このモデルを従来の 3D 拡張 ESO 法、今回のバケットを導入した 3D 拡張 ESO 法とで同様の解析を行い、比較する。従来の解析での要素分割は 30×30×3 とし、バケットを用いる場合は要素分割を従来のものと同程度の分割まで行えることとする。図 4.13 に進化過程、図 4.14 に最終形状でのメッシュ分割の様子を示した。また、図 4.14 のメッシュ分割は NURBS を用いる際に使うパラメトリック空間をメッシュ分割している様子である。

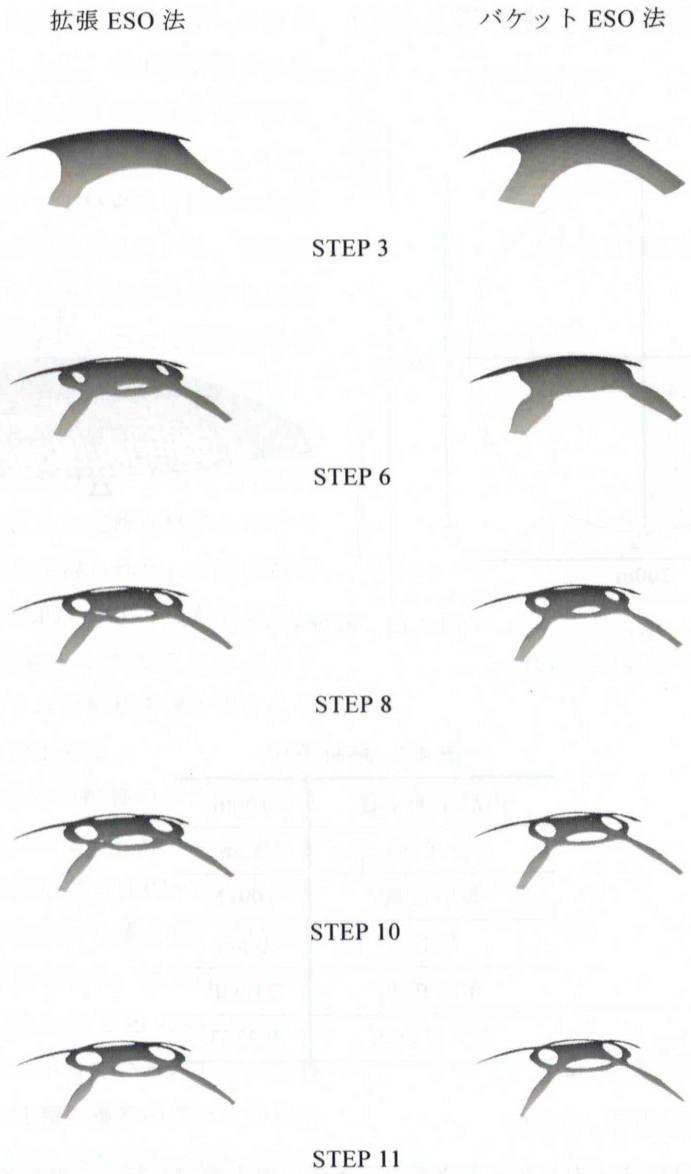


図 4.13　進化過程

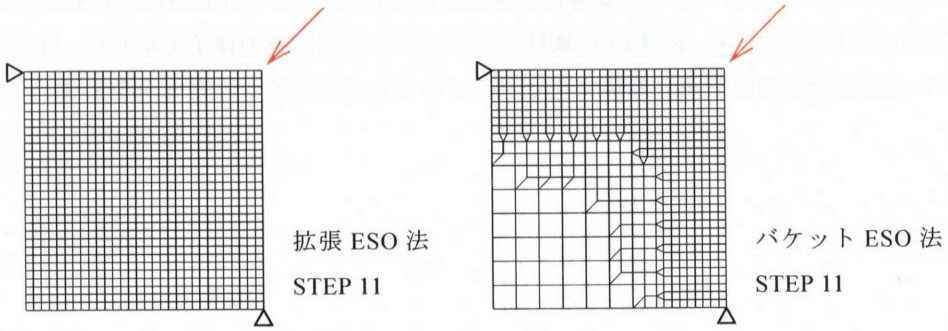
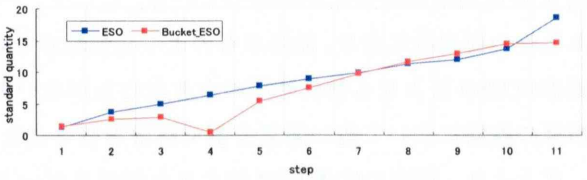
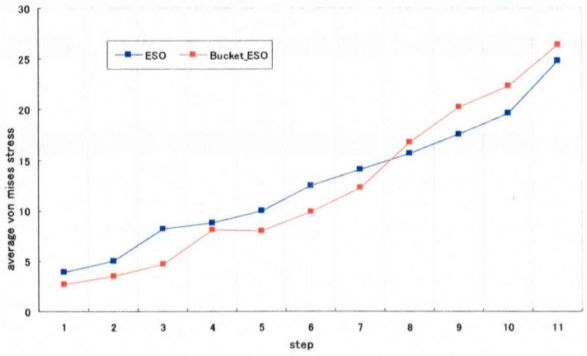


図 4.14　メッシュ分割

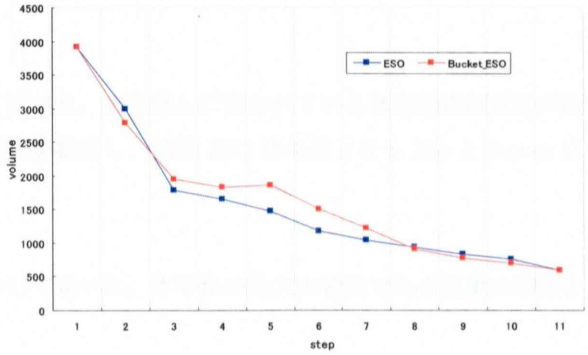
図 4.13 の進化過程より同様の形状に進化していく様子が見て取れる。図 4.15 に着目値、平均応力、体積の推移の様子を、図 4.16 に解析要素数の推移の様子を、図 4.17 に解析時間の推移の様子をステップごとに示している。ここで、従来のものとバケットを用いたものとで解析時間に大きな差が見られた。その原因として FEM 解析を行う際の節点データの入力順番が異なることが上げられる。そこで一般的に解析時間は要素数と関係があるので、最終ステップの要素数と解析時間の比率を基にすべてのステップの解析時間を低減している。そして図 4.17 のグラフの ESO の値を示している。



(a) 着目値の推移



(b) 平均応力の推移



(c) 体積の推移

図 4.15　各応答値の推移

図 4.15(a)で STEP4 においてバケット ESO の着目値の値が落ちているのが見られる。これは、STEP3 後に再要素分割を行ったために起きたもので、その部分を除けば、進化が順調に進んでいる。図 4.15(b)より平均応力が ESO 法、バケット ESO 法とも順調に上昇しているのが見られる。また、図 4.15(c)より両者とも体積が徐々に減少し、STEP11 においてほぼ同じ体積になっていることがわかる。よって ESO 法、バケット ESO 法とも同様の進化が行えているといえる。

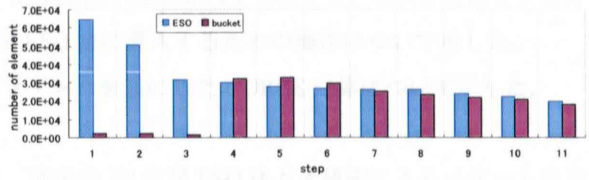


図 4.16 要素数

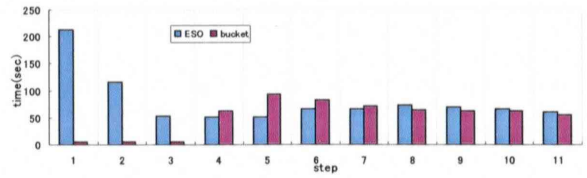


図 4.17 解析時間

従来の拡張 ESO 法でフルに詰まった初期解析形状より形態創生を行う場合、図 4.16 からわかるように初期の要素数が最も多く、徐々に減少していく。初期の要素数と最終形状の要素数とを比べると無駄な要素が多いことがわかる。また、パソコンの性能によって制限される要素数はこの解析において最も多く使うステップの要素数となるため、初期の解析形状の要素数となる。この点においても、十分にパソコンの性能が発揮できないでいるといえる。解析時間に関しては、図 4.17 が示すように初期の段階で大幅な時間を必要とし、徐々に解析時間が減少していくという特徴がある。

バケット ESO 法の解析では、STEP1～3 では全体的に粗い分割による解析からどのような解析形状が得られるかを大雑把に把握し、徐々に要素密度を上げて形態創生を行っている。その様子を、

図 4.16 の要素数の変化が物語っている。ここで、パソコンの性能に制限される要素数は再分割したあたりの要素数になり、従来のものよりも無駄がないといえる。また、図 4.17 の解析時間の変化は、従来の ESO 法よりも解析時間の大きなむらがないという特徴を示している。バケットを用いた場合、初期の段階において粗い要素分割で解析を行うことが可能なため、時間を短縮することができる。

以上より、従来の拡張 ESO 法よりも解析スピードの上昇、要素の有効活用が可能となった。一般に有限要素法を用いる場合、要素分割が細かいほど解の精度は上がる[27]。それゆえ、従来の解析よりも要素が細かく分割されていることから、解析精度が上がっているともいえる。

第5章

結語

5.1 総括

本論文では、バケット要素生成手法を用いた3D拡張ESO法により構造形態創生を行うことを目的とし、基礎的な形状について解析、検討を行った。

本研究の内容と成果を以下に要約する。

第一章では構造形態創生法が自然界における進化過程や、形状形成過程を模写することで、始まったことを紹介し、それを受けて本研究の目的を述べた。

第二章では本研究に関連する既往の研究について述べた。現在盛んに行われている構造形態創生法の研究を分類するとともに、構造形態創生法に関する研究を紹介し、拡張ESO法の基となるXieとStevenによって提案されたESO法の特徴について述べた。

第三章では本手法における基本的な基礎理論について述べた。本手法の最大の特徴である要素の削除と復活を同時に行うための理論を紹介した。

進化の基準量については設計段階において討論する上で重要とされる応力に着目する場合についてまとめた。

本研究の目的は従来の3D拡張ESO法にバケット要素生成手法を導入することで、それを可能とするため、バケット要素生成手法の基本的な操作、3D拡張ESO法に導入するための操作について示した。

空間表現法の一つであるNURBS（非一様Bスプライン）を基にしたNURBS立体について示した。

第四章では簡単な形状に対する形態創生を行った。従来の3D拡張ESO法と本研究によるバケットを用いたものとで比較検討を行い、バケット要素生成手法の導入の有効性を確かめた。

5.2 今後の展望

3D 拡張 ESO 法にバケット要素生成手法を導入し、要素の分割密度を構造形態へ合わせた状態で解析を行うことができた。その結果、解析時間の短縮、要素の無駄を減らすことが可能となった。いくつかの解析例を載せたが、基本的な形状の解析しか行えていない。今後はより複雑な解析条件を設定し、試していく必要がある。

今回導入を断念したデローニー分割の導入が考えられる。デローニー分割は汎用性のある要素分割手法であり、導入によって 3D 拡張 ESO 法の幅がさらに広がると考えられる。しかし、導入には表面データと分割形状の整合性を保つ必要があり、それには新たなアイディアが必要となる。

また、ESO 法はもともと機械工学において開発されたため、機械の部品など解析対象が小さい場合に大きな力を発揮する。しかし、建築物を対象として解析を行うには未だ難しく、住環境の制約などより建築的な要素を取り入れるなど改良が必要である。

付録

A.1 デローニー要素分割法

A.1.1 概要

デローニー分割は任意に設定された節点群を対象とし、2次元では三角形に、3次元では四面体に幾何学分割する手法である。任意の3次元領域の形状入力を考えた場合、最も容易に得られるデータは対象領域の表面上の点である。この最も簡単な入力データのみで要素分割が可能である。これが、デローニー分割が要素分割手法として多く使われる理由の一つである。入力データである対象領域表面上の点群を用いてデローニー分割を行うと、凸空間でのみ四面体分割を行うことが可能である。ここで表面データという考え方を取り入れることにより、凹を持つ空間も要素分割をすることが可能となる。以下、デローニー分割を説明する。

A.1.2 デローニー分割による四面体の生成

n個の点を使ったデローニー分割が得られると、n個の点が支配し四面体郡に埋め尽くされた凸空間が得られる。

Tet(ABCD):四面体(ABCD)
Sph(ABCD):四面体(ABCD)の外接球
Tri(ABC):三角形(ABC)

{A,B,C,D}は四個の点とする。四面体分割されたこの空間内にn+1番目の新点Pを設置すると、新点Pはすでに生成されたいずれかの四面体（これをTet(ABCD)とする）の内部、表面もしくは辺上に位置することになる。このことから、新点Pはこの四面体の外接球Sph(ABCD)の内部に位置することは明らかである。

この新点Pを含む四面体Tet(ABCD)と面で接する四面体Tet(BCDE)について、その外接球Sph(BCDE)が新点Pを内部に含むかどうか調べる。もし新点PがSph(BCDE)内部に位置する場合、Tet(BCDE)と共有面を持つ隣の四面体へと順次探査を始める。この探査を繰り返し行うことで、新点Pを外接球に含み、互いに面接続する四面体群が得られる。これら四面体群について、隣り合う二つの四面体の共有面、例えばTet(ABCD)とTet(BCDE)についてはTri(BCD)を削除すると、表面を三角形で覆われた多面体を得る。

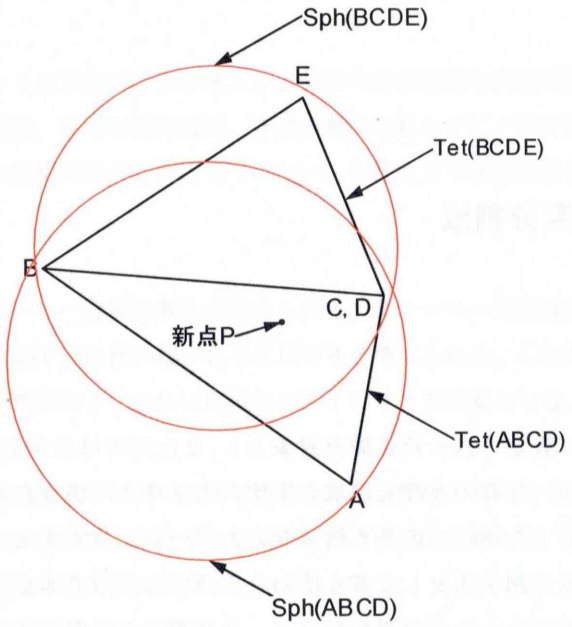


図 A.1　新点 P を含む多面体の関係（図は、辺 CD が一点に見える視点から描いている）

その後、この多面体の中に位置する新点 P と多面体の表面を覆う三角形を結合することで、多面体をその表面三角形と同数の新しい四面体 Tet(PXYZ)集合に分割できる。ここで、Tri(XYZ)は多面体表面上の三角形である。なお、この多面体より外部の四面体群は新点 P の設置の影響を全く受けない。よって、新点 P 設置前の多面体を取り除いてできた空間に、新たに作られた四面体群を入れる。以上が、n+1 番目の新点 P を設置することで得られるデローニー分割である。n+2 番目以降の点についても、この操作を繰り返す。

上で示したデローニー分割では、新点 P と多面体の表面を覆う表面三角形を結合して新しい四面体分割が得られるとしているが、これは新点 P から多面体の表面三角形の頂点を視認できることを前提としている。

A.1.3 デローニー分割の流れ

Step1

与えられたｎ個の点の支配する凸領域のｘ、ｙ、ｚ座標軸に沿った最大寸法を求めて、全ての点を以下に示す単位領域に納まるように領域の縮小または拡大の座標変換を行う。

(0.0,0.0,0.0), (1.0,0.0,0.0), (0.0,1.0,0.0), (0.0,0.0,1.0)

(1.0,1.0,0.0), (1.0,0.0,1.0), (0.0,1.0,1.0), (1.0,1.0,1.0)

Step2

単位領域の各軸方向に、α（＞１）倍大きい立方体領域を考え、それを６個の四面体に分割して、それら６個の四面体情報とこれら６個の四面体どうしの隣接関係を準備する。

Step3

新点Ｐを導入し、その点を内部に含む四面体を探す。

Step4

新点Ｐを内部に含む四面体が探し出されたら、その四面体の外接球が新点Ｐを内包するか調べ、含む場合に限り、さらにその隣接四面体へと探査を広げる。この操作により、新点Ｐを内包する外接球すべての四面体を容易に、無駄なく拾い出すことができる。

Step5

選び出された四面体の集合より、互いに共有する三角形を取り除き、多面体を作る。

Step6

Step5 で得られた多面体の表面三角形とその内部に位置する新点Ｐとを結合して新しい四面体分割を得る。

Step7

準備されたｎ個の四面体分割を終えたとき（新点Ｐ＝準備された節点個数ｎ）Step8 へ。未処理の節点があるとき（新点 P＜準備された節点個数 n)、P=P+1 として Step3 に戻り、分割を続ける。

Step8

上で作成された四面体集合の中で、四面体の頂点が Step2 で与えられた立方体の８個の頂点のいずれかを含む場合、その四面体は立方体の表面とｎ個の点群が支配する凸空間との間に位置する四面体である。よって、これらの四面体は点群の作る凸領域の外部に位置し、不要な四面体であることから除去する。この結果、残された四面体はすべてｎ個の点が支配する凸領域の内部に位置する四面体である。

Step9

Step1 において、ｎ個の点の座標値を変更しているので、もとの座標値に戻す。

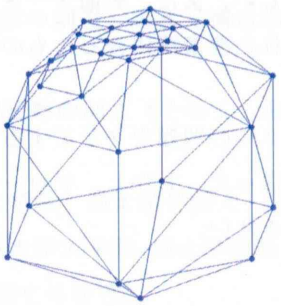


図 A.2　デローニー分割例

A.1.4　3D 拡張 ESO 法へのデローニー分割導入検討

デローニー分割は汎用性に富んだ手法であり、ESO 法に取り組むことができると考えられ、導入を試みた。その際、凹空間ができるため表面データが必要になる。その表面データとして、基準値を基に新たな解析形状を得るときの切断面を用いることとする。だが、ここで大きな問題が発生した。それは以下の 2 点である。

① 入力データが節点情報のみのため、要素分割の結果が入力データによって異なる。
② 分割密度を細かくするために節点数を部分的に増やす際、表面データも同様に増やさなければならず、①の特徴を踏まえると非常に困難である。

①の問題は、図 A.3 の平面でのデローニー分割の例を見てもらうとわかりやすい。この例は、両者とも外周の 4 点から入力を初め、その後別々の順番で節点を入力し、分割した結果である（節点の番号が入力順を示している）。図のような要素分割の違いが見られた。このように節点の入力順を変えるだけで異なる分割が得られるため、表面データに用いた切断面と要素分割を行った際の面データに食い違いが起こり、うまく凹空間が形成できなかった。

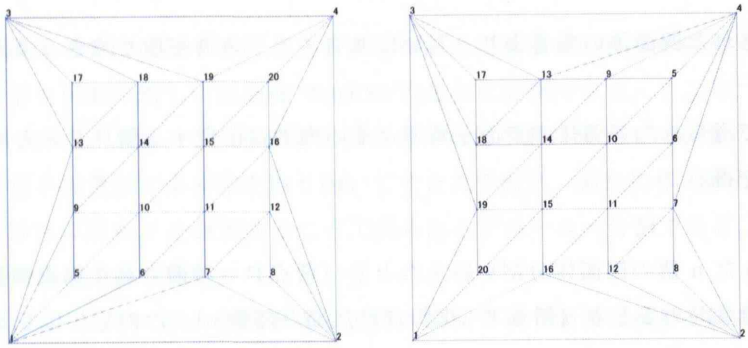


図 A.3　節点順番によるデローニー分割の相違

次に、②の問題は次のようなことを示している。それは、本論で述べたように必要な部分の要素分割を細かくし要素が形成されることが少ない部分の要素分割を粗くするといった操作を行う際、必要な部分には節点の発生、そして不要な部分の節点の削除を行い新たな節点データを作成する。そして新たにできた節点データを基にデローニー分割を行う。分割を行う解析形状が全て凸であれば問題は無いのだが、凹空間がある場合、表面データが必要となる。この表面データを作ることが非常に難しい。また、表面データを作ったとしても①の問題で述べたように、デローニー分割によって得られた要素群に合ったものでなければ、うまく凹空間を表現できない。

これら 2 つの問題をクリアするアイディアを考え出せなかったため、今年度はデローニー分割の導入を見送った。しかし、デローニー分割はとても汎用性のある手法であるため、今後も導入を検討していきたい。

参考文献

[1] F・オットー他：自然な構造体、鹿島出版会　1986

[2] ダーシー・トムソン：生物のかたち、東京大学出版　1973

[3] 日本建築学会編：構造形態の解析と創生　応用力学シリーズ 5、丸善　1998

[4] 日本建築学会編：構造形態創生の理論と応用　応用力学シリーズ 8、丸善　2001

[5] 日本建築学会編：建築最適化への招待、丸善　2005

[6] 藤井大地、鈴木克幸、大坪英臣：最適化手法 CONLIN を用いた骨組構造の位相最適化、日本建築学会構造系論文集　No.548　p59-p66　2001

[7] 堀切秀作、本間俊雄：GA 系解法による解の多様性を考慮した構造形態の創生、コロキウム 構造形態の解析と創生 2006　p135-p142　2006

[8] 藤井大地：位相最適化手法を用いた建築構造形態の創生、コロキウム 構造形態の解析と創生 2006　p127-p134　2006

[9] 藤井大地、鈴木克幸、大坪英臣：密度法による 3 次元構造物の位相最適化、日本機械学会　第 4 回最適化シンポジウム講演論文集　Vol.4th　p127-p132　2000

[10] 曽我部博之、三井和男：3 次元構造システムの自律的生成、日本建築学会学術講演梗概集 B-1 構造　p267-p268　2003

[11] Xie,Y.M.、G.P.Steven：Evolutionary Structural Optimization、Springer　1997

[12] 三浦曜、中嶋孝行、大野敏則：CAD・CG 技術者のための NURBS 早わかり、工業調査会　1994

[13] 三浦曜、望月一正：CAD・CG 技術者のための実践 NURBS、工業調査会　2001

[14] 横山正明、尾澤俊之：NURBS 立体に基く三次元形状モデリング、日本機械学会関東支部・精密工学会　山梨講演会講演論文集　p143-144　2003

[15] 本多宏己：バケットベース要素生成手法を利用した 3D 拡張 ESO 法による構造形態創生、法政大学卒業論文　2008

[16] 三井和男、大崎純、大森博司、田川浩、本間俊雄：発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム　計算工学シリーズ 4、コロナ社　2004

[17] 大森博司、崔昌禹：等値線を利用した拡張 ESO 法による構造形態の創生、日本建築学会構造系論文集　Vol.539　p87-p94　2001

[18] 崔昌禹、大森博司、佐々木睦朗：拡張 ESO 法による構造形態の創生　三次元構造物への拡張 日本建築学会構造系論文集　Vol.576 p79-p86　2004

[19] 梶田哲嗣、石川敬一、大森博司：拡張 ESO 法による曲面構造物の創生（その 1 ：理論と計算例)、日本建築学会学術講演梗概集　p697-p698　2006

[20] 崔昌禹：拡張 ESO 法による構造形態の創生、名古屋大学大学院　博士学位論文　2002

[21] 梶田哲嗣：拡張 ESO 法による曲面構造形態の創生、名古屋大学大学院 修士学位論文　2005

[22] 榎本孝司：3D 拡張 ESO 法による構造デザインへの応用に関する研究、法政大学卒業論文　2005

[23] 山本知典、矢川元基：バケットベースの要素生成手法、
日本計算工学会論文集 Vol.1999 No.19990027

[24] 山本知典、矢川元基：バケットベース要素生成手法の三次元並列化、
日本計算工学会論文集 Vol.2000 No.20000015

[25] 谷口健男：FEM のための要素自動分割、森北出版 1992

[26] 谷口健男、森脇清明：3 次元 FEM のための自動要素分割法、森北出版 2006

謝辞

本論文の作成にあたり、多くの方にご指導、ご助言を賜りました。その全ての方に感謝の意を示し、謝辞と致します。

はじめに、3 年間にわたりご指導頂きました法政大学教授、佐々木睦朗教授に心よりお礼申し上げます。未熟な私に、研究に関することだけでなく学生生活の様々なことに関して温かく、時に厳しくご指導、ご助言を頂きました。特に先生の手掛けているお仕事についてのお話を聞くことができ、とても大きな刺激を受け、充実した研究生活を送ることができました。心より深く感謝申し上げます。

また法政大学教授、吉田長行教授、坪井善隆教授には本論文の副査として、論文審査および発表会において、研究に対して様々な角度からご指導頂き、ありがとうございました。

佐々木構造計画研究所の皆様、特に浜田さん、木村さんにはお仕事が多忙なところ、何度も事務所にお邪魔させて頂いたにも関わらず、研究を進める上でのご助言、ご指摘、ご討論をして頂きました。大変感謝しております。

研究室先輩の遠藤年則さん、大野功太さん、楠朝光さん、下村卓さん、高橋健輔さん、宮崎潤さん、榎本孝司さん、高橋智也さん、高瀬淑也さんには数多くのご指導、ご助言をして頂きました。同輩の犬飼裕瑛君、松岡洋介君、山田隆勝君、後輩の大澤元嗣君、大竹美智子さん、小林勇也君、清水良太君、杉山翔一郎君、高野勝吉君、そして 4 年生のみんなからは研究のみならず様々な刺激を受けながら楽しく充実した研究生活を送ることができました。特に同じ研究グループである楠さん、榎本さん、大澤君、本多宏己君と研究について議論できたこと、様々な協力をしていただいたことで研究を進めることができました。ありがとうございました。

最後に多くの方に支えられながら本論文を書き上げることができました。皆さん本当にありがとうございました。

2008 年度 2 月

足立　徹郎