# 法政大学学術機関リポジトリ

HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2024-11-09

# 逆行列法を用いた伝達経路解析

岩原, 光男 / 長松, 昭男 / KAWAGUCHI, Yuki / NAGAMATSU, Akio / IWAHARA, Mitsuo / 川口, 裕貴

(出版者 / Publisher)
法政大学情報メディア教育研究センター
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学情報メディア教育研究センター研究報告
(巻 / Volume)
23
(開始ページ / Start Page)
135
(終了ページ / End Page)
139
(発行年 / Year)
2010-06-01
(URL)
https://doi.org/10.15002/00006920

# 逆行列法を用いた伝達経路解析

# Transfer Path Analysis with Inverse Matrix Method

岩原 光男<sup>2)</sup> 川口 裕貴<sup>1)</sup> 長松 昭男<sup>2)</sup>
 Mitsuo Iwahara, Yuki Kawaguchi, Akio Nagamatsu,

法政大学工学部機械工学科長松研究室
 法政大学工学部機械工学科

Recently, mechanical noise and vibration problems, including automobile and product development, came to be regarded as a differentiating factor between competing products and they are becoming more important issue. Especially in the automotive development process for this issue, pathway analysis (Transfer Path Analysis below, TPA) has been analyzed. This is a technique to identify the contribution from more than one source of vibration. In order to make the product of low noise and low vibration and shorten the process, this is required high accuracy and efficiency. In this study, analysis focused on the contribution of each vibration excitation force identification and pathway analysis using the inverse method, validation and accuracy of the theory is examined. The regular-inverse matrix method, and the pseudo-inverse matrix method are compared. The former is for the case of same number of excitation and response points, and the later is for the case of increasing the number of response points.

Keywords : Inverse method, Transfer Path Analysis, Transfer Path Analysis

## 1. 要旨

昨今,自動車をはじめ機械の騒音振動問題は,製 品開発において,他社製品との差別化要因としてみ なされるようになり,より重要な問題となってきて いる.特に自動車の開発行程において,この問題に 対して,伝達経路解析(Transfer Path Analysis, TPA)を 用いた解析・対策が行われている.これは,複数の 振動源と振動伝達経路の中から寄与の高いものを特 定する手法で,製品の低騒音・低振動化とその工程 の短縮のために,高い精度と効率化が求められてい る.

本研究では、逆行列法を用いた伝達経路解析にお ける加振力の同定及び各加振点の寄与率解析に注目 し、その理論と精度を検証・考察するものである. また、加振点と応答点の数を一致させ、正方行列を 用いて行う手法と、応答点の数を増やし長方行列を 擬似逆行列化して行う手法を比較・検討する.また、 応答点同士を近接して設定した際の加振力の同定精 度について考察する.

## 2. 逆行列法

構造物上のn個の点における入出力の周波数領域 における関係は,周波数応答関数(以下,FRF)行列を [*H*<sub>nn</sub>], FRF 逆行列を [*H*<sub>nn</sub>]<sup>-1</sup>,入力を{*F*<sub>n</sub>},出力を{*X*<sub>n</sub>}, とすると以下のように表わされる.

$$\{X_n\} = [H_{nn}]\{F_n\}$$
(1)

但し, nは行列またはベクトルの大きさがn次元であ ることを表し,

$$\{X_n\} = \{X_1, \dots, X_n\}^T, \{F_n\} = \{F_1, \dots, F_n\}^T$$
(2)

また、これとは別に出力評価点をpとすると、

$$X_p = \left\{ H_{pn} \right\}^T \left\{ F \right\} \tag{3}$$

ここに,

原稿受付 2010 年 3 月 10 日 発行 2010 年 6 月 1 日 Copyright © 2010 Hosei University

$$\left\{H_{pn}\right\} = \left\{H_{p1}, \dots, H_{pn}\right\}^{T} \tag{4}$$

逆行列法においては、式(1)より、

$$\{F_n\} = [H_{nn}]^{-1}\{X_n\}$$
(5)  
として入力を推定し、これより、  
$$X_p = \{H_{p1}, ..., H_{pn}\}\{F_n\}$$
$$= H_{p1}F_1 + ... + H_{pn}F_n$$
(6)

のように,評価点pにおける応答をn個の入力の重ね 合わせで表す.ここで,式(6)の右辺各項が各入力点 よりの寄与を示す.各要素を,応答 $\{X_p\}$ で割ること により,寄与率 $C_p$ が求められる.また,FRF行列 $[H_{nn}]$ は事前に計測しておく必要がある.

$$\left\{C_{p}\right\} = \left\{\frac{H_{p1}F_{1}}{x_{p}}, \dots, \frac{H_{pn}F_{n}}{x_{p}}\right\}^{T}$$
(7)

また,加振点と応答点の数が一致しない場合, [H<sub>nn</sub>]は正方行列とならないため,逆行列が存在し ない.この場合,以下の最小自乗法の式を用い,擬 似逆行列を作成し計算する.[A]はFRFの長方行列, [A]+は長方行列の擬似逆行列,[A]<sup>T</sup>は長方行列の転

$$[A]^{+} = ([A]^{T} [A])^{-1} [A]^{T}$$
(8)

これによって導出される擬似逆行列**[A]**<sup>+</sup>を,(5)式の 逆行列の項**[H\_{nn}]<sup>-1</sup>へ代入することにより,入力を同 定することが可能である.** 

#### 3. シミュレーション

置行列である.

本研究においては,軽自動車の構造を模した有限 要素法(Finite Element Method,以下,FEM)モデルを 一貫してシミュレーション対象として使用した.使 用するモデルは軽自動車の車体構造を模したもので, フレーム・サブフレームをライン要素,床面をシェ ル要素とした簡易構造のFEM モデルである.この FEM モデルではエンジンマウントおよびサスペン

## Copyright © 2010 Hosei University

ション,リンク機構を省略しており,概略図を Fig.1 に,概略寸法を Table 1 に,物性値を Table 2 に示す.

加振シミュレーションを行うにあたって、力は地 面よりのロードノイズを想定した. そのため,加振 点は全シミュレーションにおいて, 前後左右4箇所 のサスペンションアッパーマウント近辺のフレーム 交点とし,加振方向を Z 軸正方向, つまり, 車体を 垂直に持ち上げるように設定した.また,応答点に ついては加振力の同定を行うにあたって, 前後左右 の座席後部床面とし、応答点を増やして計算を行う 際には,車体中央部床面,後部中央座席後部床面と した. 応答点同士を近接させた状態での検証には, 前後左右4箇所の座席応答点のうちより,左後部座 席の応答点を右後部座席応答点より内側に約7cmオ フセットした位置へ設定しなおしてシミュレーショ ンを行った.入力同定における加振点・応答点の位 置関係の概略図をFig.1,評価点の座標をTable 3に, 近接応答点の概略図を Fig.2, 最寄りの応答点からの 距離及び座標を Table 4 に示す.



Fig.1 Simulation model

Table 1 FEM size					
Length[mm]	Width[mm]	Height[mm]			
3120	1283	1343			

Table 2 Value Properties

	Modulus	Rigidity	Poisson	
	of Elasticity [GPa]	[GPa]	ratio	Density[g/cm^3]
Frame	530	200	0.33	8.00
Floor	21	79	0.33	8.00

加振は路面より入力される突き上げを想定し,ボ ディ構造を伝搬してシートレール取付部へ伝搬する 振動を応答として,シミュレーションを行った. まず,FRFを求めるために,前部左右の計4箇所 のサスペンションアッパーマウントの加振点より,

法政大学情報メディア教育研究センター研究報告 Vol.23

Table 3 Coordinate of Excitation and Response points

Excitation point	Coordinate	Response point	Coordinate
Front-Right	50013	Front-Right	100133
Front-Left	50006	Front-Left	100113
Rear-Right	50007	Rear-Right	100293
Rear-Left	50000	Rear-Left	100373
Center	-	Center	100016
Rear-Center	-	Rear-Center	100305



Fig.2 Close-Response point

Table 4 Location of Response point

Distance from the nearest Response point [mm]	Coordinate
73.346	100307

前後左右座席取付部,計4箇所の応答点へ,入力の パラメータを1[N]とした加振を行った.次いで,そ れぞれの加振点からの入力を任意の値に設定し,上 記4箇所の加振点より同時に各座席へ加振した.

擬似逆行列を用いて入力の同定を行う場合は、応 答点を上記に加えて、後部中央座席及び中央床面に 追加して、計6箇所とするシミュレーションを行っ た.

加振力のパラメータは各加振点の入力を明確にさ せるために別々の値を任意に設定した.また伝達経 路の寄与率解析を行う際は,各加振点の寄与率を明 確にさせるために,別に任意の値を設定した.

シミュレーションを行う周波数の範囲は,事前に 周波数領域を絞らずに加振シミュレーションを行っ た結果,各座席において 400Hz 以下の周波数領域に おいて,顕著に応答が表れていることが判明したた め,周波数領域を 400Hz 以下に絞り,0.05Hz おきに 8001 点のデータを収録した.Fig.3 にて概要を示す.

シミュレーションの計算には MSC software MD Nastran を使用した.

## 4. 計算

シミュレーション結果によって得られたデータを 逆行列法による計算プログラムに入れて,入力を同



Fig.3 Vibrational displacement simulation

定する.シミュレーション結果は各周波数における 振動の位相と変位によって出力されるが,一般的に FRF は複素数で表されるため,以下の式を用いて応 答のデータを複素数関数に変換した.位相のデータ

を**P**,変位のデータを**D**, FRF の実部を**R**,虚部を**I**と すると,

$$H = R + Ii \tag{9}$$

$$R = D \times \cos P \tag{10}$$

$$I = D \times \sin P \tag{11}$$

として,あらわされる.

このように複素数関数として変換された応答のデ ータより入力を逆計算して求める.入力を1とする と,

$$\{X\} = \{H_n\} \tag{12}$$

となるため,式(12)へシミュレーション結果より 16 個のデータを挿入し,[H]を求め,逆行列[H]<sup>-1</sup>を導 出する.そして,任意の入力を加えた場合の(5)式へ 代入し,入力[F<sub>n</sub>]が求められる.この計算を各周波 数毎に繰り返し,周波数毎の加振力のデータを得る.

また,別途,同一の入力を各加振点に与え,上記 のプロセスを用いて,加振力を同定後,(7)式を用い て各加振点の応答点に対する寄与率を周波数毎に導 出する.計算プログラムの作成・計算は,MATLAB を使用して行った.

#### 5. 計算結果の比較と考察

Fig.4 と Fig.5 及び Table 5 に,応答点を4 箇所・6

Copyright © 2010 Hosei University

箇所とした場合の加振力の同定結果と設定した入力 との比較,及び,各加振点における計算値の平均誤 差を示す. 同定された加振力の値は計算誤差の範囲 内であり、同定した入力値の精度は高い. また、こ れらの結果より、応答点を6箇所として加振力を同 定した際の結果のほうが、誤差が小さいことが判明 したため、応答点を6箇所として加振力の寄与解析 を行った. Fig.6 に応答点を運転席とした場合の,応 答点を6点とし擬似逆行列を用いて同定した加振力 を根拠に行った寄与率解析の結果を記す. 応答点同 士を近接して設定した場合の誤差の比較表を Table 6に記す. Table 7 は周波数領域における,加振点で ある前後左右の各サスペンションアッパーマウント の応答点である前部右座席に対する寄与率である. また、表は加振シミュレーションによる周波数応答 のピークにおいて、変位の多い順に上位3次のピー クにおける寄与率の数値であり、マーカー部は応答

Table 5 Numerical	comparison of response	Ouantity

に対する寄与の大きい加振点の寄与率である.

Number of Response points	Excitation point Position	Maximum error [%]	Average error [%]	Overall average error [%]
	Front-Right	18.03	0.0046	
4	Front-Left	9.01	0.0023	0.0023
4	Rear-Right	5.50	0.0013	
	Rear-Left	4.13	0.0010	
6	Front-Right	11.88	0.0037	
	Front-Left	5.94	0.0018	0.0010
	Rear-Right	3.63	0.0011	0.0019
	Rear-Left	2.72	0.0008	



Fig.4 Compare Theory and Calculations (4by4)



Fig.5 Compare Theory and Calculations (4by6)

Table 6 Error comparison of close response

Number of Response points	Excitation point Position	Maximum error [%]	Average error [%]	Overall average error [%]
4	Front-Right	19.73	0.0215	
	Front-Left	9.87	0.0107	0.0108
	Rear-Right	6.02	0.0063	
	Rear-Left	4.52	0.0047	
6	Front-Right	6.99	0.0026	
	Front-Left	3.50	0.0013	0.0013
	Rear-Right	2.13	0.0008	
	Rear-Left	1.60	0.0006	



Fig.6 Contribution rate in Front-Right seat

Table 7 Contribution rate in Front-Right seat					
Degree peak		1st	5th	6th	
Frequency [Hz]		50.25	126.70	137.65	
Contribution rate [%]	Front-Right	-1	21	15	
	Front-Left	14	15	13	
	Rear-Right	35	34	37	
	Rear-Left	52	29	34	
the second se					

※負の寄与率は, z 軸方向にて負方向の変位, つま り, 逆位相の振動を示す.

#### 6. 結論

### 6.1 応答点数による加振力の同定精度の比較

本研究において,逆行列法を用いて応答点数に よる加振力の同定精度の比較を応答点4点・6点 それぞれの平均誤差において行ったところ,僅か ながら応答点を6点とし擬似逆行列を用いて同定 した結果のほうが誤差は小さくなった.しかしな がら,応答点を4点として同定した場合でも理論 値と計算値の誤差は全体平均で0.0023%と同定精 度は十分に高い.このことについては,本研究に おいて加振シミュレーションに用いた FEM モデ ルが簡易構造であったことが要因として考えら れ,より複雑なモデルを使用した際には同定精度 の悪化が懸念される.その場合,応答点数を増や して同定精度の確保が必要となる.

逆行列法は精度よく加振力の同定が可能だが, 事前の周波数応答関数の同定に工数が必要であ り,複雑なモデルを用いての加振力の同定におい て精度の悪化が懸念される場合において,応答点 数を増やし擬似逆行列を用いた計算による精度 の確保を行うべきであると考える.

# 6.2 応答点同士が近接している場合の加振力同 定精度

応答点同士を近接して設定した場合,加振力の 同定精度が悪化すると考えられている.本研究に おいて,応答点数を同じ4点として加振シミュレ ーションを行い,加振力を同定した結果,応答点 4点のうち1点を別の応答点に近接させた場合, 同定精度が応答点を床面の前後左右に振り分け た場合に対して500%も悪化した.前項と同じく, 加振シミュレーションに用いているFEMモデル が簡素なため,誤差が0.0108%という極めて良好 な結果が出たが,対象となるモデルが複雑化して いく場合,精度の悪化が懸念される.

そのため、本研究では応答点を前項と同様に 2 箇所追加して精度の比較を行った.その結果,加 振力の同定精度を 0.0013%まで改善し、通常の同 定方法と同レベルの精度を確保することができ た.よって、複雑なモデルにおいて精度の悪化が 懸念される場合、前項と同様に応答点を増やして 対応することが望ましい.

#### 6.3 寄与率解析

応答点6点とし,擬似逆行列を用いての逆行列 法による計算で同定した加振力より寄与率を導 出する事ができた.検算の結果,各要素の全周波 数において寄与率の合計が1となり,導出に成功 したことを確認した.寄与率を算出した結果,各 応答点に対する寄与の大きい加振点の特定,及び, 位相による振動の打ち消している模様が確認で き,実機に応用した場合,効率の良い対策が可能 であると考える.

#### 参考文献

 1)長松昭男,モード解析入門,(1993),コロナ社
 2)福島佑輔,吉村卓也,実稼働データを用いた伝 達寄与分析の検討,日本機械学会,Dynamics and Design Conference 2008,(2008.9)