## 法政大学学術機関リポジトリ

### HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2024-07-28

### 軸力 - ねじりの組合せ応力下におけるき裂成 長挙動に基づく疲労寿命評価法

### 松元, 太朗 / MATSUMOTO, Taroh

(発行年 / Year) 2009-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted) 2009-03-24

(学位名 / Degree Name) 修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor) 法政大学 (Hosei University)

### 2008年度 修士論文

# 軸力-ねじりの組合せ応力下に おけるき裂成長挙動に基づく 疲労寿命評価法

指導教授 大川 功

大学院工学研究科

機械工学専攻修士課程

### 07R1125

マツモト タロウ

松元 太朗

### Estimation of fatigue life based on crack growth behavior under combined axial and torsional stresses

By Matsumoto Taroh

#### Abstract

Fatigue is known to be cause of many mechanical failures. The structure and machine parts are generally subjected to cyclic multiaxial loadings, even if structures are subjected to simple uniaxial loadings. Fatigue structures are considered as dangerous part in multiaxial stress state because of complex shape. In such cases, as fatigue lives of machines under multiaxial stresses were predicted, various criterions were proposed.

First, the methods of yield and strength theory for static loadings were fatigue case was proposed. But, it was necessary to decide material constants. Therefore, this theory didn't accord with various materials. Next, experience theory for combination of stresses was proposed. But, this theory based on fatigue tests, there was no physical ground. Afterward, the theory based on crack initiation and growth was proposed. As fatigue structures were initiated by crack initiation and growth under cyclic loadings, fatigue life was dominated stresses and strains on this crack initiation and growth plane. Thus, theory based on crack initiation and growth is best and high adaptability is considered.

Therefore, criterion for crack initiation and growth behavior was needed. Generally, crack initiation and growth process have demonstrated that crack of  $10 \sim 100 \,\mu$  m develop into a Mode II (shear dominated), otherwise branch into Mode I (tension dominated) crack which leads to final failure.

In this study, prediction method applicable for out-of-phase combined axial and torsional stresses with mean stress was proposed. And fatigue tests of carbon steel, aluminum alloy and stainless steel with prediction method of lifetime were compared.

In result, predicted life under combination of axial and torsional stresses with phase difference and mean stress was available if result of fatigue life tests under axial and torsional stress was known. It was shown that predicted lives by the criterion were well correlated with actual lives for various materials and loading conditions. And, it was found that prediction accuracy of this criterion was higher than other prediction method of life.

### 目次

- 第1章 緒論
  - 1-1 研究背景
    - 1-1-1 静的荷重に対して適用される降伏条件説や強度 理論を組合せ疲労の場合へと拡張したもの
    - 1-1-2 組合せ疲労に対する経験説
    - 1-1-3 き裂の発生と成長に基づく理論
  - 1-2 研究背景
- 第2章 多軸応力下におけるき裂の発生,成長挙動
  - 2-1 多軸応力下におけるき裂の発生、成長挙動
  - 2-2 多軸応力下におけるき裂の発生,成長挙動
- 第3章 疲労寿命評価法
  - 3-1 き裂成長過程を分割して等価応力を求める方法
  - 3-2 き裂成長過程を統合して等価応力を求める方法
  - 3-3 平均応力の影響を考慮した場合の等価応力
- 第4章 き裂発生,成長面上での応力パラメータ
  - 4-1 組合せ荷重下での応力状態
  - 4-2 最大主応力およびせん断応力面の方向
  - 4-3 最大主応力と最大せん断面でのせん断応力と垂直応力

### 第5章 本研究で提案する等価応力の有用性

- 5-1 既存の疲労寿命データと応力条件
- 5-2 寿命予測の求め方
- 5-3 未定係数の決定
- 5-4 寿命の予測精度
- 第6章 結論

参考文献

謝辞

### 第1章 緒論

#### 1-1 研究背景

18世紀,産業革命の時代,技術の飛躍的な進歩ともに大量輸送に用いた蒸気 機関車の車軸の破壊が問題となり,以後の研究でそれが荷重の繰返しが重要な 因子であるとわかった.以来,現在に至るまで様々な疲労破壊に関する研究が 続けられているが,車両,飛行機,橋梁などさまざまな機械において,現在も 疲労破壊が原因の事故が発生している.疲労破壊は現象が複雑なゆえに,厳密 な解析をするには,非常に多くのデータが必要とされる.その一方で,研究者 たちが行った疲労の研究は引張り圧縮,曲げなどの単軸荷重下のものがほとん どであり,これらの単軸のデータをもとにして実機の疲労設計が行われている.

しかしながら,機械部品や構造部材などの実機は多軸荷重が作用する事例が 多く,疲労破壊は応力集中部から発生したき裂の成長により生じるためたとえ 単軸荷重であっても,その形状の複雑さから危険部位は多軸応力状態にあると 考えられる.このような多軸応力下にある実機の疲労寿命を予測するため様々 なものが提案されてきた.<sup>1)-7)</sup>

### 1-1-1 静的荷重に対して適用される降伏条件説や強度理論を組合せ疲労の場合 へと拡張したもの

初期の組合せ疲労理論は、本来、静的荷重に対して適用される降伏条件説や 強度理論を組合せ疲労の場合へと拡張したものである<sup>4)</sup>.現在でも、延性材料に 対しては Von Mises, Tresca の降伏条件が一般的に用いられ、脆性材料や鋳造 金属では Rankine 説が用いられている.

まず, Von Mises 説とは, ひずみエネルギーのうち, 体積変化を伴わない形 状変化, すなわち, せん断変形に関するせん断ひずみエネルギーが材料に固有 なある値 C に達したとき材料は降伏し, 疲労破壊がおこるとしたものであり, 次式で表される.

$$\sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left(\sigma_{x}-\sigma_{y}\right)^{2}+\left(\sigma_{y}-\sigma_{z}\right)^{2}+\left(\sigma_{z}-\sigma_{x}\right)^{2}+6\left(\tau_{xy}^{2}+\tau_{yz}^{2}+\tau_{zx}^{2}\right)\right\}}=C$$
(1-1-1)

ここで、C は材料定数である.この条件を引張りとねじりの組合せ荷重を受ける場合に適用し、材料の表面要素には垂直応力 $\sigma_y$ とせん断応力 $\tau_{xy}$ を生じる.他の応力成分は0である.よって式(1-1-1)より

$$\sqrt{\sigma_{y}^{2} + 3\tau_{zy}^{2}} = C \tag{1-1-2}$$

となるから、 $\sigma_y = \sigma_\tau \tau_{xy} = \tau$ とおき、材料定数 C を疲労限度  $\sigma_w$  から求めると C= $\sigma_w$ となるから、

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = C \tag{1-1-3}$$

が得られる.また純ねじりの場合での疲労限度を $\tau_w$ とすると C= $\sqrt{3}\tau_w$ となるから、Mises 説では、引張り圧縮での疲労限度比は純ねじりの場合の $\sqrt{3}$ 倍になると予測されることになる.

次に, Tresca 説とは, せん断応力の極値のうち, その絶対値の最大のものが 材料に固有なある値に達したとき材料は降伏し, 疲労破壊がおこるとしたもの である. 最大せん断応力が臨界値に達したときに疲労破壊を生じる条件は

$$\tau_{\rm max} = C \tag{1-1-4}$$

と表される. たとえば, 引張り圧縮とねじりの組合せの場合の 0 でない主応力 を用いると式(1-1-4)は

$$\tau_{\max} = \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2} = C \tag{1-1-5}$$

と表される.引張り圧縮の場合の疲労限度 $\sigma_w$ が既知であれば,式(1-1-5)より材料定数 C= $\sigma_w/2$  となる.また,純ねじりの疲労限度 $\tau_w$ が既知ならば C=  $2\tau_w$ となる.したがって, $\sigma_w=2\tau_w$ となり,Tresca 説では引張り圧縮での疲労限度比は純ねじりの場合の2倍になると予測されることになる.

Rankine 説とは、3 つの主応力のうち、その最大のものが材料に固有なある 値に達したとき、破壊が起こるとしたものである. すなわち最大主応力を $\sigma_{max}$ , 材料定数 C とすると破壊の条件は

$$\sigma_{\rm max} = C \tag{1-1-6}$$

と表される.たとえば、引張り圧縮とねじりの組合せの場合、式(1-1-6)は

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2} = C \tag{1-1-7}$$

と表される.引張り圧縮の場合の疲労限度 $\sigma_w$ が既知であれば、材料定数 $C=\sigma_w$ となる.また、純ねじりの疲労限度 $\tau_w$ を用いた場合でも $C=\tau_w$ となる.したがって、Rankine 説では引張り圧縮での疲労限度比は純ねじりの場合と等しくな

る.

しかし、これらの理論では材料定数 C を決定する必要がある.よってあらゆる材料に対して実寿命と当てはまるわけではない.

#### 1-1-2 組合せ疲労に対する経験説

本来静的荷重に対する破壊の条件を疲労に適用しても、材料や負荷条件によっては実際の寿命と合わないことがあるので、あらゆる材料の疲労試験データに基づき、Goughの経験則をはじめとする種々の経験則が提案された.

Gough の経験則とは、さまざまな材料の組合せ同位相の曲げねじり応力下での疲労試験結果から求められる経験式であり、延性材料の平滑試験片では 1/4 だ円説、式(1-1-8)をまた、延性材料の切欠き試験片や脆性材料に対しては、だ円弧説、式(1-1-9)を提案した.

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{w}}\right)^{2} + \left(\frac{\tau}{\tau_{w}}\right)^{2} = 1$$
(1-1-8)

$$\left(\frac{\tau}{\tau_{w}}\right)^{2} + \left(2 - \frac{1}{\varphi'}\right)\frac{\sigma}{\sigma_{w}} + \left(\frac{1}{\varphi'} - 1\right)\left(\frac{\sigma}{\sigma_{w}}\right)^{2} = 1$$
(1-1-9)

ここでφ'は曲げとねじりの疲労限度比を表す.

しかしながら、この理論は疲労試験データに基づくものであり物理的根拠は 必ずしも明確ではない.

#### 1-1-3 き裂の発生と成長に基づく理論

疲労破壊は荷重の繰返しにより発生したき裂の成長により生じることから, 寿命はこのき裂が発生,成長する面上に生じる応力やひずみに支配されるとの 物理的根拠に基づく理論である.近年提案された組合せ疲労の理論は,この考 えに基づくものが多い.よって,上記のことから多軸応力状態でのき裂の発生, 成長挙動に基づく理論<sup>1)</sup>が最適かつ適応性も高いと考えられる.

#### 1-2 研究目的

本研究では、多軸応力での例として軸力とねじりの組合せ荷重下やそれに静 的荷重を加えた場合の疲労き裂の発生、成長挙動を考慮した寿命評価法につい て検討した.また炭素鋼、アルミニウム合金およびステンレス鋼の疲労寿命試 験結果と比較することにより、その有用性を確認した.

### 第2章 き裂の発生,成長挙動

#### 2-1 多軸応力下におけるき裂の発生,成長挙動

部材の疲労破壊は材料表面から発生するき裂の発生および成長によるものが 多く、そのため疲労寿命の整理には材料表面での応力状態を考え、弾性計算に よって得られる公称応力を用いるのが一般的である.材料が繰返し荷重を受け、 疲労破壊に至るまでの過程には、次の3つの段階がある.

- Stage I: すべり面に沿ってせん断型き裂が発生し,数結晶程度の長さまで成 長する過程
- Stage Ⅱ:最大主応力に垂直な方向にき裂が成長する過程.

Stage Ⅲ:破断直前の急速で不安定なき裂成長過程.

一方,表面き裂成長様式には、以下の2つのタイプがある.

Mode I: 引張り型き裂成長過程. 支配因子は最大垂直応力. Mode II: せん断型き裂成長過程. 支配因子は最大せん断応力.

Stage I の成長段階は通常 Mode II であり, Stage II では Mode I と Mode II の両 方の様式がある.しかし,一般的な応力状態においては,単独の Mode で成長 することはまれで,混合 Mode となる場合が多い.

#### 2-2 軸力およびねじりにおけるき裂の発生,成長挙動

図 2-1 は(a)引張り圧縮および(b)純ねじりにおけるき裂発生,成長挙動を表し た模式図 ®である.図中の実線はき裂の発生と,成長段階の境界となる繰返し数 比の変化であり,き裂成長期間はさらに破線により Mode II と Mode I の段階に 分けられる.同一寿命において比較すると,一般に純ねじりのほうが引張り圧 縮よりもき裂の発生時期が早く,かつせん断型のき裂成長が支配的となる.引 張り圧縮とねじりの組合せ応力下におけるき裂成長挙動は,組合せ応力比や応 力間位相差,平均応力の有無に応じて,両負荷の中間的な挙動を示すと考えら れる.



図 2-1 引張り圧縮および純ねじりにおけるき裂発生,成長挙動の模式図

### 第3章 疲労寿命評価法

本章では,第2章で述べた位相差を有する場合や,平均応力を有する場合で の多軸応力下におけるき裂発生,成長に基づく疲労寿命評価法提案する.また, 本研究で求める等価応力は組合せ応力状態を純ねじりに等価した場合であり, 軸力およびねじりの疲労試験結果を用いるものとする.

### 3-1 き裂成長過程を分割して等価応力を求める方法

組合せ応力下における寿命  $N_f$ はき裂発生寿命  $N_{i_j}$  Mode II 成長段階の寿命  $N_{I}$ および Mode I 成長段階の寿命  $N_I$ の和となり全寿命  $N_f$ で無次元化すると

$$\frac{N_{ic}}{N_{f}} + \frac{N_{Ic}}{N_{f}} + \frac{N_{Ic}}{N_{f}} = 1$$
(3-1-1)

となる.また純ねじりの支配応力因子はいずれの段階でもτ<sub>t</sub>となっているので, 組合せ応力状態を純ねじりへと等価するために各段階の寿命比を以下のように 変換した.

$$\frac{N_{ic}}{N_{ii}}\frac{N_{ii}}{N_{f}} + \frac{N_{IIc}}{N_{II}}\frac{N_{II}}{N_{f}} + \frac{N_{IIc}}{N_{II}}\frac{N_{II}}{N_{f}} = 1$$
(3-1-2)

ここで,式(3·1·2)中の添え字 c および t はそれぞれ組合せおよび純ねじりの場合 を示す.このときの各段階の寿命の支配応力因子は図 3·1 に示すように,き裂 の発生から順に,最大せん断応力  $\tau_{max}$ ,最大せん断面上のせん断及び垂直応力 の一次結合  $\tau_{max}$ +k  $\sigma_{n}$ ,最大主応力  $\sigma_{max}$  となり,各段階における寿命とそれぞれ の支配応力因子が反比例すると仮定すると次式が得られる.

$$\frac{N_{ic}}{N_{it}} = \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{t}}\right)^{-\alpha_{i}}$$

$$\frac{N_{\Pi c}}{N_{\Pi t}} = \left(\frac{\tau_{\max} + k\sigma_{\pi}}{\tau_{t}}\right)^{-\alpha_{\Pi}}$$

$$\frac{N_{\Pi c}}{N_{\Pi t}} = \left(\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{t}}\right)^{-\alpha_{\Pi}}$$
(3-1-3)

ここで、kは最大せん断面上の垂直応力が Mode II 成長に寄与する度合いであり、  $\alpha_i$ 、 $\alpha_I$ 、 $\alpha_I$ は各段階での支配応力と寿命を関係づける定数である.

さらに、図 2-1(b)に示した純ねじりでのき裂の発生と伝ばが、全寿命  $N_f$ に対して指数関数的に変化し、かつ  $N_f$ は負荷応力  $\tau_t$ のべき乗に依存するとみなすと、つぎのような関係が得られる.

$$\frac{N_{it}}{N_{f}} = 1 - \exp[-A_{1}\tau_{1}^{-\beta_{1}}]$$

$$\frac{N_{It}}{N_{f}} = \exp[-A_{1}\tau_{1}^{-\beta_{1}}]\exp[-A_{2}\tau_{1}^{-\beta_{2}}]$$

$$\frac{N_{It}}{N_{f}} = \exp[-A_{1}\tau_{1}^{-\beta_{1}}]\{1 - \exp[-A_{2}\tau_{1}^{-\beta_{2}}]\}$$
(3-1-4)

ここで,式(3-1-4)中の $A_1$ , $A_2$ , $\beta_1$ および $\beta_2$ は定数である.

式(3-1-3)と(3-1-4)を式(3-1-2)に代入して解けば、き裂の発生、成長挙動に基づく等価せん断応力が求まる.たとえば、き裂発生、成長の各段階において、式(3-1-3)、式(3-1-4)の定数の値は変化しない.すなわち A=A<sub>1</sub>=A<sub>2</sub>および $\alpha = \alpha_i = \alpha_i = \alpha_i = \beta_1 = \beta_2$ とした場合の等価応力は次式により与えられる.

$$\tau_{eq1} = \left(\frac{-c_{2} \pm \sqrt{c_{2}^{2} - 4c_{1}c_{3}}}{2c_{1}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$c_{1} = (\tau_{max} + k\sigma_{n})^{-\alpha}$$

$$c_{2} = A \{\tau_{max}^{-\alpha} - 2(\tau_{max}^{-\alpha} + k\sigma_{n})^{-\alpha} + \sigma_{max}^{-\alpha}\} - 1$$

$$c_{3} = A^{2} \{(\tau_{max}^{-\alpha} + k\sigma_{n})^{-\alpha} - A\sigma_{max}^{-\alpha}\}$$
(3-1-5)

ここで未定の定数 A, k, αが含まれるが, αとkの値を定め, 引張り圧縮及 びねじり単独負荷の場合の S-N線図のデータを用いると A を以下のように算出 できる.

$$A = \left(\frac{-d_{2} \pm \sqrt{d_{2}^{2} - 4d_{1}d_{3}}}{2d_{1}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$
$$d_{1} = \left\{\left(\frac{1+k}{2}\right)^{-\alpha} - 1\right\}\tau_{i}^{-\alpha}U^{\alpha}$$
$$d_{2} = \left\{2^{\alpha} - 2\left(\frac{1+k}{2}\right)^{-\alpha} + 1\right\}U^{\alpha}$$

$$d_{3} = \left\{ \left(\frac{1+k}{2}\right)^{-\alpha} - 1 \right\} \tau_{t}^{\alpha}$$

(3-1-6)

ここで、式(3-1-6)では、疲労限度比のみならず、他の時間強度比でも適用できるため U は引張り圧縮及びねじりにおける時間強度比 U=  $\tau_t/\sigma_p$  である.



(a)最大せん断面上での応力



(b)最大主応力面上での応力

図 3-1 き裂発生,成長過程での支配応力因子パラメータ

### 3-2 き裂成長過程を統合して等価応力を求める方法

き裂成長過程での Mode I 成長と Mode II 成長を統合して、より簡略した式 (3-1-5)に代わる等価応力を導出する方法を考えた.まず、式(3-1-1)において Mode II 成長段階の寿命  $N_{II}$ および Mode I 成長段階の寿命  $N_{II}$ の和を  $N_{p}$ とする と式(3-1-2)は以下のようになる

$$\frac{N_{ic}}{N_{ii}}\frac{N_{ii}}{N_{f}} + \frac{N_{IIc}}{N_{p}}\frac{N_{p}}{N_{f}} + \frac{N_{IIc}}{N_{p}}\frac{N_{p}}{N_{f}} = 1$$
(3-2-1)

式(3-1-3)で示した各き裂発生,成長段階における純ねじりと組合せの寿命比な らびに,式(3-1-4)で示した各段階での純ねじりの寿命と全寿命との比はき裂成 長を統合したことにより以下のように変更した.

$$\frac{N_{ic}}{N_{it}} = \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{i}}\right)^{-\alpha_{i}}$$

$$\frac{N_{Ic}}{N_{p}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau_{\max} + k\sigma_{n}}{\tau_{i}}\right)^{-\alpha_{I}}$$

$$\frac{N_{Ic}}{N_{I_{t}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{i}}\right)^{-\alpha_{I}}$$

$$\frac{N_{it}}{N_{f}} = 1 - \exp[-B\tau_{i}^{-\beta_{3}}]$$

$$\frac{N_{p}}{N_{f}} = \exp[-B\tau_{i}^{-\beta_{3}}]$$
(3-2-3)

ここで、Bおよび $\beta_3$ は定数であり式(3-1-5)を導出する際と同様に定数の値は各成長段階によらず一定とした.よって、式(3-2-2)と(3-2-3)を式(3-2-1)に代入して $\tau_t$ について解けば、き裂の発生と1つに統合した成長挙動に基づく等価せん断応力が求まり、次式のように与えられる.

$$\tau_{eq2} = \left(\frac{2 + B\left\{-2\tau_{max}^{-\alpha} + (\tau_{max} + k\sigma_{n})^{-\alpha} + \sigma_{max}^{-\alpha}\right\}}{(\tau_{max} + k\sigma_{n})^{-\alpha} + \sigma_{max}^{-\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$
(3-2-4)

ここで B は式(5)中のA と同様な考え方で導出すると以下のようになる.

$$B = \frac{\left\{ \left(\frac{1+k}{2}\sigma_{p}\right)^{-\alpha} + \sigma_{p}^{-\alpha} \right\} \tau_{i}^{\alpha} - 2}{\left(\frac{1+k}{2}\sigma_{p}\right)^{-\alpha} + \sigma_{p}^{-\alpha} - 2\left(\frac{\sigma_{p}}{2}\right)^{-\alpha}}$$
(3-2-5)

### 3-3 平均応力の影響を考慮した場合の等価応力

次に、平均応力を有する場合の評価法について考えた.この場合、寿命に及ぼす影響を図3-3-1および図3-3-2に示すGoodman線図で評価する場合が多い.これは、平均応力の値が増加するにつれて応力振幅が減少する関係を示す.式(3-3-1)は平均応力を考慮した等価応力式である.この式は式(3-1-5)よりも容易に求められる式(3-2-4)中の $\tau$  maxはせん断の場合、 $\sigma$ nの場合は引張り圧縮および $\sigma$  maxは両負荷のGoodman線図の関係を加えたものであり、平均応力が付加されない場合は式(3-2-4)に一致する.

$$\tau_{eq} = \left(\frac{2(1 - C\tau_{max}^{-\alpha}) + C(e_1 + e_2)}{e_1 + e_2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$e_1 = \left[\left\{\tau_{max} + \tau_w(-\tau_m / \tau_B)\right\} + k\left\{\sigma_n + \sigma_w(-\sigma_m / \sigma_B)\right\}\right]^{-\alpha}$$

$$e_2 = \left[\sigma_{max} + \sigma_w(-\sigma_m / \sigma_B) + \tau_w(-\tau_m / \tau_B)\right]^{-\alpha}$$
(3-3-1)

ここで $\sigma_w$ ,  $\tau_w \ge \sigma_B$ ,  $\tau_B$ および $\sigma_m$ ,  $\tau_m$ はそれぞれ引張りおよびねじりの 疲労限度, 平均応力, 最大強さを示す. また, 定数 C は以下のように示される.

$$C = \frac{2 - \left(f_{1}^{-\alpha} + f_{2}^{-\alpha}\right)\tau_{r}^{\alpha}}{2\left(\frac{\sigma_{p}}{2}\right)^{-\alpha}\left(f_{1}^{-\alpha} + f_{2}^{-\alpha}\right)}$$

$$f_{1} = \left[\left\{\frac{\sigma_{p}}{2} + \tau_{w}\left(-\tau_{m}/\tau_{B}\right)\right\} + k\left\{\frac{\sigma_{p}}{2} + \sigma_{w}\left(-\sigma_{m}/\sigma_{B}\right)\right\}\right]^{-\alpha}$$

$$f_{2} = \left[\sigma_{p} + \tau_{w}\left(-\tau_{m}/\tau_{B}\right) + \sigma_{w}\left(-\sigma_{m}/\sigma_{B}\right)\right]^{-\alpha}$$
(3-3-2)



図 3-3-1 垂直応力振幅  $\sigma_a$  と平均応力  $\sigma_m$  との関係



図 3-3-2 せん断応力振幅  $\sigma_a$  と平均応力  $\sigma_m$  との関係

### 第4章 き裂発生,成長面上での応力パラメータ

本章では、軸力およびねじりの組合せ荷重下において、き裂発生、成長面上 での最大せん断応力  $\tau$  max,最大せん断面上の垂直応力  $\sigma$  n,最大主応力  $\sigma$  max を求める.

### 4-1 組合せ荷重下での応力状態

図 4-1-1 に示す試験片において軸方向の荷重と周方向のトルクが応力間位相差  $\phi$ をもって作用する場合,その平行部表面 abcd には次式に示す垂直応力 $\sigma$ (t) およびせん断応力 $\tau$ (t)を生じるものとする.

$$\sigma(t) = \sigma_a \sin \omega t$$

$$\tau(t) = \tau_a \sin(\omega t + \phi)$$
(4-1-1)
ここで,
o a, \tau a : 軸応力およびせん断応力振幅
$$\phi \qquad : 応力間位相差$$

$$\omega \qquad : 角速度$$
t : 時間

である.このとき、図 4-1-2 に示す試験片の表面要素 abcd の軸方向から $\theta$  傾いた法線をもつ面上に生じるせん断応力 $\tau$ ns(t)と垂直応力 $\sigma$ n(t)は次式により導出される.

$$\tau_{ns}(t) = -\frac{1}{2}\sigma(t)\sin 2\theta + \tau(t)\cos 2\theta$$
$$= \frac{\sigma_{a}}{2} [(2\lambda\cos 2\theta\cos\phi - \sin 2\theta)\sin\omega t - (2\lambda\cos 2\theta\sin\phi)\cos\omega t]$$

$$\sigma_{n}(t) = \sigma(t) \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + \tau(t) \sin 2\theta$$
$$= \frac{\sigma_{n}}{2} \left[ (1 + \cos 2\theta + 2\lambda \sin 2\theta \cos \phi) \sin \omega t - (2\lambda \sin 2\theta \sin \phi) \cos \omega t \right] \qquad (4-1-2)$$

ここでは
$$\lambda = rac{ au_a}{\sigma_a}$$
 :組合せ応力比

である.

また,後の解析を容易にするために式(4-1-1)中の $\sin \omega t$ および $\cos \omega t$ を合成し 軸応力 $\sigma a$ で無次元化すると

$$\frac{2\tau_{ns}(t)}{\sigma_{a}} = A_{s}\sin(\omega t + \alpha_{s})$$

$$\frac{2\sigma_{n}(t)}{\sigma_{a}} = A_{n}\sin(\omega t + \alpha_{n})$$
(4-1-3)

$$A_{s} = \sqrt{(2\lambda\cos 2\theta\cos\phi - \sin 2\theta)^{2} + (2\lambda\cos 2\theta\sin\phi)^{2}}$$
$$A_{n} = \sqrt{(1 + \cos 2\theta + 2\lambda\sin 2\theta\cos\phi)^{2} + (2\lambda\sin 2\theta\sin\phi)^{2}}$$
(4-1-4)

となる.式(4-1-3)中のαsおよびαnは位相角であり次式により表される.

$$\tan \alpha_{s} = \frac{-2\lambda \cos 2\theta \sin \phi}{2\lambda \cos 2\theta \cos \phi - \sin 2\theta}$$

$$\tan \alpha_{n} = \frac{-2\lambda \sin 2\theta \sin \phi}{1 + \cos 2\theta + 2\lambda \sin 2\theta \cos \phi}$$
(4-1-5)

 $A_s$ および $A_n$ は組合せ応力比 $\lambda$ ,応力間位相差 $\phi$ およびせん断面方向 $\theta$ によって変化する.



図 4-1-1 軸方向荷重と周方向トルクの組合せ荷重



図 4-1-2 表面要素の応力状態

#### 4-2 最大主応力およびせん断応力面の方向

まず,最大主応力面の方向は式(4-1-4)における  $A_n$ の式を 2 $\theta$  で偏微分することにより求めることができる.

$$\frac{\partial \left(A_{n}^{2}\right)}{\partial (2\theta)} = 0 \tag{4-2-1}$$

 $0^{\circ} \leq \theta < 180^{\circ}$ の範囲内で 4 つの極値が求められ,一組が最大主応力面の方向 を、もう一組が最小主応力の方向を示し、最大主応力面の方向を $\theta$  n とした.

次に,最大せん断応力面の方向は式(4-1-4)における  $A_s$ の式を 2  $\theta$  で偏微分することにより求めることができる.

$$\frac{\partial \left(A_{s}^{2}\right)}{\partial (2\theta)} = 0 \tag{4-2-2}$$

さらに, θについて解くと

$$\tan 4\theta = \frac{4\lambda\cos\phi}{1-4\lambda^2} \tag{4-2-3}$$

最大主応力面を求める場合と同様に、 $0^{\circ} \leq \theta < 180^{\circ}$ の範囲内で4つの極値が 求められ、一組が最大せん断応力面の方向を、もう一組が最小せん断応力の方 向を示し、最大主応力面の方向を $\theta_s$ とした.ただし、式(4·2·3)より、 $\lambda$ =0.5、  $\phi$ =90°の場合 As=1 というせん断応力面方向によらず一定値をとる特殊な場合 である.図 4-2-1 および図 4-2-2 は主応力およびせん断応力面の方向による応力 振幅の変化を示す.図の2つの曲線は、赤線が主応力振幅 An、青線がせん断応 力振幅 Asを表す.



 $\theta \; [deg]$ 





応力状態図(λ=0.5, φ=90°) 🗵 4-2-2

### 4-3 最大主応力と最大せん断面でのせん断応力と垂直応力

最大せん断応力面上に作用するせん断応力振幅 As および垂直応力振幅 An の時間的変化は次式により表される.

$$\frac{2\tau_{ns}(t)}{\sigma_{a}} = A_{s} \sin(\omega t + \alpha_{s})$$

$$\frac{2\sigma_{n}(t)}{\sigma_{a}} = A_{n} \sin(\omega t + \alpha_{n})$$

$$(4-3-2)$$

式(4-3-1),(4-3-2)において, 主応力およびせん断応力振幅が最大になるのは sin(ωt+αs), sin(ωt+αn)が1のときである.

よって,最大主応力は式(4-2-1)より求めた最大主応力面の方向を θ n をと最大せん断面でのせん断応力と垂直応力は最大主応力面の方向 θ s を式(4-1-4)に代入し,式(4-3-1),(4-3-2)に適用すると次式のようになる.

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma \sqrt{\left(1 + \cos 2\theta_n + 2\lambda \sin \theta_n \cos \phi\right)^2 + \left(2\lambda \sin 2\theta_n \sin \phi\right)^2}}{2}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma \sqrt{\left(2\lambda \cos 2\theta_s \cos \phi - \sin 2\theta_s\right)^2 + \left(-2\lambda \cos 2\theta_s \sin \phi\right)^2}}{2}$$

$$\sigma_n = \frac{\sigma \sqrt{\left(1 + \cos 2\theta_s + 2\lambda \sin \theta_s \cos \phi\right)^2 + \left(2\lambda \sin 2\theta_s \sin \phi\right)^2}}{2}$$
(4-3-3)

### 第5章 本研究で提案する等価応力の有用性

本章では,第3章で求めた等価応力から予測寿命を算出し,疲労寿命試験結果と比較して,寿命評価法の有用性を確認した.

### 5-1 既存の疲労寿命データと応力条件

本研究では,過去に当研究室で行われた疲労試験結果と対比した.供試材は機 械構造用炭素鋼 S45C,キルド低炭素鋼 CH10A,アルミニウム合金 A6N01-T5, オーステナイト系ステンレス鋼 SUS316L である.各材料の化学成分および機械 的性質は表 5-1-1から表 5-1-4 に示す.表 5-1-5 および表 5-1-6 は S45C, CH10A, A6N01-T5 の応力条件を示し,SUS316L の場合は,軸力およびねじりとねじり に静的引張り,または静的ねじりを加えた場合の4 種類であり,静的引張りの 場合はねじりとの応力比を $\sigma$  m/ $\tau$  a=1 とし,静的ねじりの場合は $\tau$  m=100MPa で固定とした試験片形状は図 5-1-1,図 5-1-2 に示す.

Material	S45C							
Chemical	Si	С	Mn	Cu	S	Ni		
	0.18	0.45	0.67	0.06	0.012	0.05		
composition «	Cr	Р						
70	0.12	0.027						
Heat treatment	850°C 1hr FC FC:Furnace Cooling in Vacuum							
Mechanical properties	Yield stress in tension			Мра	3	71		
	Tensile strength			MPa	591			
	Elongation			%	30	).5		

表 5-1-1 化学成分および機械的性質(S45C)

表 5-1-2 化学成分および機械的性質(CH10A)

Material	CH10A					
Chemical composition %	Si	С	Mn	Р	S	Al
	0.01	0.12	0.35	0.20	0.015	0.025
Heat treatment	920°C 1hFC, 710°C 4hFC, 550°C 4hFC, 400°C 8hFC, 300°C 8hFC, 200°C 12hFC, 100°C 24hFC, FC:Furnace Cooling in Vacuum					
Maghanigal	Yield stress in tension			Мра	2	52
proportion	Tensile st	Tensile strength			3	28
properties	Elongation			%	4	-6

表 5-1-3 化学成分および機械的性質(A6N01-T5)

Material	A6N01-T5						
	Si	С	Mn		Cu Mg		AI
Chemical composition %	0.40~0.90	below 0.35	below	0.35	below 0.35	0.40~0.80	bal.
	Cr	Zn	Othe	er			
	below 0.30	below 0.25	below	0.15			
Mechanical Properties	Yield stress in tension				Мра	24	45
	Tensile str			MPa	302		
	Elongation				%	2	1

表 5-1-4 化学成分および機械的性質(SUS316L)

Material	SUS316L					
Chemical composition %	Si	С	Mn	M0	S	Ni
	0.23	0.01	1.82	2	0.01	12
	Cr	Р				
	16.8	0.03				
Mechanical properties	Yield stress in tension			Мра	2	20
	Tensile strength			MPa	534	
	Elongation			%	5	58

$\lambda = \tau_a / \sigma_a$	$\phi$ [deg]	
0	0	
0.5	0	
0.5	90	
2	0	
2	90	
$\infty$	0	

表 5-1-5 応力条件(S45C, A6N01-T5)

$\lambda = \tau_a / \sigma_a$	$\phi$ [deg]
0	0
1 / [7	0
1/ √ 3	90
Гa	0
<del>ک</del> ک	90
8	0



図 5-1-1 試験片形状(S45C,CH10A,A6N01-T5)



図 5-1-2 試験片形状(SUS316L)

#### 5-2 予測寿命の求め方

図 5-1 は一例として、キルド低炭素鋼 CH10A において純ねじりでの S-N 線 図である.図 5-1 が両対数上で直線になると仮定し、最小二乗法により回帰線 を求めた.回帰線は次式で示される.

 $\tau_a = HN_f^n$ 

(5 - 1 - 1)

ここで,各材料の係数 H,n は表 5-2-1 に示す.図 5-1 を基礎データとして用い, 第3章で求めた等価応力に対応する寿命を求める.すなわち,等価応力は組合 せ応力をこれと等価な純ねじりでの応力に換算したものであるから,この応力 を S-N 線図に当てはめて寿命を求めればよい.よって予測寿命 N<sub>a</sub>は次式で与え られる.

$$N_{a} = \left(\frac{\tau_{eq}}{H}\right)^{1/n} \tag{5-1-2}$$



Number of cycles to failure  $$N_{\rm f}$$ 

図 5-2 S-N 線図(CH10A)

表 5-2-2 各材料における係数 H, n の値

Material	Н	n	
S45C	587.14	-0.096531	
CH10A	311.54	-0.087661	
A6N01-T5	467.81	-0.12104	
SUS136L	353.57	-0.056799	

#### 5-3 未定係数の決定

第3章で導出した等価応力を求めるために、未定係数を決定する.まず、等価応力式(3·1·5)、式(3·2·4)、式(3·3·2)中の定数 k は、最大せん断面上の垂直応力が Mode II 成長に寄与する度合を表し、本研究では、寄与する度合いは半分程度と考え、材料、負荷条件によらず 0.5 とした.また、定数 k は 0~1 の範囲である.負荷応力と各段階での寿命を関係づける指数  $\alpha$  は、S·N 線図の回帰線の傾きが  $1/\alpha \cong 0.1$  前後の値になると考えられることから、ここでは  $\alpha = 10$  とした. さらに等価応力式中の定数 A、B、C は、各材料の軸力とねじりの疲労限度比のデータを用いて決定した.また、表 5·3·1 に各材料における定数 A、B、C と疲労限度比  $\phi$  の値を示す.

表 5-3-1 各材料における定数 A, B, C および疲労限度比 φ の値

Material	А	В	С	$\psi = \tau_w / \sigma_w$
S45C	$8.56 \times 10^{18}$	$9.93 \times 10^{19}$	_	0.723
CH10A	$3.50 \times 10^{16}$	5.31 × 10 <sup>15</sup>	_	0.714
A6N01-T5	$3.81 \times 10^{16}$	$7.94 \times 10^{16}$	_	0.823
SUS136L	_	_	9.23 × 10 <sup>15</sup>	0.645

#### 5-4 寿命の予測精度

第3章で提案した等価応力式より求めた予測寿命と,実寿命を比較した.ま ず,図5-4-1はS45C,CH10A,A6N01-T5材において,の場合である.図5-4-1 は,等価応力式(3-1-5)の等価応力を用いて評価したものであり,S45CとCH10A は組合せ同位相の場合は係数3の範囲内に収まるが,位相差を有する場合は安 全側に評価される.しかし,A6N01-T5材においては組合せ同位相の場合もや や安全側に評価された.これは,A6N01-T5のき裂の成長が炭素鋼と傾向が異 なり,せん断型き裂が支配的で,き裂の発生が遅れて表れることが影響してい るものと考えられる.図5-4-2は等価応力式(3-2-4)の等価応力を用いて評価した ものである.図5-4-1と比較すると,各材料とも位相差を含む組合せ応力比が1 よりも大きい場合は係数3の範囲に収まるが,ほぼ同様な結果が得られ,き裂 成長過程を統合し等価応力式を簡略化した場合でも適用できることがわかった.

次に、等価応力式中の未定係数を変化させた場合を考える. 図 5-4-3 および図 5-4-4 は式(3-1-5)と式(3-2-4)の等価応力を簡便に求めるため、指数  $\alpha$  を 1 とした 場合である. 各材料ともに、図 5-4-1 および図 5-4-2 と比較すると予測精度は向 上した. 図 5-4-5 および図 5-4-6 は式(3-1-5)、式(3-2-4)中の定数 A、B を決定す るのに軸力とねじりの 10<sup>6</sup>回の時間強度比を用いた場合である. 図 5-4-1 および 図 5-4-2 と比較すると、各材料ともにほぼ同様な結果が得られ、寿命予測は時間 強度比に鈍感であることがわかった. 図 5-4-7 から図 5-4-9 は各材料において式 (3-2-4)の定数 kの値を変化させたものであり、各材料ともに k の値が増加する につれ、安全側に評価された. S45C において、定数 kの値が小さい場合危険側 に評価されるため、定数 k の値は 0.5 程度の値が妥当であると考えられる.また、式(3-1-5)の場合でも同じ傾向であった.

図 5-4-10 は第 1 章で述べた他の寿命評価法の一例として,各材料において Mises の等価応力を用いて寿命予測を行ったものである.いずれの場合も本研 究で提案したき裂の発生,成長挙動に基づいた寿命評価法のほうが予測精度が 高いことがわかる.

図 5-4-11 は SUS316L において平均応力を考慮した場合である. 図 5-4-11(a) は式(3-3-1)において指数  $\alpha$  =10 としたものであり, すべての応力条件において 寿命予測はほぼ係数 3 の範囲に収まった. 図 5-4-11 は  $\alpha$  =1 の場合であるが, 純ねじりに静的ねじりが負荷された場合は安全側に評価された. これは平均応 力が付加されない場合, すなわち, S45C, CH10A, A6N01 を用いた場合, 予 測寿命は指数  $\alpha$  に鈍感であったが, 平均応力が負荷されることより, 指数  $\alpha$  の 値を変化させると、き裂発生、成長割合も変化するものと考えられる.





図 5-4-1 予測寿命と実寿命の比較(式(3-1-5), α=10, 時間強度比 107回)





図 5-4-2 予測寿命と実寿命の比較(式(3-2-4), α=10,時間強度比 107回)





図 5-4-3 予測寿命と実寿命の比較(式(3-1-5), α=1,時間強度比 107回)





図 5-4-4 予測寿命と実寿命の比較(式(3-2-4), α=1,時間強度比 107回)





図 5-4-5 予測寿命と実寿命の比較(式(3-1-5), α=10,時間強度比 106回)





図 5-3-6 予測寿命と実寿命の比較(式(3-2-4), α=10,時間強度比 106回)





図 5-4-7 予測寿命と実寿命の比較(S45C, kの変化)





図 5-4-8 予測寿命と実寿命の比較(CH10A, kの変化)





図 5-4-9 予測寿命と実寿命の比較(A6N01-T5, kの変化)

![](_page_42_Figure_0.jpeg)

![](_page_42_Figure_1.jpeg)

図 5-4-10 各材における予測寿命と実寿命の比較(Mises)

![](_page_43_Figure_0.jpeg)

図 5-4-11 予測寿命と実寿命の比較(SUS316L)

### 第6章 結論

実機の疲労破壊は、多軸応力下でのき裂の発生、成長に基づくものであるという観点から、き裂の発生、成長挙動に基づいて導出した等価応力を提案した. この寿命評価式は、軸力とねじりの寿命試験結果が既知であれば、各組合せ応 力下をこれと等価な純ねじりでの応力に換算することができ、位相差および平 均応力を有する軸力とねじりの組合せ荷重下での疲労寿命予測に用いることが できた.この寿命評価式を用いて各種材料、負荷条件における予測寿命を求め、 実寿命と比較したところ、各材料の性質が異なり、多少の傾向は異なるが、ほ ぼ係数3の範囲に収まり、十分な予測精度を有することが示された.また、等 価応力式中の未定係数の変化を調べたところ、位相差を有する軸力とねじりの 組合せ応力下の場合は各材料ともに同じ傾向であった.さらに、Mises 説をは じめとする既存の寿命評価法よりも、良好な予測寿命が得られた.

### 参考文献

- 1) M. W. and D. E. Buckthorpe, Biaxial and Multiaxial Fatigue, EGF3, pp. 499-510 (1989)
- 2) S.B.Lee, ASTM STP 853, 553(1985)
- 3) R.M.Andrews et al., Biaxial and Multiaxial Fatigue, p.641(1989)
- 4) 大川 功 他, 材料,40,1459,(1991)
- 5) 平 修二 他、日本機械学会論文集,34,255(1968)
- 6) Soon-Bok Lee ,Biaxtial and Multiaxial Fatigue,p.621(1989)
- 7) Ali Fatemi and Darrell F. Socie, Fatiuge Fract. Engng.Mater.Struct pp149-165 (1988)
- 8) D. F. Socie, Advances in Multiaxial fatigue, ASTM STP 1191, pp.36 (1993)

### 学会発表

軸力・ねじりの組合せ応力下におけるき裂成長挙動に基づく疲労寿命評価法 第52回日本学術会議材料工学連合講演会 2008年10月 京都府

### 軸力-ねじりの組合せ応力下におけるき裂成長挙動 に基づく疲労寿命評価法

法政大学[院] 〇松元太朗 法政大学 大川功 Estimation of Fatigue Life Based on Crack Growth Behavior under Combined Axial and Torsional Stresses

Taroh MATSUMOTO and Isao OHKAWA

#### 1. 緒論

機械や構造部材には多軸荷重が作用する事例が多く,疲労 破壊は応力集中部から発生したき裂の成長により生じるため 単軸荷重であっても,その形状の複雑さから危険部位は多軸 応力下状態にあると考えられる.実機の疲労寿命を予測する ため,静的降伏,強度理論や経験説など,様々な疲労理論が 提案されてきた.しかし,上記のことから多軸応力状態での き裂の発生,成長挙動に基づく理論<sup>1)</sup>が最適かつ適応性も高 いと考えられる

そこで本研究では、軸力とねじりの組合せ荷重下における 疲労き裂の発生、成長挙動を考慮した寿命評価法について検 討した.また炭素鋼とアルミニウム合金の疲労寿命試験結果 と比較することにより、その有用性を確認した.

### 2. き裂の発生,成長挙動に基づく寿命評価法 2・1 き裂の発生,成長挙動

図1は(a)引張り圧縮および(b)純ねじりにおけるき裂発生, 成長挙動を表した模式図<sup>20</sup>である.図中の実線はき裂の発生 と,成長段階の境界となる繰返し数比の変化であり,き裂成 長期間はさらに破線により Mode II と Mode I のき裂成長段階 に分けられる.同一寿命において比較すると,一般的に純ね じりのほうが引張り圧縮よりもき裂の発生時期が早く,かつ せん断型のき裂成長が支配的となる.引張り圧縮と純ねじり の組合せ応力下におけるき裂成長挙動は,組合せ応力比に応 じて,両負荷の中間的な挙動を示すと考えられる.

![](_page_46_Figure_8.jpeg)

Fig. 1 Schematic representation of cracking behavior in push-pull loading and pure torsion.

#### 2・2 疲労寿命評価法

前述のように、組合せ荷重下においても適応可能であると 考えた.また、全寿命 $N_f$ はき裂の発生寿命 $N_i$ , Mode II 成 長段階の寿命 $N_{II}$ および Mode I 成長段階の寿命 $N_{II}$ の和とな るが、これらを同一寿命における純ねじりでの各段階の寿命 と関連づけると

$$\frac{N_{ic}}{N_{f}} + \frac{N_{\Pi c}}{N_{f}} + \frac{N_{\Pi c}}{N_{f}} \\
= \frac{N_{ic}}{N_{it}} \frac{N_{it}}{N_{f}} + \frac{N_{\Pi c}}{N_{\Pi t}} \frac{N_{\Pi t}}{N_{f}} + \frac{N_{\Pi c}}{N_{It}} \frac{N_{\Pi t}}{N_{f}} = 1$$
(1)

ここで式(1)中の添え字cおよびtはそれぞれ組合せおよび純ねじりの場合を表す. き裂の発生寿命 $N_i$ は最大せん断応力 $\tau_{max}$ のべき乗 $\alpha_i$ に反比例すると仮定する. また,せん断型のき裂成長における寿命 $N_{II}$ は最大せん断面上でのせん断応力 $\tau_{max}$ と垂直応力 $\sigma_n$ に支配され,これらの和のべき乗 $\alpha_{II}$ に反比例すると仮定する. さらに Mode I 成長の寿命 $N_1$ も同様に,最大主応力 $\sigma_{max}$ のべき乗 $\alpha_I$ に反比例するならば,つぎの関係が得られる.

$$\frac{N_{ic}}{N_{it}} = \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_t}\right)^{-\alpha_i} \\
\frac{N_{\Pi c}}{N_{\Pi t}} = \left(\frac{\tau_{\max} + k\sigma_n}{\tau_t}\right)^{-\alpha_{\Pi}} \\
\frac{N_{\Gamma c}}{N_{\Gamma t}} = \left(\frac{\sigma_{\max}}{\tau_t}\right)^{-\alpha_{\Gamma}}$$
(2)

ここで、 $\tau_i$ は純ねじりにおける負荷応力、kは材料定数である.また、式(1)中の純ねじりにおける各段階での寿命比は、図 1(b)に示すように、いずれも全寿命 $N_f$ に対して指数関数的に変化し、かつ $N_f$ は負荷応力 $\tau_i$ のべき乗に依存するとみなすと、つぎのような関係が得られる.

$$\frac{N_{it}}{N_f} = 1 - \exp[-A_1 \tau_1^{-\beta_1}]$$

$$\frac{N_{II_t}}{N_f} = \exp[-A_1 \tau_t^{-\beta_1}] \exp[-A_2 \tau_t^{-\beta_2}]$$

$$\frac{N_{I_t}}{N_f} = \exp[-A_1 \tau_1^{-\beta_1}] \{1 - \exp[-A_2 \tau_1^{-\beta_2}]\}$$
(3)

ここで、式(3)中の $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\beta_1$ および $\beta_2$ は定数である.

式(2) と(3) を式(1) に代入して $\tau_i$  について解けば, き裂の 発生,成長挙動に基づく等価せん断応力 $\tau_{eq}$ が求まる. たとえ ば,  $A = A_1 = A_2$ および $\alpha = \alpha_i = \alpha_1 = \beta_1 = \beta_2$ とした場合 の等価応力は次式により与えられる.

$$\tau_{eq} = \left(\frac{-c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 4c_1c_3}}{2c_1}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$c_1 = (\tau_{\max} + k\sigma_n)^{-\alpha}$$

$$c_2 = A \left\{ \tau_{\max}^{-\alpha} - 2(\tau_{\max} + k\sigma_n)^{-\alpha} + \sigma_{\max}^{-\alpha} \right\} - 1$$

$$c_3 = A^2 \left\{ (\tau_{\max} + k\sigma_n)^{-\alpha} - A\sigma_{\max}^{-\alpha} \right\}$$
(4)

式(4)中には未定の定数A,  $\alpha$  およびk が含まれるが,  $\alpha \geq k$ の値をあらかじめ定め, 式(1)を引張り圧縮と純ねじりの場合に適用すると、定数Aはその疲労限度比 $\tau_t/\sigma_p$ により決定される.

#### 3. 等価応力の組合せ同位相の場合への適用

式(4)の有用性を確認するため、3種類の材料について予測 寿命を算出し、実寿命と対比した.供試材は機械構造用炭素 鋼 S45C、キルド低炭素鋼 CH10A およびアルミニウム合金 A6N01-T5 の薄肉中空試験片で、軸力、ねじりおよび組合せ同 位相の負荷形式を対象とした.式(4)中の定数kは最大せん断 面上の垂直応力が Mode II 成長に寄与する度合を表し、寿命予 測においてはk = 0.5 とした.また指数 $\alpha$  は本来、負荷応力 と各段階での寿命を関係づけるものであり、 $1/\alpha \cong 0.1$ 前後の 値になると考えられるから、ここでは $\alpha = 10$  とした.さらに 定数Aは、比較的容易に得られる軸力とねじりの疲労限度比 のデータを用いて決定した. 各材の寿命予測の結果を図2(a)~(c)に示す. S45C では寿 命予測はほぼ係数3の範囲に収まるが,他の材料では特に組 合せの結果がやや安全側に評価される.図2(d)はS45C の寿 命予測において指数αを1とした場合であるが,(a)の場合 との対比から明らかなように,寿命予測はαの値には鈍感で ある.また,図2(e)は定数Aを決定するのに軸力とねじりの 10<sup>5</sup>回の時間強度比を用いた場合の例であるが,このように全 寿命における平均的な時間強度比の値を用いると,寿命の予 測精度はさらに向上することがわかる.いずれの場合も図 2(f)に示す Mises の等価応力を用いるよりも予測精度は高い. なお,本研究で提案する等価応力式(4)は同様な手法により, 位相差を有する組合せ負荷に対しても適用可能であると考え られる.

#### 4.結論

実機の疲労破壊は、多軸応力下でのき裂の発生、成長に基 づくものであるという観点から、き裂の成長挙動に基づいて 導出した等価応力を提案した.この寿命評価式を軸力とねじ りの組合せ同位相負荷の場合に適用したところ、良好な寿命 予測結果が得られることが示された.

#### 参考文献

- M. W. and D. E. Buckthorpe, Biaxial and Multiaxial Fatigue, EGF3, pp. 499-510 (1989)
- D. F. Socie, Advances in Multiaxial fatigue, ASTM STP 1191, pp. 7-36 (1993)

![](_page_47_Figure_12.jpeg)

Fig. 2 Comparison of predicted and actual lives

#### 謝辞

本研究を行うにあたり、大川功教授には研究方法、論文の書き方など丁寧な 指導をして下さり心から敬意を表します.特に京都での材料学会では発表方法 など親身になって指導していただき感謝しています.また学生生活や就職活動 についていろいろとアドバイスをいただきありがとうございました.また、先 輩である都所雅也さんには実験方法や研究内容についてなど指導をしてくださ り、大変お世話になりました.同期の押切智幸君、鍋倉功一君には他大学から 編入してきたのにもかかわらず、気兼ねなく接していただき感謝しています. また共に積極的に研究に取り組んでくれた、田中大輔君、増島勇輝君、株本寛 之君、森久保毅君、師岡秀次君、坂井田誠君には心から感謝しています.また 2007 年度から 2008 年度の卒業生の皆さんのおかげで有意義のある学生生活を 送ることができました.最後に、今後の材料力学研究室のご発展とご活躍を祈 り謝辞とさせていただきます.