

ECTにおけるOSアルゴリズムを用いたMAP-EM 画像再構成

浦部, 洋史 / OGAWA, Koichi / Urabe, Hiroshi / 尾川, 浩一

(出版者 / Publisher)

電子情報通信学会情報・システムソサイエティ

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

電子情報通信学会論文誌. D-II, 情報・システム, II-パターン処理 / 電子情報
通信学会論文誌. D-II, 情報・システム, II-パターン処理

(号 / Number)

7

(開始ページ / Start Page)

1223

(終了ページ / End Page)

1226

(発行年 / Year)

1999-07-25

研究速報

ECTにおけるOSアルゴリズムを用いたMAP-EM画像再構成

浦部 洋史[†](学生員) 尾川 浩一[†](正員)

MAP-EM Image Reconstruction Using OS Algorithm in Emission CT

Hiroshi URABE[†], Student Member and Koichi OGAWA[†], Member

[†] 法政大学大学院工学研究科電気工学専攻, 小金井市

Division of Electrical Engineering, Graduate School of Engineering, Hosei Univ., Koganei-shi, 184-8584 Japan

あらまし OS (Ordered Subsets) アルゴリズムを, 最大事後確率推定による期待値最大化法に適用することにより高周波成分の回復を早めつつノイズの影響を低減する画像再構成法について, シミュレーションから検討を行った.

キーワード エミッション CT, 統計的画像再構成法, ML-EM, MAP-EM, OS-EM

1. まえがき

エミッション CT における逐次近似法を用いた画像再構成法には Shepp らにより提案された最尤 (Maximum Likelihood: ML) 推定による期待値最大化 (Expectation Maximization: EM) 法 [1], [2] や, Geman らにより提案された最大事後確率 (Maximum A Posteriori: MAP) 推定による期待値最大化法 [3]~[5] がある. ML-EM 画像再構成には再構成画像が斑状になる傾向が見られること, 雑音によってチェッカーボード状のパターンが現れ, 再構成画像が劣化することなどの問題がある. これに対し MAP-EM は尤度関数と事前確率より得られる事後確率を最大にするように画像を推定するため雑音に対して比較的安定であるという利点がある (本論文で取り扱う MAP-EM は事前確率として Gibbs 分布を用いた OSL (One Step Late) アルゴリズムに基づく方法とする). しかしこれらの方法には, 画素値の修正を行う際にその画素に関係するすべての投影データを一度に用いるため, 画像の高周波成分の回復が遅れるという問題がある. この問題を解決するために, 投影データをいくつかのサブセットに分け, そのサブセットごとに画素値の修正をおこなう OS (Ordered Subsets) アルゴリズムを ML-EM, MAP-EM に適用した手法が Hudson らにより提案された [6]. OS-EM (ML-EM に OS アルゴリズムを適用したもの) ではサブセットを用いることにより画像の高周波成分の回復が実現されるため, ML-EM と比べて非常に少ない計算回数で高画質の再

構成画像を得ることができる. しかし, 投影データに含まれるノイズの影響を非常に受けやすく, 反復計算回数が増えるごとにアーチファクトを増幅してしまうという欠点もある.

一方, MAP-EM に OS アルゴリズムを導入した OS-BR (Bayesian Reconstruction) は, OS アルゴリズムにより画像の高周波成分の復元を行いつつノイズの影響を低減することが期待される. 本論文では, OS-BR の有効性を ML-EM, MAP-EM, OS-EM と比較, 検討した.

2. OS-BR による画像再構成理論

求める画像の領域は J 個の画素で構成されているものとし, j 番目の画素から一方向当り放出される光子数を λ_j とする. 投影データは投影方向数が T 個, 検出器数が K 個あるとし, t 番目の方向で k 番目の検出器に検出される投影データを P_{tk} とする. 画素 j から t 番目の方向へ放出された光子のうち k 番目の検出器に検出される確率を c_{tkj} で表す. また, 画素 j の n 回目の推定値 λ_j^n による投影データを $R_{tk}^n \left(= \sum_{j=1}^J c_{tkj} \lambda_j^n \right)$ とする.

今, T 個の投影方向を I ($I \leq T$) 個の組に重複せずかつすべての方向が含まれるように分ける. i 番目の組に含まれる方向の集合をサブセット S_i とすると, OS-BR による再推定式は以下のように表される.

$$\lambda_j^{n+1} = \frac{\sum_{t \in S_i} \sum_{k=1}^K \frac{P_{tk} c_{tkj}}{R_{tk}^n}}{\sum_{t \in S_i} \sum_{k=1}^K c_{tkj} \left(1 + \frac{1}{\beta} \frac{\partial U(\lambda_j^n)}{\partial \lambda_j^n} \right)} \cdot \lambda_j^n \quad (1)$$

ここで, $U(\cdot)$ は注目する画素がその近傍の画素から受ける影響を表すエネルギー関数である. また, β はエネルギー関数の利き具合を調節するための定数である. エネルギー関数 $U(\lambda_j^n)$ は, 注目している画素 j と近傍画素 l の画素値の差を $r (= \lambda_j^n - \lambda_l^n)$, 画素 j の近傍画素の集合を N_j , ポテンシャル関数を V として,

$$U(\lambda_j^n) = \sum_{l \in N_j} w_{jl} V(r; \delta) \quad (2)$$

で表される. ここで w_{jl} は画素 j, l 間の重み係数であり, 画素 j, l 間の距離の逆数とした. また, δ はポテンシャル関数の正規化定数である.

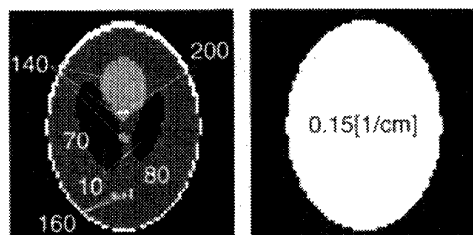


図1 放射線源の分布と吸収分布
Fig. 1 Distribution of activity and attenuation coefficient.

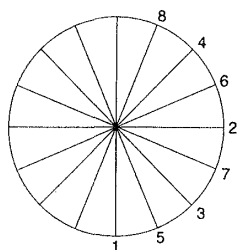


図2 サブセットの計算順番
Fig. 2 Access order of subsets.

式(1)の計算を i を1から I まで一度ずつ計算したところで反復回数を1回とする。すなわち、OS-BRではあるサブセット内の投影データを全投影データとみなしてMAP-EMによる再推定を行い、その得られた結果を用いて次のサブセットについて同様の計算を行うということをサブセットを変えながら繰り返している。

3. シミュレーション及び結果

OS-BRによる画像再構成と、ML-EM, MAP-EM, OS-EMによる画像再構成を比較のために行った。図1に示すように放射線源の分布には Shepp phantom を用い、吸収分布はファントム内一様に $0.15 [1/cm]$ とし、再構成画像の画素数 J は 64×64 とした。投影データはパラレルビーム、投影方向は4度おき90方向、投影データのbin数 K は64とし、ノイズのない系と0.3Mカウントと1.2Mカウントに対してポアソン雑音を加えた系を考え、反復計算回数は30回までとした。OSアルゴリズムを用いた画像再構成においては、対向する二つの方向の投影データによって一つのサブセットが構成される、45個のサブセットを用いた。サブセットの計算順番については、図2に示すように最も大きな計算されていない角度領域を2分する位置のサブセットについて順次計算するものとした。

また、MAP-EMとOS-BRにおけるポテンシャル関数として1次微分関数が図3に示すように $r = \delta$ において最大値1をもつ関数、

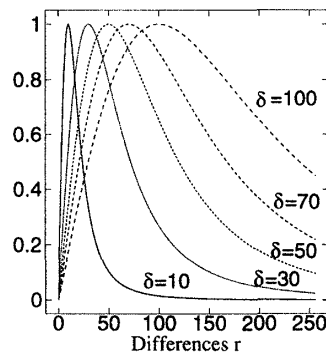


図3 ポテンシャル関数
Fig. 3 Potential functions.

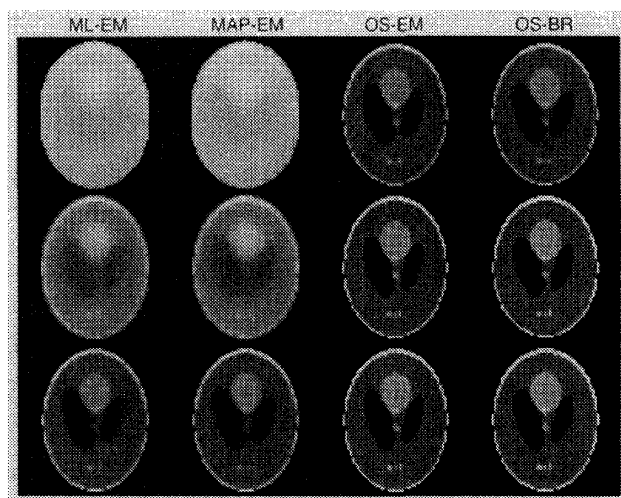


図4 画質改善の過程 (ノイズなし)。上段から反復回数1, 5, 30回
Fig. 4 Process images (Noise free). From top to bottom, 1st, 5th and 30th iterations.

$$\frac{\partial V(r; \delta)}{\partial r} = \frac{16(r/\delta)}{(3 + (r/\delta)^2)^2} \quad (3)$$

を用い、 $\delta=10, 50, 100, \beta=50, 100, 500, 1000$ の場合についてシミュレーションを行った。クリークのリウ重み係数は、注目する画素と隣接する画素の中心間の距離の逆数とした。

反復計算回数ごとの画質の改善の程度を見るために、ノイズのない場合の反復計算回数1, 5, 30回におけるそれぞれの手法による再構成画像を図4に示した。

本論文では、シミュレーションにおける再構成画像の評価法として、原画像と再構成画像との平均絶対誤差 (Mean Absolute Error: MAE) による評価を行った。MAEは全画素数を J 、原画像における画素 j の値を λ_j^{org} 、再構成画像の画素値を λ_j^{rec} とすると、次式のように定義される。

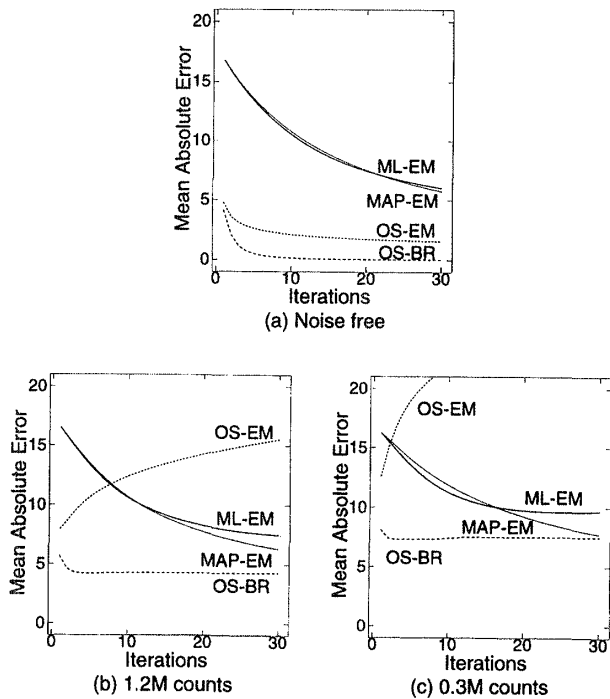


図5 平均絶対誤差
Fig. 5 Mean absolute error.

表1 パラメータ β と δ の設定
Table 1 Parameters β and δ .

	MAP-EM		OS-BR	
	β	δ	β	δ
ノイズなし	1000	10	1000	10
1.2 M counts	500	10	100	10
0.3 M counts	100	10	50	10

表2 最小の平均絶対誤差を与える反復計算回数
Table 2 Number of iterations to obtain a minimum error image.

	ML-EM	MAP-EM	OS-EM	OS-BR
ノイズなし	30	30	30	30
1.2 M count	30	30	1	5
0.3 M count	25	30	1	3

$$MAE = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J |\lambda_j^{org} - \lambda_j^{rec}| \quad (4)$$

反復計算回数と MAE との関係を図 5 に示す。ただし、MAP-EM と OS-BR における β と δ については、それぞれの条件において最も MAE の小さかった場合のみ示してあり、それぞれの値は表 1 のとおりである。

また、図 5 に示したグラフにおいて最も MAE が小さくなった反復計算回数を表 2 に示し、そのときの再構成画像を図 6 に示す。

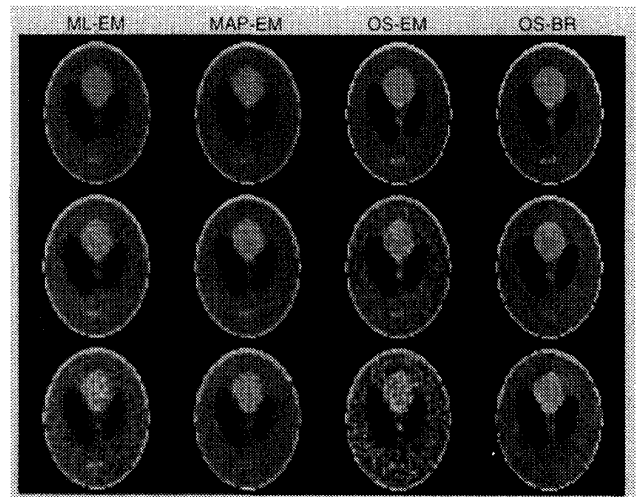


図6 再構成画像。上段からノイズなし、1.2 M カウント、0.3 M カウント
Fig. 6 Reconstructed images. From top to bottom, noise free, 1.2 M counts and 0.3 M counts.

4. 考 察

OS-BR による画像再構成を ML-EM, MAP-EM, OS-EM による画像再構成と比較してみる。まず、図 4 の各再構成法による画質改善の過程を見ると、OS アルゴリズムを用いている方法とそうでない方法とで、明らかに再構成画像の収束の仕方の違いがわかる。OS アルゴリズムを用いていない ML-EM と MAP-EM では、反復計算回数 30 回程度で線源分布のおよその形状が現れてきているが、OS アルゴリズムを用いた OS-EM と OS-BR では、反復計算回数 1 回で既にファントムの概形が再構成されており、5 回目以降はほぼ変化がない。これは、OS アルゴリズムを用いることによって画像の高周波成分の復元が早くなるためである。

図 5 の反復計算回数と平均絶対誤差のグラフを見ると、やはり OS アルゴリズムを用いた方法とそうでない方法とでかなりの違いがある。どの条件でも、誤差曲線の始まりにおいてその誤差の大きさは ML-EM=MAP-EM>OS-EM>OS-BR となっており、OS アルゴリズムを用いると初期の段階から誤差が少なくなっていることがわかる。ノイズのないときでも OS-EM に比べて OS-BR はかなり誤差が少ないが、これは OS-BR では事前確率を考慮することによって画像再構成のプロセスに起因して発生している高周波成分を抑制するためと考えられる。ノイズが増えてくると、OS アルゴリズムを用いた方法は高周波成分を早い段階で復元するためにノイズの影響を受けやすくなっており、OS-EM ではノイズが増えるに従って誤差

曲線が発散するようになってきている。一方、OS-BRではノイズが増えてもOS-EMと比べて事前確率を考慮することによりかなりノイズの影響を低減していることがわかる。

図6は反復計算回数の最大値を30回とした場合のMAEを最小とする計算回数における再構成画像を見たものである。OSアルゴリズムを用いていないML-EMとMAP-EMとでは収束が遅いため、全体的にはけた再構成画像になっており、特にエッジ部分が不明瞭である。これに対し、OSアルゴリズムを用いたOS-EMとOS-BRとではエッジが明確となっている。また、事前確率を考慮していないML-EMとOS-EMとでは、ノイズの影響を受けて濃度の均一部分にチェッカーボード状の白黒パターンが出現しているが、事前確率を考慮したMAP-EMとOS-BRとでは、ノイズの影響を比較的low減できている。これらのことから、OS-BRによる画像再構成によって、投影データにノイズが含まれている場合においても少ない計算回数でML-EMやMAP-EM、OS-EMに比べて高画質の再構成画像を得ることができるということがわかる。

OS-BRにおける画像再構成の問題点としては、MAP-EMの問題点とも共通することであるが、 β や δ というパラメータの客観的な決定方法や、設定したエネルギー関数の妥当性、反復計算を停止するための基準などが挙げられるが、これらについては今後の課題としたい。

5. むすび

本論文では、統計的画像再構成法であるMAP-EM

にOSアルゴリズムを導入したOS-BRをML-EM、MAP-EM、OS-EMと比較した。その結果、OS-BRはML-EMやMAP-EM、OS-EMと比べて良質な画像再構成を少ない計算回数で行うことができることがわかった。ただし、雑音レベルが大きいときは数回の反復回数で打ち切る必要があることも示された。

文 献

- [1] L.A. Shepp and Y. Vardi, "Maximum likelihood reconstruction for emission tomography," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol.1, pp.112-121, 1982.
- [2] K. Lange and R. Carson, "EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography," *J. Comput. Assist. Tomog.*, vol.8, pp.306-316, 1984.
- [3] S. Geman and D. Geman, "Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian reconstruction of images," *IEEE Trans. Pattern and Machine Intell.*, vol.6, pp.721-741, 1984.
- [4] S. Geman and D. MaClure, "Bayesian image analysis: An application to single photon emission tomography," *Proc. Amer. Statist. Assoc. Stat. Comp. Sect.*, pp.12-18, 1985.
- [5] E. Levitan and G.T. Herman, "A maximum a posteriori probability expectation maximization algorithm for image reconstruction in emission tomography," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol.6, pp.185-192, 1987.
- [6] H.M. Hudson, R.S. Larkin, "Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol.13, pp.601-609, 1994.

(平成10年5月15日受付, 11月6日再受付)