

# 直方体を用いた物体記述による高速な光子輸送計算

菅沼, 龍一 / OGAWA, Koichi / SUGANUMA, Ryuichi / 尾川, 浩一

(出版者 / Publisher)

電子情報通信学会情報・システムソサイエティ

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

電子情報通信学会論文誌. D-II, 情報・システム, II-パターン処理 / 電子情報通信学会論文誌. D-II, 情報・システム, II-パターン処理

(号 / Number)

1

(開始ページ / Start Page)

83

(終了ページ / End Page)

88

(発行年 / Year)

2000-01-25

## 論文

## 直方体を用いた物体記述による高速な光子輸送計算

菅沼 龍一<sup>†</sup> 尾川 浩一<sup>†</sup>

## High-Speed Calculation with a Maximum Rectangular-Region Object-Description in Photon Transportation

Ryuichi SUGANUMA<sup>†</sup> and Koichi OGAWA<sup>†</sup>

あらまし モンテカルロ法を用いた光子輸送シミュレーションは SPECT や PET における散乱線除去や吸収補正の方法を検討する上で欠かせない技術である。我々は voxel-based (VB) 法による光子輸送シミュレーションの高速化を目的として最大直方体 (maximum rectangular region: MRR) で物体を記述する方法を開発し、計算時間を従来の 50% 程度に短縮することができた。本論文では MRR の 3 次元への拡張について詳細を述べ、3 種類のシミュレーション結果から有効性を示す。

キーワード モンテカルロ法, SPECT, 物体記述法, VB 表現, 直方体分割

## 1. ま え が き

モンテカルロ法は SPECT や PET における画質劣化の原因である光子の散乱や吸収を補正するための方法を開発する上で重要な技術である [1]~[8]。このモンテカルロ法を用いた光子輸送シミュレーションにおいて、複数媒質から構成される物体内部では輸送計算時間が長くなるという欠点がある。これは、光子の行路が複数の媒質にまたがる場合、光子の現在位置から最も近い境界までの距離を計算し、その距離とシミュレーション中に乱数で生成された光子が次に相互作用を起こすまでの距離とを比較しながら光子を輸送していくためである。したがって、効率良く光子輸送を行うためには物体の記述法が非常に重要となる。このような物体記述法には、大きく分けて shape-based (SB) 法 [9]~[12] と voxel-based (VB) 法 [13],[14] の二つがある。SB 法は複数の方程式により媒質の境界を表現する方法である。この方法は物体を正確に表現できる反面、複雑な形状を表現できないという欠点をもつ。これに対し、VB 法は一樣な媒質で同じ大きさの voxel の集合体として物体を表現するので複雑な形状も表現することができる。しかし、より正確に物体を表現するためにはより小さな voxel で記述しなければならな

いので多量のメモリを必要とし、更に光子の現在位置から最も近い境界までの距離を計算する回数が増えるため計算時間が長くなるという欠点をもっている。この解決策として、我々は octree 表現による物体記述法を提案した [15]。octree は物体を八つの立方体領域へと分割する操作を、各領域がある同一の値をもつようになるまで繰り返し、物体を記述する方法である [16]。この方法を用いれば物体を VB 表現した場合よりも少ない領域数で表現できるので、領域境界までの距離の計算回数を大幅に低減でき、高速なシミュレーションが可能となる。この方法の問題点は、octree 表現における基本構造が立方体であるために、記述生成時の座表系の取り方によって必ずしも最大の均質領域が確保できないことである。例えば、内部が一樣で大きな領域が octree 生成系の中央に存在する場合、この領域は 8 個の小さな領域に分割されてしまうために領域数が増え、計算時間が増加してしまう。この octree の欠点を解決するために、各 voxel ごとにその voxel と同じ媒質で満たされる最大直方体 (MRR) を用いた物体記述法を開発した [17]。この MRR 法を用いれば各 voxel を含む一樣領域の体積は octree 表現時よりも格段に大きくすることができるため、光子行路と領域境界との交点を計算する回数が減り、より高速なシミュレーションが可能となる。本論文では、文献 [17] において  $z$  軸方向に一樣と仮定していたファントムを、3 次元的に変化する真の 3 次元ファントムに取り換え

<sup>†</sup> 法政大学大学院工学研究科電気工学専攻, 小金井市  
Division of Electrical Engineering, Graduate School of Engineering, Hosei University, Koganei-shi, 184-8584 Japan

MRR の性能について検討した。また、この最大直方体探索のアルゴリズムの3次元への拡張について詳細を述べる。なお、文献 [19] では octree 表現を用いた場合よりも高速な光子輸送アルゴリズムが提案されており、本論文ではこの方法と MRR 表現による高速化法の2者を比較の対象とした。

## 2. 最大直方体探索アルゴリズム

最大直方体探索アルゴリズムは以下のような二つの手順を経て実行される。この物体表現法は、物体を記述する voxel の一つひとつがその voxel を含んで、かつ同一の媒質で満たされる最大直方体の6平面の情報をもっている。ここでは、図1の物体における voxel P についての最大直方体を求める問題を例に説明を進める。

### 2.1 slice 内の最大方形探索

まず最初の手順としてある voxel を含む最大方形を slice ごとに求めるアルゴリズムを示す。ここでは voxel P の最大方形を求める過程を図2を用いて説明する。最終的には7番目に求めた方形(面積  $S = 16$ )が最大領域として決定される。

(1) 調べたい voxel の  $y^+$ ,  $y^-$  方向に同じ媒質の voxel が続く長さ  $l_y$  を調べる(図2[1])。

(2)  $x^+$  方向に一つ進んだ voxel が同じ媒質ならばその voxel の  $y^+$ ,  $y^-$  方向に同じ媒質が続く長さを求め、 $l_y$  と比べ短いならば新たに  $l_y$  とする。また、このときの  $x$  方向の長さを  $l_x$  とする(図2[2],[3],[6],[7],[10],[11])。

(3)  $l_x$  と  $l_y$  から方形の面積  $S$  を計算し、今までの面積より大きかったらその方形を最大領域として更新する。

(4)  $x^+$  方向の voxel が違う媒質になったら(図2[4],[8])  $x^-$  方向に一つ進んだ voxel を調べ、ま

た最初の voxel から  $x^+$  方向に調べる(図2[5],[9])。

(5) (2)に戻り、 $x^-$  方向の voxel が違う媒質になったら終了する(図2[12])。

### 2.2 最大直方体の決定

次に、調べたい voxel の  $z^+$ ,  $z^-$  方向の各 slice ごとに作成した最大方形を合成することで、その voxel の最大直方体を求めるアルゴリズムを示す。このアルゴリズムを図1の物体の voxel P に適用し、その  $z^+$ ,  $z^-$  方向の voxel について slice 上で最大方形を求めた例を図3に示す。またこれらの最大方形を合成して、voxel P を含む様な媒質で満たされる最大の直方体を調べる過程を図4に示す。この過程で7番目に求めた直方体(体積  $V = 64$ )が voxel P に対する最大直方体領域となる。このようにして、物体を構成するすべての voxel に対して最大直方体領域を求める。

(1) 調べたい voxel の  $z^+$  方向に一つ進んだ voxel が同じ媒質ならば、それらの各 slice の最大方形の重なる部分を求め、この重なる部分の方形の辺の長

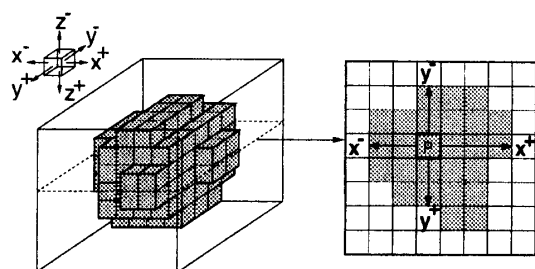


図1 voxelで記述された物体と  $z = 3$  の断面  
Fig. 1 An object and its cross section ( $z = 3$ ).

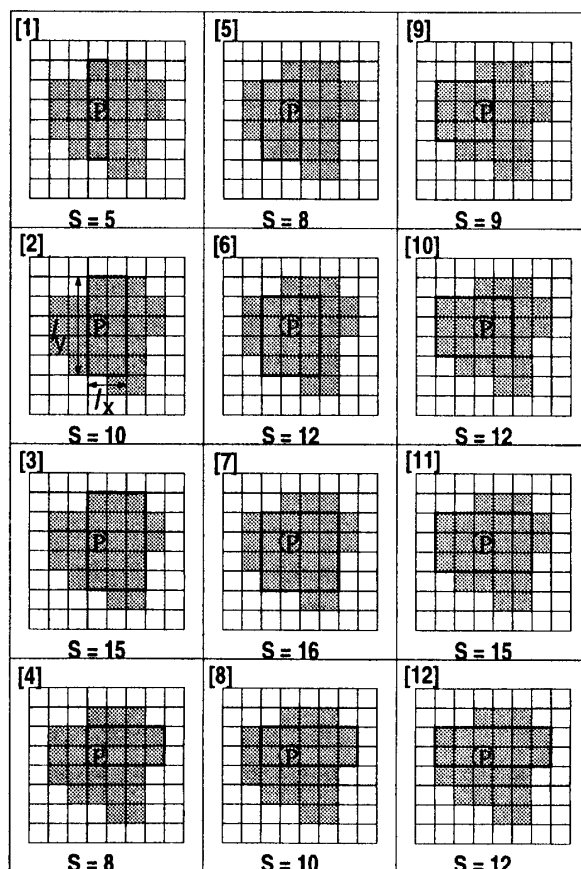


図2 slice 上での最大方形領域を調べる過程  
Fig. 2 Process in finding a maximum rectangular region in a slice (two dimensions).

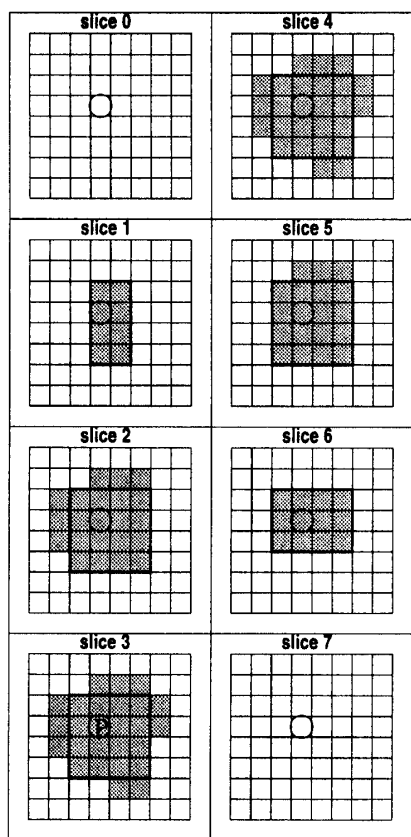


図3 sliceごとの最大方形  
Fig. 3 Maximum rectangular region for each slice.

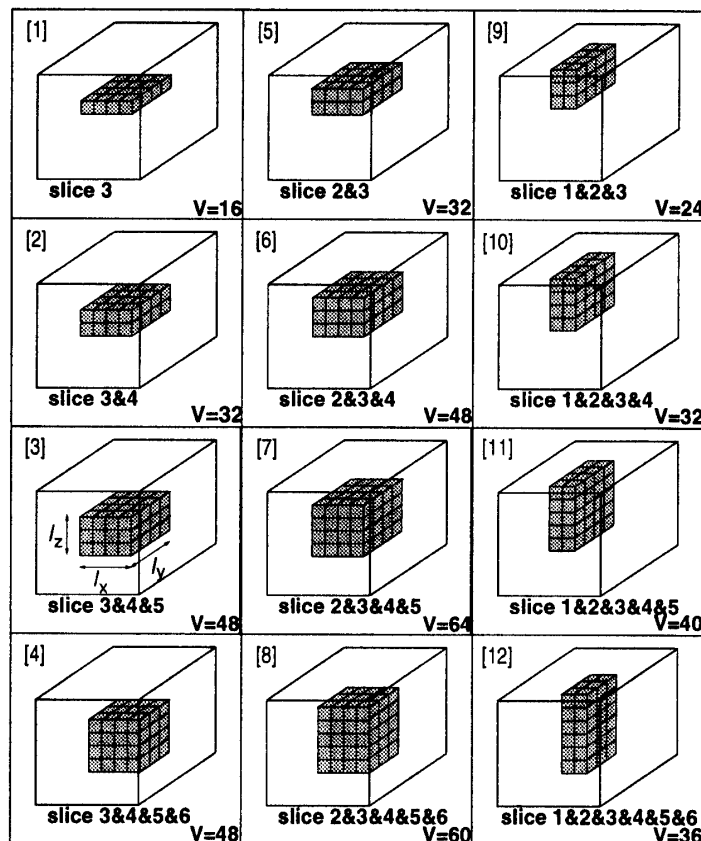


図4 sliceでの最大領域を合成する過程  
Fig. 4 Process for finding a maximum rectangular region (three dimensions).

さを  $l_x$  と  $l_y$  とする. また,  $z$  方向に上記方形が連続する長さを  $l_z$  とする (図 4 [2],[3],[6],[7],[10],[11]).

(2)  $l_x, l_y, l_z$  から直方体の体積を計算し, 今までの体積より大きかったらその直方体を最大直方体として更新する.

(3)  $z^+$  方向の voxel が違う媒質になったら (図 4 [4],[8])  $z^-$  方向に一つ進んだ voxel を調べ, また最初の voxel から  $z^+$  方向に調べる (図 4 [5],[9]).

(4) (1) に戻り,  $z^-$  方向の voxel が違う媒質になったら終了する (図 4 [12]).

### 3. シミュレーション

図 5~図 7 に示す三つのファントムを用いた. 円柱ファントムは  $z$  軸方向に媒質が変化しない例として, 球ファントムは  $z$  軸方向に媒質が変化する例として用いた. MCAT ファントムは図 7 で示されるように複数の媒質が複雑な 3 次元形状を成す臨床に近いモデルとして用いた. それぞれ  $64 \times 64 \times 64$  voxels (voxel 幅 0.5 cm),  $128 \times 128 \times 128$  voxels (voxel 幅 0.25 cm) の 2 種類の分解能で記述し, VB 法と最大直

表 1 シミュレーション条件  
Table 1 Conditions of simulation.

radionuclid	Tc-99 m
number of photons	10 M
interactions	Compton scattering, coherent scattering, photoelectric effect
cutoff energy	39.0 keV
number of detectors	90 (0 ~ 360 deg.)
detector size	64 × 64 pixels (0.5 cm × 0.5 cm)

方体法を用いて光子輸送シミュレーションを行った. シミュレーション条件を表 1 に示す. 光子はファントムの中心から点源として発生させた. また, 計算には Sun Ultra5 (Sun microsystem 製) を用いた. メモリサイズは 512 MByte, コンパイラには gcc を用い, 最適化は行っていない. なお, 本研究では計算量を比較するため 2 種類の分解能での検討を行い, 物体記述に伴う量子化誤差の影響については言及しないものとした.

### 4. 結果及び考察

表 2 は光子輸送計算に要した時間である. 表中の ( )

はVB法における値を1としたときの計算時間の割合である。この結果から、どのファントムも最大直方体による記述をすることで、計算時間をVBより大幅に短縮させることが可能であることがわかる。この時間短縮の程度は  $64 \times 64 \times 64$  に比べて  $128 \times 128 \times 128$  の方がより大きいことも明らかとなった。これはVB表現されたファントムは解像度が高いほど境界数も増えてしまうため、最大直方体による記述を用いることで光子行路と領域境界との交点計算回数をより多く減

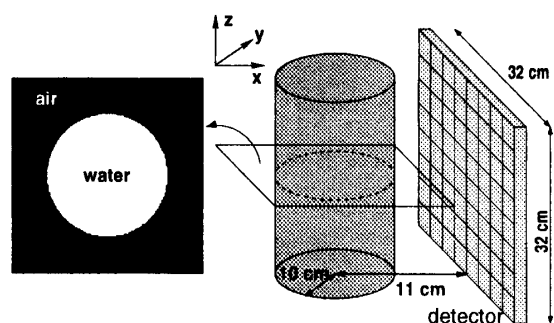


図5 円柱ファントムとデータ収集ジオメトリ  
Fig. 5 Cylinder phantom and data acquisition geometry.

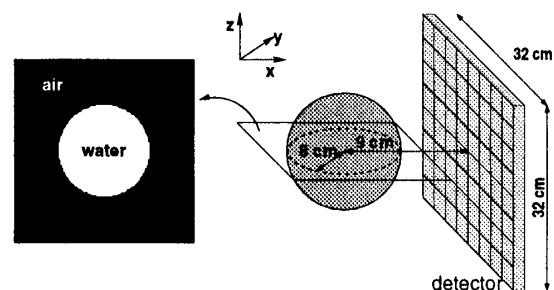


図6 球ファントムとデータ収集ジオメトリ  
Fig. 6 Sphere phantom and data acquisition geometry.

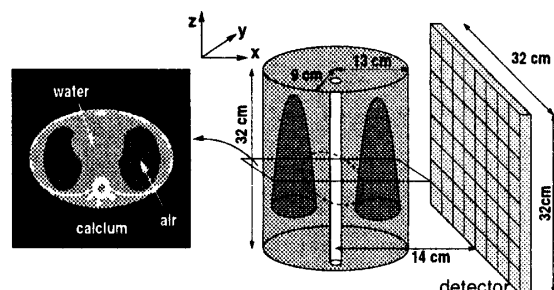


図7 MCATファントムとデータ収集ジオメトリ  
Fig. 7 MCAT phantom and data acquisition geometry.

らすことができるからである。またMCATファントムは複雑な形状をしており、あまり大きな直方体に拡張できないために他の二つのファントムに比べて時間短縮効率が下がっているものと思われる。表3は各々のvoxelについての最大直方体の平均体積をVB表現における単位voxelに対する比で示したものである。この表からMRR法による物体記述を用いることで、飛躍的に領域が拡大し計算時間の短縮化に貢献しているのがわかる。ここで、表3の数値が表2の計算時間に直接的に結び付いていない理由として以下のようなことが考えられる。今、2平面に挟まれる長さ  $l$ 、線減弱係数  $\mu$  の領域の左端に線源が存在したとすると、光子が左に進んで領域外に出る確率は  $e^0$ 、右に進んで領域外に出る確率は  $e^{-\mu l}$  となる。よって光子がこの領域外に出る確率は  $1 + e^{-\mu l}$  となる。一方、もし線源位置がこの領域の中央であったとすると、この確率は  $2e^{-\frac{\mu l}{2}}$  となる。  $1 + e^{-\mu l} \geq 2e^{-\frac{\mu l}{2}}$  より線源が領域の中央に位置する方が領域外に出る確率が低くなる。このことは、光子の現在位置がより領域の中央にあるときほどその境界面と交差する確率が減り、計算回数が減ることを意味している。これを3次元に拡張して、2平面を直方体の6個の平面に置き換え、任意のvoxelに対する最適な直方体を選ぶ問題を考える。そのとき当該voxelが直方体の中央に位置すればするほど境界面を光子が通過する確率が小さくなるので、光子の現在位置とその境界面までの距離を計算する回数を減らすことができると考えられる。このことは直方体の体積を最大にするという条件のみでなく、上記のような直方体の形状とvoxelの位置との間の関係を条件として付加することでモンテカルロシ

表2 シミュレーション時間 (s)  
Table 2 Simulation time.

		$64 \times 64 \times 64$	$128 \times 128 \times 128$
cylinder	VB	1989 (1.00)	3181 (1.00)
	MRR	1158 (0.58)	1412 (0.44)
sphere	VB	1642 (1.00)	2562 (1.00)
	MRR	1008 (0.61)	1289 (0.50)
MCAT	VB	1962 (1.00)	3103 (1.00)
	MRR	1369 (0.70)	1781 (0.57)

表3 最大直方体の平均体積 (voxels)  
Table 3 Mean volume of MRR (voxels).

	$64 \times 64 \times 64$	$128 \times 128 \times 128$
cylinder	51227	396654
sphere	6238	45963
MCAT	7329	51879

ミュレーションをより高速化できる可能性があることを意味している。これについては現在検討中である。また、媒質の線減弱係数が非常に大きな場合には、光子の1回の相互作用当りの移動距離が短くなり、大きな方形領域が確保されていても、その領域の境界の平面を越えず、実効的なメリットが低下してしまう可能性がある。しかし、今回は主に水または空気で構成された物体を使用しているため、この影響は少ないと思われる。

今回、示したVB法についての結果は文献[17]における光子輸送アルゴリズムと異なることを、上述したが、文献[19]に示したアルゴリズムは物体の記述法を検討したものではなく、光子輸送アルゴリズム自体を検討したものである。このアルゴリズムでは、光子を輸送する際、その経路のvoxelの媒質のみをチェックし、異なる媒質のvoxelに到達したとき、はじめて、光子の最初の位置からその境界面までの距離を求め、乱数によって発生させた光子移動距離と比較していくというものである。この方法は、voxelごとに境界までの距離を求め逐一評価していく基本的な方法と比較して約5割から7割の時間まで計算を高速化することができた[19]。しかしながら、本論文で示した方法は新しく提案した光子輸送アルゴリズムでの約4割から7割の計算時間まで短縮できているので、本方法の利用価値は非常に高いものと考えられる。

なお、本論文の表2では物体記述に必要となる時間は除外している。この時間は、 $64 \times 64 \times 64$ では60秒、 $128 \times 128 \times 128$ では1200秒程度である。この時間を除外した理由は、SPECTやPETなどの光子輸送計算を行う場合、いったん、物体の形状を決めてから様々なパラメータを変化させ、複数回の計算を行うことが多いためである。したがって、正味の光子輸送計算部分のみの比較をここでは行っている。この最大直方体領域の探索速度の向上は今後の課題としたい。

## 5. むすび

光子輸送計算を高速化するために提案した最大領域法を実現するためのアルゴリズムの詳細を述べた。このアルゴリズムを使用することで、従来の計算法より4割から7割程度まで計算時間を短縮化することができた。この方法はアルゴリズムが非常に単純であるという利点をもつが、最大領域を探索するのに時間がかかるという欠点をもっている。したがって、最大直方体の高速な探索法を見つけるのが今後の課題となる。

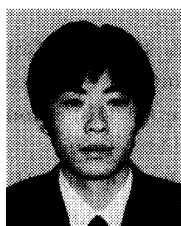
謝辞 本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究(C)(2)課題番号10670873の補助を受けた。

## 文 献

- [1] D.E. Raeside, "Monte Carlo principles and applications," *Phys. Med. Biol.*, pp.181-197, 1976.
- [2] J.W. Beck, R.J. Jaszczak, R.E. Coleman, C.F. Starmer, and L.W. Nolte "Analysis of SPECT including scatter and attenuation using sophisticated Monte Carlo modeling method," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol.NS-29, pp.506-511, 1982.
- [3] C.E. Floyd, R.J. Jaszczak, C.C. Harris, K.L. Greer, and R.E. Coleman, "Monte Carlo evaluation of Compton scatter subtraction in single photon emission computed tomography," *Med. Phys.*, vol.12, pp.776-778, 1987.
- [4] S.H. Manglos, C.E. Floyd, R.J. Jaszczak, C.C. Harris, K.L. Greer, and R.E. Coleman, "Experimentally measured scatter fractions and energy spectra as a test of Monte Carlo simulations," *Phys. Med. Biol.*, vol.32, pp.335-343, 1987.
- [5] C.E. Floyd, R.J. Jaszczak, C.C. Harris, and R.E. Coleman, "Revised scatter fraction results for SPECT," *Phys. Med. Biol.*, vol.32, pp.1663-1666, 1987.
- [6] C.E. Floyd, R.J. Jaszczak, and R.E. Coleman, "Scatter detection in SPECT imaging: Dependence on source depth, energy, and energy window," *Phys. Med. Biol.*, vol.33, pp.1075-1081, 1988.
- [7] M. Ljungberg and S.E. Strand, "Attenuation and scatter correction in SPECT for sources in a nonhomogeneous object: A Monte Carlo study," *J. Nucl. Med.*, vol.32, pp.1278-1284, 1989.
- [8] M. Ljungberg, P. Msaki, and S.E. Strand, "Comparison of dual-window and convolution scatter correction techniques using the Monte Carlo method," *Phys. Med. Biol.*, vol.35, pp.1099-1110, 1990.
- [9] W.S. Snyder, M.R. Ford, G.G. Warner, and H.L. Fisher, "Estimates of absorbed fractions for monoenergetic photon sources uniformly distributed in various organs of a heterogeneous phantom," *J. Nucl. Med.*, pp.5-52, 1969.
- [10] R. Kramer, M. Zankel, G. Williams, and G. Drexler, "The calculation of dose from photon exposures using reference human phantoms and Monte Carlo methods. Part I: The male (Adam) and female (Eva) adult mathematical phantoms," *Rep. GSF-Bericht S-885 (Munich: GSF)*.
- [11] H. Wang, R.J. Jaszczak, and R.E. Coleman, "Solid geometry-based object model for Monte Carlo simulated emission and transmission tomographic imaging systems," *IEEE Trans. Med. Imaging*, pp.361-372, 1992.
- [12] H. Wang, R.J. Jaszczak, and R.E. Coleman, "A new composite model of objects for Monte Carlo simula-

- tion of radiological imaging," *Phy. Med. Biol.*, vol.38, pp.1235-1262, 1993.
- [13] I.G. Zubal and C. Harrell, "Voxel based Monte Carlo calculations of nuclear medicine images and applied variance reduction techniques," *Inf. Proc. in Med. Imag.*, Proc. 12th Int. Conf., pp.23-33, 1991.
- [14] M. Ljungberg and S.E. Strand, "A Monte Carlo program for the simulation of scintillation camera characteristics," *Comput. Methods, Prog. Biomed.*, vol.29, pp.257-272, 1989.
- [15] K. Ogawa and S. Maeda, "A Monte Carlo method using octree structure in photon and electron transport," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, pp.2322-2326, 1995.
- [16] M.M. Yau and S.N. Srihari, "A hierarchical data structure for multidimensional digital images," *Commun. ACM*, pp.504-515, 1983.
- [17] K. Ogawa, S. Takahashi, and Y. Satori, "Description of an object in Monte Carlo simulation," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, pp.1521-1526, 1997.
- [18] B.M.W. Tsui, J.A. Terry, and G.T. Gullberg, "Evaluation of cardiac cone-beam single photon emission CT using observer performance experiments and receiver operating characteristic analysis," *Invest Radiol*, pp.1101-1112, 1993.
- [19] T. Sato and K. Ogawa, "A new method for photon transport in Monte Carlo simulation," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, (in press), 1999.

(平成 11 年 5 月 19 日受付, 8 月 17 日再受付)



菅沼 龍一

平 9 法政大・工・電子情報卒。平 10 同大大学院修士課程入学。画像処理の研究に従事。



尾川 浩一 (正員)

昭 55 慶大・工・電気卒。昭 57 同大大学院修士課程了。同年同大医学部助手。平 2 同大・医・講師。平 3 法政大・工・助教授。平 10 同大・工・教授。画像処理, 放射線計測の研究に従事。工博。平 1 日本医用画像工学会論文賞, 平 3 日本核医学会賞各受賞。IEEE, SNM, 日本医学放射線学会, 日本核医学会等各会員。