法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-12

最小自乗法による2次元電流分布推定

HAYANO, Seiji / 高橋, 広幸 / SAITO, Yoshifuru / 齊藤, 兆古 / TAKAHASHI, Hiroyuki / 早野, 誠治

(出版者 / Publisher)
社団法人電気学会 / The Institute of Electrical Engineers of Japan
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
電気学会論文誌 A, 基礎・材料・共通部門誌 / 電気学会論文誌 A, 基礎・材料・共通部門誌
(号 / Number)
10
(開始ページ / Start Page)
919
(終了ページ / End Page)
923
(発行年 / Year)
2000-10-01

論　文

最小自乗法による2次元電流分布推定

非会員　高橋　広幸（法政大）

正　員　早野　誠治（法政大）

正　員　斎藤　兆古（法政大）

Estimation of Two-Dimensional Current Distribution by Least Squares Method

Hiroyuki Takahshi, Non-member, Seiji Hayano, Member,Yoshifuru Saito, Member　(Hosei University)

Modern electronics are always composed of the printed circuit board (PCB). When the currents on the PCB are visualized without decomposing the electronic devices, the testing and inspecting of the electronic devices can be carried out in an extremely efficient manner.

This paper proposes one of the methodologies to visualize a current distribution on the PCB from the locally measured magnetic fields. The current visualization from the magnetic fields always results in a solution of the ill-posed inverse problem. This paper reveals that conventional least squares method gives a reasonable solution of the inverse problem. Thus, we have succeeded in realizing a nondestructive testing methodology with high reliability.

キーワード：電磁界分布、非破壊検査、プリント基板、最小自乗法

1.　まえがき

プリント基板上の電流分布の可視化は、電子デバイスのメンテナンスや、あるいはＥＭＣ (Electro-Magnetic Compatibility) 問題を検討するにあたり、非常に重要かつ有用である。その電流情報を装置・デバイスを解体せずに求めるためには、逆問題を解かなければならない。

逆問題を解くことは、一般に不適切な線形システムを解くことに帰する(1)(2)。不適切なシステムとは解が一意的に求まらないか、解が存在しないものであり、そのためにニューラルネットワーク法や、SPM 法等のさまざまな手法によりシステム行列を構成し、拘束条件によって近似解が導かれる(1)~(4)。

本論文においては、逆問題のシステム行列は単位ループ電流モデルによる磁界分布から導かれ、入力ベクトルは測定磁界分布から構成される。解は、単位電流ループの重み係数を要素とするベクトルになる(3)~(6)。磁界はベクトル量であり、デバイスを囲んでいる多くの絶縁物を透過するため、容易に測定ができる。また、ノートパソコン等に代表される近年の電気・電子装置のスリム化により、デバイスの測定面とプリント基板との距離が非常に接近しているため、デバイス表面の磁界分布からプリント基板上の二次元電流分布推定が可能になる。

システム行列の行数は磁界の測定点数に、列数は仮定した単位ループ電流の個数に比例する。本論文では仮定するループ電流の個数より多くの位置で測定するため、システム行列は縦長の長方行列になり、単純な逆行列演算を適用することができない。そのためシステム方程式の近似解を得る方法として最小自乗法を適用する(3)~(5)。その結果、良好にプリント基板の電流分布情報が得られることを報告する。また、本論文の手法はシミュレーションと実験から、非破壊検査においても非常に有用な解法であることも併せて報告する。

2.　逆問題的2次元電流分布推定

本論文における逆問題は、プリント基板上で測定した磁界分布からプリント基板上の電流分布を推定することである。単位ループ電流モデルを仮定し、表面電流分布を微小ループ電流に離散化する。それぞれのループ電流に起因する磁界分布をベクトル化して、構成されるシステム行列から線形システムを導く。推定される2次元の表面電流分布は、線形システムの解を重み係数としたループ電流の線形結合で与えられる。

〈2. 1〉 **単位ループ電流モデル**　単位ループ電流モデルは、電流が分布する測定対象導体を図1に示すように $m\times m$ 個の微小長方形に分割し、それぞれの微小長方形中にループ電流を $C_{m\times m}^{(k)}$ として仮定する[(3)(4)(6)]。

$$C_{m\times m}^{(k)} \in u(x_i, y_j), \quad i=1,2,..,m, \quad j=1,2,..,m, \quad k=1,2,..,m\times m, \tag{1}$$

(1)式の関数 $u(x_i, y_j)$ は、仮定した対象導体表面の (x_i, y_j) 点においてのみ1の値をとる。

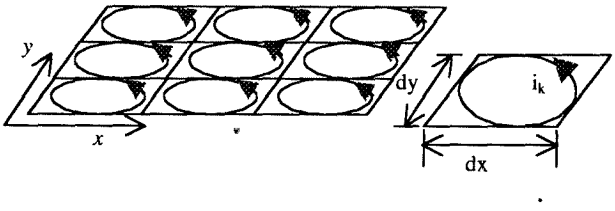


図1. 単位ループ電流モデル
Fig.1 Unit loop current model.

〈2. 2〉 **システム方程式**

(a) **入力ベクトル**　プリント基板上で測定した $n\times n$ 箇所の磁界分布 $H_{n\times n}$ は、次式で表される。

$$H_{n\times n} \in f_x(x_i, y_j), f_y(x_i, y_j), f_z(x_i, y_j), \quad i=1,2,..,n, \quad j=1,2,..,n, \tag{2}$$

(2)式で、関数 f_x, f_y, f_z は $x-y$ 座標軸の (x_i, y_j) 点における x, y, z 方向の3成分の磁界分布要素を表している。

この磁界分布の要素を(3)式のように列ベクトルに並び変えることにより、$3\times n\times n$ 次の入力ベクトル $\mathbf{Y}$ を作成する。

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}=[&f_x(x_1,y_1), f_x(x_2,y_1),.., f_x(x_n,y_1), f_x(x_1,y_2), f_x(x_2,y_2),..,\\ &f_x(x_n,y_2),.., f_x(x_{n-1},y_n), f_x(x_n,y_n),\\ &f_y(x_1,y_1), f_y(x_2,y_1),.., f_y(x_n,y_1), f_y(x_1,y_2), f_y(x_2,y_2),..,\\ &f_y(x_n,y_2),.., f_y(x_{n-1},y_n), f_y(x_n,y_n),\\ &f_z(x_1,y_1), f_z(x_2,y_1),.., f_z(x_n,y_1), f_z(x_1,y_2), f_z(x_2,y_2),..,\\ &f_z(x_n,y_2),.., f_z(x_{n-1},y_n), f_z(x_n,y_n)]^T.\end{aligned} \tag{3}$$

(b) **システム方程式**　単位ループ電流モデルをプリント基板上に仮定する。それぞれのループ電流 $C_{m\times m}^{(k)}$ に起因する $n\times n$ 個の磁界分布 $D_{n\times n}^{(k)}$ は、

$$D_{n\times n}^{(k)} \in G_x^{(k)}(x_i, y_j), G_y^{(k)}(x_i, y_j), G_z^{(k)}(x_i, y_j), \quad i=1,2,..,n, \quad j=1,2,..,n, \quad k=1,2,\cdots m\times m \tag{4}$$

で表される。$G_x^{(k)}(x_i, y_j), G_y^{(k)}(x_i, y_j), G_z^{(k)}(x_i, y_j)$ は、(x_i, y_j) 点におけるループ電流の影響を x, y, z、3方向の磁界成分に変換するグリーン関数を示している[(4)]。k 番目のループ電流による磁界分布は、(5)式に示すようにシステム行列を構成する列ベクトルに並べ換える。

$$\begin{aligned}\mathbf{d}^{(k)}=[&G_x(x_1,y_1), G_x(x_2,y_1),.., G_x(x_n,y_1), G_x(x_1,y_2), G_x(x_2,y_2),..,\\ &G_x(x_n,y_2),.., G_x(x_{n-1},y_n), G_x(x_n,y_n),\\ &G_y(x_1,y_1), G_y(x_2,y_1),.., G_y(x_n,y_1), G_y(x_1,y_2), G_y(x_2,y_2),..,\\ &G_y(x_n,y_2),.., G_y(x_{n-1},y_n), G_y(x_n,y_n),\\ &G_z(x_1,y_1), G_z(x_2,y_1),.., G_z(x_n,y_1), G_z(x_1,y_2), G_z(x_2,y_2),..,\\ &G_z(x_n,y_2),.., G_z(x_{n-1},y_n), G_z(x_n,y_n)]^T.\end{aligned} \tag{5}$$

(5)式を用いて $3\times n\times n$ 行 $m\times m$ 列のシステム行列 D が得られる。

$$D=[d^{(1)}, d^{(2)}, \cdots, d^{(m\times m)}] \tag{6}$$

(c) **システム方程式と最小自乗解**　システム方程式は、(7)式で与えられる。

$$\mathbf{Y}=D\mathbf{X} \tag{7}$$

(3)式による入力ベクトルと(6)式によるシステム行列を代入したシステム方程式の解ベクトル $\mathbf{X}$ は、要素が(1)式で示す微小ループ電流のそれぞれの重み係数となる $m\times m$ 次のベクトルとなる。

(6)式のシステム行列の式の数 $3\times n\times n$ が、未知の数 $m\times m$ よりも常に多い場合、縦長の長方行列になる。この場合、すべての式を満足する解が得られるとは限らない。このような不適切問題の近似式を与える方法として、従来の最小自乗法が適用できる[(5)]。

$$\mathbf{X}=\left[D^T D\right]^{-1} D^T \mathbf{Y} \tag{8}$$

(d) **電流の推定**　(8)式より導かれた解ベクトル $\mathbf{X}$ の各要素 x_k を(1)式で示す微小ループ電流のそれぞれの重み係数とすると、推定される電流分布 $V_{m\times m}$ は(9)式で与えられる。

$$V_{m\times m}=\sum_{k=1}^{m\times m} x_k C_{m\times m}^{(k)} \tag{9}$$

3. 例題

〈3. 1〉 **シミュレーション**

(a) **単位ループ電流による磁界**　図2に、単位ループ電流 $C_{m\times m}^{(k)}$ の $k=1,10,201,210,381,391$ に起因するプリント基板上の磁界分布 $D_{n\times n}^{(k)}$ の例を示す。

この例題においては $m=20$、$n=16$ とした。その結果、$3\times n\times n=768$ 個の磁界分布から、$m\times m=400$ 個のループ電流を推定することになる。

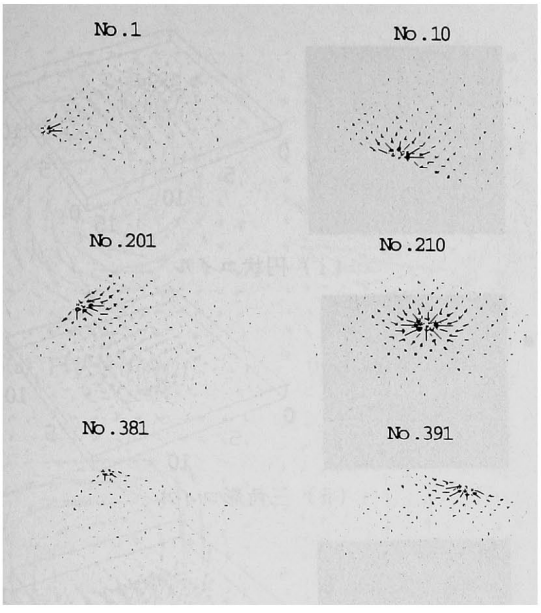


図 2. 単位ループ電流による磁界分布例
Fig.2 Examples of the magnetic fields caused by the unit loop currents (m=20, n=16).

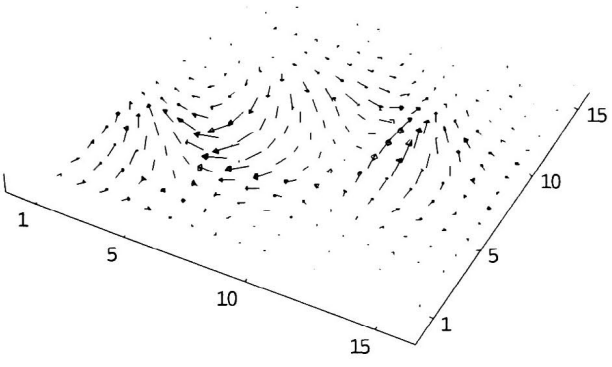


図 3. 磁界分布モデル
Fig.3 Magnetic field assumed at the surface of a notebook type personal computer.

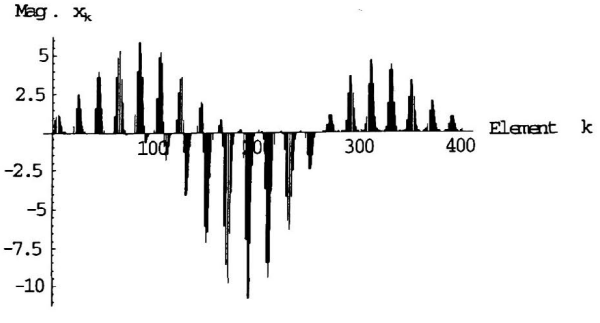


図 4. 解ベクトル X
Fig.4 Solution vector X.

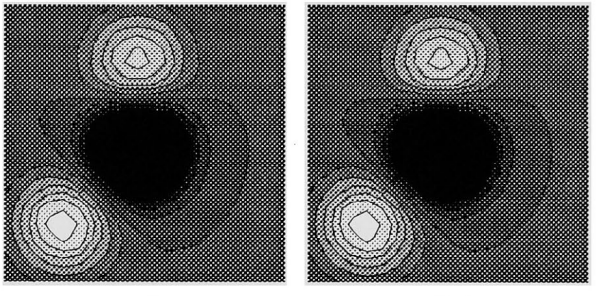
(b) 測定磁界分布　図 3 に、ノートパソコン内のプリント基板を想定した電流分布から、計算により導いたキーボード表面の磁界分布のモデルを示す。

(c) 最小自乗法　図 4 に、図 3 の磁界分布から (3) 式による入力ベクトル $\mathbf{Y}$ と、図 2 で示したループ電流による磁界分布 $D_{n\times n}^{(k)}$ から (5), (6) 式を用い $3\times n\times n=768$ 行 $m\times m=400$ 列のシステム行列から導いた最小自乗法の解ベクトル $\mathbf{X}$ を示す。

(d) 電流推定　(9) 式より得られたプリント基板上のループ電流分布を、正解と共に図 5 に示す。図中の白は正値を、黒は負値を表している。

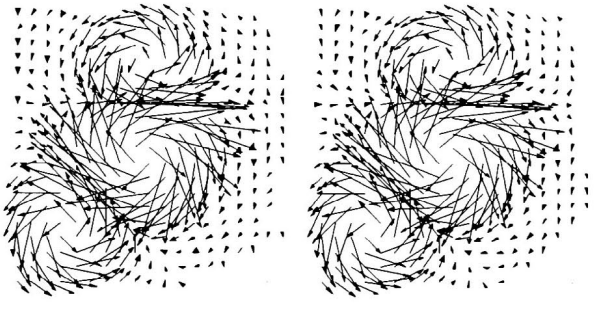
図 6 は、図 5 で示す電流分布において、隣接するループ電流間で接する点の電流を計算して得られた電流ベクトル分布の計算結果と正解の分布を示す[6]。両者の電流ベクトルを比較すると、わずかに異なる箇所がある。しかし、主要な電流ベクトルは計算結果と正解の分布が一致している。

図 7 では、入力として与えた磁界分布と最小自乗法による計算結果の磁界分布との比較をしている。図 7 から、最小自乗法は比較的良好な結果を与えていることが確認できる。



(a) 正解　(b) 計算結果

図 5. 電流分布
Fig.5 Comparison (a) exact with (b) computed current distributions.



(a) 正解　(b) 計算結果

図 6. 電流ベクトル分布
Fig.6 Comparison (a) exact with (b) computed current vector distributions.

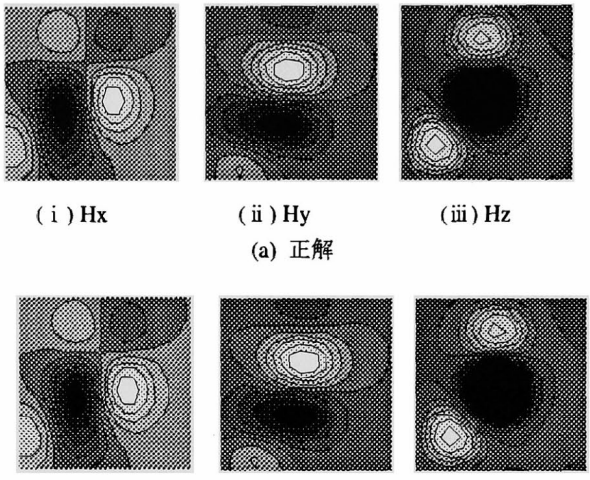


図7．磁界分布
Fig.7 Measured and computed magnetic field distributions.

<3.2> 実験結果

(a) モデルと測定磁界分布　図8に示すように、6種類の電流分布を与えるコイルを作成した。(i)〜(iv)は形状の異なる単体コイル、(v), (vi)は複数個のコイルからなるモデルである。(b)は、(a)のコイルに100kHz、0.3Aの電流を通電した場合に、x, y, z各方向について平均半径3.4mm、長さ6.0mmの有限長ソレノイド型サーチコイルで測定された磁界分布である。

(b) 電流推定　図9に、図8(b)の磁界分布を用いて最小自乗法で得られた電流分布を示す。図8 (iv)に示す、二層構造の電流モデルに対して測定された磁界を生ずる等価平面電流が得られた場合を除いて、図8に示すモデルコイルの形状を反映した電流分布ベクトルが得られた。

この実験結果から、単体コイル、さらに複数コイルが混在するモデルに対しても最小自乗法は良好な結果を与えていることが判明した。

4. まとめ

本論文では、電子デバイス周辺のx, y, z方向を測定した3次元磁界分布からプリント基板上の表面電流分布を推定する方法として、最小自乗法を用いた新しい逆問題的手法を提案し、その妥当性を、シミュレーション、及び実験で確認した。その結果、実際の電子デバイスの非破壊検査へ本論文の手法を適用することが可能であると考えられる。

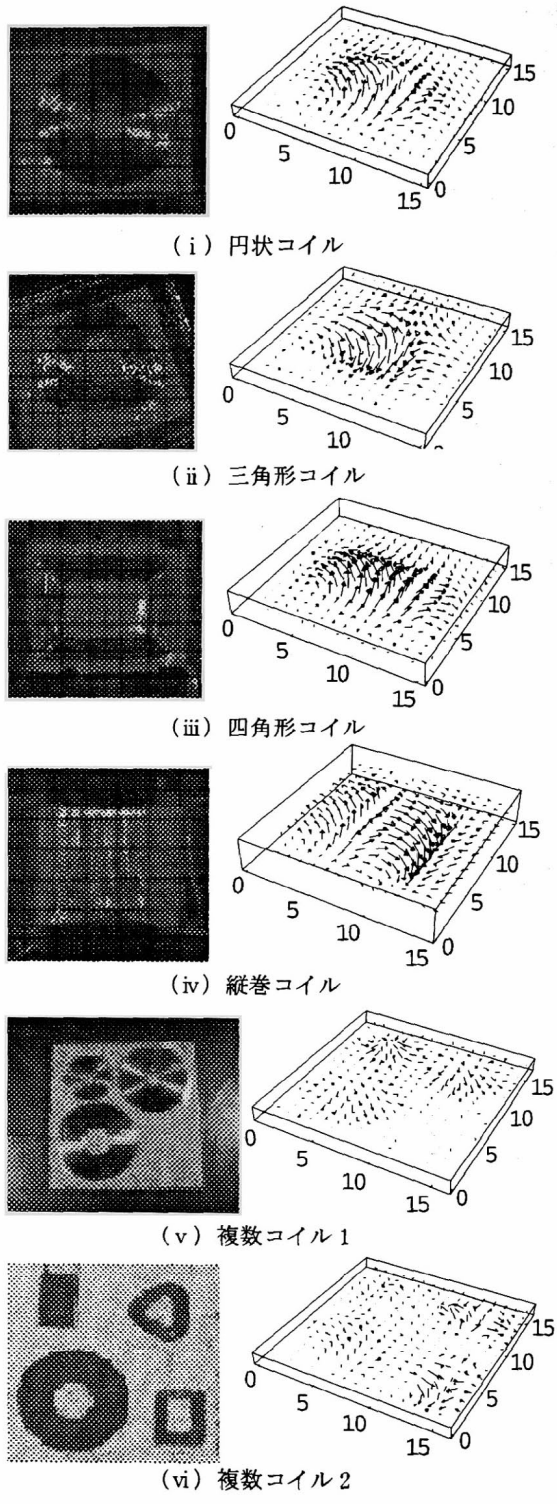


図8. 供試モデルと磁界分布の測定結果
Fig.8 (a) Experimental models and (b) measured magnetic fields.

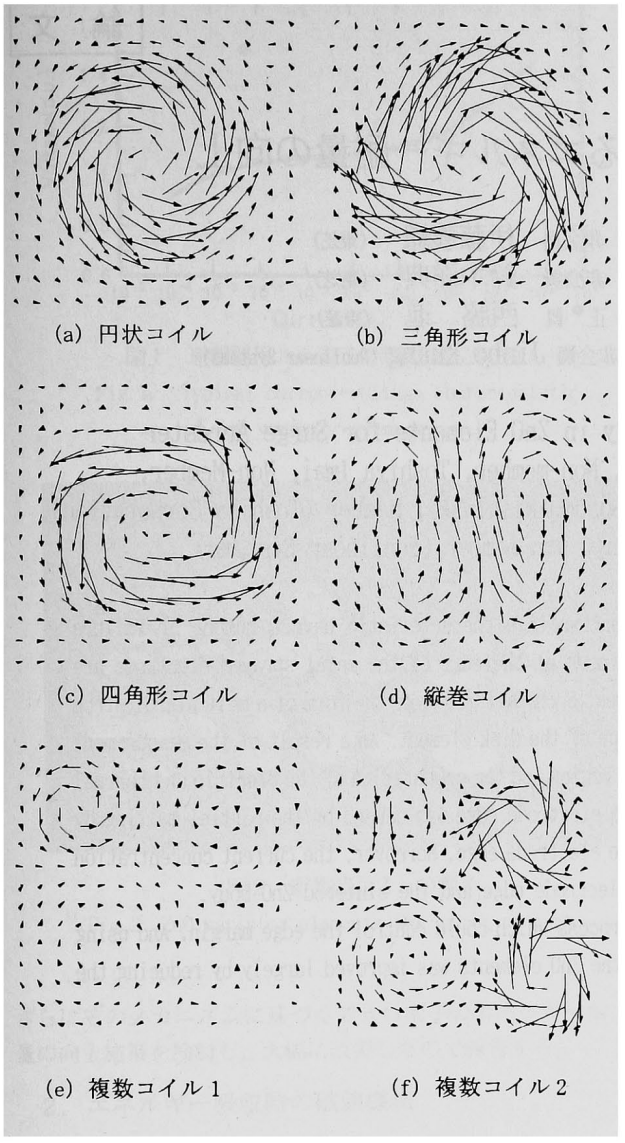


図9. 電流ベクトル分布
Fig. 9 Current vector distribution.

(平成11年12月20日受付, 平成12年7月6日再受付)

文 献

(1) T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching", Journal of Applied Physics, Vol.79, No.8, April 1996,pp.5214-5216.

(2) T.Doi, S.Hayano, I.Marinova, N.Ishida and Y.Saito, "Defect recognition in conductive materials by local magnetic field measurement," Journal of Applied Physics, Vol.75, No.10, May 1994, pp.5907-5909.

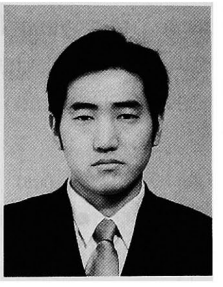
(3) H.Takahashi, S.Hayano and Y.Saito, "Visualization of the currents on the printed circuit boards," IEEE Visualization 1999 Late Breaking Hot Topics Proceedings, p.37-40.

(4) Y.Midorikawa, J.Ogawa, T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Inverse analysis for magnetic field source searching in thin film conductor," IEEE Trans. Magn., Vol.33, No.5, Sept., 1997, pp.4008-4010.

(5) G.Strang, "Linear Algebra and its Applications," 1976, Academic Press, Inc.

(6) 増田則夫, 緑川洋一, 斎藤兆古, 遠矢和弘,「電子回路基板中の電流分布推定法に関する研究」, 電学論A, 119巻, 7号, 997～1004頁(平成11)

高橋　広幸（非会員）　1977年1月6日生。1999年3月法政大学工学部電気電子工学科卒業。現在, 同大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程在学中。ＩＥＥＥ、応用磁気学会学生員。



早野　誠治（正員）　1947年7月6日生。1977年3月法政大学大学院工学研究科修士課程修了。同年同大学助手, 1993年同専任講師, 1996年同助教授, 現在に至る。電気磁気学の講座を担当。主として, 計算電磁力学および磁化特性のモデリングに関する研究に従事。工学博士。ＩＥＥＥ, 応用磁気学会, 日本生体磁気学会, 日本ＡＥＭ学会会員。

斎藤　兆古（正員）　1946年7月24日生。1975年3月法政大学大学院工学研究科博士課程修了。同年同大学助手, 1976年同講師, 1978年同助教授, 1987年同教授, 現在に至る。主として, 計算電磁力学に関する研究に従事。工学博士。日本AEM学会著作賞受賞(*Mathematica*によるウェーブレット変換, 朝倉書店) International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Advisory Editorial Board。ＩＥＥＥ, 電子通信情報学会, 日本応用磁気学会, 日本生体磁気学会, 日本ＡＥＭ学会, Electromagnetics Academy (MIT)会員。