

### 263 機械システムの機能を表現するモデル化手法：機能モデルとボンドグラフの比較(モデリング・シミュレーション, OS-2 運動と振動のモデリングと制御(3))

NAGAMATSU, Akio / 長松, 昭男

---

(出版者 / Publisher)

日本機械学会

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Dynamics & Design Conference

(巻 / Volume)

2004

(開始ページ / Start Page)

263-1

(終了ページ / End Page)

263-6

(発行年 / Year)

2004-09-27

## 263 機械システムの機能表現するモデル化手法 (機能モデルとボンドグラフの比較)

### Modeling Approach for Functional Expression of Mechanical System (Comparison between Functional Model and Bond Graph)

○正 長松 昭男

(法政大 ・ JST, プレベンチャー事業, 「製品開発用仮想試験システム」)

Akio NAGAMATSU, Hosei University, Kajino-cho 3-7-2, Koganei-shi, Tokyo

Two kinds of modeling approaches, namely the functional model and the bond graph, are introduced and compared each other. Both of them can explain flow and transform of energy among different physical fields, for example mechanic, electric, fluidic and thermal areas, by the common method over engineering disciplines. Functional model proposed by the authors is used as the core approach of virtual testing system for product development of machines. First, outlines of functional model and bond graph are introduced. Second, single degree of freedom mechanical and electrical systems are modeled by these two approaches as simple examples. Third, difference points between these two approaches are stated.

**Key Words:** Dynamics, Modeling approach, Functional model, Bond graph, Virtual testing system, CAE

#### A1. はじめに

各種機械メーカーでは、熾烈な生存競争の下で、企画段階の機能・性能検討から試作試験までの全製品開発工程を仮想化できる次世代CAEシステムの構築と導入による期間短縮とコスト削減が、焦眉の急になっている。その実現には、運動・電気・熱・流体などの専門分野を横断し工学を共通化して表現できるモデル化手法が不可欠である。本報告では、この目的で著者らが提案した機能モデルを、同じく工学を共通化して表現できるボンドグラフと比較する。

#### A2. 機能モデル

機能表現し特性、作用、状態を視覚的に理解するためのブロック線図の一種である。モデルは機能要素から構成される。最小単位の機能要素と入出力は標準化されている。

機能モデルでは、状態量を工学の専門分野を共通する形で2種類に分類し、両者の積はパワーになる。また、従来は複雑な個別対応でモデル化していた非線形、現場で用いる実験式・データ・線図などを容易に導入できる一般的手法を持っている。

#### A3. ボンドグラフ

系のエネルギー流れを視覚的に表現するモデル化手法の一種であり、ブロック線図とは異なる。状態量は、機能モデルとは異なり従来の力・電圧相似に基づいて、工学の専門分野を共通化する形で定義する。

ボンドグラフでは、エネルギーの出入口をポートといい、

英語大文字または0, 1の数字で表す素子からなる。素子には、質量やインダクタンスのような特性、エネルギー源、接続点、検出器などが含まれる。二つのポートを結ぶ線図をボンドといい、パワー流れの正方向を示す片矢印で表す。片矢印のどちらか片端には、状態量の伝播方向を示すストローク(短い線)を片矢印に直交させて付ける。

#### A4. 1自由度系の例

図A1は1自由度機械系の例であり、aは通常の構造モデル、bはボンドグラフ、cは機能モデルである。

この図から、機能モデルとボンドグラフの間には、前者は状態量の伝播を表に出しエネルギー流れは裏に隠れているが後者はエネルギー流れを表に出し状態量の伝播は裏に隠れている、前者は特性の働き(機能)を表しているが後者は表していない、前者は接続における釣合と連続が表に出ているが後者では裏に隠れている、などの相違があることが分かる。

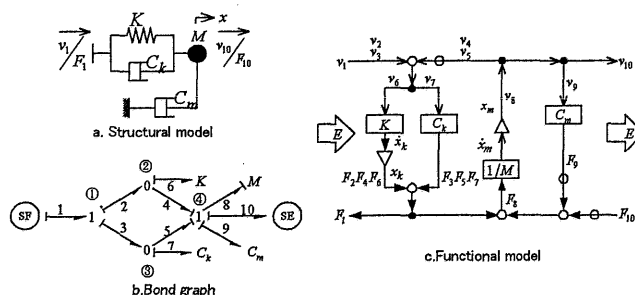


Fig. A1 SDOF mechanical system

## 1. はじめに

各種機械メーカーでは、国境を越えた厳しい生存競争の中で、製品開発の期間短縮とコスト低減が必須であり、これを可能にするツールである次世代CAEシステムの実現が急務になっている。その中心課題は、製品の形状・寸法が決まっていない企画・基本設計段階で実動時の機能・性能を正しく予測でき、かつ設計段階で製品を有限要素法などの従来の構造解析手法が適用可能な部品レベルに機能が展開でき、同時に試作試験を仮想環境で実行できる、仮想試験システムの構築である。

機械は、専門分野を越えたエネルギー変換によって機能し使命を達成する。それを丸ごとコンピュータ内で再現するためには、運動・電気・熱・流体などの工学を統合してシステムの機能を表現できるモデル化手法が必要になる。これに応えるために著者らは、機能モデルという新しいモデル化手法を提案し、それをを用いた仮想試験システムの構築と実用化に取り組みつつある<sup>(1)-(3)</sup>。

工学を統合してエネルギーの流れを表現するモデル化手法としては、すでにボンドグラフが存在する<sup>(4)</sup>。本報告では、機能モデルとボンドグラフと比較し、それらの共通点と相違点を明らかにする。まず、両者の概要を述べる。次に、特性と状態量の接続方法について、両者を対比する形で説明する。続いて、1自由度系を両手法でモデル化し、モデルの作り方とそれを定式化する方法を紹介する。さらに、両者の特徴を比較する。

## 2. 機能モデル

**2・1 概要** 機能モデルは、機能を表現し特性、作用、状態を視覚的に理解するためのブロック線図を基本とし、解析や処理を行うための数学モデルを伴う。ブロック線図と数学モデルは、工学の専門分野に無関係な基準化された表現方法で統一する。モデルは機能要素（あるいは単に要素）から構成される。最小単位の要素を単位要素といい標準化されている。モデルには、機能の条件としての性能、ならびに機能の詳細としてのメカニズムを表現または指定するための説明、図表、データ等を付随できる。モデルは階層化でき、下位モデルは上位モデルの要素となる。上位モデルは抽象的な機能、性能、要求品質を表現する。下位モデルは具体的で機構や構造との対比が可能である。また、異なる物理単位系同士の連結および展開・統合・分解を可能にするために、入出力が標準化されている。

**2・2 構成物理量** (1) **状態量** 系の状態を表現する量である。機能モデルでは、状態量を工学の専門分野を共通する形で定義する。すなわち表1に示すように、力・電流・流体圧力と、速度・電圧・流速の2種類に分類し、前者を内包量、後者を外延量と呼ぶ。前者は単位量の媒質が有するエネルギーの強さ、後者はエネルギーを運ぶ媒質の量の大きさまたは多さを表す。滝を例にとれば、前者が落差、後者が単位時間の落下水量になる。内包量と外延量は互いに逆方向に伝播し、両者の積はエネルギーの瞬時値であるパワーになる。エネルギー流れの方向すなわち因果関係の方向は、これら両状態量の伝播とは無関係であり、中抜きの太い矢印で示す。

Table 1 Correspondence of state quantities in functional model

	Mechanical system (Translation)	Mechanical system (Rotation)	Electrical system	Fluid system
Intensive quantity	Force	Torque	Electric current	Pressure
Extensive quantity	Velocity	Angular velocity	Voltage	Discharge

(2) **特性** 物質や系がエネルギーの不均衡状態に置かれたとき、それを解消してエネルギーの均衡状態を取り戻そうとする性質であり、内包量と外延量を関係付ける。特性は、エネルギーを保存・吸収・放出しながら力学エネルギー保存の法則に従い保存力の場を形成する保存特性と、電気抵抗や粘性のように力学エネルギーを熱に変え非保存力の場を形成する非保存特性の、2種類に分けられる。前者はさらに、インダクタンスや柔性（剛性の逆数）のような内包保存特性と、電気容量や質量のような外延保存特性に分けられる。

(3) **変換子** エネルギー保存の法則に従いながら内包量同士または外延量同士を変換するものであり、次の3種類に分けられる。①変圧器巻数比や歯車比のように同一の物理単位系内での状態量の変換を行う無単位置量、②モータ定数・回転半径・液圧シリンダ断面積のように異なる物理単位系間での状態量の変換を行う有単位置量、③異なる次元や座標系間での状態量の変換を行う量。

**2・3 記号** 機能モデルは、対象の機能構成と状態量の推移を図示するものであり、視覚的理解を容易にするための各種記号からなっている。主な記号とそれらの意味を図1に示す。

	Intensive quantity Extensive quantity	} State quantity
	Summation : $C = A + B$	
	Partition	
	Signal inverse : $B = -A$	
	Transformer : $B = RA$	
	Characteristics: $B = PA$	
	Integral : $B = \int A dt$	

Fig. 1 Main symbols used in functional model

2・4 入出力 機能モデルは、最小要素から上位統合モデルに至るすべての単位が、以下のように標準化された入出力を有する。(1) 内包量と外延量が1:1で対となる。(2) 対の一方が入力なら他方は出力になる。(3) 入出力は単数または複数の対からなる。(4) 入力と出力の積はパワーになる。

### 3. ボンドグラフ

3・1 概要 系のエネルギー流れを視覚的に表現するモデル化手法の一種である。ボンドグラフでも、状態量を工学の専門分野を共通化する形で定義するが、機能モデルとは異なり、従来の力・電圧相似に基づく対応を採用する。すなわち表2に示すように、力・電圧・流体圧力と、速度・電流・流速の2種類に分類し、前者をエフォート、後者をフローと呼ぶ。エフォートとフローは互いに逆方向に伝播し、両者の積はパワーになる。

Table 2 Correspondence of state quantity in bond graph

	Mechanical system (Translation)	Mechanical system (Rotation)	Electrical system	Fluid system
Effort	Force	Torque	Voltage	Pressure
Flow	Velocity	Angular velocity	Electric current	Discharge

エネルギーの出入口をポートといい、英語大文字または0, 1の数字で表す素子からなる。二つのポートを結ぶ線図をボンドといい、片矢印で表す。片矢印は、直接にはエネルギー(パワー)流れの正方向すなわち因果関係の方向を表現するが、同時に力と速度、トルクと角速度、電流と電圧、圧力と流量という対の状態量の伝播をも示す。片矢印のどちらか片端には、ストロークと呼ばれる短い線を片矢印に直交させて付ける。ストロークが付いている方向に

エフォートが、その逆方向にフローが伝播される。

3・2 素子 ボンドモデルは、エネルギーの流動と変換を演じる素子をボンドで結合することによって、システムモデルが形成される。素子は、それに付随するポートの数によって、次のように分類される。

① 単ポート素子 1本のボンドが接続する。エネルギー貯蔵素子(I素子とC素子)、エネルギー消費素子(R素子)、パワー供給源(SE素子とSF素子)、検出器(DE素子とDF素子)に分けられる。I素子には質量とインダクタンス、C素子には剛性と電気容量がある。R素子には粘性抵抗と電気抵抗がある。SE素子ではエフォート、SF素子はフローを供給する。DE素子はエフォート、DF素子はフローを検出する。

② 2ポート素子 2本のボンドが接続する。トランスフォーマ(TF)とジャイレータ(GY)に分けられる。両者共に、パワーを保存しながら、異分野間の状態量を相互変換、あるいは同分野内2種類の状態量の比を変換する。TFの例として、液圧シリンダ断面積・半径・歯車比・変圧器巻数、GYの例としてモータ定数がある。GYは、表2に示した機械系と電気系間の対応が物理変換法則と合致していないために必要となるものであり、異分野間の状態量の逆転接続を行う素子である。GYはたすきがけトランスフォーマとも呼ばれる。

③ 多ポート素子 3本以上のボンドが結合する素子であり、状態量を接続する。エフォートが等しくフローの和が零になる0接続点(p接続点)と、フローが等しくエフォートの和が零になる1接続点(s接続点)に分けられる。0接続点では、機械系と流体系では直列接続、電気系では並列接続になる。反対に1接続点では、機械系と流体系では並列接続、電気系では直列接続になる。

### 4. 特性と接続の表現方法

まず、機能モデルとボンドグラフを理解するために、機械系と電気系について接続と特性の表現方法を表3で比較する。表3内のKは剛性、Mは質量、Lはインダクタンス、Cは電気容量を表す。また、vは速度、Fは力、Vは電圧、Iは電流を表す。

表3上段はボンドモデルであり、接続の種類を意味する数字は、機械系では0が直列・1が並列、電気系では1が直列・0が並列を表す。これら間の不一致は、表2に示した状態量の力・電圧相似が物理変換法則と異なっている

Table 3 Expression of connection and characteristics

Connection	Mechanical system		Electrical system	
	Series	Parallel	Series	Parallel
Bond graph				
Rule	$-v_3 + v_1 - v_2 = 0$ $F_1 = F_2 = F_3$	$v_1 = v_2 = v_3$ $-F_3 + F_1 - F_2 = 0$	$-V_3 + V_1 - V_2 = 0$ $i_1 = i_2 = i_3$	$V_1 = V_2 = V_3$ $-i_3 + i_1 - i_2 = 0$
Functional model				

ことに起因する。表3中段は接続条件を示し、多ポート素子の所で述べた0接点と1接点の接続条件をそのままの形で表現している。表3下段は機能モデルであり、上半分が外延量、下半分が内包量の伝播状態を表現する。中抜きの大い矢印はエネルギー流れの方向を示す。表1に示す機能モデルにおける状態量の対応は物理変換法則に合致するので、機械系と電気系の間で直列接続と並列接続の表現方法が対応している。また、ボンドグラフよりも機能モデルのほうが、接続条件と特性の機能をより具体的に表現しており、特性の機能を視覚的に理解しやすいことが分かる。

表4は、ボンドモデルにおけるトランスフォーマとジャイレータを示す。機能モデルでは、トランスフォーマを変換子と呼び、表1に示した異分野間の状態量の対応が物理変換法則に合致しているために、ジャイレータのような逆転接続の概念は必要ない。

Table 4 Transformer and gyrator

	Bond graph	Functional model	Rule
Transformer			$e_2 = ke_1$ $f_1 = kf_2$
Gyrator		Do not exist	$e_2 = kf_1$ $e_1 = kf_2$

5. 1 自由度系の例

図2は1自由度機械系であり、剛性をK、質量をM、粘性をC<sub>k</sub>とC<sub>m</sub>とする。図2aは通常用いられる構造モデルであり、力の釣合から

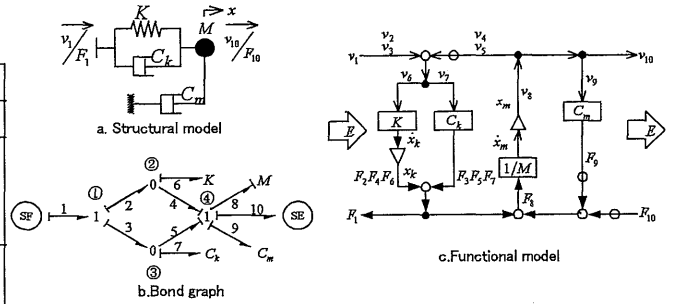


Fig.2 SDOF mechanical system 1

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x} + C_m\dot{x} + C_k(\dot{x} - \dot{v}_1) + K(x - v_1) &= F_{10} \\ F_1 &= C_k(\dot{x} - \dot{v}_1) + K(x - v_1), v_{10} = x \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

図2bはボンドグラフであり、左端から速度が、右端から力が入り、特性で変換されながらボンドの片矢印の方向にエネルギーが流れる。

まず、接続点の条件を定式化する。丸で囲んだ数字は接点の番号を表している。①と④は並列接続であるから、力についてはエネルギーの流れる方向を正とした和が零、速度については等値となる。

$$\left. \begin{aligned} F_1 - F_2 - F_3 &= 0 \\ v_1 &= v_2 = v_3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} F_4 + F_5 - F_8 - F_9 - F_{10} &= 0 \\ v_4 &= v_5 = v_8 = v_9 = v_{10} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

一方、②と③は直列接続であるから、力については等値、速度についてはエネルギーの流れる方向を正とした和が零となる。

$$\left. \begin{aligned} F_2 &= F_4 = F_6 \\ v_2 - v_4 - v_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} F_3 &= F_5 = F_7 \\ v_3 - v_5 - v_7 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

次に、特性については力学の支配法則から

$$\dot{F}_6 = K v_6, F_7 = C_k v_7, \dot{v}_8 = \frac{1}{M} F_8, F_9 = C_m v_9 \quad (6)$$

図2cは機能モデルであり、上半分が速度、下半分が力の伝播を表現し、これら両状態量が特性によって上下方向に変換されながら、エネルギーが左から右に流れている。状態量につけた番号は、図2bのボンドにつけた番号と対応させるためのものであり、本来は表記の必要はない。

機能モデルの支配方程式は、モデル内の白丸について和を零とする定式化を行えば得られる。左上1個の白丸につ

いて

$$-\frac{1}{K}\dot{x}_k + v_1 - x_m = 0 \quad (7)$$

左下の白丸について

$$x_k + C_k(v_1 - x_m) = F_1 \quad (8)$$

右下2個の白丸を合せて

$$M\dot{x}_m + F_1 - C_m x_m - F_{10} = 0 \quad (9)$$

図2内の3個は同一対象のモデルであるから、当然式(2)~(6)の統合および式(7)~(9)の統合の両者は、式(1)と同一になる。

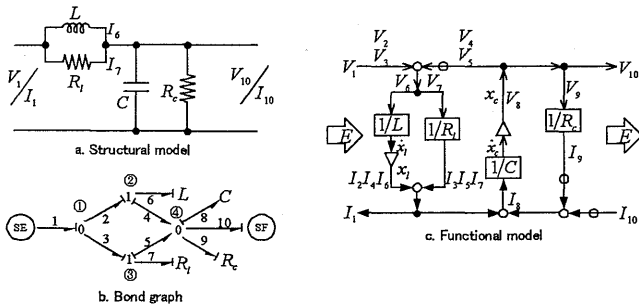


Fig. 3 SDOF electrical system 1

図3は1自由度電気系であり、インダクタンスをL、電気容量をC、電気抵抗をR1とRcとする。図3aは通常用いられる電気回路であり、その支配方程式は

$$\left. \begin{aligned} I_{10} &= R_c V_{10} + C \dot{V}_{10} + I_6 + I_7 \\ V_{10} - V_1 &= L I_6 = R_1 I_7 \\ I_1 &= I_6 + I_7 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

図3bはボンドグラフであり、左端から電圧が、右端から電流が入り、特性で変換されながらボンドの方向にエネルギーが流れる。

まず、接続点の条件を定式化する。電気系では①と④は並列接続であるから、電流についてはエネルギーの流れる方向を正とした和が零、電圧については等値となる。

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0, \quad V_1 = V_2 = V \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} I_4 + I_5 - I_8 - I_9 - I_{10} &= 0 \\ V_4 = V_5 = V_8 = V_9 = V_{10} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

一方、②と③は直列接続であるから、電流については等値、電圧については和が零となる。

$$I_2 = I_4 = I_6, \quad V_2 - V_4 - V_6 = 0 \quad (13)$$

$$I_3 = I_5 = I_7, \quad V_3 - V_5 - V_7 = 0 \quad (14)$$

次に、特性については電気工学の支配法則から

$$\dot{i}_6 = \frac{1}{L} V_6, \quad I_7 = \frac{1}{R_1} V_7, \quad \dot{V}_8 = \frac{1}{C} I_8, \quad I_9 = \frac{1}{R_c} V_9 \quad (15)$$

図3cは機能モデルであり、上半分が電圧、下半分が電流の伝播を表現し、これら両状態量が特性によって上下方向に変換されながら、エネルギーが左から右に流れる。状態量につけた番号は、図3bのボンドにつけた番号と対応させるためのものである。機能モデルの支配方程式は、図2cと全く同一の方法で求めることができる。

図2と3は互いに等価な1自由度系であり、それらの機能は同一であるから、もし工学を横断するモデル化手法が存在するとすれば、両者のモデルは専門分野を超えて同一になるはずである。機能モデルではこの要求を満足している。しかしボンドグラフは、全体的には類似しているものの、両者は同一ではない。

図4は別の1自由度機械系であり、図5はそれと等価な1自由度電気系である。図4と5の機能モデルは同一であるが、ボンドグラフは若干異なる。

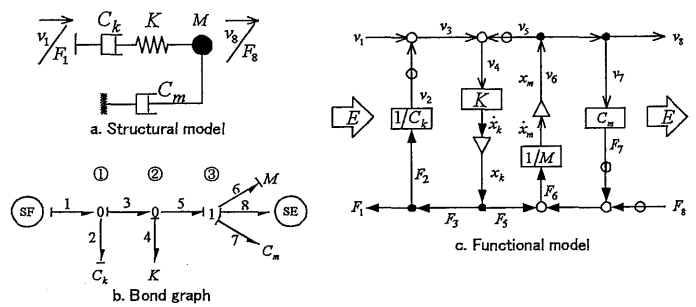


Fig. 4 SDOF mechanical system 2

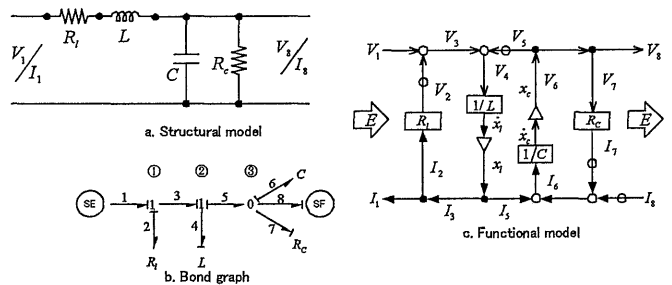


Fig. 5 SDOF electrical system 2

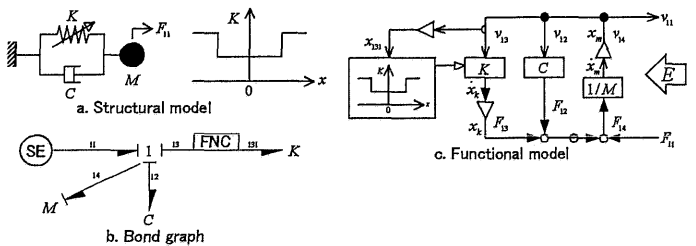


Fig. 6 SDOF mechanical system 3 with non-linear stiffness

図6は非線形ばねからなる1自由度機械系であり、aが構造モデル、bがボンドグラフ、cが機能モデルである。ボンドグラフでは、FNCの記号をばねへのボンドに付随させることによって非線形の存在を表しているが、状態量を表に出さないモデル化手法なので、非線形の詳細をモデル上に直接表現する方法が無い。それに対して機能モデルは、局部的非線形を全体のエネルギー流れと分離して表現し、全体モデルに入子式で挿入する手法を持っている。例えば図6cでは、速度 $v_4$ を観測量として取り出し、それを積分して $x_3$ とし、それから現時点のばねこわさを決めて、本体モデルに戻す過程が表現できている。

## 6. 機能モデルとボンドグラフの比較

機能モデルとボンドグラフは、どちらも工学を統合してエネルギーが移動・変換する様相をモデル化する手法であり、基本の考え方には共通点が多い。また、当然ながら根幹となる力学法則は同一であるから、帰着する数学モデルは同一である。しかし、前述の例から明らかなように、両者は同じものではないので、相違を明確にしておくことが必要であり、かつ利用者にとって有用であると考え。両者間に存在する相違を、Kを機能モデル、Bをボンドグラフとして述べると、以下のようになる。

K1: ブロック線図の一種

B1: ブロック線図とは別物

K2: 状態量の伝播を表に出し、エネルギー流れは裏に隠れている。

B2: エネルギー流れを表に出し、状態量の伝播は裏に隠れている。

K3: 線図が多く情報を表現しており、少ない予備知識で理解しやすい。

B3: 線図の裏に多くの決まりが隠れており、かなりの予備知識が無いと理解しにくい。

K4: 特性・変換子・エネルギー出入口・接続点を区別して扱い、それら個々の物理法則に沿った機能(働き)を線図中に直接表現する。

B4: 特性・変換子・エネルギー出入口・接続点を区別せず一括して素子として扱い、素子は単に英数字で表記するだけでその機能は表現しない。

K5: 検出器が必要なときには、その対象となる状態量を観測量として取り出すだけでよい。

B5: モデル本体のエネルギー流れや挙動とは無関係な検

出器を素子として定義している。

K6: 状態量がエネルギー源になり、状態量を表に出しており、どちらの状態量が入力しているかがモデル上で一目瞭然に分かるので、2種類の状態量のうちどちらが入力するかで入力源を区別して定義する必要がない。

B6: 状態量を表に出していないので、エネルギー源をエフォートが入力するエフォート源とフローが入力するフロー源に分けている。

K7: エネルギー流れを逆転させても、同一モデルで対応できる。

B7: エネルギー流れを逆転させれば、モデル全体を作り直さなくてはならない。

K8: 状態量を支配する法則や条件(力の釣合・変位の連続・キルヒホフの法則など)に従って状態量の推移を表現することによって、モデルが構成される。

B8: 状態量がモデルに表現されていないために、それを支配する法則や条件が表現できない。

K9: 機械・電気間の状態量が物理変換法則に沿っている。したがって、たすきがけ変換の概念が不要であり、また接続の定義が両分野で同一である。

B9: 機械・電気間の状態量が物理変換に沿わない。したがって、たすきがけ変換のためのジャイレータが必要であり、また接続の概念が両者で逆転している。

## 7. まとめ

専門分野を超えて工学を横断するエネルギー流れを扱い、機械の機能を表現するモデル化手法として、著者らが提案した機能モデルと既存のボンドグラフを比較した。両者の概要を述べ、特性の機能と状態量の接続の表現方法を対比させ、1自由度系の例を示し、両者間の相違を列挙した。

## 文献

- (1) 長松昌男, 角田鎮男, 長松昭男, 製品開発のための新しいモデル化手法(第1報), 機論, 64-622, C(1998), 1997-2004
- (2) 長松昭男, 角田鎮男, 長松昌男, 同上(第2報), 機論, 64-627, C(1998), 4216-4223
- (3) 長松昭男, 角田鎮男, 平松繁喜, 自動車開発のための仮想試験の概念と運用, 機論, 69-678, C(2003), 356-363
- (4) J. U. トーマ, 須田信英, ボンドグラフによるシミュレーション, コロナ社, (1996)