## 法政大学学術機関リポジトリ HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-04

## 無キャスタ型対向二輪移動ロボットの開発: 外力推定による安定化向上

末村, 昂輔 / SUEMURA, Kosuke

(発行年 / Year) 2009-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted) 2009-03-24

(学位名 / Degree Name) 修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor) 法政大学 (Hosei University)

### 2008年度 修士論文

## 無キャスタ型対向二輪移動ロボットの開発 ~外力推定による安定化向上~

Development of a Wheeled Mobile Robot without casters - Improvement of Stabilization by Estimating External Forces -

### 指導教授 小林尚登

### 大学院工学研究科

### 電気工学専攻修士課程

学生証番号 07R3117

スエムラ コウスケ

### 氏名 末村昂輔

### Abstract

This research is about a stabilizing control of the moving robot, the mechanism of which is Wheeled Mobile Robot (WMR) without any casters to support its body. The main result shows an improvement of stabilization by using an observer that estimates external forces added to this computer simulation, mechanism. As well as we experimented in several situations. We found the control performance has been improved remarkably by compensating the estimated external force.

Ι

## 本論文の構成

本論文は,全体が5章から構成される.

第1章では,本研究の背景について述べる.第2章で提案する機構の システムモデル,第3章では外力推定を用いた制御手法,さらに第4章 ではシミュレーションと実験による検証を行う.そして最後に,第5章 で結論を述べる.

Π

# 目 次

第1章	はじめに	1
第2章	提案機構のシステムモデル化	3
2.1	前提事項	4
2.2	システムモデル	4
2.3	運動方程式の導出	5
第3章	制御手法	7
3.1	オブザーバによる外力推定	8
3.2	外力補償項の追加	11
第4章	シミュレーションと実験	14
4.1	傾斜面での走行	15
4.2	突発的外力に対する安定化	19
第5章	おわりに	23
謝辞		24
参考文献	冧	25
第A章	トルク/電圧変換式	26
第B章	試作機の構成	

第C章	最適レギュレータ法	34
第D章	シミュレーションプログラム	35

IV

# 図目次

Fig 1.1	Structure of WMR without casters2
Fig 2.1	Model of WMR without casters4
Fig 3.1	Block diagram of control system11
Fig 4.1	Experiment scene about movement on slope16
Fig 4.2	Simulation result on slope17
Fig 4.3	Experiment result on slope
Fig 4.4	Experiment equipment about stabilization with disturbance20
Fig 4.5	Experiment scene about stabilization with disturbance20
Fig 4.6	Simulation result with disturbance21
Fig 4.7	Experiment result with disturbance
Fig A.1	Motor circuit27
Fig B.1	Prototype

V

Fig B.2	Motor	
Fig B.3	Rotary encoder	
Fig B.4	Tri-axis accelerometer module	32
Fig B.5	battery	
Fig B.6	Control circuit	

## 第1章 はじめに

現在まで,左右それぞれにアクチュエータを取り付けた対向二輪移動 ロボットが研究されている<sup>[1]~[3]</sup>.この機構は、一般的なステアリング機 構と比較して,左右の車輪の回転をそれぞれ制御することにより,優れ た旋回性を得ることができ,幅が狭く障害物の多い屋内における運搬ロ ボットとして活躍が見込まれている.

これらの対向二輪移動ロボットには,左右の駆動輪の他に,車体を支 えるための補助輪があるが,その存在により,凹凸面に弱いことや,旋 回性能に悪影響を及ぼすといった弱点がある.

そこで,本研究では対向二輪移動ロボットから,補助輪を排除した, 無キャスタ型対向二輪移動ロボットの開発を目的とする.

補助輪を排除すると,車輪を駆動させたときの反力により車体が傾くので,車体の重心を考慮した制御によってその傾きを抑える必要がある.

現在,補助輪の無い対向二輪移動ロボットの研究としては,車輪型倒 立振子の機構を扱ったものがほとんどである<sup>[4][5]</sup>.しかし,これらの移 動ロボットは,回転軸に垂直な方向からの力を受けやすく,また,大き く傾いたときに人や物にぶつかる危険性が高いため,屋内での運搬ロボ ットとしては安全性の面で不安がある.

本研究での提案機構を Fig 1.1 に示す .本機構の特徴は人に対する安全 面を重要視し ,凸部がなく ,運搬物を内包できるようにしている .また , 補助輪を排除したことにより ,車体がモータの反動により傾くといった 弱点も ,車体をドラム型としているので安全である.

しかし,車体をドラム型としたことで,運搬物の体積が車輪径により 制限されてしまうので,体積の大きなものを運ぶためには車輪自体を大 きくする必要がある.車輪径を大きくすることで,凹凸面での走行にさ

1

らに強くなるが,その一方で,慣性モーメントが増大し,粘性摩擦も低下するために,外部から力を受けた際に,素早く安定化することが特に重要となる.

そこで本論文では,無キャスタ型対向二輪移動ロボットの機構において,外力推定による安定化向上の有効性を,シミュレーションおよび実験によって示す.



Fig 1.1: Structure of WMR without casters

# 第2章 無キャスタ型対向二輪移 動ロボットのモデル化

本章では,無キャスタ型対向二輪移動ロボットについて,モデル化に おける前提事項を述べ,システムモデルを示す.そしてラグランジュの 運動方程式の導出を行う.

### 2.1 前提事項

これまでに,車輪型倒立振子における外力オブザーバを用いた安定化 制御法<sup>60</sup>が研究され,成果が挙げられている.

そこで本研究では,無キャスタ型対向二輪移動ロボットにその制御手 法を応用し,ロボットに働く外力を車軸に加わる回転トルクと仮定して モデル化を行い,外力推定による安定化を試みる.

### 2.2 システムモデル

Fig 2.1 は無キャスタ型対向二輪移動ロボットを横から見たモデルで ある.θ<sub>1</sub>,θ<sub>2</sub>はそれぞれ車輪の回転角,車体の傾斜角を示し,rは車輪半 径,1は車軸と車体重心との距離を示している.



Fig 2.1: Model of WMR without casters

### 2.3 運動方程式の導出

Fig 2.1 のモデルにおいて, θ<sub>1</sub>, θ<sub>2</sub> について, モータのトルク/電圧変換式(付録 第 A 章参照)を用いて, ラグランジュの運動方程式を以下のように導出した.

$$(2J_1 + (2m_1 + m_2)r^2)\ddot{\theta}_1 - m_2 lr\cos\theta_2 \cdot \ddot{\theta}_2 + \left(2f_r + \frac{2K_r}{R}K_e\right) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + m_2 lr\sin\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 = \frac{2K_r}{R}V_{in} + rF$$

$$(2.1)$$

$$-m_{2}lr\cos\theta_{2}\cdot\ddot{\theta}_{1} + \left(J_{2} + m_{2}l^{2}\right)\ddot{\theta}_{2}$$

$$-\left(2f_{r} + \frac{2K_{\tau}}{R}K_{e}\right)\left(\dot{\theta}_{1} - \dot{\theta}_{2}\right)$$

$$+m_{2}gl\sin\theta_{2} = -\frac{2K_{\tau}}{R}V_{in} + rF$$

$$(2.2)$$

各パラメータについては Table 2.1 に示す.

式(2.1),(2.2)について,車輪と車体はモータの回転に対し,作用反作 用の関係でそれぞれ逆方向の力を受けるので,入力項の符号が異なって いる.また,移動ロボットに働く外力を,車軸に加わる回転トルクと仮 定したので,それぞれの外力項は,水平成分外力×車輪半径となってい る.

		,
$\theta_1$	車輪の回転角 [rad]	
$\theta_2$	車体の傾斜角 [rad]	
$m_1$	車輪の質量 [kg]	0.273
$m_2$	車体の質量 [kg]	2.776
1	車軸と車体重心との距離 [m]	0.06
r	車輪半径 [m]	0.15
g	重力加速度 [m/s <sup>2</sup> ]	9.8
$J_1$	車輪の慣性モーメント [kgm²]	2.7
$J_2$	車体の慣性モーメント [kgm²]	4.98
$\mathbf{f}_{\mathbf{r}}$	駆動システムの粘性摩擦係数 [kg m²/s]	$2.0 \times 10^{-4}$
Κ	モータのトルク定数 [Nm/A]	2.1167
K <sub>e</sub>	モータ逆起電力定数 [Vs/rad]	3.30
R	モータの電機子抵抗[ ]	8.633
Vin	入力電圧 [V]	
F	外力 [N]	

Table 2.1: Parameters of the experimental system

## 第3章 制御手法

本章では,まず第2章で求めた運動方程式から線形状態方程式を導出 し,外力を推定するオブザーバを設計する.さらに,そのオブザーバに より求めた外力を用いた制御系を構成する.

7

### 3.1 オブザーバによる外力推定

式(2.1), (2.2)について, 平衡点近傍で線形化すると以下の運動方程式 が得られる.

$$\begin{aligned} \left(2J_1 + \left(2m_1 + m_2\right)r^2\right)\ddot{\theta}_1 - m_2 lr\ddot{\theta}_2 \\ + \left(2f_r + \frac{2K_\tau}{R}K_e\right)\left(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2\right) \\ &= \frac{2K_\tau}{R}V_{in} + rF \end{aligned}$$

$$(3.1)$$

$$-m_{2}lr\ddot{\theta}_{1} + \left(J_{2} + m_{2}l^{2}\right)\ddot{\theta}_{2}$$

$$-\left(2f_{r} + \frac{2K_{\tau}}{R}K_{e}\right)\left(\dot{\theta}_{1} - \dot{\theta}_{2}\right)$$

$$+m_{2}gl\theta_{2} = -\frac{2K_{\tau}}{R}V_{in} + rF$$
(3.2)

移動ロボットに働く外力 F を,各角度,各角速度に加えて,状態量の 一つとしてシステムに組み込みオブザーバによる推定を行う. 外力 F はステップ状に変化し,そのダイナミクスを

$$\dot{F} = 0 \tag{3.3}$$

と仮定すると,4次のシステムを拡張して,5次のシステムとして次のように状態方程式と出力方程式が表せる.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bV_{in} \\ y = Cx \end{cases}$$
(3.4)

ただし

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ F \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & -a_3 & a_5 \\ 0 & a_2 & a_4 & -a_4 & a_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ b &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ a_1 &= -gm_2^{2}l^2r/\Delta \\ a_2 &= -gm_2l(2J_1 + (2m_1 + m_2)r^2)/\Delta \\ a_3 &= -2(J_2 + m_2l(l - r))(K_eK_r + f_rR)/R\Delta \\ a_4 &= -2[(m_2r - 2J_1 - (2m_1 + m_2)r^2)(K_eK_r + f_rR)/R\Delta \\ a_5 &= r(J_2 + m_2l(l + r))/\Delta \\ a_6 &= r(2J_1 + r(2m_1r + m_2(l + r)))/\Delta \\ b_1 &= 2K_r(J_2 + m_2l(l - r))/\Delta R \\ b_2 &= -2K_r(2J_1 + r(-m_2l + (2m_1 + m_2)r^2)/\Delta R \\ \Delta &= 2J_1(J_2 + m_2l^2) + (2m_1m_2l^2 + J_2(2m_1 + m_2)r^2 \end{aligned}$$

このシステムは可観測であり,オブザーバの構成が可能である.従って,未知の状態量  $\dot{\theta_1}$ , $\dot{\theta_2}$ ,Fをオブザーバにより推定することが可能である.移動ロボットに与える操作入力と,その操作入力のときの出力をオブザーバに入力することにより全状態量を推定する.これを式で表すと次のようになる.

$$\dot{x}^* = (A - KC)x^* + Ky + bV_{in}$$
 (3.5)

ただし

$$x^* = \begin{bmatrix} \theta_1^* & \theta_2^* & \dot{\theta}_1^* & \dot{\theta}_2^* & F^* \end{bmatrix}^T$$

 $heta_1^* \sim F^*$ はオブザーバによって推定された状態変数である.また,Kはオブザーバゲイン行列であり,A-KCの極を任意に指定でき,それにより推定値を真値に追従させることが可能である.

この構成をブロック線図で示すと, Fig 3.1 のようになる.



Fig 3.1: Block diagram of control system

### 3.2 外力補償項の追加

平衡状態では運動方程式(2.1), (2.2)は次のようになる.

$$0 = \frac{2K_{\tau}}{R} V_{off} + rF \tag{3.6}$$

$$m_2 g l \sin \theta_{2b} = -\frac{2K_\tau}{R} V_{off} + rF$$
(3.7)

ここで,  $V_{off}$  は平衡状態保持電圧で,式(3.6),(3.7)は外力 F が働くとき,入力を  $V_{off}$  = - rFR/2K<sub>t</sub>とすると車体が  $\theta_{2b}$  傾いた状態で安定することを示す.

つまり,外力が働くときの制御系は,外力が働かない場合の制御系に, 外力によって傾いた車体傾斜を保持するための,補償電圧 V<sub>off</sub>をフィー ドフォワード項として加えたものとなる.そのときの制御則は次のよう になる.

$$V = -f \begin{bmatrix} \theta_{1}^{*} - \theta_{1ref} \\ \theta_{2}^{*} - \theta_{2b} \\ \dot{\theta}_{1}^{*} - \omega_{1ref} \\ \dot{\theta}_{2}^{*} \end{bmatrix} + V_{off}^{*}$$
(3.8)

ただし,

$$\theta_{2b}^{*} = \frac{2rF}{m_2gl}$$

$$V_{off}^{*} = -\frac{R}{2K_{\tau}}rF^{*}$$

$$f = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix}$$

ここで, $\theta_{1ref}$ , $\omega_{1ref}$ はそれぞれ,目標車輪回転角度,角速度である.また,fは外力が働かない場合の,式(3.4)からFを除いた4次のシステムのフィードバックゲインベクトルである.

さらに,式(3.8)は次のように表せる.

$$V = -f \begin{bmatrix} \theta_1^* - \theta_{1ref} \\ \theta_2^* \\ \dot{\theta}_1^* - \omega_{1ref} \\ \dot{\theta}_2^* \end{bmatrix} - \left( \frac{R}{2K_{\tau}} - \frac{2f_2}{m_2gl} \right) r F^*$$
(3.9)

ここで,

$$f_5 = \left(\frac{R}{2K_{\tau}} - \frac{2f_2}{m_2 gl}\right) r \tag{3.10}$$

とすると制御則は,

$$\tau = -f'\left(x^* - x_{ref}\right) \tag{3.11}$$

と表せる.ただし,

 $f = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 \end{bmatrix}$  $x_{ref} = \begin{bmatrix} x_{1ref} & 0 & \omega_{1ref} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ 

## 第4章 シミュレーションと実験

本章では,第3章で導出した制御則による,シミュレーションと実験 の結果を提示し,考察を行う.

シミュレーションと実験は,常に外力を受ける状態での制御として傾斜面での走行と,突発的に外力が働いたときの安定化の2種類の状況を 想定し,それぞれ外力補償がある場合(case1)と,ない場合(case2)との比 較を行った.

本実験に用いた試作機の構成については付録 第B章に記載する.

4.1 傾斜面での走行

傾斜面では,機体の重量と傾斜角により決まる,常に一定の外力を受けることになる.そこで,ここでは傾斜面での上り走行において,前章で示した外力推定を用いた制御をシミュレーションと実験を通して行う.

屋内におけるスロープの勾配は,国土交通省が定めたバリアフリー新 法により,1/12(4.76[°])以下と基準が定められている.そこで,今 回は勾配 1/12のスロープにおける,上り走行のシミュレーションと実験 を行った.なお,このスロープで移動ロボットが受ける外力Fは上りに おいて-(2m<sub>1</sub>+m<sub>2</sub>)g sin(0.08314)[N]である.

移動ロボットの動作は停止状態から徐々に加速し,1.2[m]進んだ位置 で停止する.その際の制御は,目標車輪回転角θ<sub>1ref</sub>を0~8[rad]まで徐々 に変化させ,それを追従させることで行う.

ここで用いるオブザーバゲインは,サンプリングタイム10[ms]におい て発散せず,かつ外力が速やかに収束する値を,フィードバックゲイン は追従性と車体傾斜角の安定性の良いものを,それぞれ最適レギュレー タ法(付録 第C章参照)から求め,シミュレーションにより選定した. それぞれの最適レギュレータ法の評価関数におけるパラメータは,オブ ザーバゲインについてはQ=diag(1,1,1,1,10<sup>4</sup>), R=diag(10,10),フィ ードバックゲインについてはQ=diag(4,240,1,1), R=1 である.

実験の様子を Fig 4.1 に,シミュレーションと実験の結果をそれぞれ Fig 4.2, Fig4.3 に示す.

シミュレーションと実験結果を比較すると,実験結果の推定外力は, シミュレーションに比べて実際の外力に収束するまでに長い時間を要 した.これは加速度センサに車体の振動や,僅かな進行加速度によって ノイズが乗ったために,オブザーバの収束が遅くなったためだと考えら れる.

また,シミュレーションと実験結果で,ともに外力補償がない場合, 車輪回転角が目標値に収束しなかった.これは入力に外力補償項が存在 しないために,車輪回転角が目標値とずれた値で,車体傾斜角の項と釣 りあったためである.このことから傾斜面など常に外力が加わる状況に おいて,外力を観測し補償することが,正確に目標とする位置に停止す るために必須であることが分かる.



Fig 4.1: Experiment scene about movement on slope



(a) angle of wheels



(b) external force

Fig 4.2: Simulation result on slope



(a) angle of wheels



(b) exteranal force

Fig 4.3: Experiment result on slope

### 4.2 突発的外力に対する安定化

水平面において,時刻t=6~11[s]の間に,F=-2.94[N]のステップ状の 外力を与えたときの,シミュレーションと実験を行った.

実験装置を Fig 4.4 に示す.車輪の回転軸に糸を通し,滑車を使用して 300g の重りが吊るされている.実験方法は,重りを持ち上げた状態から 始めて,時刻 t=6[s]で重りを吊り下げ,t=11[s]で再び重りを持ち上げるこ とで,ステップ状の外力を与える.

オブザーバゲインは傾斜面での走行実験と同じものを使用し,フィード バックゲインは最適レギュレータ法を用いて,車輪回転角の小ささを優先 し,シミュレーションにより選定した.最適レギュレータ法の評価関数の パラメータは,Q=diag(4,20,1,1),R=1である.

実験の様子を Fig 4.5 に,シミュレーションと実験の結果をそれぞれ Fig 4.6, Fig4.7 に示す.

シミュレーションと実験結果を比較すると,実験結果の方が車輪の回 転角度がシミュレーションの値より小さいことが分かる.これはモータ の電機子反作用による回転の抑制や,駆動システムの粘性摩擦が想定し た値より大きかったことが原因と考えられる.また,推定外力の値が小 さいことについても,この回転角が小さかったことに起因すると考えられる.

しかし,シミュレーションと実験結果のいずれも,外力補償をした場合が,補償しなかった場合に比べ,車輪の回転角が小さくなっていることが分かる.安全面を重視する場合,外力に対して車体位置の変動が小さいことが望ましいので,突発的な外力に対しても外力を観測し補償することが有効であることが言える.



Fig 4.4: Experiment equipment about stabilization with disturbance



Fig 4.5: Experiment scene about stabilization with disturbance



(a) angle of wheels



(b) external force

Fig 4.6: Simulation result with disturbance



(a) angle of wheels



(b) external force

Fig 4.7: Experiment result with disturbance

## 第5章 おわりに

本稿では,無キャスタ型対向二輪移動ロボットにおける,外力推定を 用いた,定常外力が加わるときと,突発的外力が加わったときの,2つ の状況においてのシミュレーションおよび実験を行い,それぞれについ てその有効性を示した.これにより,無キャスタ型対向二輪車が機動性 に優れ,かつ安定性を確保した移動ロボットとして期待できる結果とな った.

なお,今回製作した試作機は,車体の傾斜角の測定に加速度センサを 使用したために,ノイズの影響によりオブザーバの収束性が悪くなると いった問題があったが,その解消法としてカルマンフィルタを設計する ことや,松本らのレートジャイロとオブザーバによる傾斜角の測定法<sup>[7]</sup> を使用するといったことが考えられる.

また,今回は直進運動のみでの制御を行ったが,今後は旋回運動にお ける制御などが課題として挙げられる.

## 謝辞

まず,指導教授である小林尚登教授に感謝の意を申し上げます.小林教授には,知識や経験の乏しい私に,様々な助言をして頂き,多くのご指導を承りました.

理化学研究所の川端先生には,正規の仕事でご多忙であるにも関わらず,われわれの研究について親身になって相談に乗って頂きありがとうございました.

また,同研究室の先輩、同輩、後輩の皆様に,研究や学業をサポートして頂いたことに感謝します.

最後に,私の大学生活を様々な面で支援して頂いた両親に感謝の意を 示し,本論文の結びとさせていただきます.

## 参考文献

- [1] 水谷,大淵,対馬:"自律移動車輪型ロボットの実際位置に関する軌道追従制御(第1報,レーザ燈台測定システムによる推定姿勢角度の修正を行った場合の軌道追従制御特性)",日本機械学會論文集(C編) 61巻,583号,pp1084~1089,1995
- [2] 関,高,神谷, 疋津,張:"繰り返し順変換を用いた独立二輪駆動型
   移動ロボットにおける移動経路の生成",精密工学会誌論文集 Vol.71
   No.4,pp506~511,2005
- [3] 小林, 對馬: "位置誤差を考慮した移動ロボットの軌道追従制御(ベジェ曲線による軌道補正法)", ロボティクス・メカトロニクス講演会'02 講演論文集
- [4] 尾崎,大串,下川,林:"車輪型倒立振子の位置・姿勢制御"日本機械学会論文集(C編) Vol.65 No.637, pp3635~3642, 1999
- [5] 中代,古谷,:"倒立振子を応用した車輪型移動ロボットに関する研究",
   日本機械学会関東支部総会講演会講演論文集 2002(8), pp383-384
- [6] 城間,松本,谷:"構造的に不安定な移動ロボットの協調行動による物体の運搬",日本機械学会論文集(C編)64巻628号,pp164~171,1998
- [7] 松本,梶田,谷:"移動ロボットの内界センサのみによる姿勢検出と その制御",日本ロボット学会誌 Vol.8 No.5,pp37~46,1990
- [8] 吉井恒夫,井村順一:"現代制御理論",昭晃社,1994

## 第A章 トルク/電圧変換式

Fig A.1 の電機子回路について,キルヒホッフの電圧則から次式が成り 立つ.

$$L\frac{d}{dt}i + Ri + e = V$$

回路のインダクタンスLは十分に小さいと仮定し,電圧Vを制御入力と すると,電流iは次式で表わされる.

$$i = \frac{V - e}{R}$$

モータにより発生するトルク ,回転速度 ,逆起電力 e とすると

$$e = K_e \omega$$
  
$$\tau = K_\tau i = K_\tau \frac{V - e}{R} = K_\tau \frac{V - K_e \omega}{R}$$

となる.このとき K はトルク定数であり, K。は逆起電力定数である.



Fig A.1: Motor circuit

### 第B章 試作機の構成

今回の実験に使用した試作機を Fig B.1 に示す.試作機の各パラメー タは第2章の Table 2.1 と同じ値である.なお,本試作機は外力推定の実 験を目的として製作したため,実験の行い易さを優先し,Fig 1.1 のよう に車体をドラム型にはしていない.

本試作機の構成要素を以下に示す.

(1) モータ

日本サーボ(株)製の DME33B6HPA に同社のギヤヘッド 6DG150 を取り付けたもの(Fig B.2)を 2 つ使用した.仕様を Table B.1 に 示す.

- (2) ロータリーエンコーダ
   マイクロテックラボラトリー(株)製の MES-30-1500 (Fig B.3)を
   使用した.仕様を Table B.2 に示す.なお,モータ側に 40 歯,
   ロータリーエンコーダ側に 50 歯のギヤで接続されているので,
   車輪角度一周あたり 1200 パルスとなる.
- (3) 3 軸加速度センサ
   車体の傾斜角測定にはカイオニクス社の3 軸加速度センサモジ
   ュール KXM52-1050 (Fig B.4)を使用し,重力加速度の方向から
   傾斜角を測定する.仕様を Table B.3 に示す.
- (4) バッテリ
   Kung Long Batteries industrial 社製の WP-2.6-12 完全密封型鉛畜電
   池(12V 2.6Ah)(Fig B.5)を使用した.
- (5) コントロールユニット制御回路を Fig B.6 に示す .制御用マイコンには PIC18F452 を使

用する 加速度センサからの信号は作動増幅回路により0~5[V] の範囲に増幅され, MCP3208 により12 ビット AD 変換され, PIC18F452 に送られる.このとき PIC では取得値について10回 毎の平滑化を行う.また,ロータリーエンコーダからの信号は PIC16F873 で計測され, PIC18F452 に送られる.モータの制御 にはモータドライバ TA8440HQ を使用し, PIC18F452 からの PWM 信号により制御する.



Fig B.1: Prototype in this reseach



Fig B.2: Motor

Table B.1: Spec of motor

定格出力	3 [W]
定格電圧	DC 12 [V]
減速比分母	150
回転速度	37 [r/min]
許容トルク	0.77 [N• m]
質量	400 [g]



Fig B.3: Rotary encoder

Table B.2: S	Spec	of rotary	encoder
--------------	------	-----------	---------

定格電圧	DC 5~12[V]
検出方式	インクリメンタル
出力パルス数	1500 [パルス/回転]
出力相	A , B , Z 相
出力形態	矩形波
最高応答周波数	100 [kHz]



Fig B.4: Tri-axis accelerometer module

定格電圧	2.5 ~ 5.5 [V]				
軸	3(xyz)				
検出範囲	± 2.0 [g]				
出力	660 [mV/g]	入力 3.3 [V]時			
オフセット電圧	1.65 [V]	入力 3.3 [V]時			
出力周波数	0 ~ 1500 [Hz] (xy)				
	0 ~ 1500 [Hz] (z)				

Table B.3: Spec of tri-axis accelerometer module



Fig B.4: Battery



Fig B.5: Control circuit

## 第C章 最適レギュレータ法

可制御である線形システム

$$\dot{x} = Ax + Bu; x \in \Re^n, u \in \Re^r$$

において二次評価関数

$$J = \int_0^\infty \left( x^T Q x + u^T R u \right) dt; R \in \mathfrak{R}^{r \times r}, Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$$

を最小にする最適制御入力は

$$u = Kx, K = -R^{-1}B^T P$$

の状態フィードバック制御則である.ここで $P \in \Re^{n \times n}$ は Riccati の行列方 程式

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

を満たす唯一の正定解である.ここで R, Qは正定行列とする.

# 第D章 シミュレーションプログ ラム

第4章で行ったシミュレーションのC言語プログラムを記載する.こ のプログラムは OpenGL を使用し, 3D グラフィックス化をしている.

#define WIN32\_LEAN\_AND\_MEAN いない部分を除外 // Windows ヘッダーから使用されて

// Windows ヘッダー ファイル #include <windows.h> #include <iostream.h> #include <stdio.h> #include<math.h> #include <conio.h> #include <time.h>

#include <GL/gl.h>
#include <GL/glut.h>

### //C ランタイム ヘッダー ファイル

#include <stdlib.h>
#include <malloc.h>
#include <memory.h>

#include <tchar.h>

#define pi 3.14159265358979323846 #define g 9.8

void ErrorHandler(char \*message, DWORD error); void move();

double euler(double X[5], double OX[5], double OG[5][2], double A[5][5], double B[5]); double runge\_kutta(double X[5]); double observer(double X[5], double OX[5], double OG[5][2], double A[5][5], double B[5]);

void Matrix\_addition(double A[5], double B[5], double C[5], double d); void Matrix\_55(double A[5][5], double B[5], double C[5]); void F(double X[5], double f[2]); void V(double X[5], double v[2]); void OY(double X[5], double OX[5], double OG[5][2], double oy[5]);

static int width = 640, height = 240;

```
// ウィンドウサイズ
```

// フィールド範囲

// 床傾斜角

// タイヤ角速度

static double draw\_count = 0;

double i, j;

static long t = 0; static long field = 10;

static double alpha = 0.08314;

static double r = 0.15; // タイヤ半径 static double th1 = 0; // タイヤ角度

static double dth1 = 0;

```
// 車体中心から重心までの距離
static double l = 0.06;
static double th2 = 0;
                                                // 重心角度
static double dth2 = 0;
                                                // 重心角速度
static double phi = 0.0;
                                                // 進行方向角度
                                                // サンプリングタイム
static double dt = 0.01;
static double wid = 0.15;
                                                // 車幅
static double x = 0.0, y = 0.0, z = 0.0;
                                                // 車体中心座標
                                                // 視点座標
static double Px, Py;
                                                // 車輪質量
static double m1 = 0.273;
                                                // 車体質量
static double m2 = 2.776;
static double fr = 0.0002;
                                                // モータの粘性摩擦
                                                // 車輪、車体の慣性モーメント
static double J1, J2;
                                                // モータのトルク係数
static double Kt = 2.1167;
                                                // モータの逆起電力定数
static double Ke = 3.3;
                                                // モータの内部抵抗
static double R = 8.633;
                                                // 入力電圧
static double Vin;
                                                // 入力トルク
static double tau;
static double fo = 0;
                                                // 外力
static double th1ref, dth1ref;
                                                // 目標値
FILE *fp;
```

GLfloat mat\_shininess[] = {1.0}; // 光量 GLfloat light\_position[] = {0.0, -10.0, 0.0, 1.0}; // 光源位置

#### void color(double red, double green, double blue)

{

GLfloat mat\_ambient[] = {red, green, blue, 1.0}; GLfloat mat\_diffuse[] = {red, green, blue, 1.0}; GLfloat mat\_specular[] = {red, green, blue, 1.0}; glMaterialfv(GL\_FRONT, GL\_AMBIENT, mat\_ambient); glMaterialfv(GL\_FRONT, GL\_DIFFUSE, mat\_diffuse); glMaterialfv(GL\_FRONT, GL\_SPECULAR, mat\_specular); glMaterialfv(GL\_FRONT, GL\_SHININESS, mat\_shininess);

}

#### void init(void)

{

```
glClearColor(1.0, 1.0, 1.0, 0.0);
glShadeModel(GL_SMOOTH);
color(1.0, 1.0, 1.0);
glLightfv(GL_LIGHT0, GL_POSITION, light_position);
glEnable(GL_LIGHTING);
glEnable(GL_LIGHT0);
glEnable(GL_DEPTH_TEST);
```

}

void cube(int mode, double x, double y, double z)

#### {

glPushMatrix();

if(mode == 1){glTranslated(x/2, 0.0, 0.0);}
if(mode == 2){glTranslated(0.0, y/2, 0.0);}
if(mode == 3){glTranslated(0.0, 0.0, z/2);}

glScaled(x, y, z);

glutSolidCube(1.0);

glPopMatrix();

```
}
```

void wire\_sphere(double x, double y, double z)

{

glPushMatrix();

glScaled(x, y, z);

glutWireSphere(1, 12, 2);

glPopMatrix();

```
}
```

```
void clip()
```

{

glScalef(3, 3, 3);

```
/* 地面 */
```

/\* y 軸方向 \*/

color(0.0, 1.0, 1.0);

```
glLineWidth(0.02);
```

glBegin(GL\_LINES);

glColor3d(0.0, 1.0, 0.0);

 $for(i = 0; i \le field; i = 0.5)$ 

glVertex3f((field/2 - i)\*cos(alpha), field/2, (field/2 - i)\*sin(alpha));

glVertex3f((field/2 - i)\*cos(alpha), -field/2, (field/2 - i)\*sin(alpha));

}

glEnd();

#### /\* x 軸方向 \*/

color(0.0, 1.0, 1.0);

glBegin(GL\_LINES);

glColor3d(0.0, 1.0, 0.0);

 $for(i = 0; i \le field; i += 0.5)$ 

glVertex3f(field/2\*cos(alpha), field/2 - i, field/2\*sin(alpha));

glVertex3f(-field/2\*cos(alpha), field/2 - i, -field/2\*sin(alpha));

}

glEnd();

#### /\* 車体 \*/

glPushMatrix();

glTranslated(x, y, r+z);

### glPushMatrix();

color(0.0, 1.0, 0.0); glRotated(180, 0.0, 1.0, 0.0); glRotated(th2/pi\*180, 0.0, 1.0, 0.0); cube(3, 0.02, wid, 0.12);

glPopMatrix();

#### /\* 車輪 \*/

glPushMatrix();

color(0.0, 0.0, 0.0); glTranslated(0.0, 0.5\*wid, 0.0); glRotated(90, 1, 0, 0); glRotated(-th1\*180/pi, 0, 0, 1); glutWireTorus(0.01, r, 20, 50); wire\_sphere(r, r, 0.01);

glPopMatrix();

glPushMatrix();

color(0.0, 0.0, 0.0);

glTranslated(0.0, -0.5\*wid, 0.0);

glRotated(90, 1, 0, 0);

glRotated(-th1\*180/pi, 0, 0, 1);

glutWireTorus(0.01, r, 20, 50);

wire\_sphere(r, r, 0.01);

### glPopMatrix();

glPopMatrix();

#### /\* 目標值 \*/

glPushMatrix();

glTranslated(th1ref\*r\*cos(alpha), 0, 0.15+th1ref\*r\*sin(alpha)); color(1.0, 0.0, 0.0); glScaled(1, 1, 1); glutSolidCube(0.02); glPopMatrix();

}

#### void draw(void)

{

```
glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
glPushMatrix();
glColor3d(0.0, 0.0, 0.0);
clip();
glPopMatrix();
glutSwapBuffers();
glFlush();
```

}

void reshape(int width, int height){

glViewport(0, 0, (GLsizei)width, (GLsizei)height);

glMatrixMode(GL\_PROJECTION);

glLoadIdentity();

gluPerspective(60.0, (GLfloat)width / (GLfloat)height, 1.0, 200.0);

glMatrixMode(GL\_MODELVIEW);

glLoadIdentity();

gluLookAt(0, -1.6, 0.7, 0, 0.3, 0, 0.0, 0, 1);

}

/*******	*******
*	目標値と外力の設定
*****	***************************************

#### void target(){

// 傾斜面走行

```
if(t*dt < 4) \{
th 1ref = 0.25*t*dt*t*dt;
dth 1ref = 0.5*t*dt;
\}
else if(t*dt < 8) {
th 1ref = 8-0.25*(8-t*dt)*(8-t*dt);
dth 1ref = 0.5*(8-t*dt);
\}
else {
th 1ref = 8;
dth 1ref = 0;
}
fo = -(2*m1+m2)*g*sin(alpha);
```

```
/*
// 突発的外力
       if(t^*dt < 6){fo = 0;}
       else if(t^*dt < 11){fo = -0.3*g;}
       else { fo = 0; }
       alpha = 0;
*/
}
制御部
***********
void move(void){
                                     // システム行列
       static double A[5][5];
       static double B[5];
       static double FG[5];
                                     // フィードバックゲイン
                                     // オブザーバゲイン
       static double OG[5][2];
       static double X[5];
                                     // θ 行列
                                     // 推定θ行列
       static double OX[5];
                                     // 目標θ行列
       static double Xref[5];
       J1 = m1*r*r/2;
                                     // 車輪慣性モーメント
       J2 = m2*l*l*4/3;
                                     // 車体慣性モーメント
       target();
```

X[0] = th1; X[1] = th2; X[2] = dth1; X[3] = dth2; X[4] = fo; Xref[0] = th1ref; Xref[1] = 0;Xref[2] = dth1ref;

- Xref[3] = 0;
- Xref[4] = 0;

### // システム行列

 $A[0][0] = 0; \quad A[0][1] = 0; \quad A[0][2] = 1; \quad A[0][3] = 0; \quad A[0][4] = 0;$  $A[1][0] = 0; \quad A[1][1] = 0; \quad A[1][2] = 0; \quad A[1][3] = 1; \quad A[1][4] = 0;$ A[2][0] = 0;A[2][1] = -32.3155; A[2][2] = 2.1364; A[2][3] = -2.1364; A[2][4] = 5.7413; A[3][0] = 0;A[3][1] = -104.6240; A[3][2] = 71.7034; A[3][3] = -71.7034; A[3][4] = 12.5841;  $A[4][0] = 0; \quad A[4][1] = 0; \quad A[4][2] = 0; \quad A[4][3] = 0;$ A[4][4] = 0;B[0] = 0;B[1] = 0;B[2] = -0.6472; B[3] = -21.7229; B[4] = 0;

### // オブザーバゲイン

// QQ=diag([1,1,1,1,10000]);, rr=diag([10,10]);

OG[0][0]=4.3868;	OG[0][1]=4.2405;
OG[1][0]=4.2405;	OG[1][1]=4.5963;
OG[2][0]=18.5630;	OG[2][1]=21.6434;
OG[3][0]=16.4498;	OG[3][1]=19.5042;
OG[4][0]=20.7915;	OG[4][1]=23.8267;

### // オブザーバによる推定

OX[5] = observer(X, OX, OG, A, B);

#### // フィードバックゲイン

FG[0] = 2.0000; FG[1] = -16.3227; FG[2] = 0.5451; FG[3] = -0.3850; //Q=diag([4,240,1,1]);, r=1; 傾斜面走行 FG[0] = 2.0000; FG[1] = -8.3415; FG[2] = 0.4003; FG[3] = -0.2763;

//Q=diag([4,20,1,1]);, r=1; 突発的外力

FG[4] = -(2\*FG[1]/(m2\*g\*l) - R/(2\*Kt))\*r;

#### // 外力補償項あり

$$\label{eq:Vin} \begin{split} &Vin = FG[0]*(Xref[0] - OX[0]) + FG[1]*(Xref[1] - OX[1]) + FG[2]*(Xref[2] - OX[2]) + \\ &FG[3]*(Xref[3] - OX[3]) + FG[4]*(Xref[4] - OX[4]); \end{split}$$

#### // 外力補償項なし

 $\label{eq:Vin} $$ $ Vin = FG[0]*(Xref[0] - OX[0]) + FG[1]*(Xref[1] - OX[1]) + FG[2]*(Xref[2] - OX[2]) + FG[3]*(Xref[3] - OX[3]); $$ $ FG[3]*(Xref[3] - OX[3]); $$ $ $ To exact the set of the set of$ 

#### // ルンゲクッタ法による出力の導出

X[5] = runge\_kutta(X);

th1 = X[0];

```
void ErrorHandler(char *message, DWORD error){
          cout << message << endl;</pre>
           cout << "エラー番号 = " <<error << endl;
           ExitProcess(1);
```

```
// 描写
```

}

t++;

}

### OX[0], X[1], OX[1], X[2], OX[2], X[3], OX[3], X[4], OX[4], Vin);

%lf

	%lf	%lf	%lf	%lf	%lf¥n", t*o	dt, th1ref,	X[0],	OX[0],	X[1],
OX[1], X[2	2], OX[2], X	[3], OX[3],	X[4], OX[4]	, Vin);					
	fprintf(fp,"	%lf	%lf	%lf	%lf	%lf	%lf	ç	%lf
	%lf	%lf	%lf	%lf	%lf	%lf¥n",	t*dt,	th1ref,	X[0],

%lf

%lf

%lf

%lf

%lf

```
tau = Kt^{*}(Vin - Ke^{*}(X[2]-X[3]))/R;
```

```
z = r * th1 * sin(alpha);
```

printf("%lf %lf

draw\_count += dt;

if(draw\_count >= 0.04){

draw();

reshape(width, height);

draw\_count = 0;

x = r \* th1 \* cos(alpha);

dth2 = X[3];

dth1 = X[2];

th2 = X[1];

46

}

```
void timer(int value){
```

glutTimerFunc(1000\*dt, timer, 0); move();

}

### int main(){

fp=fopen("pc-jusin.xls","w");

srand((unsigned)time(NULL));

glutInitDisplayMode(GLUT\_DOUBLE | GLUT\_RGB | GLUT\_DEPTH);

glutInitWindowSize(width, height);

glutInitWindowPosition(560, 120);

glutCreateWindow("gl");

init();

glutReshapeFunc(reshape);

glutDisplayFunc(draw);

glutTimerFunc(100, timer, 0);

glutMainLoop();

fclose(fp);

return 0;

}

 void F(double X[5], double f[2]){

$$\begin{split} f[0] &= (-(g^*pow(l,2)^*pow(m2,2)^*r^*R^*cos(X[1])^*sin(X[1])) + (J2 + pow(l,2)^*m2)^* \\ &(r^*R^*X[4] - 2^*(Ke^*Kt + fr^*R)^*(X[2] - X[3])) + l^*m2^*r^*cos(X[1])^*(r^*R^*X[4] + \\ 2^*(Ke^*Kt + fr^*R)^*(X[2] - X[3])) - l^*m2^*(J2 + pow(l,2)^*m2)^*r^*R^*sin(X[1])^*pow(X[3],2))/ \\ &((J2 + pow(l,2)^*m2)^*(2^*J1 + (2^*m1 + m2)^*pow(r,2))^*R - \\ pow(l,2)^*pow(m2,2)^*pow(r,2)^*R^*pow(cos(X[1]),2)); \end{split}$$

$$\begin{split} f[1] &= ((2*J1 + (2*m1 + m2)*pow(r,2))*(r*R*X[4] - g*1*m2*R*sin(X[1]) + 2*(Ke*Kt + fr*R)*(X[2] - X[3])) - 1*m2*r*cos(X[1])*(-(r*R*X[4]) + 2*(Ke*Kt + fr*R)*(X[2] - X[3]) + 1*m2*r*R*sin(X[1])*pow(X[3],2)))/(R*((J2 + pow(1,2)*m2)*(2*J1 + (2*m1 + m2)*pow(r,2)) - pow(1,2)*pow(m2,2)*pow(r,2)*pow(cos(X[1]),2))); \end{split}$$

}

void V(double X[5], double v[2]){

v[0] = (2\*Kt\*Vin\*(J2 + pow(l,2)\*m2 - l\*m2\*r\*cos(X[1])))/((J2 + pow(l,2)\*m2)\*(2\*J1 + (2\*m1 + m2)\*pow(r,2))\*R -

pow(l,2)\*pow(m2,2)\*pow(r,2)\*R\*pow(cos(X[1]),2));

((J2 + pow(l,2)\*m2)\*(2\*J1 + (2\*m1 + m2)\*pow(r,2))\*R -

pow(l,2)\*pow(m2,2)\*pow(r,2)\*R\*pow(cos(X[1]),2));

}

void Matrix\_addition(double A[5], double B[5], double C[5], double d){

```
int i;
        for(i = 0; i < 5; i++){
                C[i] = A[i] + d*B[i];
        }
}
void Matrix_55(double A[5][5], double B[5], double C[5]){
        int i, j;
        C[0] = 0; \quad C[1] = 0; \quad C[2] = 0; \quad C[3] = 0; \quad C[4] = 0;
        for(i = 0; i < 5; i++){
                for(j = 0; j < 5; j++){
                        C[i] += A[i][j]*B[j];
                }
        }
}
  ルンゲクッタ法
double runge_kutta(double X[5]){
        double k1[5], k2[5], k3[5], k4[5];
```

double X2[5], X3[5], X4[5]; double f1[2], v1[2], f2[2], v2[2], f3[2], v3[2], f4[2], v4[2]; F(X, f1); V(X, v1); k1[0] = X[2]\*dt; k1[1] = X[3]\*dt; k1[2] = (f1[0] + v1[0])\*dt; k1[3] = (f1[1] + v1[1])\*dt;k1[4] = 0;

Matrix\_addition(X, k1, X2, 0.5); F(X2, f2); V(X2, v2); k2[0] = (X[2] + 0.5\*k1[2])\*dt; k2[1] = (X[3] + 0.5\*k1[3])\*dt; k2[2] = (f2[0] + v2[0])\*dt; k2[3] = (f2[1] + v2[1])\*dt;k2[4] = 0;

Matrix\_addition(X, k2, X3, 0.5); F(X3, f3); V(X3, v3); k3[0] = (X[2] + 0.5\*k2[2])\*dt; k3[1] = (X[3] + 0.5\*k2[3])\*dt; k3[2] = (f3[0] + v3[0])\*dt; k3[3] = (f3[1] + v3[1])\*dt;k3[4] = 0;

```
Matrix_addition(X, k3, X4, 1);

F(X4, f4);

V(X4, v4);

k4[0] = (X[2] + k3[2])*dt;

k4[1] = (X[3] + k3[3])*dt;

k4[2] = (f4[0] + v4[0])*dt;
```

```
\begin{aligned} k4[3] &= (f4[1] + v4[1])*dt; \\ k4[4] &= 0; \\ \\ X[0] &= X[0] + (k1[0] + 2*k2[0] + 2*k3[0] + k4[0])/6; \\ X[1] &= X[1] + (k1[1] + 2*k2[1] + 2*k3[1] + k4[1])/6; \\ X[2] &= X[2] + (k1[2] + 2*k2[2] + 2*k3[2] + k4[2])/6; \\ X[3] &= X[3] + (k1[3] + 2*k2[3] + 2*k3[3] + k4[3])/6; \\ X[4] &= X[4]; \end{aligned}
```

return X[5];

}

void OY(double X[5], double OX[5], double OG[5][2], double oy[5]){

$$\begin{split} & oy[0] = OG[0][0]^*(X[0] - OX[0]) + OG[0][1]^*(X[1] - OX[1]); \\ & oy[1] = OG[1][0]^*(X[0] - OX[0]) + OG[1][1]^*(X[1] - OX[1]); \\ & oy[2] = OG[2][0]^*(X[0] - OX[0]) + OG[2][1]^*(X[1] - OX[1]); \\ & oy[3] = OG[3][0]^*(X[0] - OX[0]) + OG[3][1]^*(X[1] - OX[1]); \\ & oy[4] = OG[4][0]^*(X[0] - OX[0]) + OG[4][1]^*(X[1] - OX[1]); \end{split}$$

}

double observer(double X[5], double OX[5], double OG[5][2], double A[5][5], double B[5]){

double k1[5], k2[5], k3[5], k4[5]; double OX2[5], OX3[5], OX4[5]; double A\_OX[5], A\_OX2[5], A\_OX3[5], A\_OX4[5]; double oy1[5], oy2[5], oy3[5], oy4[5];

Matrix\_55(A, OX, A\_OX); OY(X, OX, OG, oy1);  $k1[0] = (oy1[0] + A_OX[0])*dt;$   $k1[1] = (oy1[1] + A_OX[1])*dt;$   $k1[2] = (oy1[2] + A_OX[2] + B[2]*Vin)*dt;$   $k1[3] = (oy1[3] + A_OX[3] + B[3]*Vin)*dt;$  $k1[4] = (oy1[4] + A_OX[4])*dt;$ 

$$\begin{split} & \text{Matrix\_addition(OX, k1, OX2, 0.5);} \\ & \text{Matrix\_55(A, OX2, A\_OX2);} \\ & \text{OY(X, OX2, OG, oy2);} \\ & \text{k2[0]} = (\text{oy2[0]} + A\_OX2[0])^* \text{dt;} \\ & \text{k2[1]} = (\text{oy2[1]} + A\_OX2[1])^* \text{dt;} \\ & \text{k2[2]} = (\text{oy2[2]} + A\_OX2[2] + B[2]^* \text{Vin})^* \text{dt;} \\ & \text{k2[3]} = (\text{oy2[3]} + A\_OX2[3] + B[3]^* \text{Vin})^* \text{dt;} \\ & \text{k2[4]} = (\text{oy2[4]} + A\_OX2[4])^* \text{dt;} \end{split}$$

Matrix\_addition(OX, k2, OX3, 0.5); Matrix\_55(A, OX3, A\_OX3); OY(X, OX3, OG, oy3); k3[0] = (oy3[0] + A\_OX3[0])\*dt; k3[1] = (oy3[1] + A\_OX3[1])\*dt; k3[2] = (oy3[2] + A\_OX3[2] + B[2]\*Vin)\*dt; k3[3] = (oy3[3] + A\_OX3[3] + B[3]\*Vin)\*dt; k3[4] = (oy3[4] + A\_OX3[4])\*dt;

```
Matrix_addition(OX, k3, OX4, 1);
Matrix_55(A, OX4, A_OX4);
OY(X, OX4, OG, oy4);
k4[0] = (oy4[0] + A_OX4[0])*dt;
```

 $k4[1] = (oy4[1] + A_OX4[1])*dt;$ 

 $k4[2] = (oy4[2] + A_OX4[2] + B[2]*Vin)*dt;$ 

 $k4[3] = (oy4[3] + A_OX4[3] + B[3]*Vin)*dt;$ 

 $k4[4] = (oy4[4] + A_OX4[4])*dt;$ 

OX[0] = OX[0] + (k1[0] + 2\*k2[0] + 2\*k3[0] + k4[0])/6;

OX[1] = OX[1] + (k1[1] + 2\*k2[1] + 2\*k3[1] + k4[1])/6;

OX[2] = OX[2] + (k1[2] + 2\*k2[2] + 2\*k3[2] + k4[2])/6;

OX[3] = OX[3] + (k1[3] + 2\*k2[3] + 2\*k3[3] + k4[3])/6;

OX[4] = OX[4] + (k1[4] + 2\*k2[4] + 2\*k3[4] + k4[4])/6;

return OX[5];

}