分業と規模の経済

奥山, 利幸 / OKUYAMA, Toshiyuki

(出版者 / Publisher)
法政大学経済学部学会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
The Hosei University Economic Review / 経済志林
(巻 / Volume)
73
(号 / Number)
3
(開始ページ / Start Page)
495
(終了ページ / End Page)
517
(発行年 / Year)
2006-03-03
(URL)
https://doi.org/10.15002/00004532

分業と規模の経済*

奥 山 利 幸

1. はじめに

One man draws out the wire, another straights it, a third cuts it, a fourth points it, a fifth grinds it at the top for receiving the head; to make the head requires two or three distinct operations; to put it on, is a peculiar business, to whiten the pins is another... [T]he important business of making a pin is, in this manner, divided into about eighteen distinct operations... I have seen a small manufactory of this kind where ten men only were employed... Those ten persons ... could make among them upwards of forty-eight thousand pins in a day. (Adam Smith, 1994 [1789], pp.4-5)

この有名なアダム・スミスのピン工場の寓話は，企業内分業がその企業の労働生産性を飛躍的に改善させることを見事に例示した記述として今日まで伝承されている[1]。しかしながら，後継の経済学者達が「分業は規模の経済を発生させる」という命題を例証すると考え，この寓話とアダム・スミスが提示した分業にかかわる重要かつ興味深い命題は，現代のミクロ

＊ 村串仁三郎先生の退職を記念し，それに捧げるものである。

経済学，あるいはマクロ経済学の教科書において経済現象を説明するための道具立てとして登場することはない。

数学的定式化を伴わない命題は，多くの場合，混乱と共に新しいアイデアを創出する。ピン工場の寓話は，分業が労働生産性を向上させることを例証している。労働生産性の逓増は，費用逓減を意味する。この結果，「分業は規模の経済を発生させる」という命題が演繹可能なように見える。そして，規模の経済は，完全競争との両立が難しい。George J. Stigler (1951) によると，リカードやJ・S・ミルは，工業には収穫逓増が働くものと解釈することでその矛盾を凌いだという[2]。マーシャルは，収穫逓増と完全競争を両立的に説明するために内部経済と外部経済の概念を利用したり，部分的な独占の存在を認めた[3]。ピン工場の寓話は，数学的定式化を伴うこともなく「分業は規模の経済を発生させる」という先入観に変わり，それが混乱と新しい概念を創出しながら，結果として新古典派の枠組みに組み入れられることはなかったのである。

より不幸なことは，ピン工場の寓話，より正確には「分業は規模の経済を発生させる」という直感は，アダム・スミスが『国富論』第1編の最初の三つの章で展開した他の重要かつ興味深い命題群を後世の経済学の中から追い出してしまったことであろう[4]。例えば，Allyn A. Young (1928)

1) 現在のピン工場は，もちろん，この寓話にあるような家内手工業的生産を行っている訳ではない。イギリスにおけるピン産業の歴史については，Clifford F. Pratten (1980) によると，アダム・スミスの時代，100を超えるピン工場があり，その中心はLondon, Bristol, Gloucestershireで，1820年に人口7,500人のGloucestershireでは1,500人がピン工場で働いていたという。その後，機械化が進むことで1870年にはピン産業が消滅，1939年にはイギリス全体で12工場になり，現在ではドイツの企業に所有されているNewey Groupとアメリカ企業に所有されているWhitecroft Scovilleの二社のみであるという。

2) アダム・スミス自身が農業については分業が進まないと考えていたため，工業に限定した仮定となる。"The nature of agriculture, indeed, does not admit of so many subdivisions of labour...", Smith (1994 [1789]), p.6.

3) アダム・スミスが提示した分業に関わる命題群における「分業」とは，企業内分業ではなく，「市場における特化」を意味していた。例えば，毛織物の場合 (Smith, 1994 [1789], p. 6)，羊毛の生産から消費者の手に渡るまでに幾多の生産者の手を経る。この意味で，外部経済に基づく産業全体における収穫逓増は，「分業が規模の経済を発生させる」という命題とアダム・スミスの議論を両立的にする。

が “one of the most illuminating and fruitful generalisations which can be found anywhere in the whole literature in economics” (p.529) と絶賛した「アダム・スミスの定理」は，Stigler (1951) が企業の分化，あるいは垂直統合に応用するまでミクロ経済学の中で取り扱われることはなかった。

Young が「アダム・スミスの定理」と呼んだ命題とは，『国富論』第1編第3章章題である「分業は市場規模によって制限される」という命題のことである。ここで注意すべきは，この定理における「分業」とは，企業内分業ではなく，「市場における特化」を指していることである。しかしながら，分業の効果をピン工場の寓話から論じ始めたため，アダム・スミスが言及する「分業」は企業内分業を意味するものと誤解する読者が多かったものと考えられる[5)]。

本稿の目的は，企業内分業を定式化したモデルを概観しながら分業と規模の経済の関係について一定の結論を得ることにある。ピン工場の寓話が企業内分業を論じているのに対し，Young が「アダム・スミスの定理」と呼んだ命題を含め，アダム・スミスが提示した分業にかかわる命題群は市

---

4) これらの命題群については，別の機会（拙稿，2006b）において議論することとしたい。

5) 実際，この寓話を述べた直後の段落でアダム・スミスは，“The division of labour ... occasions, in every art, a proportionable increase of the productive powers of labour. The separation of different trades and employments from one another, seems to have taken place, in consequence of this advantage... In every improved society, the farmer is generally nothing but a farmer; the manufacturer, nothing but a manufacturer.” (p.5) と，既に「市場での特化」を論じ始めているのである。市場における特化を論じたいのであれば，ピン工場の寓話は不要であったと言える。然らば，何故「ピン工場」なのであろうかと疑問をもつ人も少なくないであろう。これについては，行間を読み解くことが難しく，筆者よりもアダム・スミスの研究家に委ねる方が適切であることは間違いがないが，二点のみ注釈を付したい。第一は，アダム・スミスの時代，農家に漁師，八百屋に大工，機織りに染物屋など，個人経営による生産が一般的であって，各商品の生産が個人によって行われていた可能性が高い。したがって，どの企業がいずれの財を生産して行くのか，すなわち，市場での特化を解明することは極めて重要な課題であったと言える。そして，市場での特化の源泉が，ピン工場に見られるような生産性の改善にあると考えていたように見受けられる。第二は，この寓話にはフランスにおける出所，原典があることである。Smith (1994 [1789]), p.5, 編者 Edwin Cannan による脚注 6 を参照。ちなみに，アダム・スミスは『国富論』を記す前にフランスへ研修旅行に出掛けている。

場での特化を論じている。David Levy（1984，p.378，脚注3）は，Stigler（1951）による企業分化，垂直統合の仮説を実証する際に，ピン工場の寓話が市場における特化，分業を直ぐさま含蓄するものではないと述べている。一方は企業内分業，他方は市場における分業を議論しているからである。我々も又，企業内分業と市場における特化を区別し，本稿では企業内分業と規模の経済の関係のみを考察対象とする[6]。

「分業は規模の経済を発生させる」という先入観に対し，個別企業の生産関数から出発してミクロ的分析を試みた文献としてBrian K. Edwards & Ross M. Starr（1987）がある。Edwards & Starrは，分業だけでは労働生産性が改善しないことを示し，この先入観を掲載している教科書を指摘して厳しく批判した。本稿では，Edwards & Starrの接近をベンチマークとして位置づけて，議論を展開することとする。このため，まず彼らの議論を整理する必要があるが，次節（第2節）においてそれを行う。

Edwards & Starrは，同質的労働の下で分業が労働生産性を改善させるための十分条件として，一人の労働者が異なるタスク間の移行に必要な費用である「セットアップ費用」を示した。彼らの分析が我々の分析にとってベンチマークとなるのは，彼らの接近が幾つかの疑問を残すからである。第一に，同質的労働の下で分業が労働生産性を改善させるには，セットアップ費用が必要なのであろうか。そして，第二に，生産関数それ自体は分業と中立的なのであろうか。第一の疑問は，セットアップ費用が規模の経済にとって必要十分条件であるか否かを問うもので，第二の疑問は，企業の技術それ自体は分業によって左右されるか否かを問題としているものである。通常，企業の技術はアドホックに与える生産関数によって表現するが，分業の仕方が生産性に影響を与えるか否かを問題にするには，企業内分業を基礎にして生産関数を誘導形として導出する必要がある。Gary S. Becker & Kevin M. Murphy（1992）は，同質的労働を前提にし

6）この意味で，本稿は企業内分業の理論を対象とするのに対し，拙稿（2006b）は市場における特化を対象にしていると言える。

て企業内分業から生産関数を誘導形として導出している。Edwards & Starr の接近を概観した後に，Becker & Murphy のモデルを導入し，第一と第二の疑問の双方に対し同時に答えを出し，分業と規模の経済の関係について更に理解を深めることとしたい。

上記第一と第二の疑問を同質的労働を前提にして解くとすれば，労働が異質的なときにそれらの疑問がどのようになるかが疑問となるのは自然なことである。特に，異質的労働が規模の経済にとって十分条件となるかが興味深い問題として残る。異質的労働の下で分業の利益を示した理論と言えば，リカードの比較生産費説がある。Sherwin Rosen（1978）は，比較優位の概念を企業内分業に持ち込み，生産関数を誘導形として導出し，所得分配の問題まで分析をしている。同質的労働を前提にした Becker & Murphy のモデルによる接近を試みた後に，Rosen のモデルを使って異質的労働自身が規模の経済にとって十分条件となるのか否かを調べることとする[7)]。

2. Edwards & Starr（1987）による接近

Edwards & Starr（1987）は，企業内分業と労働生産性の関係をミクロ的に分析し，分業が規模の経済の十分条件ではないことを示した最初の文献と言える。

一種類の財を生産する企業を考え，その技術には n 種類の方法があるとする。ここで，技術の種類 $k=1,2,...,n$ は，k が増す程，技術水準が上がるように並んでいるものとする。例えば，コブ・ダグラス型の技術群か

7) Rosen のモデルと Becker & Murphy のモデルには，共通部分が認められる。共通部分のみを抜き出し，それをプロトタイプ・モデルとして Rosen，Becker & Murphy，更には Edwards & Starr の接近を相対化することで各文献の位置づけも可能となる。このような接近については，本稿では行うことはせず，各文献を忠実に再現しながら，本稿の論題を解くこととした。プロトタイプ・モデルと相対化については，拙稿（2006a）で行っているので，興味のある読者はそちらも読まれることを勧める次第である。

ら構成されているとすれば，つぎのようになる。

$$y=b_k\prod_{s=1}^{k}L_s^{\alpha_{sk}} \tag{1}$$

ここで，y は生産量，L_s は専門職 s への労働量，そして，各 k に対し $\sum_{s=1}^{k}\alpha_{sk}=1$ である。k の増加によって技術水準が向上することは，専門職数 k に対する b_k の割合が逓増すること，すなわち，各 k に対し不等式 $b_{k+1}/(k+1)>b_k/k$ が成り立つことで表現できる。

この企業が N 人の同質的労働者を雇用したとき，所与の k に対し各専門職 s $(s=1,...,k)$ に労働 i $(i=1,...,N)$ を数量 L_{is} で配置すれば，各専門職 s に対し，

$$L_s\equiv\sum_{i=1}^{N}L_{is}$$

が成り立つ。各専門職にいずれの労働者を配置しても一切の費用が発生しないのであれば，この企業の費用は各 k に対し $(L_1,...,L_k)$ のみに依存して決まることとなる。所与の生産量の下で費用最小化する $(L_1,...,L_k)$ を $(L_1^*,...,L_k^*)$ とすれば，つぎのような雇用と労働配置も費用最小化を達成する。すなわち，$L^*\equiv\sum_s L_s^*$，$\lambda_s\equiv L_s^*/L^*$ として，N 人の労働者を L^*/N の数量で雇用し，各労働者を各専門職 s に $\lambda_s L^*/N$ の労働量で配置する。

すべての労働者を同一の労働量で雇用しても，費用最小化に影響はない。そこで，今度は逆に，まずすべての労働者を同一の労働量 $\bar{L}$ で雇用してみる。そして，各専門職 s に対し $\lambda_s=1/k$ となるような特殊ケースを想定して，各労働者を各専門職 s に対し均等に配してみる。このとき，生産量は，

$$y=\left(\frac{b_k}{k}\right)\bar{L}N \tag{2}$$

となる。仮定によって，k が増えれば，労働の平均生産性 $y/(\bar{L}N)$ は上昇する。

同一の生産量は，k 人の労働者を雇用して，各専門職に対し一人の労働

者を配置しても達成可能である。上記と同じ条件，すなわち，各専門職 s に対し $\lambda_s=1/k$ となるような特殊ケースの場合，各労働者 i は $L_i=L^*/k$ の数量で雇用される。各労働者 i は専門職 i のみに配置されるとすれば，生産量は，

$$y=\left(\frac{b_k}{k}\right)L^*$$

となるが，$L^*=\bar{L}N$ であったから，各労働者を同一の労働量で雇用し，均等に専門職に配置しても，各労働者を各専門職に一対一で配置しても，同じ生産量が達成可能なことが理解できる。

ここまでの議論を整理すると，(1) k の増加は労働生産性を改善する，そして (2) 労働生産性は労働の配置方式とは中立的となっている。特に，労働生産性が労働の配置方式に中立的であるという結果は，分業と生産性の間には一切の関係性がないことを意味する。Edwards & Starr の功績は，労働が不可分（indivisible）であるか，労働のセットアップ費用が存在するときに，分業が労働生産性を改善させることを示したことである。

まず，労働の不可分性についてであるが，$[L_{is}]$ を L_{is} 以下の整数の最大値として，労働の生産への貢献は L_{is} ではなく，$[L_{is}]$ であるとすれば，生産関数は，

$$y=b_k\prod_{s=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{N}[L_{is}]\right)^{\alpha_{sk}}$$

となる。任意の実数 $\lambda>1$ に対し，$[\lambda L_{is}]\geqq\lambda[L_{is}]$ が成り立つので，各 k に対し規模に関する収穫逓増が成り立つ。また，不等式

$$\left[\sum_{i=1}^{N}L_{is}\right]\geqq\sum_{i=1}^{N}[L_{is}]$$

が成り立つので，$L_s\equiv\sum_i L_{is}$ の数量を専門職 s に投入するのであれば，複数の労働を配置するよりも一人の労働者を配置した方が生産効率が良い。したがって，分業によって労働生産性が改善されることが理解できる。

つぎに，セットアップ費用についてであるが，これは，異なる専門職を一人の労働者が担当する場合に，一つの専門職から他の専門職に移行するにあたって時間を必要とすることをアダム・スミス自身が指摘したことに由来している[8)]。アダム・スミス自身が指摘したのは専門職間の移行費用(transition cost)であるが，移行費用の定式化はやや複雑となるので，各労働者が各専門職 s に就く度に費用 c_s がかかると考えることにしよう。$\{L_{is}\}$ を L_{is} が正ならば1，そうでなければゼロをとる変数とすれば，セットアップ費用を伴う生産関数は，

$$y=b_k\prod_{s=1}^{k}L_s^{a_{sk}}-\sum_{s=1}^{k}\left(c_s\sum_{i=1}^{N}\{L_{is}\}\right)$$

となる。この生産関数の第一項は，労働の配置方式に対し中立的であったので，労働の配置方式に依存するのは第二項のみである。第二項は，各専門職に複数の労働者を配置するよりも一人の労働者を配置する方が低いので，分業によって労働生産性が改善することが理解できる。例えば，すべての労働者を各専門職に均等配分する場合，生産量は

$$y=\left(\frac{b_k}{k}\right)N\bar{L}-N\sum_{s=1}^{k}c_s$$

となるが，労働者を専門職に一対一で配置すれば，

$$y=\left(\frac{b_k}{k}\right)L^*-\sum_{s=1}^{k}c_s$$

となって，同じ労働投入量 $L^*=\bar{L}N$ に対し，労働生産性は分業によって改善することが理解できる。

このようにして，労働が不可分であるか，セットアップ費用があるときに分業が労働生産性を改善させることを Edwards & Starr は示したのである。費用曲線は，限界費用は一定となるものの，固定費用が発生するた

8) Edwards & Starr (1987), p.192。彼らが言及したアダム・スミスの文言はつぎの通り。"This great increase of the quantity of work ... in consequence of the division of labour ... is owing ... to the saving of the time which is commonly lost in passing from one species of work to another...", Smith (1994 [1789]), p.7.

め平均費用は逓減する性質を持つこととなる。

3. 企業内分業（1）同質的労働

Edwards & Starr の分析では，対象となる生産関数（1）が規模に関して収穫不変であること，そして，生産関数（1）が労働の配置方式，したがって，分業によって変化しない。しかしながら，分業の仕方は，それ自体，企業の技術の一部を構成していると考えることもできよう。実際，ピン工場の寓話は，分業によって各作業に必要な労働量が減少することを暗示しているように見える。企業の技術を構成する作業，タスクをどのようにまとめ，各々をどのような労働に配置させるかによって，各労働の限界生産性は異なると考えられる。特に，分業によって技術構造が変化するとすれば，セットアップ費用がなくとも分業が労働生産性を改善させてしまうかもしれない。したがって，企業の技術に対し分業の立場からミクロ的基礎を与え，そこから分業と規模の経済の関係を調べることは極めて重要であると言える。

更に，Edwards & Starr は，同質的労働を想定したときに，セットアップ費用が存在すれば分業によって労働生産性が上がることを示した。それでは，同質的労働の下ではセットアップ費用が存在しなければ，分業によって労働生産性は改善しないのであろうか。本節の課題は，上記二つの疑問を解くことで，分業と規模の経済の関係について更に理解を深めることにある。

そこで，同質的労働を前提にして企業内分業をモデル化し，生産関数を誘導形として導くモデルが必要である。そのようなモデルとして Becker & Murphy（1992）がある。彼らのアイデアは，各タスクの担当者がある共通知識にアクセスしてタスクを一単位達成するのに必要な労働量を自ら改善するような活動を行うのであれば，労働生産性は労働者数に対し逓増するというものである。これは，80年代の内生的成長理論に見られる技術

の内生化と同じ考えである。

まず，企業の技術は様々な「タスク」から成り立つと想定する。例えば，ピン工場の例を使えば，ワイアを引き出す，それを伸ばすといった工程の一つ一つがタスクとなる。タスクの集合を $[0,T]$，各タスク $\tau\in[0,T]$ の成果を $x(\tau)$，そして，企業の生産量を y とすると，タスクと生産量の間にはつぎの工学的関係があるとする。

$$y=\min_{0\leq\tau\leq T}\frac{x(\tau)}{b(\tau)}. \tag{3}$$

ここで $b(\tau)$ は $[0,T]$ 上の正の値をとる所与の関数である。工学的生産関数をレオンチェフ型とするのは，各タスクがこの企業の生産にとって必要不可欠なことを具体化したもので，ピン工場の寓話に登場する分業のモデル化となる。

同質的な労働者を N 人 $(i=1,\ldots,N)$ 雇用し，労働者 $i<N$ を半開区間 $[t_i,t_{i+1})$ の範囲のタスクを，そして，労働者 N には閉区間 $[t_N,T]$ の範囲のタスクを担当させる。但し，$t_1=0$ である。タスク τ を一単位達成するのに必要な労働量 $a(\tau)$ の逆数を $e(\tau)$，そのタスクに投入された労働量を $L_w(\tau)$ とすれば，

$$x(\tau)=e(\tau)L_w(\tau)$$

が成り立つ。Becker & Murphy のアイデアは，タスク τ の生産性 $x(\tau)/L_w(\tau)=e(\tau)$ が企業のもつ知識 H に各担当者がアクセスし，労働量 $L_h(\tau)$ を投入してタスク固有の技巧を獲得して行くというものである。例えば，技巧の獲得がコブ・ダグラス型であるとすれば，つぎのようになる。

$$e(\tau)=\theta H^{\gamma}L^{\delta}_{h}(\tau).$$

ここで，θ，γ，δ は正の定数である。タスク τ の担当者は，タスクの成果を最大にするように技巧の獲得への労働量とタスクへの労働量を配分する。したがって，その担当者が利用可能な労働量を $L(\tau)$ で示せば，制約

条件

$$L_w(\tau)+L_h(\tau)\leqq L(\tau)$$

の下で $x(\tau)$ を最大にするように $L_w(\tau)$ と $L_h(\tau)$ を選択することとなる。この結果，タスク τ の成果は，つぎのようになる。

$$x(\tau)=\theta\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^{\delta}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)H^{\gamma}L^{1+\delta}(\tau).$$

企業は，各タスクの担当者がこのような意思決定をすることを前提に，各労働者へのタスク配分を生産量 y が最大になるように決める。各労働者 i の労働量を L_i とすれば，各 $i=1,...,N$ に対し，制約条件

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}}L(\tau)d\tau\leqq L_i$$

の下で生産量を最大にする $t_2,...,t_N$ を決めることとなる。ここで，$t_{N+1}=T$ である。最適なタスク配分では，任意の τ に対し $L^{1+\delta}(\tau)/b(\tau)$ は同一の値となるので，それを z とおけば，つぎの N 連立方程式から N 個の変数 z, t_i $(i=2,...,N)$ が決まることとなる。

$$z^{1/(1+\delta)}\int_{t_i}^{t_{i+1}}b^{1/(1+\delta)}(\tau)d\tau=L_i\ (i=1,...,N)$$

例えば，$b(\tau)$ が β で一定，更に，各労働者を同一の労働量 $\bar{L}$ で雇用するとすれば，企業は各労働者をタスク上に均等に割り当てる[9]。したがって，各労働者が担当するタスクの個数は T/N，そして，生産関数は，

$$y=\left(\frac{\theta}{\beta}\right)\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^{\delta}\left(\frac{1}{1+\delta}\right)H^{\gamma}\left(\frac{\bar{L}N}{T}\right)^{1+\delta} \tag{4}$$

となる。この場合，分業の程度は，N/T が増加すれば上がることとなるが，労働の平均生産性 $y/(\bar{L}N)$ は，N/T について逓増的となっていることが理解できる。

9) Becker & Murphy は $T=1$，$b(\tau)=1$，$\bar{L}=1$ と想定している。

同質的労働の下で企業内分業をモデル化した Becker & Murphy のモデルは，このように分業が進めば労働の平均生産性が上がることを示す。セットアップ費用がなくとも，各労働者が技巧を内部生産することで分業が労働生産性を改善させることを示したと言える。実際，$\delta\to0$ とすれば，労働の平均生産性は分業とは無関係となってしまうことが理解できる。それればかりでなく，生産関数それ自身が分業に対して中立的であると言える。これは，つぎのようにして示すことができる。労働者を労働量 $\bar{L}$ で N 人雇用したとき，分業を無視すれば，制約条件

$$\int_0^T L(\tau)d\tau \leqq \bar{L}N$$

の下で生産量（3）を最大にすることとなる。任意の τ に対し $b(\tau)=\beta$ であれば，$L(\tau)$ は定数となるから，$L(\tau)=\bar{L}N/T$。したがって，生産関数は，

$$y=\left(\frac{\theta}{\beta}\right)H^{\gamma}\left(\frac{\bar{L}N}{T}\right)$$

となり，生産関数（4）において $\delta\to0$ としたときと同じとなる。この結果は，分業それ自身は生産関数に対し何の影響も与えないこと，そして，分業が生産関数（1）に対して中立的であるとした Edwards & Starr の想定とも符合することが理解できる。

4．企業内分業（2）異質的労働

労働が同質的なとき，セットアップ費用の存在は分業が労働生産性を改善させることの十分条件とはなるが必要条件ではないこと，更に，内部分業を企業自身が選択し，生産関数に企業内分業を埋め込んで誘導形として導出したときに，技巧の内部生産といった追加的仮定がなければ，生産関数は分業に対して中立的であることが理解できた。労働が同質的な場合には，分業それ自身は企業の技術（生産関数）が労働生産性の逓増を示す要

因となることはない。しかしながら，労働が異質的であっても，生産関数は分業に対して中立的と言えるのであろうか。本節の課題は，異質的労働を前提にした企業内分業モデルを調べ，分業と規模の経済の関係に対し更なる理解を与えることにある。

4.1 Rosen (1978) のモデル

異質的労働は，通常，比較優位を発生させる。比較優位の概念を企業内分業に応用し，分業を内生化させ，生産関数を誘導形として導いた接近として Rosen (1978) がある。Rosen の分析は，離散的なタスクを想定してモデルを構築し始めるが，線形計画の双対性を応用して Dornbusch et al. (1977) によるリカード理論の連続体版へと連結させ，異なる労働間の代替性や所得分配の問題まで及んでいる。ここでは，Rosen の分析のすべてを紹介するのではなく，企業内分業と規模の経済の関係が言及可能な範囲に留め，むしろ解の性質を比較静学を使って調べられる形まで解くことを目標とする。

Rosen のモデルは，Becker & Murphy と同様に，企業の技術は様々なタスクから構成されていると考える。但し，タスクは離散的とする。したがって，企業には T 個のタスクがあり，各タスク τ ($\tau=1,\ldots,T$) の成果を x_τ で示せば，企業の生産量 y は Becker & Murphy における工学的生産関数 (3) の離散型によって与えられることとなる。

$$y=\min\left\{\frac{x_1}{b_1},\ldots,\frac{x_T}{b_T}\right\} \tag{5}$$

ここで b_τ は各 $\tau=1,\ldots,T$ に対し正の定数である。

単純化のために，市場で雇用可能な労働にはタイプ A とタイプ B の二種類があるとしよう。タスクを労働 A と B に配分し，配分されたタスクの集合を Rosen に従いその労働への「仕事」と呼ぶこととする。すなわち，タスクの集合 $\{1,\ldots,T\}$ の被覆 $\{J_A,J_B\}$ は，労働 A の仕事 J_A と労働 B の仕事 J_B から構成される「仕事配分」である。被覆 $\{J_A,J_B\}$ がタスクの集

合$\{1,...,T\}$の分割となるとき，完全特化となる。

労働の異質性は，各タスクに対する各労働の必要労働量によって表現される。労働jがタスクτを一単位完了するのに必要な労働量を$a_{j\tau}=(1/e_{j\tau})$で示すこととする。リカードの比較生産費説と同様，仕事配分を決定するにあたり必要な情報は絶対値$a_{j\tau}$ではなく，相対値$A(\tau)\equiv a_{A\tau}/a_{B\tau}$となる。我々は，関数$A$が$\tau$に対し厳密な増加関数であると想定して議論することとする。

労働j $(j=A,B)$によるタスクτへの貢献を$x_{j\tau}$，そして労働jの雇用量をL_jで示せば，企業は制約条件

$$\sum_{\tau=1}^{T} a_{j\tau}x_{j\tau} \leqq L_j,\ j=A,B \tag{6}$$

を満たすように$x_A\equiv(x_{A1},...,x_{AT})$と$x_B\equiv(x_{B1},...,x_{BT})$を決めなければならない。各労働ごとに制約条件があるため，組(x_A,x_B)の決定は分離可能なように見えるが，Rosenは各労働による各タスクへの貢献が加算可能であると想定するため，組(x_A,x_B)の決定は分離可能ではない。すなわち，各タスクτへの貢献は，各労働からの総量

$$x_\tau \equiv x_{A\tau}+x_{B\tau}$$

であることを考慮しながら，企業は制約条件（6）の下で生産量（5）を最大にするように組(x_A,x_B)を選択しなければならないこととなる。そして，この制約条件付き最大化問題の結果として，最適な仕事配分が決まる。

最適な仕事配分は，比較優位に基づく分析によって求めることができる。所与の$(x_1,x_2,...,x_{T-1})$と制約条件（6）の下でx_Tを最大にする組(x_A, x_B)を「効率的」と呼ぼう。例えば，$\tau\leqq T-1$について$x_\tau=0$のとき，効率的な組(x_A,x_B)は，各$j=A,B$に対して，$x_{jT}=L_j/a_{jT}$，$x_{j\tau}=0$ $(\tau\leqq T-1)$で与えられる。各$(x_1,x_2,...,x_{T-1})$に対して効率的な組(x_A,x_B)を与えるx_Tを求めてゆくと，$(x_1,...,x_\tau...,x_T)$空間上に軌跡が現れる。Rosenに

従い，それを「タスク可能性フロンティア（task possibility frontier)」と呼ぶこととしよう。タスク可能性フロンティアは，T 面を有する凸多面体となる。これは，τ の増加ともち $a_{A\tau}/a_{B\tau}$ が上昇するという比較優位に因る。例証のために，$T=2$ としてタスク可能性フロンティアを求めてみよう。まず，$x_2=0$ の場合，$x_1=L_A/a_{A1}+L_B/a_{B1}$ である。ここから x_2 を微小に増加させてみよう。x_{j2} を一単位増加させると x_{j1} を a_{j2}/a_{j1} 単位減少させなければならない。x_{j1} の減少率が小さい労働は $j=B$ であるから，労働 A をタスク 1 に特化させたまま，労働 B に増加した x_2 のすべてを任せた方が x_1 は大きいことが分かる。労働 B が x_2 のすべてを達成して残った労働量をタスク 1 に充てる。x_2 を増加させてゆくと，いずれ労働 B はタスク 1 に割り当てるだけの労働が残らなくなり，結果として，労働 A がタスク 1 に，そして，労働 B がタスク 2 に完全特化する状態が訪れる。完全特化の状態から，更に x_2 を増加させる場合，労働 B にタスク 2 を更に負担させることができないので，労働 A にタスク 2 を負担させざるをえない。したがって，完全特化の状態に比べ，x_1 は a_{A2}/a_{A1} 単位減少することとなる。このようにして，すべての労働がタスク 1 を担当する状態から完全特化までは，x_1 は a_{B2}/a_{B1} 単位減少して行くのに対し，完全特化から更に x_2 を増加させるときは a_{A2}/a_{A1} 単位減少して行くのである。

タスク可能性フロンティア上の各点と効率的な組 (x_A, x_B) は一対一で対応しており，効率的な組 (x_A, x_B) はつぎの性質を有する。すなわち，(x^*_A, x^*_B) をある効率的な組とすれば，$J^*_A=\{1,\ldots,t_A\}$，$J^*_B=\{t_B,\ldots,T\}$，そして $t_A \leqq t_B \leqq t_A+1$ なる組 (t_A, t_B) が存在する。ここで，定義によって，$J^*_j=\{\tau | x^*_{j\tau}>0\}$ $(j=A,B)$ である。この性質の存在は，つぎのようにして示すことができる。$\{t_1, t_2\} \subset J^*_A \cap J^*_B$ なる二点 t_1，t_2 があったとしよう。但し，$t_1<t_2$ である。$L'_A \equiv a_{At_1}x^*_{At_1}+a_{At_2}x^*_{At_2}$，$L'_B \equiv a_{Bt_1}x^*_{Bt_1}+a_{Bt_2}x^*_{Bt_2}$ として，つぎの制約条件を考えよう。

$$a_{jt_1}x_{jt_1}+a_{jt_2}x_{jt_2} \leqq L'_j,\ j=A,B$$

このとき，(x_A^*,x_B^*) は効率的であったから，この制約条件と所与の $x_{t_2}^*$ の下で x_{t_1} を最大にしても，$x_{t_1}^*$ を得るはずである。しかしながら，上記制約条件と所与の $x_{t_2}^*$ の下で x_{t_1} を最大にすると，比較優位の関係から，$x_{jt_h}=0$ なる j と h が必ず存在することとなる。これは，$t_h \in J_j^*$ と矛盾する。このようにして，異なる二点が $J_A^* \cap J_B^*$ にある限り，逐次的にそれら二点のいずれか一方を $J_A^* \cap J_B^*$ より取り除くことができる。かくして，$J_A^* \cap J_B^*$ はせいぜい一点のみを有することとなる。

タスク可能性フロンティア上で生産量 (5) を最大にする (x_τ) を選べば，それに対応して効率的な組 (x_A,x_B) が決まり，結果として，仕事配分 $\{J_A,J_B\}$ が与えられる。タスク可能性フロンティア上で生産量 (5) を最大にする (x_τ) を (x_τ^*)，そのときの生産量を y^* としよう。このとき，任意の τ に対し，$y^*=x_\tau^*/b_\tau$ が成り立つ。これは，凸多面体上でレオンチェフ型関数を最大にすることから直ちに従うが，つぎのように示すことができる。$x_{\tau'}^*/b_{\tau'}>y^*$ なる τ' があったとする。然らば，$x_{j\tau'}>0$ なる j が存在する。一般性を失うことなく，$j=A$ と仮定できる。$x_{A\tau'}^*/b_{\tau'}>\varepsilon>0$ かつ $x_{\tau'}^*/b_{\tau'}-y^*>\varepsilon$ なる実数 ε をとれば，$x'_{A\tau'}\equiv x_{A\tau'}^*-\varepsilon b_{\tau'}$，そして，$\tau\neq\tau'$ なる τ については $x'_{A\tau}\equiv x_{A\tau}^*+\varepsilon a_{A\tau'}b_{\tau'}/(T-1)$ なる x'_A は制約条件 (6) を満たし，しかも x_A を x_A^* から x'_A にすれば生産量は増加する。したがって，任意のタスク τ について，$y^*=x_\tau^*/b_\tau$ である。

以上の結果，制約条件 (6) の下で生産量 (5) を最大にする組 (x_A^*,x_B^*) は，$t_A \leqq t_B \leqq t_A+1$ なる組 (t_A,t_B) が存在して，

$$x_{A\tau}^*=\begin{cases} y^*b_\tau & \tau\leqq t_A \\ 0 & t_A<\tau \end{cases},\quad x_{B\tau}^*=\begin{cases} 0 & \tau<t_B \\ y^*b_\tau & t_B\leqq\tau \end{cases} \tag{7}$$

で与えられ，仕事配分 $\{J_A^*,J_B^*\}$ は $J_A^*=\{1,\ldots,t_A\}$，そして，$J_B^*=\{t_B,\ldots,T\}$ で構成されることとなる。t_A，t_B，そして，y^* は，つぎのように求めることができる。制約条件

$$a_{At}b_t z_A + y\sum_{\tau=1}^{t-1} a_{A\tau}b_\tau \leqq L_A,$$
$$a_{Bt}b_t z_B + y\sum_{\tau=t+1}^{\tau} a_{A\tau}b_\tau \leqq L_B,$$
$$z_A + z_B = y$$

の下で y を最大にする z_A, z_B, t, そして y を求めれば良い。もし z_A と z_B の双方が正のときには $J_A^*\cap J_B^*=\{t\}$ となり，いずれか一方がゼロ，例えば $z_B=0$ のときには，$t_A=t$, $t_B=t+1$ となって完全特化となる。特に，完全特化となるときは，

$$z_A(t)\equiv\frac{L_A}{\sum_{\tau=1}^{t} a_{A\tau}b_\tau},\quad z_B(t)\equiv\frac{L_B}{\sum_{\tau=t}^{T} a_{B\tau}b_\tau}$$

としたときに，

$$y^* = \max_t \min\{z_A(t), z_B(t)\} \tag{8}$$

が成り立ち，マキシミン (8) を与える t は t_A と t_B の二つとなって，$z_A(t_A)=z_B(t_B)$ が成り立つ。やや厳密性を欠いた言い方をすれば，z_A は t の減少関数，z_B は t の増加関数であるから，z_A と z_B の交点で y^* と (t_A, t_B) が与えられると言える。

以上の議論から，最適な仕事配分について幾つかの性質を導き出すことができる。第一に，各労働 $j=A,B$ について，限界生産性は正である。すなわち，各労働 $j=A,B$ について，L_j の増加は y^* を増加させる。第二に，L_A の増加は t を増加させるのに対し，L_B の増加は t を減少させる。これは $a_{A\tau}/a_{B\tau}$ が τ について増加するという比較優位の仮定から，τ の低い方を労働 A に担当させ，結果として，L_A の増加はその利用可能性を増加させるからである。第三に，タスクの個数 T の増加は，b_τ $(\tau=1,\dots,T)$ が不変であれば，t を増加させるが，y^* を減少させる。これは，一見，専門職数 k の増加が労働の平均生産性を改善させるという Edwards & Starr の想定とは矛盾するように見えるが，Edwards & Starr が彼らの b_k に対して仮定をおいたように，T の増加が b_τ を減少させると想定すれ

ば y^* が必ずしも減少する訳ではない。特に，T が一単位増加したときに b_T の変化がつぎの条件

$$\Delta b_T \leqq \frac{a_{B,T+1}}{a_{BT}} b_{T+1}$$

を満たせば，y^* は増加する。最後に，y^* は L_A，L_B について規模に関する収穫不変が成り立つ。この性質は，Edwards & Starr の想定と符合する。

4.2　分業と労働生産性

Rosen のモデルは，企業内分業それ自体を企業内部に埋め込み，企業の生産関数（L_A，L_B と y^* の関係）を誘導形として導くことに成功している。我々の関心は，そのような Rosen のモデルが分業と労働生産性の関係に対し，どのような洞察を与えるかにある。

Rosen のモデルにおける企業内分業とは，異質的な労働のタスク上の配分を意味する。したがって，J_A と J_B の共通部分が小さい程，分業の程度は大きいと言える。しかしながら，最適な仕事配分では $J_A \cap J_B$ がせいぜい一点から成ることを我々は既に確認している。したがって，Rosen のモデルにおいて分業の程度と労働生産性を調べるのであれば，タスクの個数 T が二つのときで十分であると言える。そこで，$T=2$ として，分業と労働生産性の関係について言及してみることとする。タスクの個数が 2 のときに，労働 A がタスク 1，労働 B がタスク 2 に完全特化する状態では，$x_1=L_A/a_{A1}$，$x_2=L_B/a_{B2}$ となる。したがって，タスク可能性フロンティア上で生産量を最大にすれば，

$$\frac{b_2}{b_1}=\frac{a_{A1}L_B}{a_{B1}L_A} \tag{9}$$

のとき，完全特化となり，生産関数は，

$$y=\frac{L_A}{a_{A1}b_1}=\frac{L_B}{a_{B2}b_2}$$

となる。もし方程式（9）の左辺側が右辺側よりも小さければ，労働 A をタスク 1 に完全特化させ，労働 B には両方のタスクを担当させる。このとき，生産関数は，

$$y=\frac{a_{B1}}{a_{B1}b_1+a_{B2}b_2}\left(\frac{L_A}{a_{A1}}+\frac{L_B}{a_{B1}}\right)$$

となる。方程式（9）において逆の不等号が成り立つ場合は，労働 B をタスク 2 に完全特化させ，労働 A を両方のタスクに配置させ，生産関数は，

$$y=\frac{a_{A2}}{a_{A1}b_1+a_{A2}b_2}\left(\frac{L_A}{a_{A2}}+\frac{L_B}{a_{B2}}\right)$$

となる。このようにして得られた生産関数は連続であり，しかも規模に関して収穫不変となる。

さて，方程式（9）において，左辺側が右辺側より小さい場合を考えよう。このとき，企業内分業は完全ではない。労働 B はすべてのタスクを担当しなければならない。労働 A の生産性は $a_{B1}/\{a_{A1}(a_{B1}b_1+a_{B2}b_2)\}$，労働 B の生産性は $1/(a_{B1}b_1+a_{B2}b_2)$ に等しい。この状態から L_A を増加させてゆくと，やがて方程式（9）が成り立つ。このとき，労働 A はタスク 1 に，労働 B はタスク 2 に完全特化し，労働 A の生産性は $1/(a_{A1}b_1)$ に，そして労働 B の生産性は $1/(a_{B2}b_2)$ に上がる。すなわち，分業の程度が進むと労働の生産性は上がる。

4.3 「分業」の意味：再考

上記分析は，確かに，分業が進むと労働生産性が改善していることを示している。しかしながら，Edwards & Starr が考えていた分業と Rosen のモデルにおける分業には，明らかな齟齬が認められる。Edwards & Starr における企業内分業とは，一人の労働者を複数のタスクに割り当てる場合と一つのタスクを割り当てる場合の差を言及しているのに対し，Rosen における企業内分業とは，異質的労働のタスク上の配分であり，労働者一人一人にいくつのタスクが割り当てられているかは問わない。例

えば，タイプ A の労働に t_A 個のタスクを割り当てるが，タイプ A の労働者を t_A 人雇用して各タスクに一人の労働者を割り当てる場合と，タイプ A の労働者を一人のみ雇用して t_A 個のタスクのすべてを割り当てる場合のいずれでも，生産量が変化する訳ではない。Becker & Murphy 流に言えば，タイプ A の労働を N_A 人雇用したときに，分業の程度 N_A/t_A が増加しようが減少しようが Rosen のモデルが誘導形として導き出す生産関数は不変である。換言すれば，異質的労働それ自体は，分業によって労働生産性が改善する原因ではない。生産関数は分業の程度 N_A/t_A に対し中立的なのである。

5．結論

本稿の目的は，分業が規模の経済を発生させるという通念を査定することであった。そのために，まず，元となる生産関数が企業内分業の仕方に依存しないと想定したときに，労働が不可分であるか，あるいはセットアップ費用が存在するときに，分業が労働生産性を改善させることを示した Edwards & Starr による分析を確認した。これによって，二つの疑問が湧く。第一に，セットアップ費用が必要かつ十分条件か否か，そして第二に，元となる生産関数自身が分業に対し中立的と想定して良いか否かである。そこで，同質的労働を想定して，各タスクの担当者がそのタスクの技巧を自らの労働を使って獲得するとき，セットアップ費用が存在しなくとも分業が進めば労働生産性が改善することを Becker & Murphy のモデルから確認した。したがって，セットアップ費用は十分条件となるが必要条件ではないこと，更に，企業内分業から誘導形として得られる生産関数自体は分業に中立的であることが明らかになった。生産関数が分業に対し中立的であるという結論は，労働が異質的であっても成り立つ。このことを Rosen のモデルから確認した。かくして，労働が同質的であろうが異質的であろうが，生産関数は労働生産性の逓増を示すことはなく，したがっ

て，何かしらの追加的仮定がない限り，分業が労働生産性を改善させることはないと結論づけられる。

追加的仮定については，労働の不可分性，セットアップ費用，そして，技巧の内部生産があることを確認した訳であるが，分業が労働生産性を改善するというピン工場の寓話に立ち戻ったとき，これらの要因が適切であるかは疑問が残る。というのは，タスクを分割し，一人の労働者に複数のタスクを割り当てる場合と，唯一ひとつのタスクを割り当てる場合では，タスクを一単位達成するのに必要な労働量が異なることをピン工場の寓話は物語っているように見えるからである。本稿の記号法を利用すれば，分業の程度 N/T が増せば，投入係数 $a(\tau)=1/e(\tau)$ もしくは $a_{i\tau}$ が減少すると言える。もしそうであるとすれば，労働が同質的であろうが異質的であろうが，分業によって生産関数は上方シフトすると考えられる。Edwards & Starr にしても Becker & Murphy や Rosen にしても，このような要因については言及していない。「分業は規模の経済を発生させる」という命題を一切の証明を付さずに主張する経済学者が，労働の不可分性やセットアップ費用，あるいは技巧の内部生産ではなく，分業が進むとタスクへの労働投入係数が下がるという要因を考えているとすれば，Edwards & Starr の批判は的を得ていないと言える。

《参考文献》

Becker, Gary S., and Murphy, Kevin M. "The Division of Labor, Coordination Costs, and Knowledge." *Quarterly Journal of Economics*, November 1992, 107(4), pp. 1137-1160.

Dornbusch, R., Fischer, S., and Samuelson, P. A. "Comparative Advantage, Trade, and Payments in a Ricardian Model with a Continuum of Goods." *American Economic Review*, December 1977, 67(5), pp. 823-839.

Edwards, Brian K., and Starr, Ross M. "A Note on Indivisibilities, Specialization, and Economies of Scale." *American Economic Review*, March 1987, 77(1), pp. 192-194.

Levy, David. "Testing Stigler's Interpretation of 'The Division of Labor is

Limited by the Extent of the Market'." *Journal of Industrial Economics*, March 1984, 32(3), pp. 377-389.

Pratten, Clifford F. "The Manufacturer of Pins." *Journal of Economic Literature*, March 1980, 18(1), pp. 93-96.

Rosen, Sherwin. "Substitution and Division of Labour." *Economica*, August 1978, 45(179), pp. 235-250.

Smith, Adam. *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, 5th edition, originally published in 1789, edited by Edwin Cannan, 1994, New York: Modern Library.

Stigler, George J. "The Division of Labor is Limited by the Extent of the Market." *Journal of Political Economy*, June 1951, 59(3), pp. 185-193.

Young, Allyn A. "Increasing Returns and Economic Progress." *Economic Journal*, December 1928, 38(152), pp. 527-542.

奥山利幸「誘導形としての生産関数」『経済志林』2006a 年，73巻 4 号（掲載予定)。

奥山利幸「アダム・スミスの命題群」『経済志林』2006b 年，74巻 1 号（掲載予定)。

Division of Labor and Economies of Scale

Toshiyuki OKUYAMA

《Abstract》

The purpose of this paper is to give an appraisal to an alleged idea that division of labor implies scale economies. This paper shows that production functions derived as reduced forms from firm's internal decision-making models built on division of labor do not exhibit scale economies without additional assumptions such as transition costs (Edwards and Starr, 1987), internal acquisition of skills (Becker and Murphy, 1992), or another that Adam Smith's pin factory suggests.