

粉体の化学(4)粉体圧縮式の比較(2)

KAWAKITA, Kimio / TSUTSUMI, Yuhbun / 津々見, 雄文 / 川
北, 公夫

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Faculty of Engineering, Hosei University / 法政大学工学部
研究集報

(巻 / Volume)

2

(開始ページ / Start Page)

37

(終了ページ / End Page)

40

(発行年 / Year)

1965-05

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004280>

粉 体 の 化 学

第4報 粉体圧縮式の比較 (その2)

教授 川北公夫, 助教授 津々見雄文

Chemistry of Powders

[IV] Comparison of Equations of State for Powder Compression

(Part 2)

Kimio Kawakita, *Professor*

Yuhbun Tsutsumi, *Assistant Professor*

1. ま え が き

これまでに報告された粉体の圧縮式は多い。そのうちのいくつかについては前報¹⁾で報告し、それらを互いに比較した。

この報告では、その後の調査によって判明した圧縮式を追加した。これらの式はまちまちな表現がなされているので、空隙率と圧力との関係を表わす式になるように表現を統一し、しかる後に比較検討する。

2. いろいろな粉体圧縮式

前報に報告した粉体圧縮式に加えて、その後の調査で判明した圧縮式を含めて列挙すると第1表のごとくなる。

第1表において Jones の式²⁾, Burr の式²⁾および谷本の式³⁾が新しく追加した式である。

3. 谷本の式と川北の式との関係

谷本の式は次のように書き直すことができる。

$$C = \frac{V_0 - V}{V_0} = \frac{k_1 P}{V_0} + \frac{k_3 P}{P + k_2}$$

すなわち

$$C = \frac{\beta P + \gamma P^2}{1 + \alpha P} \quad (1)$$

ここで C は「かさべり度」、 V_0 は初期体積、 V は圧力 P のもとにおける体積、 $k_1, k_2, k_3, \alpha, \beta, \gamma$ は定数。

Table 1. Compression equations of powder

Author	Equation	Remarks
Balshin	$\ln P = -LV_r + C$	P =pressure, V_r =specific volume, L , C =constants.
Smith	$\rho - \rho_0 = C_f P^{1/3}$	ρ =density, ρ_0 =initial density, C_f =compressibility factor.
Murray	$\ln\left(\frac{1}{1-D_E}\right) = \frac{\sqrt{2}\gamma n^{1/3}}{\sigma_0} \cdot \left(\frac{D_E}{1-D_E}\right)^{1/3} \frac{4\pi^{1/3}}{3} + \frac{P}{\sqrt{2}\sigma_0}$	D_E =relative density at pressure P , γ =surface tension, n =number of pores in unit volume, σ_0 =yield strength at compressing temperature.
Ballhausen	$\ln\left(\frac{D}{1-D}\right) \propto P$	D =relative density.
Konopicky	$\ln\left(\frac{1}{1-D}\right) = KP + \ln\left(\frac{1}{1-D_0}\right)$	D =relative density at pressure P , D_0 =relative density at zero pressure, K =constant.
Athy	$n = n_0 \exp(-\beta P)$	n =porosity, n_0 =initial porosity, β =constants.
Nutting	$\gamma = \phi^{-1} S^{\beta} t^{\kappa}$	γ =volumetric strain, t =time, S =compressive stress, ϕ , β , κ =constants.
Terzaghi	$e = -\alpha \ln(P + P_c) - \beta(P + P_c) + \gamma$	e =ratio of porosity (voids-ratio), P_c =constant at initial packing, α , β , γ =constants.
Kawakita	$\frac{P}{C} = \frac{1}{ab} + \frac{1}{a}P$	C =ratio of compressed volume, a , b =constants.
Jones	$\frac{dP}{dW} = -KPW$	P =applied pressure, W =relative apparent volume, K =constant.
Burr	$D = f_1(P) + f_2(P) + f_3(P) + A$	D =relative apparent density, f_1 , f_2 , f_3 =functions of pressure P , A =constant.
Tanimoto	$\delta = \frac{1-\mu}{E}\sigma + \frac{\sigma\epsilon_m + A\epsilon_0}{\sigma + A}$	δ =change of volume, E =elastic factor, σ =compressive stress, ϵ_m =initial void, ϵ_0 =strain at initial state, μ , A =constants.

式 (1) は γP^2 の項があるために圧力 P が大きな場合には、かさべり度 C が無限に大きくなる (すなわち粉体の体積 V が $-\infty$ に近づく) という自己矛盾を含んでいる。そうして我々の行なった数十種類の粉体についての実験値 (次報) から、最小自乗法により係数 γ の値を計算した結果では、すべての場合に α や β の数千分の一以下となった。すなわち γ の値は 0 と見做して差支えないということになる。この γ の値が 0 の場合は川北の式に一致する。

4. 空隙率を使って表わした圧縮式の比較

第 1 表に示した各種圧縮式のうち Smith, Murray, Ballhausen の式については R. W. Heckel⁴⁾ が実測値によく合致しないと報告しているし、実際にも殆んど使用されていないので以下の考察では省略する。Konopicky の式は前報¹⁾で述べたように Athy の式と一致し、また谷本の式は上述の如く川北の式と実質的に同じであるからそれぞれ省略する。また Burr の式については粉体の密度が圧力の関数の和で表わせるというのみでその形が示されていないので以下の考察で省略

する。

残りの式すなわち Balshin, Jones, Athy, Nutting, Terzaghi, 川北の式について, それぞれ圧力と空隙率 $\left(\frac{V-V_\infty}{V}\right)$ との関係を表わすように統一した表現に書きなおしたのが第2表である。

Table 2. Comparison of porosities derived from various equations

Author	Porosity	$P \rightarrow 0$	$P \rightarrow \infty$	Necessary Condition
Balshin	$1 - \frac{c_1}{c_2 - \ln P}$	1	1	$c_1 \neq 0$
Jones	$1 - \frac{c_3}{(c_4 - \ln P)^{1/2}}$	1	1	$c_3 \neq 0$
Athy	$\left(\frac{V_0 - V_\infty}{V_0}\right) \cdot \frac{1}{e^{c_5 P}}$	$\frac{V_0 - V_\infty}{V_0}$	0	$c_5 \neq 0$
Nutting	$1 - \left(\frac{V_\infty}{V_0}\right) \cdot e^{c_6 P^{c_7}}$	$\frac{V_0 - V_\infty}{V_0}$	$\frac{V_0 - V_\infty}{V_0} (c_7 < 0)$ $-\infty (c_6 > 0, c_7 > 0)$ $1 (c_6 < 0, c_7 > 0)$	$c_6 \neq 0$ $c_7 \neq 0$
Terzaghi	$1 - \frac{1}{1 - c_8 \ln(P + c_9) - c_{10}(P + c_9) + c_{11}}$	$1 - \frac{1}{1 - c_8 \ln c_9 - c_{10}c_9 + c_{11}}$	1	
Kawakita	$\frac{(V_0 - V_\infty)/V_0}{1 + (V_\infty/V_0)c_{12}P}$	$\frac{V_0 - V_\infty}{V_0} (=a)$	0	$c_{12}(=b) \neq 0$

V : Apparent volume under pressure P , V_0 : Initial apparent volume,
 V_∞ : Net volume of powder, $c_1 \cdots c_{12}$: Constants.

ただし Athy の式の P は原報によれば, サンプルの地表よりの深さを表わすものであるが, これを圧力に置き換えたものが通常 Athy の圧縮式として使われているので, ここでもその用例に従った。また Nutting の式において測定時間 t は他の式と比較するために一定として扱った。

表2からわかるように, Balshin と Jones の式は圧力が非常に小さい時と非常に大きい時には, 空隙率が 100% という不合理な値をとるために, ある限られた圧力範囲でしか使用できないことがわかる。同様に Terzaghi と Nutting の式は圧力の値が小さい場合しか使えない。結局, 空隙率の考察に関する限り, 圧力の全領域に亘って合理的に使うことができるのは, 現在のところ Athy の式と川北の式だけであることになる。

5. Athy の式と川北の式との相違

Athy の式と川北の式について, 圧力 P と空隙率 p_0 との関係を示すように表現しなおしたものは第2表に示されているが, ここであらためて記すと,

$$\text{Athy: } p_0 = a \cdot e^{-\alpha P}$$

$$\text{川北: } p_0 = a \cdot \frac{1}{1 + \beta P}$$

ただし α, β は定数。 a は川北の式の中での極限かさべり度を示す定数 a と同一である。

これらの式から、圧力の微小変化に伴う空隙率変化はそれぞれ次のようになる。

$$\text{Athy: } -\frac{dp_0}{dP} = \alpha p_0$$

$$\text{川北: } -\frac{dp_0}{dP} = \frac{\beta}{a} p_0^2$$

すなわち Athy の式は空隙率変化がそのときの空隙率に比例し、川北の式はその時の空隙率の二乗に比例する、結局、Athy の式に比べて川北の式は、空隙率の大きい時には加圧による空隙率変化が大きい性質を表わす式である。なお第 1 図は 1 例として、初期空隙率 80%, 60%, 40% の三つの場合について、3 ton/cm² の加圧により空隙率 10% として、Athy の式と川北の式がそれぞれどのような空隙率変化を表わしているかを図示したものである。パラメーターを変えても全体の傾向は同じである。

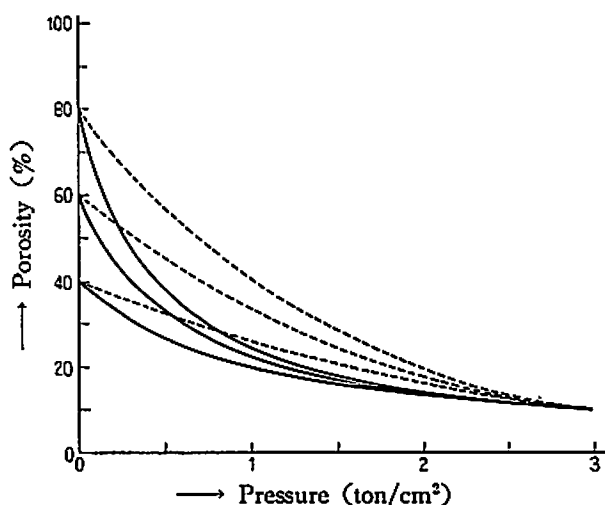


Fig. 1. Comparison between Athy's and Kawakita's Equations

..... Athy's Equation,
—— Kawakita's Equation

6. む す び

粉体の圧縮式はこれまでに数多くが報告されているが、それらのうちには自己矛盾を含むためにある限られた範囲でしか使えなかったり、いろいろな種類の粉体には適用できないものが多い。著者らが行なった空隙率に関する考察によれば、Athy の式と川北の式だけが圧力の全領域に亘って矛盾なく使えることがわかった。

圧力の変化に伴う空隙率減少の仕方についての考察によれば、川北の式は初期の加圧において空隙率変化が大きく、すなわち体積減少が大きい場合であり、初めから十分に充てんされた空隙率の小さな場合には体積変化も小さく従ってこのような場合にはむしろ Athy の式の方が適用性があるように思われる。

文 献

- 1) K. Kawakita, Y. Tsutsumi; Japanese J. Appl. Physics Vol. 4, No. 1 (1965) 56~63.
川北公夫, 津々見雄文; 法大工学部集報, No. 1 (1964) 17~47.
- 2) M. J. Donachie, Jr, M. F. Burr; J. Metals, Vol. 15 (1963) 849.
- 3) 谷本喜一; 土木学会論文集, 第 43 号 (1957) 53.
若林隆夫; 粉体および粉末冶金, Vol. 10, No. 3 (1963) 83.
- 4) R. W. Heckel; Trans. AIME Met., Vol. 221, No. 5 (1961) 1001.