

モール円による粉体圧縮理論

KAWAKITA, Kimio / TSUTSUMI, Yuhbun / 津々見, 雄文 / 川
北, 公夫

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Faculty of Engineering, Hosei University / 法政大学工学部
研究集報

(巻 / Volume)

5

(開始ページ / Start Page)

5

(終了ページ / End Page)

9

(発行年 / Year)

1968-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004257>

モール円による粉体圧縮理論

教授 川北公夫

教授 津々見雄文

A Theory of Powder Compression Based on the Mohr's Stress Circle

Kimio Kawakita, *Professor*

Yuhbun Tsutsumi, *Professor*

Abstract

On an occasion of powder compression, a minimum principal stress would not change immediately when a maximum principal stress changes by an amount $d\sigma_1$, because particles of powder move their positions and it requires a little time for resettlement of all particles. Thus it may be supposed the Mohr's stress circle exceeds the limiting line as a passing phenomenon by an amount $d\phi$, the change of angle of internal friction ϕ .

The authors calculate the $d\phi$ as a function of σ_1 and $d\sigma_1$, then introduce several theoretical equations by assuming that a function of $d\phi$ and ϕ is proportioned to several factors representing the change of state of compaction. The authors' theoretical equations are corresponded respectively to hitherto proposed experimental equations.

1. ま え が き

粉体圧縮の理論的な取扱いは、大別すると次の2つの方向がある。

(a): 圧力と、それにともなう容積変化との関係を表わす理論式を導く。

(b): 圧粉体内部の応力分布、密度分布を表わす理論式を導く。

それぞれにいくつかの理論が発表されているが、前者の (a) の方向の1つとして、若林¹⁾ はモールの応力円を使った粉体圧縮の理論を発表している。著者はそれとは別箇にモール円を使った理論を構成した。以下は若林の理論と著者の理論とを併せて報告し、比較したい。

2. 若 林 の 理 論

Fig. 1 において、限界応力状態にある粉体の応力状態が1つのモール円 K_1 で示されているとする。図で σ_1, σ_2 はそれぞれ最大、最小主応力を表わし、 ϕ は内部摩擦角、 τ は剪断応力を表わす。ここで若林は、粉体の内部摩擦角 ϕ は明確に定まるものでなくある一定の $\Delta\phi$ という角

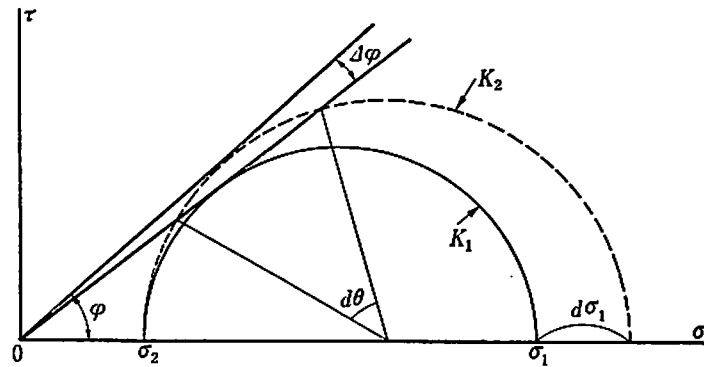


Fig. 1 Mohr's stress circle by Wakabayashi

のぼけた帯があって、最大主応力 σ_1 が $d\sigma_1$ だけ増加しても粉体の場合は粒子の再配列があるためにモール円は一応 K_2 で示される状態になり、この K_1 円と K_2 円との差が限界線のぼけた帯 $\Delta\varphi$ の原因であると考えた。モール円 K_2 が $\Delta\varphi$ の帯の中には入る量を図の $d\theta$ で表わすと、 $d\theta$ は図から式 (1) となる。

$$d\theta = \frac{2}{1+K} \sqrt{\frac{K}{1-K}} \frac{1}{\sqrt{\Delta\varphi}} \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} \quad (1)$$

ただし K は Rankine の係数で、 $\sigma_2 = K\sigma_1$

さて若林はこの $d\theta$ が空隙比の変化 de に比例すると考え、 r を定数として、

$$de = -\frac{r}{\sqrt{\Delta\varphi}} f(K) \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} \quad (2)$$

最初の状態における空隙比を e_0 、応力を σ_{10} とし、応力が σ_1 になったときの空隙比を e とする。さらに弾性変形による空隙比の減少を考慮して、

$$e = e_0 - \frac{r}{\sqrt{\Delta\varphi}} f(K) \log \frac{\sigma_1}{\sigma_{10}} - \beta \frac{\sigma_1 - \sigma_{10}}{\sigma_{10}} \quad (3)$$

(3) 式が若林のえた圧縮理論式であり、彼自から指摘しているように Terzaghi の実験式と本質的に同じ式である。

3. 著者の理論

Fig. 1 と同様な Fig. 2 において、著者は、最大主応力 σ_1 が $d\sigma_1$ だけ増加しても、粉体の場合には粒子の再配列が行なわれるために最小主応力 σ_2 が直ちに変わるのではなく、その応力状態は一時的に K_2 円で示されるような状態になる。 K_2 状態は不安定であるから粒子の再配列が行なわれるにつれて σ_2 も変化し、やがては安定な K_3 円で示される状態になる。ここで K_2 円が限界線 OR を超える量を図のように $d\varphi$ で表わすことにすれば、粉体内の粒子の充填状態が変わる確率を $d\varphi$ によって表わすことができると考えた。

粉体において粒子の充填状態が変わる確率は疎充填のとき大きく、密充填においては僅かであ

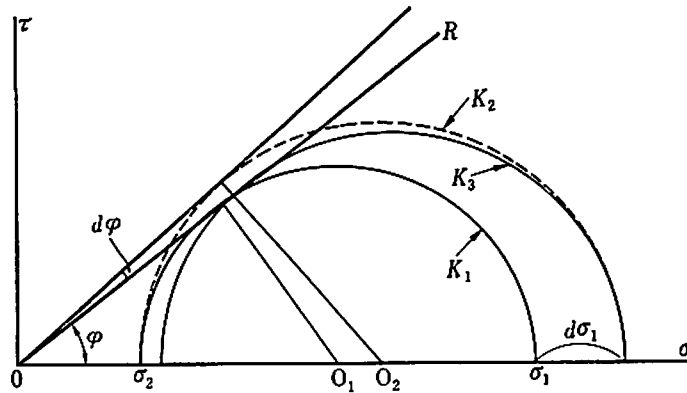


Fig. 2 Mohr's stress circle by authors

る。 $d\varphi$ の値についても図からわかるように定性的には同様であり、ある一定の $d\sigma_1$ の増加分に対して σ_1 の値が小さい小荷重の疎充填のときに $d\varphi$ の値は大きく、 σ_1 の値が大きな密充填の状態では $d\varphi$ の値が小さくなる。

さて Fig. 2 から $d\varphi$ の値を求める。Rankine の係数を K とし、

$$\begin{aligned} d\sigma_1 &= 2\{\overline{OO_2} \sin(\varphi + d\varphi) - \overline{OO_1} \sin \varphi\} \\ &= \{(1+K)\sigma_1 + d\sigma_1\} \sin(\varphi + d\varphi) - (1+K)\sigma_1 \sin \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

ここで $\sin(\varphi + d\varphi) = \sin \varphi + d\varphi \cos \varphi - \dots$

を用い、2次以上の微小項を省略すれば、

$$d\sigma_1 = d\sigma_1 \sin \varphi + (1+K)\sigma_1 d\varphi \cos \varphi \quad (5)$$

$K = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$ であるから、式 (5) は式 (6) となる。

$$\frac{2 d\varphi}{\cos \varphi} = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} \quad (6)$$

ここで $\frac{2 d\varphi}{\cos \varphi} = d\Phi$ とおけば式 (7) で表わされる。

$$d\Phi = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} \quad (7)$$

さて $d\Phi$ は内部摩擦角 φ とその微小変化 $d\varphi$ との函数であるが、そのうち $d\varphi$ は前述のように粒子の配列状態の変化をおこす確率を表わすと考えられるものであり、また φ は粒子の配列状態の変化による充填が密になるにつれて変っていく因子である。従って $d\varphi$ と φ との函数 $d\Phi$ は、充填状態の変化を表わすような何かの量と比例すると考えてもよいであろう。以下は充填状態の変化を表わす量として試みに (a)～(e) のような量を考え、その量と $d\Phi$ が比例すると考えれば、それぞれに応じた理論式が誘導されることを示す。比例定数を k で表わし、最大主応力 σ_1 を圧力 P とすれば、

(a): $d\Phi$ が空隙率 n の減少に比例するとき

$$-\frac{dn}{dP} = k \frac{1}{P} \quad (8)$$

(b): $d\phi$ がかさべり度 C の変化に比例するとき

$$-dC = -\frac{dn}{(1-n)^2} \text{ であるから}$$

$$-\frac{dn}{dP} = k \frac{(1-n)^2}{P} \quad (9)$$

(c): $d\phi$ が体積ひずみ ε の変化に比例するとき

$$-d\varepsilon = -\frac{dn}{(1-n)} \text{ であるから}$$

$$-\frac{dn}{dP} = k \frac{(1-n)}{P} \quad (10)$$

(d): $d\phi$ が空隙率 n の減少に比例し、かつ nP に逆比例するとき

$$-\frac{dn}{dP} = kn \quad (11)$$

(e): $d\phi$ が空隙率 n の減少に比例し、かつ n^2P に逆比例するとき

$$-\frac{dn}{dP} = kn^2 \quad (12)$$

式 (8)~(12) は、この理論で得られたいろいろな理論式であるが、一方、著者はこれまでに発表されたいろいろの圧縮実験式を比較検討し、それら実験式が次の (A), (B), (C) の3つのタイプに分類できることを報告した²⁾。

$$(A) \quad -\frac{dn}{dP} = kn^x \quad : \text{Athy } (x=1), \text{ 川北 } (x=2)$$

$$(B) \quad -\frac{dn}{dP} = k \frac{(1-n)^y}{P^z} \quad : \text{Gurnham } (y=0, z=1), \text{ Smith } (y=0, z=2/3),$$

$$\text{Nutting } (y=1, z=1),$$

$$\text{Balshin } (y=2, z=1), \text{ Terzaghi } (y=2, z=1),$$

$$\text{Jones } (y=3, z=1).$$

$$(C) \quad -\frac{dn}{dP} = k \frac{n^x(1-n)^y}{P^z} \quad : \text{Ballhausen } (A) \times (B) \ (x=1, y=1, z=0),$$

$$\text{Cooper } (A) \times (B) + (B) \ (x=1, y=1, z=2).$$

ここで (C) タイプの Ballhausen の式は圧縮の初期よりもむしろ中期から後期の段階にかけて空隙率の減り方が多いような式であるから通常の粉体圧縮に適合することは考えられない。Cooper の式は多くの係数を含む式であって実用的でない。従って実用されている実験式は (A) タイプと (B) タイプの式である。

著者が得た理論式の式 (8) は Gurnham の実験式に相当するものであり、Smith の式に近い

ことが示される。また式 (9) は Balshin の式に一致し, Terzaghi の式に近いものを得たことになる。式 (10) は Nutting の実験式に近い理論式を得たことになる。式 (11) は Athy の式に一致し, 式 (12) は川北の式に一致する。

以上は著者の理論において $d\Phi$ が充填状態の変化を表わすいろいろな量に比例するとした場合にいろいろな圧縮実験式に相当する理論式が導かれることを示したが, 本当に $d\Phi$ が何に比例すると考えなければならないかについては今後の論議を必要とする。

4. 著者の理論と若林の理論との相違点

(1) 内部摩擦角について

著者の理論では内部摩擦角の測定値は φ で明確に決まる。若林の理論では $(\varphi - \Delta\varphi)$ と φ との間にあって明確な測定値が得られない。

(2) $d\varphi$ の値

著者の理論では $d\varphi$ の値は応力の変化によって変動する (事実に則している)。若林の理論では $\Delta\varphi$ の値は一定である。

(3) 粒子の配列変化の確率を表わすもの

著者の理論では $d\Phi$ で表わされる。これは $d\varphi$ と φ との函数である。若林の理論では $d\theta$ で表わされる。これは破壊面が座標軸に対する角 θ の, ほける程度を意味するものである。

(4) 理論式

著者の理論では種々の実験式に対応する種々の理論式を誘導した。若林の理論では Terzaghi の実験式と本質的に等しい理論式を得た。

参 考 文 献

- 1) 若林隆夫: 粉体および粉末冶金, **10**, 83 (1963).
- 2) K. Kawakita, Y. Tsutsumi: Bull. Chem. Soc. Japan, **39**, 1364 (1966).