応答スペクトルによる橋脚の耐震計算（2.自由度の場合）

OHCHI, Yozo / 大地, 羊三

(出版者 / Publisher)
法政大学工学部
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
Bulletin of the Faculty of Engineering, Hosei University / 法政大学工学部研究集報
(巻 / Volume)
6
(開始ページ / Start Page)
106
(終了ページ / End Page)
114
(発行年 / Year)
1969-03
(URL)
https://doi.org/10.15002/00004243

応答スペクトルによる橋脚の耐震計算（二自由度の場合）

教授　大地羊三

Earthaeke vibretion of Bridge Pieres using Responce Spectrum (II)

Yozo Ohchi　*Professor*

2.1 減衰がない場合の運動方程式

図2.1(a)に示す座標系を用い，図2.1(b)のように重心に慣性力を作用させて，力の釣合を考えると次の二式が得られる。

$$m(\ddot{x}_g+\ddot{x}_e+R\ddot{\theta}_e)+K_x x=0$$

$$J_g(\ddot{\theta}+\ddot{\theta}_e)+K_\theta\theta-RK_x x=0$$

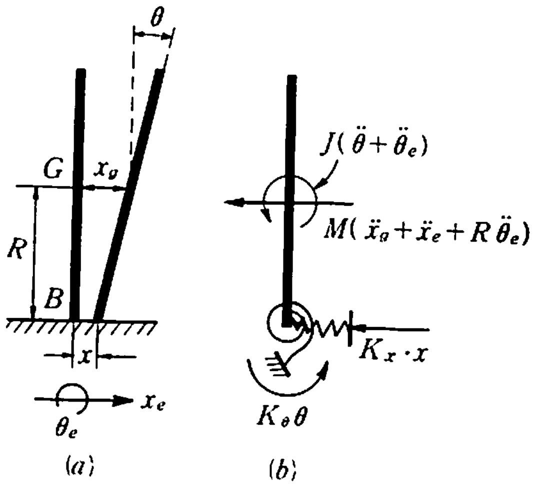


Fig. 2.1

この式は，第一式をR倍して第二式に加え，$x_g\equiv x+R\theta$の関係を用いると，次のように変形される。

$$\begin{bmatrix} m & mR \\ Rm & mR^2+J_g \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} m & mR \\ Rm & mR^2+J_g \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{\theta}_e \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

地盤の回転変形θ_eは考えないのが普通であるが，二自由度の一般形が類推出来るように，θ_eの項に入れておいた。実際の計算では$\ddot{\theta}_e=0$とすればよい。

2.2 固有振動周期

式(2.1)で，右辺を0とし，$x=X\sin(2\pi t/T)$，$\theta=\Theta\sin(2\pi t/T)$とおくと

$$\left\{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\begin{bmatrix} m & mR \\ Rm & mR^2+J_g \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix} X \\ \Theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

これが0でない解をもつとき，構造物は，一度変形するとそのあとは外力の作用をうけないでも振動を続ける。これが固有振動であり，このときの周期Tが固有振動周期である。

式(2.2)が0でない解を持つためには，係数行列の行列式が0でなければならない。すなわち

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\begin{Vmatrix} M-\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2K_x & mR \\ Rm & mR^2+J_g-\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2K_\theta \end{Vmatrix}$$

$$=\frac{K_xK_\theta}{(2\pi T)^2}\left\{T^4-(T_x^2+T_\theta^2)T+\frac{i^2}{i^2+R^2}T_x^2T_\theta^2\right\}=0 \qquad \text{(a)}$$

ただし　$T_x^2=(2\pi)^2m/K_x$, $T_\theta^2=(2\pi)^2(mR^2+J_g)/K_\theta$, $i^2=J_g/m$ とおいた。T_x, T_θは，それぞれ水平振動および底面（図2.1(a)のB点）の水平変位を固定したときの回転振動の固有振周期である。

式(a)の解は，

$$\left.\begin{matrix}T_1^2\\T_2^2\end{matrix}\right\}=\frac{T_x^2+T_\theta^2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{T_x^2+T_\theta^2}{2}\right)^2-\frac{i^2}{i^2+R^2}T_x^2T_\theta^2} \qquad (2.3)$$

となる。これが今の場合の固有振動周期である。上式より

$$T_1^2+T_2^2=T_x^2+T_\theta^2 \qquad \text{(b)}$$

の関係がある事が解る。式(2.3)の全体をT_θ^2で割って，次のように無限元化し，$\beta=T_x/T_\theta$を横軸に取って図示すると，図2.2が得られる。

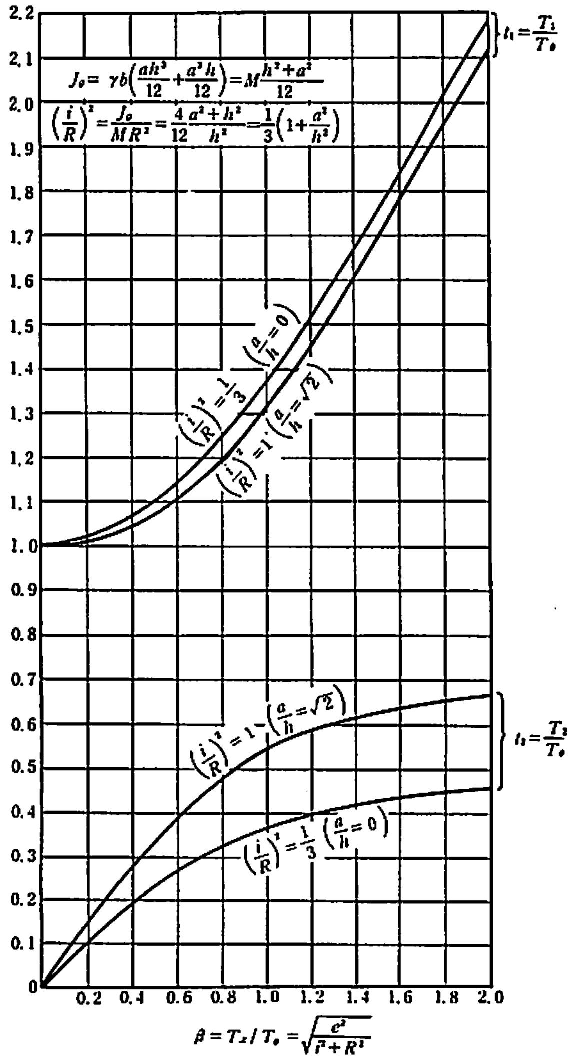


Fig. 2.2

$$\left.\begin{matrix} t_1^2 \\ t_2^2 \end{matrix}\right\} = \frac{(e^2+i^2+R^2) \pm \sqrt{(e^2+i^2+R^2)^2 - 4e^2 i^2}}{2(i^2+R^2)} \tag{2.4}$$

ただし，$t_1 = T_1/T_\theta$，$t_2 = T_2/T_\theta$，$i^2 = J_\theta/m$，$e^2 = K_\theta/K_x$ とおいた。また

β^2 は　$\beta^2 = (T_x/T_\theta)^2 = (K_\theta/K_x)(m/(J_\theta + mR^2)) = e^2/(i^2+R^2)$ となる。

2.3 規準振動モード

構造物が前節で計算された固有振動周期で振動するときの波形を規準振動モードとよんでいる。これは式 (2.2) の T に前節で求めた T_1，T_2 を代入したときの解として求められる。

まず式 (2.2) を次のように変形する。

$$\begin{bmatrix} \sqrt{K_x} & 0 \\ 0 & \sqrt{K_\theta} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 & 0 \\ 0 & \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{m}{K_x} & \frac{mR}{\sqrt{K_x K_\theta}} \\ \frac{Rm}{\sqrt{K_x K_\theta}} & \frac{mR^2 + J_\theta}{K_\theta} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \sqrt{K_x}\, X \\ \sqrt{K_\theta}\ \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{K_x} & 0 \\ 0 & \sqrt{K_\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^2 - T_x^2 & -T_x T_\theta / \sqrt{i^2+R^2} \\ -T_x T_\theta R / \sqrt{i^2+R^2} & T^2 - T_\theta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{K_x}\, X \\ \sqrt{K_\theta}\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

上式が 0 でない解を持つとすれば，

$$\frac{\sqrt{K_x}\ X}{\sqrt{K_\theta}\ \theta} = \frac{R\,T_x T_\theta}{\sqrt{i^2+R^2}(T^2 - T_x^2)} = \frac{\sqrt{i^2+R^2}(T^2 - T_\theta^2)}{R\,T_x T_\theta}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{R\,T_x T_\theta}{\sqrt{i^2+R^2}(T^2 - T_x^2)} \frac{\sqrt{i^2+R^2}(T^2 - T_\theta^2)}{R\,T_x T_\theta}} = \pm \sqrt{\frac{T^2 - T_\theta^2}{T^2 - T_x^2}}$$

でなければならない。根号の前の符号は $T = T_1$ とおいたとき正，$T = T_2$ とおいたとき負を取るものとする。したがって，一次規準振動モード，二次規準振動モードを，それぞれ $(X_1,\ \theta_1)$，$(X_2,\ \theta_2)$ とすると

$$\left.\begin{aligned} \frac{X_1}{\theta_1} &= \sqrt{\frac{K_\theta}{K_x}} \sqrt{\frac{T_1^2 - T_\theta^2}{T_1^2 - T_x^2}} = \sqrt{\frac{K_\theta}{K_x}} \sqrt{\frac{T_x^2 - T_2^2}{T_\theta^2 - T_2^2}} \\ \frac{X_2}{\theta_2} &= -\sqrt{\frac{K_\theta}{K_x}} \sqrt{\frac{T_\theta^2 - T_2^2}{T_x^2 - T_2^2}} \end{aligned}\right\} \tag{2.55}$$

が得られる。たゞしこの式の誘導にあたって，前節の式(b)の関係が使われている。上式を次のように無次元量で表わし，$\beta = T_x/T_\theta$ を横軸に取って図示すると図 2.3 が得られる。

$$\frac{X_1}{R\,\theta_1} = \frac{e}{R} \sqrt{\frac{\beta^2 - t_2^2}{1 - t_2^2}} \qquad \frac{X_2}{R\,\theta_2} = \frac{e}{R} \sqrt{\frac{1 - t_2^2}{\beta^2 - t_2^2}}$$

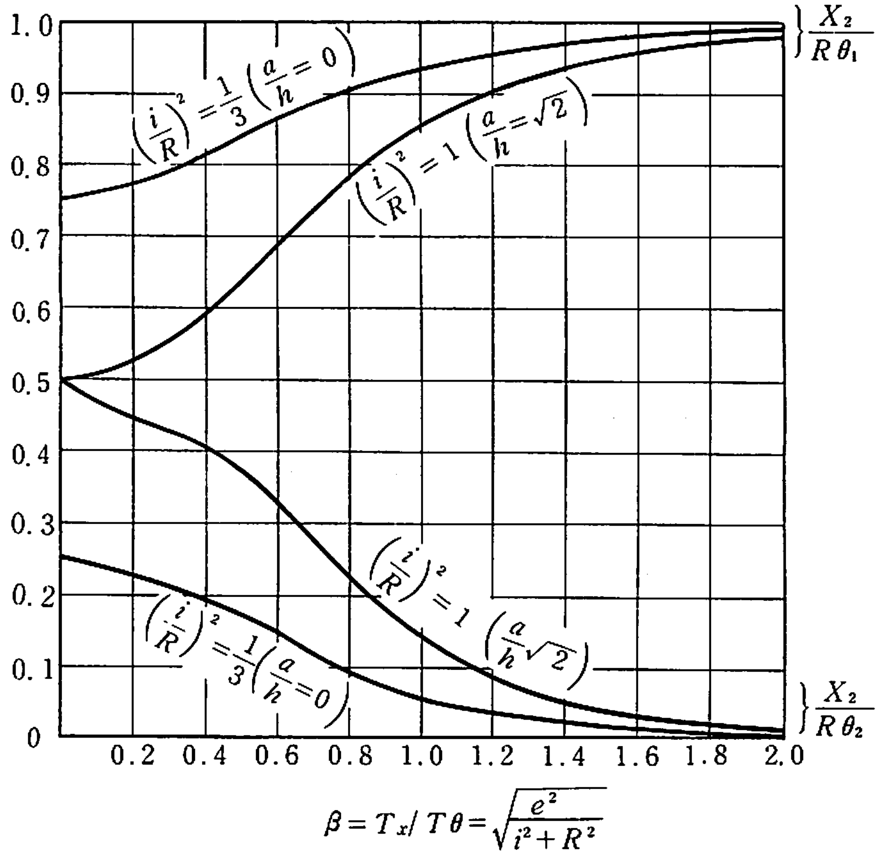


Fig. 2.3

2.4 行列による固有振動周期と規準振動モードの計算

前二節で説明した固有振動周期や規準振動モードは。行列を用いても計算出来る。多自由度の場合は，行列による演算が有効なので，この方法を二自由度の場合で説明する。

式 (2.2) は行列を用いると，次のように書く事が出来る。

$$\left\{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \boldsymbol{R\overline{M}R^T}-\boldsymbol{K}\right\}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{O}$$

ただし，
$$\overline{\boldsymbol{M}}=\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_g \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ R & 1 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} X \\ \theta \end{bmatrix}$$

また肩につけたTは，転置行列を表わすものとする。上式は次のように変形出来るが

$$\boldsymbol{K}^{\frac{1}{2}}\left\{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \boldsymbol{E}-\boldsymbol{K}^{-\frac{1}{2}}\overline{\boldsymbol{M}}\boldsymbol{K}^{-\frac{1}{2}}\right\}\left[\boldsymbol{K}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{X}\right]=\boldsymbol{O}$$

ただし
$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{K}^{\frac{1}{2}}=\begin{bmatrix} \sqrt{K_x} & 0 \\ 0 & \sqrt{K_\theta} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{M}=\boldsymbol{R\overline{M}R^T}$$

この式は，$(T/2\pi)^2$と$\boldsymbol{K}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{X}$が，それぞれ行列$\boldsymbol{K}^{\frac{1}{2}}\,\overline{\boldsymbol{M}}\boldsymbol{K}^{-\frac{1}{2}}$の固有値と固有ベクトルになっている事を示している。固有値$\boldsymbol{\lambda}$と固有ベクトル$\boldsymbol{V}$が求まれば

$$\boldsymbol{\lambda}=\frac{1}{(2\pi)^2}\begin{bmatrix} T_1^2 & 0 \\ 0 & T_2^2 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{V}=\begin{bmatrix} \sqrt{K_x} & 0 \\ 0 & \sqrt{K_\theta} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}$$

より固有振動周期と規準振動モードが計算出来る。

さて　$T=\begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_2 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}$ とおき，式(a)を参照すると

$$(2\pi)^2 \boldsymbol{M\Phi}=\boldsymbol{K\Phi T}^2 \tag{b}$$

が得られ，さらに左から $\boldsymbol{\Phi}^T$ をかけると

$$(2\pi)^2 \boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi}=\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi T}^2 \tag{c}$$

が得られる。この式に現われる $\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi}$ と $\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi}$ は対角行列である。何となれば，$\boldsymbol{\Phi}$の第一，第二列がつくるベクトルを $\boldsymbol{\Phi}_1$，$\boldsymbol{\Phi}_2$ と書く事にする。

$$\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1^T \\ \boldsymbol{\Phi}_2^T \end{bmatrix} \boldsymbol{M}[\boldsymbol{\Phi}_1\ \boldsymbol{\Phi}_2]=\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1^T\boldsymbol{M\Phi}_2 & \boldsymbol{\Phi}_1^T\boldsymbol{M\Phi}_2 \\ \boldsymbol{\Phi}_1^T\boldsymbol{M\Phi}_2 & \boldsymbol{\Phi}_1^T\boldsymbol{M\Phi}_2 \end{bmatrix}$$

また $\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi}$ は，上式で $\boldsymbol{M}$ を $\boldsymbol{K}$ に変えたものになる。しかるに(b)を二つに分けて

$$(2\pi)^2\boldsymbol{M\Phi}_1=\boldsymbol{K\Phi}_1 T_1^2 \qquad (2\pi)^2\boldsymbol{M\Phi}_2=\boldsymbol{K\Phi}_2 T_2^2 \tag{d}$$

と書き，左からそれぞれ $\boldsymbol{\Phi}_2^T$，$-\boldsymbol{\Phi}_1^T$ をかけて加え合せ，$\boldsymbol{\Phi}_2^T\boldsymbol{M\Phi}_1=\boldsymbol{\Phi}_1^T\boldsymbol{M\Phi}_2$，$T_1 \neq T_2$ なる事を考慮すると

$$0=\boldsymbol{\Phi}_2^T\boldsymbol{K\Phi}_1(T_1^2-T_2^2) \quad 故に \quad \boldsymbol{\Phi}_2^T\boldsymbol{K\Phi}_1=0$$

また，式(d)の第一，第二式の左から $T_1^{-2}\boldsymbol{\Phi}_2^T$，$-T_2^{-2}\boldsymbol{\Phi}_1^T$ をかけて加え合せると

$$\left\{\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2-\left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2\right\}\boldsymbol{\Phi}_2^T\boldsymbol{M\Phi}_1=0 \quad 故に \quad \boldsymbol{\Phi}_2^T\boldsymbol{M\Phi}_1=0$$

したがって，$\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi}$ および $\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi}$の (2,1) 要素は 0 である。

式(c)をくわしく書くと

$$4\pi^2\begin{bmatrix} Y_{g1}\ m\ Y_{g1}+J_g & Y_{g1}\ m\ Y_{g2}+J_g \\ Y_{g2}\ m\ Y_{g1}+J_g & Y_{g2}\ m\ Y_{g2}+J_g \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} Y_1K_xY_1+K_\theta & Y_1K_xY_2+K_\theta \\ Y_2K_xY_1+K_\theta & Y_2K_xY_2+K_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_1^2 & 0 \\ 0 & T_2^2 \end{bmatrix} \tag{e}$$

たゞし，$Y_i \equiv X_i/\theta_i$，$Y_{gi}/\theta_i=(X_i+R\theta_i)/\theta_i$ とおいた。X_{gi} は規準振動モードの重心 G の横変位である。

式(e)の両辺の行列は，対角行列であるから

$$\left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2=\frac{Y_{g1}\ m\ Y_{g1}+J_g}{Y_1K_xY_1+K_\theta} \qquad \left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2=\frac{Y_{g2}\ m\ Y_{g2}+J_g}{Y_2K_xY_2+K_\theta} \tag{2.6}$$

$$Y_{g1}\ m\ Y_{g2}+J_g=0 \qquad Y_1K_xY_2+K_\theta=0 \tag{2.7}$$

でなければばならない。あとの二式は $-Y_{g1}Y_{g2}=J_g/m=i^2$，$-Y_1Y_2=K_\theta/K_x=e^2$ と書く事も出来る。これより，図2.4のように，回転中心が作図出来る。F_1，F_2 が，それぞれ一次規準振動モード，二次規準振動モードの回転中心である。

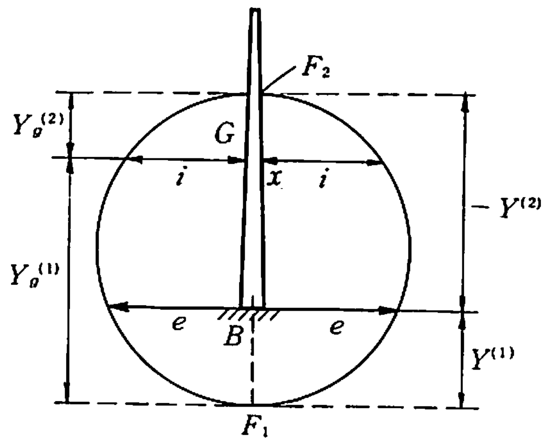


Fig. 2.4

2. 5 運動方程式の解

式 (2.1) に減衰項を加えると，運動方程式の一般解が得られる。

$$\begin{bmatrix} m & mR \\ Rm & mR^2+J_g \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$$

$$=-\begin{bmatrix} m & mR \\ Rm & mR^2+J_g \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{\theta}_e \end{bmatrix}$$

これを　　$\boldsymbol{M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=-M\ddot{x}_e}$　　(a)

とおき，　$\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$　　またわ　$\boldsymbol{x=\Phi q}$　　(b)

により，座標 $\boldsymbol{x}$ を一般座標 $\boldsymbol{q}$ に変換し，さらに式(a)の式から $\boldsymbol{\Phi}^T$ をかけると

$$\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi\ddot{q}}+\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{C\Phi\dot{q}}+\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi q}=-\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\ddot{x}_e} \qquad \text{(c)}$$

が得られる。前節の説明で $\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi}$, $\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi}$ は対角行列であり

$$\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi}=(2\pi)^2\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi T}^{-2}$$

の関係がある事が解っている。これに加えて，第二項も対角行列になり

$$\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{C\Phi}=4\pi\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi T}^{-1}\boldsymbol{h} \qquad \boldsymbol{h}=\begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix}$$

の関係があるものとすると，式(c)は次のように二つの微分方程式に分ける事が出来る。

$$\ddot{q}_k+\frac{4\pi}{T_k}h_k\dot{q}_k+\frac{4\pi^2}{T_k^2}q_k=\frac{-1}{X_{gk}}\frac{Y_{gk}^2}{i^2+Y_{gx}^2}\left(\ddot{x}_e+\frac{i^2+Y_{gk}R}{Y_{gk}}\theta_e\right) \qquad (k=1.2)$$

この式の解は次の様になる。

$$q_k=\frac{1}{X_{kk}}\frac{Y_{gk}^2}{i^2+Y_{gk}^2}S_{xk}, \qquad S_{xk}\equiv S_{xk}(x_e)+\frac{i^2+Y_{gk}R}{Y_{gk}}S_{xk}(\theta_e) \qquad \text{(d)}$$

たゞし　$S_{xk}(x_e)=\dfrac{-1}{\beta}\displaystyle\int_0^t \ddot{x}_e e^{-\alpha(t-\lambda)}\sin\beta(t-\lambda)\,d\lambda$

$$\beta=\frac{2\pi}{T_k}\sqrt{1-h_k^2}\ ,\qquad \alpha=\frac{2\pi}{T_k}h_k$$

式(d)のq_1，q_2を式(b)に代入し，式(2.7)の関係を用いると

$$\left.\begin{aligned} x&=\sum_{k=1}^{2}\frac{Y^2\,Y_{gk}{}^2}{i^2+Y_{2k}{}^2}S_{xk}=\frac{Y_1\,S_{x1}-Y_2\,S_{x2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}\\ \theta&=\sum_{k=1}^{2}i^2\frac{Y_{gk}}{i^2+Y_{gk}{}^2}S_{xk}=\frac{S_{x1}-S_{x2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}\end{aligned}\right\}\qquad(2.8)$$

が得られるし，さらに$x_g=x+R\theta$の関係を用いると，重心Gの変位

$$x_g=\frac{Y_{g1}\,S_{x1}-Y_{g2}\,S_{x2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}$$

が得られる。普通は地盤の回転運動を考えないから，S_{xk}に含まれる$S_{xk}(\theta_e)$は0とおいてもよい。

周期T_k，減衰定数h_kに対する変位応答スペクトルを$\overline{S}_{xk}$とすると

$$\overline{S}_{xk}=[S_{xk}]_{max}$$

であるから，

$$x_{gmax}=\frac{Y_{g1}\,\overline{S}_{x1}-Y_{g2}\,\overline{S}_{x2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}\qquad \theta_{max}=\frac{\overline{S}_{x1}-\overline{S}_{x2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}$$

としてもよいが，二つの基準振動モードの最大値を重ね合せると，過大な見積りになるので，たととえば自乗平均を取り

$$x_{gmax}=\frac{\sqrt{(Y_{g1}\,S_{x1})^2+(Y_{g2}\,S_{x2})^2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}\qquad \theta_{max}=\frac{\sqrt{(S_{x1})^2+(S_{x2})^2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}$$

等とする方がよい。

2.6 構造物に作用する力

底面よりyなる高さにある点の水平変位は$x+y\theta$であり，その点の絶対加速度は$(\ddot{x}+\ddot{x}_e)+y(\ddot{\theta}+\ddot{\theta}_e)$で表わされるから，$y$点に作用する慣性力は

$$p(y)=\{\ddot{x}+\ddot{x}_e+y(\ddot{\theta}+\ddot{\theta}_e)\}\frac{dm}{dy}$$

となる。これに式(2.8)をtについて二回微分したものを代入すると

$$p(y)=\frac{(Y_1+y)S_{a1}-(Y_2+y)S_{a2}}{Y_{g1}-Y_{g2}}\qquad(a)$$

が得られる。たゞし

$$S_{a1}=S_{a1}(x_e)+\frac{i^2+Y_{g1}R}{Y_{g1}}\,S_{a1}(\theta_e)=S_{a1}(x_e)-Y_2\,S_{a1}(\theta_e)$$

$$S_{a1}(x_e)=\ddot{S}_{x1}(x_e)-\ddot{x}_e \qquad S_{a1}(\theta_e)=\ddot{S}_{x1}(\theta_e)-\ddot{\theta}_e$$

とおいた。S_{a2} は，上式でサフイックス1，2をそれぞれ2，1とおきかえたものである。

式(a)で表わされる分布荷重の合力および重心まわりの合モーメントは

$$P=\int_o^h p(y)\,dy=m\frac{Y_{g1}S_{a1}-Y_{g2}S_{a2}}{Y_{g1}-Y_{g2}} \tag{2.9}$$

$$M_G=\int_o^h (y-R)\,p(y)\,dy=J_g\frac{S_{a1}-S_{a2}}{Y_{g1}-Y_{g2}} \tag{2.10}$$

であり，底面まわりの合モーメントは

$$M_B=M_G+PR=-m\frac{Y_{g1}\,Y_2}{Y_{g1}-Y_{g2}}S_{a1} \tag{2.11}$$

となる。最大値を求めるときは，S_{a1}，S_{a2} に加速度応答スペクトル $\overline{S_{a1}}$，$\overline{S_{a2}}$ を用い，自乗平均を取ればよい。以上の結果を図示すると，第一，第二項はそれぞれ図2.5の(a)，(b)のようになる。

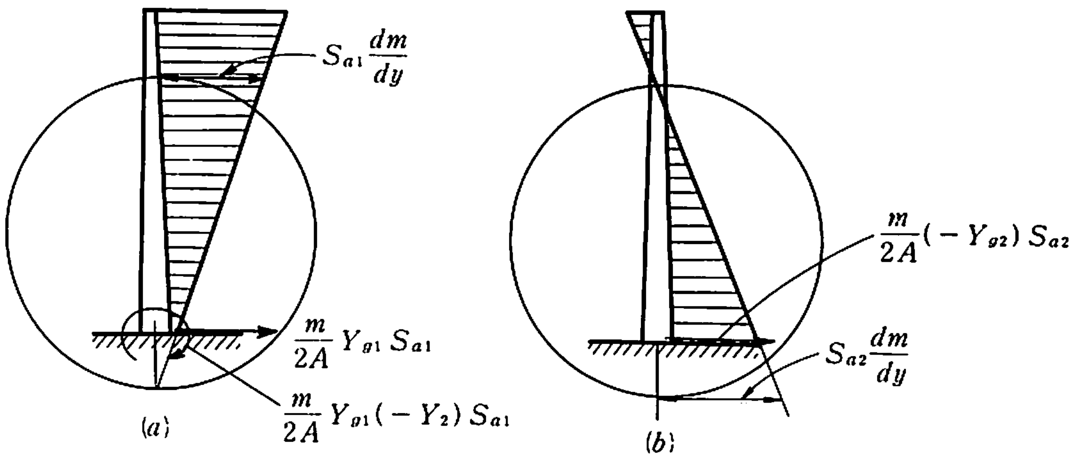


Fig. 2.5

式 (2.8) 以下で求めた計算式の中には Y_1，Y_2（Y_{g1}，$-Y_{g2}$）等が含まれている。これらは地盤B（重心G）より，一次および二次規準振動モードの回転中心までの距離である。これを重心までの高さR，$i^2=J_g/m$，$e^2=K_\theta/K_x$で表わす事を考えてみる。式 (2.7) を

$$-(R+Y_1)(R+Y_2)=i^2 \qquad -Y_1\,Y_2=e^2$$

と書き変えて，Y_1，Y_2 について解くと

$$Y_1=A-C \qquad -Y_2=A+C$$

が得られる。ただし

$$A=\frac{1}{2}(Y_1-Y_2)=\frac{1}{2R}\sqrt{(R^2+i^2-e^2(^2+4e^2R^2}\left(=Y_{g1}-Y_{g2}\right)$$

$$C=\frac{1}{2}(-Y_1-Y_2)=\frac{1}{2R}(R^2+i^2-e^2)$$

とおいた。A，C はそれぞれ図 2.6 の内円の半径および地盤から重心までの高さを現わしている。Y_1，Y_2 が求まれば，Y_{g1}，Y_{g2} は

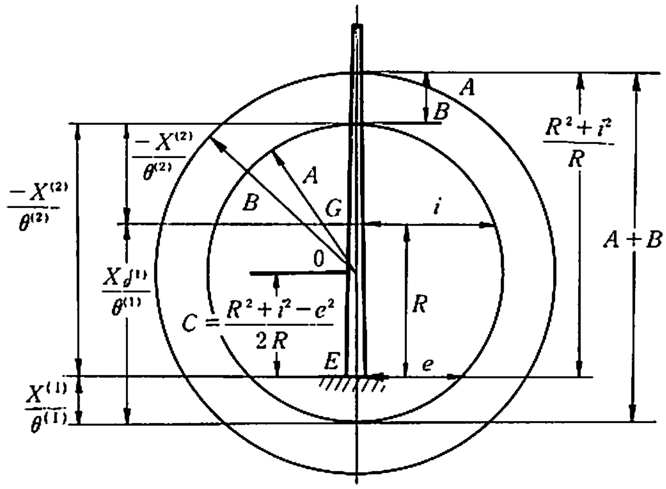
$$Y_{g1}=Y_1+R \qquad Y_{g2}=Y_2+R$$

で計算出来る。また式 (2.4) で求めた固有振動周期は

$$\left.\begin{matrix}t_1^2\\t_2^2\end{matrix}\right\}=\frac{R}{i^2+R^5}(B\pm A) \qquad B=\frac{R^2+i^2+e^2}{2R}$$

と書ける。

一自由度の場合は，$K_x=\infty$ $(e=0)$ であるから，図 2.6 の内円と外円は一致し $(A=B)$，共に地盤に接し $(A=B=C)$，その半径は $(R^2+i^2)/2R$ になる。又 $T_2=0$，$Sx=0$ $(S_{a2}(x_e)=\ddot{x}_e,\ S_{a2}(\theta_e)=\theta_e)$ であるから，図 2.5 は一自由度の場合に求めた図に一致する。



$$B=\frac{R^2+i^2+e^2}{2R}\ :\ A=\sqrt{(R^2+i^2-e^2)^2+4e^2R^2}$$

Fig. 2.6