

不等方性が表面波の分散に及ぼす影響(2)

OGUCHI, Yuko / 小口, 雄康

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Faculty of Engineering, Hosei University / 法政大学工学部
研究集報

(巻 / Volume)

9

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

28

(発行年 / Year)

1973-02

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004225>

不等方性が表面波の分散に及ぼす影響 (2)

電気工学科(計測制御)

小 口 雄 康

Effect of Transverse Isotropy on the Dispersion of Surface Waves

Yūkō OGUCHI, *Professor*

Abstracts of Each Paragraph

§ 1. Introduction

After a brief historical sketch on the present problem, the two principal purposes of this study are pointed out.

The first is an extension of the methods, which were used by H. Takeuchi et al. to explain surface wave dispersions in the isotropic, heterogeneous earth, to the calculations of the following discussion.

The second is the actual calculation and tabulation, based on the preceedingly extended methods, of distributions of partial derivative values of phase velocities with respect to anisotropic factors of surface waves in the crust and upper mantle of the transversely isotropic earth model, in order to be available for fitting the interior structure with observed data.

§ 2. Surface waves in the semi-infinite, transversely isotropic, transversely homogeneous, perfectly elastic medium

From stress-strain relations and the fundamental equations of motion, we can derive the equations of motion and the energy equations, which are equivalent to the equations of motion and the boundary conditions, for plane Love- and Rayleigh-waves in the semi-infinite, transversely isotropic, transversely homogeneous, perfectly elastic medium.

The equations of motion are reduced to the first order ordinary differential equations, which can be integrated numerically for any combinations of anisotropic factors, with some special considerations on the case of Rayleigh waves, by Runge-Kutta method without any differentiation of physical parameters. For the solution of these equations under suitable boundary conditions, amplitudes and phase velocities of the surface waves are given as eigenfunctions and eigenvalues, respectively.

Group velocities and partial derivatives of phase velocities are given by

differentiating the energy equations with respect to wave length and physical parameters neglecting higher order derivatives according to the principle of variational calculus.

Numerical examples are worked out for the anisotropic CANS D model and the good adaptability is shown for both Love- and Rayleigh-waves.

§ 3. Tables of partial derivative values of phase velocities with respect to changes of physical parameters for the standard earth model

For the use of dispersion curve fitting, partial derivative values of both Love- and Rayleigh-wave phase velocities with respect to changes of physical parameters for the Gutenberg model which is taken as the standard earth structure are tabulated over the period range from 5 sec to 100 sec. Three kinds of partial derivative values, $\partial c/\partial \rho$, $\partial c/\partial V_{SH-H}$ and $\partial c/\partial V_{SH-V}$ for Love waves, and five kinds of the ones, $\partial c/\partial \rho$, $\partial c/\partial V_{P-H}$, $\partial c/\partial V_{SV-H}$, $\partial c/\partial \phi$ and $\partial c/\partial \eta$ for Rayleigh waves, corresponding to each homogeneous, isotropic layer for the standard model are given in the tables. We can calculate the increment of phase velocity of any transversely isotropic model from the one of the standard model, Δc , by knowing changes of the physical parameters, $\Delta \tau_i$, and making use of the following formula,

$$\Delta c = \sum_i \left\{ \sum_j (\partial c/\partial \tau_i) \cdot \Delta \tau_i \right\}$$

where τ_i means a set of physical parameters.

Partial derivative value $\partial c/\partial V_{SH-H}$ of Love waves is much larger than the other two, but the ones of Rayleigh waves are all in same order. So, anisotropy, if any, will not be effectively found in Rayleigh waves, but in Love waves from observed dispersion data.

Predictions of Love- and Rayleigh-wave phase velocities using the partial derivative tables, for the transversely isotropic CANS D and J-S-01 models from the standard model, show good adaptability of the tables. From the fact that the former model has the fastest phase velocities among the known continental structures and the latter model has the slowest ones, these tables will be available for the prediction of phase velocity in any possible transversely isotropic continental models.

Possibility of the correction of sphericity of the earth is considered. The correction, if necessary, is done by an empirical formula for each Love- and Rayleigh-waves.

§ 4. Some related problems

Love wave anisotropic factor, ξ , is determined by numerical inversion for J-S-01 and the McEvelly models. For J-S-01, we obtained ξ 's in appreciable accuracy. But, for the McEvelly model, we obtained many different ξ 's sets in good agreement with observed data, so that we can not determine ξ 's distribution uniquely for this model. This kind of uncertainty generally occurs in any case

of inversion problem.

We, also, discuss the limit of the existence of Rayleigh wave type surface waves in the transversely isotropic medium and the other anisotropic factor γ for Rayleigh waves.

§ 5. Conclusions

Our principal two purposes, the extension of the methods stated in §1 and to tabulate and discuss partial derivative values, are both done successfully as stated in the previous paragraphs. The conclusions obtained are shown in the abstract of the previous paper.

§ 3. 位相速度の偏微分表* (承前)

3.1 基準モデル

§2. で, transversely isotropic で不均質な弾性体を伝わる表面波に対して, 物理定数の微小変化による位相速度の変化分を求める方法, および, CANS D モデルを例にとって計算した結果を述べた。CANS D モデルは, カナダ楕状地における観測データをよく説明し, 不等方性は認められていない。また, 他の大陸構造の位相速度を推定するには, やや層構造が不适当である。これらのことを考えると, 位相速度の偏微分表を作るには, 他より良い基準モデルを用いることが望ましい。そのようなモデルとして Gutenberg モデルを用いることにする。

Gutenberg モデルは, 層構造が細かいこと, P 波, S 波の速度が地球内部の平均的な値をとること, などの利点があり, 基準モデルとして最適なものの1つである。本報で用いた Gutenberg モデルの物理定数を Table 3.1, Fig. 3.1 に示してある。このモデルは各層が等方・均質な弾性体からなる多層構造である。したがって, 物理定数は, ρ (密度: g/cm^3), α (P 波の速度: km/sec), β (S 波の速度: km/sec), $\phi = \eta = \xi = 1$ からの変化分をとることになる。ただし, α は $V_{P.H}$, $V_{P.V}$; β は $V_{SV.H} (= V_{SV.V} = V_{SH.V})$, $V_{SH.H}$ のいずれを与えているか不明であるが, 偏微分表を作る上では, これを区分しなければならない。本報では, $\alpha = V_{P.H}$, $\beta = V_{SV.H} (= V_{SH.V})$ とする。

位相速度の偏微分表は, Love 波では, $(\hat{\rho}, V_{SH.H}, V_{SH.V})$, Rayleigh 波では, $(\hat{\rho}, V_{P.H}, V_{SV.H}, \phi, \eta)$ に関して作ることにする (§4., 4.3 参照)。ただし, $\hat{\rho}$ は, ρ と等しいが他の物理定数の組合せと区別したことを示している。

3.2 Love 波の位相速度の変化分

観測された Love 波の分散曲線から地下構造を決める, いわゆる inversion problem については, §4., 4.1 でふれる。不等方性を考慮すると, 観測値に対して決めるべき物理定数が多いため, 最小自乗法を用いられない場合が多い。

* §1. ~ §2. は前報 (法政大学工学部研究集報, 第8号, 1972) 参照。

Depth (km)	ρ (g/cm ³)	α (km/s)	β (km/s)
0— 19	2.74	6.14	3.55
19— 38	3.00	6.58	3.80
38— 50	3.32	8.20	4.65
50— 60	3.34	8.17	4.62
60— 70	3.35	8.14	4.57
70— 80	3.36	8.10	4.51
80— 90	3.37	8.07	4.46
90— 100	3.38	8.02	4.41
100— 125	3.39	7.93	4.37
125— 150	3.41	7.85	4.35
150— 175	3.43	7.89	4.36
175— 200	3.46	7.98	4.38
200— 225	3.48	8.10	4.42
225— 250	3.50	8.21	4.46
250— 300	3.53	8.38	4.54
300— 350	3.58	8.62	4.68
350— 400	3.62	8.87	4.85
400— 450	3.69	9.15	5.04
450— 500	3.82	9.45	5.21
500— 600	4.01	9.88	5.45
600— 700	4.21	10.30	5.76
700— 800	4.40	10.71	6.03
800— 900	4.56	11.10	6.23
900—1000	4.63	11.35	6.32
1000—1200	4.74	11.60	6.42
1200—1400	4.85	11.93	6.55

Table 3-1 Physical parameters for the Gutenberg model used in this paper.

ρ : density, α : velocity of P-waves,
 β : velocity of S-waves

の操作によって分散曲線が大きくかえられる。すなわち、不等方性は Love 波の分散曲線に大きく影響し、Rayleigh 波に関する偏微分値と較べて (3.5 参照)、実際に観測された分散曲線はほとんど $\phi=\eta=1, \xi=1$ として説明できると考えられる [たとえば, KAMINUMA (1966)]。

$\partial c/\partial V_{SH-v}$ は、表面近くでほとんど 0 に近いが、地殻下部からマントル上部で大きくなり、以後深さとともに減少し、長周期では約 300 km くらいから影響が無視される。したがって、地表附近の V_{SH-v} の変化は分散にほとんど影響しないので、たとえそこに不等方性があっても、観測値にその影響が大きく現われることはない。

3.3 Love 波の偏微分表

あるモデルの物理定数が与えられれば、(2.50)式から Love 波の位相速度が推定できる。そのためには (2.47) 式から求められる $\partial c/\partial \rho, \partial c/\partial V_{SH-H}, \partial c/\partial V_{SH-v}$ の数表を作っておけばよい。

基準とした Gutenberg モデルは、Table 3-1 に示したように、地表に近いところで、0—19,

このようなときには、適当なモデルをつくり、trial and error 方式で物理定数を決めることになる。この目安として、(2.43), (2.44) 式で与えられる $\partial c/\partial \rho, \partial c/\partial V_{SH-H}, \partial c/\partial V_{SH-v}$ の深さ方向の分布を知るのが便利であろう。周期 20, 40, 60, 80, 100 sec について、これらの値を Fig. 3-2, 3-3, 3-4 に示してある。このような周期の範囲では、位相速度に大きく影響するのは、地殻、マントル最上部の物理定数の変化である。もちろん、短周期では浅いところの変化が、長周期では深いところの変化も影響する。

$\partial c/\partial \rho$ の図は、地殻内での密度の増加は位相速度を減少させ、より深いところでは増加させることを示している。しかし、周期 100 sec でも、深さ 100 km 以上になると、密度の変化は位相速度にほとんど影響しない。

$\partial c/\partial V_{SH-H}$ は、他の 2 つと較べて非常に大きく (約 100 倍)、かつ、深さ 300 km くらいまで影響がある。したがって、 ΔV_{SH-H}

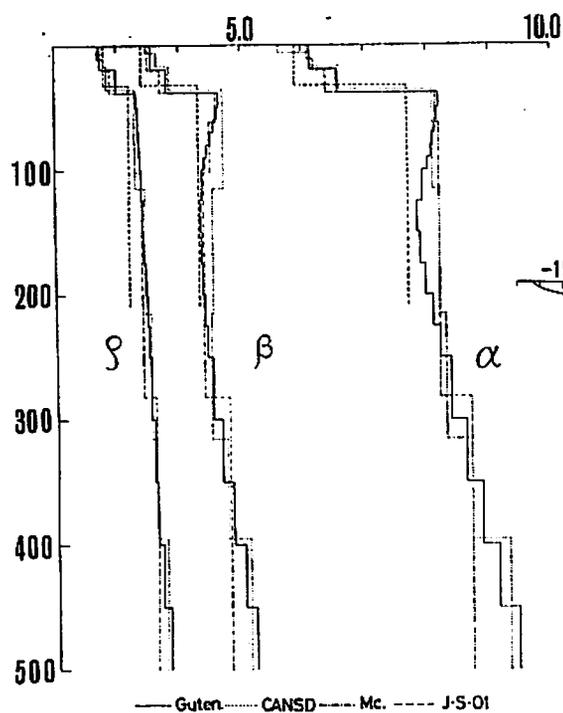


Fig. 3-1 Distribution of physical parameters for the models used in this paper.
 ordinate: depth (km),
 abscissa: ρ (g/cm^3),
 α & β (km/sec).

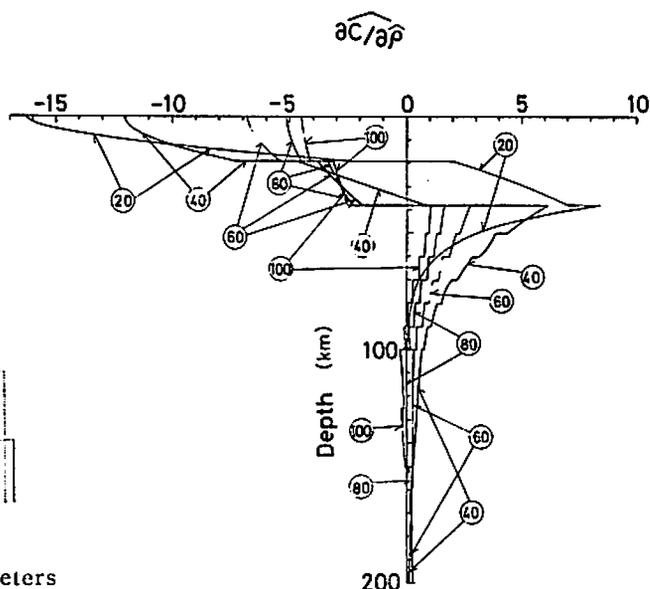


Fig. 3-2 Distribution of $\partial c/\partial \hat{\rho}$, period is shown in the circle.

19—38, 38—50, ……(km)というような層構造になっている。このような浅いところでは、いろいろなモデルの層構造が大きく違うのが普通であることを考え、Gutenberg モデルの層を細分し、0—38km 間では厚さ 1 km の層、38—50 km 間では厚さ 4 km の層、……に分け、400 km 以上では細分しない層構造を考えた。もちろん、物理定数は Gutenberg モデルと同一である。

Gutenberg モデルに対する Love 波の位相速度、群速度を Table 3-2 に、また、上述の各層ごとに物理定数を 1 単位だけ変化させたときの、 $\partial c/\partial \rho$, $\partial c/\partial V_{SH-H}$, $\partial c/\partial V_{SH-V}$ の値を Table 3-3 a, b; 3-4 a, b; 3-5 a, b に示してある*。周期は、5~100 sec 間を 5 sec おきにとってある。表中の、たとえば、.5849-1 とあるのは 0.5849×10^{-1} を意味し、 $\Delta \rho$ は g/cm^3 , ΔV_{SH-H} , ΔV_{SH-V} は km/sec 単位となっている。(2.50) にしたがって、これらの値を掛けて加え合せると、位相速度の変化分 Δc が km/sec 単位で求められるようになっている。

Table 3-6, 3-7, 3-8* に Gutenberg モデルと同じ層構造をもつとしたときの偏微分値を示してある。たとえば、0—19km に対応する偏微分値は、Table 3-3~3-5 の対応する値の和となっている。また、深さ 400 km 以上の偏微分値は、この偏微分表に与えてある。この 2 種類の表によって、位相速度の推定の計算が便利になる。

*都合により省略した。著者の論文(引用文献, 小口, 竹内, 1967)を参照されたい。

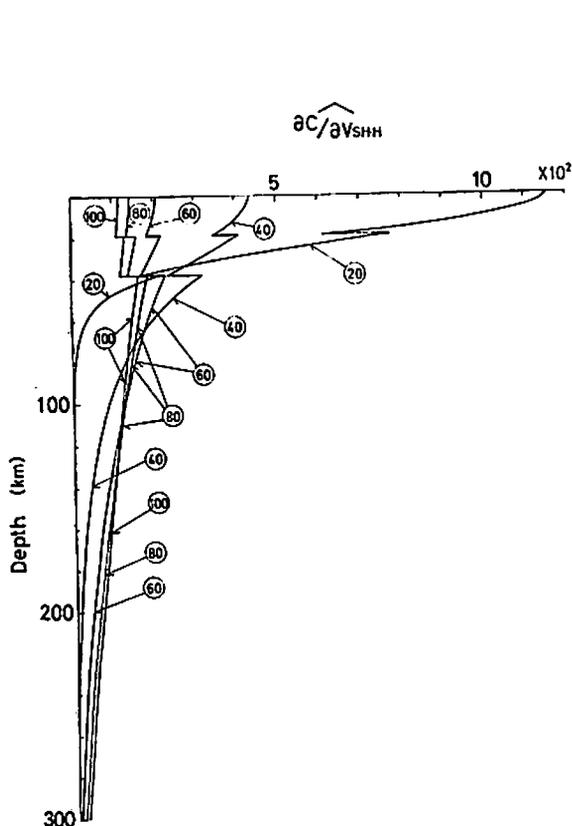


Fig. 3.3 Distribution of $\partial c/\partial V_{SH-H}$, period is shown in the circle.

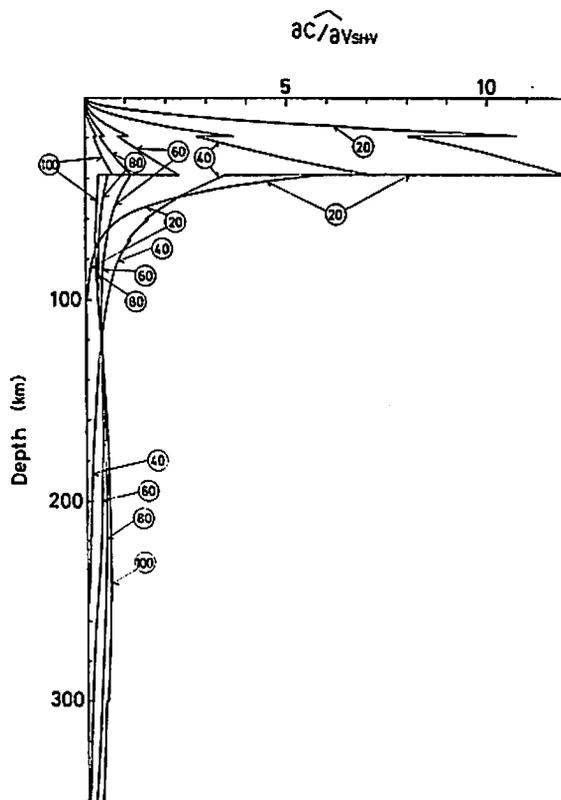


Fig. 3.4 Distribution of $\partial c/\partial V_{SH-V}$, period is shown in the circle.

Period (sec)	c (km/sec)	C	Period (sec)	c (km/sec)	C
5	3.3583	3.7548	55	4.3385	4.1112
10	3.6944	3.5053	60	4.3589	4.1397
15	3.8020	3.4875	65	4.3771	4.1610
20	3.9186	3.5022	70	4.3941	4.1756
25	4.0300	3.5683	75	4.4101	4.1863
30	4.1240	3.6800	80	4.4256	4.1940
35	4.1956	3.8082	85	4.4407	4.1994
40	4.2476	3.9212	90	4.4556	4.2036
45	4.2856	4.0086	95	4.4704	4.2066
50	4.3148	4.0681	100	4.4851	4.2083

Table 3.2 Phase velocities (c) and group velocities (C) of Love waves for the Gutenberg model.

この値の一部を周期の関数として、Fig. 3.5 に示してある。図中、38—50とあるのは、深さ38—50km の層に対応する偏微分値を表わしている。図からわかるように、 $\partial c/\partial V_{SH-H}$ の値が他の2つと較べてはるかに大きく、短周期では浅い層での値が大きく、長周期では深い層での値が大きくなっている。

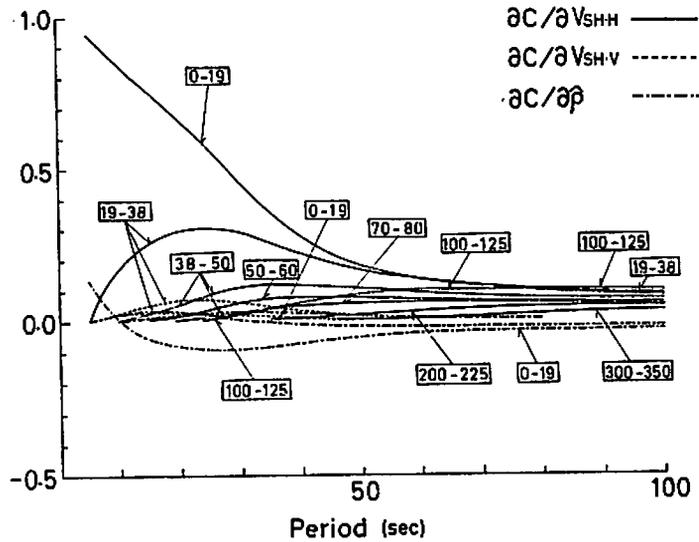


Fig. 3.5 Distribution of partial derivatives. 38-50, for example, denotes the depth from 38 km to 50km.

3.4 Love 波の計算例

3.4.1 位相速度の推定

3.3の偏微分表を用いて、位相速度の推定を試みよう。現在知られている Love 波の分散曲線のうち、最も速い位相速度を与えるモデルの1つである CANSD モデルと、最も遅いものの1つである J-S-01 モデル [KAMINUMA (1966)] について計算してみる。J-S-01 モデルの物理定数を Table 3.9 に示しておく。また、Fig. 3.1 に図示してある。

偏微分表は、Table 3.3 a, b; 3.4 a, b; 3.5 a, b を用いるとして、CANSD モデルと Gutenberg モデルとの物理定数の差を Table 3.10 に示してある。CANSD モデルは等方であるが、このとき $\Delta V_{SH.V} = \Delta V_{SH.H}$ である。また、不等方性があるとして、異方係数 $\xi = 1.2, 0.8$ を各層に与えたときの $\Delta V_{SH.H}$ は表の最右欄となる。また、層の境界の深さが2つのモデルで一致しないときは、物理定数を層厚で比例配分して物理定数の差を求めてある。こうして、各深さに対して $\Delta \rho, \Delta V_{SH.H}, \Delta V_{SH.V}$ が決められる。これらの値と(2.50)式とから Δc を求めた結果を Table 3.11 に示してある。表中、 T は周期、 c_G, c_E は積分法によって求めた

J-S-01			
Depth (km)	ρ (g/cm ³)	α (km/s)	β (km/s)
0-32	2.8	5.9	3.4
32-∞	3.2	7.7	4.32
McEvelly			
Depth (km)	ρ (g/cm ³)	α (km/s)	β (km/s)
0-11	2.7	6.1	3.5
11-20	2.8	6.2	3.5
20-38	2.9	6.4	3.7
38-62	3.2	8.15	4.6
62-102	3.3	8.2	4.5
102-282	3.4	8.2	4.4
282-∞	3.6	8.7	4.8

Table 3.9 Physical parameters for the J-S-01 and McEvelly models.

Depth	$\Delta\rho$	ΔV_{SH-V}	ΔV_{SH-H}	
			$\xi=1.2$	$\xi=.8$
0 — 6	-.04	-.08	.2512	-.4463
6 — 16	.06	.09	.4374	-.2943
16 — 17	.085	.195	.5524	-.2004
17 — 19	.11	.3	.6675	-.1065
19 — 35	-.15	.05	.4175	-.3565
35 — 36	.21	.746	1.1799	.2661
36 — 38	.3	.92	1.3705	.4217
38 — 50	-.02	.07	.5205	-.4283
50 — 60	-.04	.1	.5505	-.3983
60 — 70	-.05	.15	.6005	-.3483
70 — 80	-.06	.21	.6605	-.2883
80 — 90	-.07	.26	.7105	-.2383
90 — 100	-.08	.31	.7605	-.1883
100 — 112.5	-.09	.35	.8005	-.1483
112.5 — 125	.01	.2089	.6459	-.2745
125 — 150	.0398	.19	.6233	-.2893
150 — 175	.01	.18	.6133	-.2993
175 — 200	-.02	.16	.5933	-.3193
200 — 212.5	-.04	.12	.5533	-.3593
212.5 — 225	.03	.0965	.5276	-.3803
225 — 250	.0306	.05	.4805	-.4261
250 — 300	-.0	-.03	.4005	-.5061
300 — 325	-.02	-.072	.3678	-.5585
325 — 350	.0226	.08	.5343	-.4225
350 — 375	-.02	-.09	.3643	-.5925
375 — 400	.01	-.0209	.4400	-.5307
400 — 450	.0707	.08	.5687	-.4605
450 — 500	-.06	-.09	.3987	-.6305
500 — 600	-.25	-.33	.1587	-.8705
600 — 700	-.45	-.64	-.1513	-1.1805
700 — 800	-.64	-.91	-.4213	-1.4505
800 — 900	-.8	-1.11	-.6213	-1.6505
900 — 1000	-.87	-1.2	-.7113	-1.7405
1000 — 1200	-.98	-1.3	-.8113	-1.8405

Table 3-10 Deviations of $\hat{\rho}$, V_{SH-H} and V_{SH-V} for the CANSD model from those for the Gutenberg model.

Gutenberg モデル, CANSD モデルの位相速度, $\Delta c_E = c_E - c_G$ で, Δc_E を推定するのがここで
の目的である。 $\Sigma\rho$, ΣSH , ΣSV は, 各層の $\Delta\rho$, ΔV_{SH-H} , ΔV_{SH-V} から得られる位相速度の変
化分で, この3つの和が Δc となる。 $c_P (= c_G + \Delta c)$ は位相速度の推定値, $\delta (= \Delta c - \Delta c_E)$ は絶対
誤差, $\varepsilon (\delta / \Delta c_E \times 100)$ は相対誤差 (%) を示す。 $|\delta|$ は, 大きいところで 0.004 km/sec , $|\varepsilon|$ が約
2%以内であるから, 非常に高い精度である。 Fig. 3.6 に分散曲線を示してある。実線が分散曲
線で, ○印が推定した位相速度を表わす。非常によい一致がみられる。

CANSD Model

	T	c_G	c_E	Δc_E	$\Sigma \rho$	ΣSH	ΣSV	Δc	ρc	δ	ε
$\xi=1.0$	20	3.9180	4.0071	.0891	-.0042	.0724	.0199	.0881	4.0061	-.0010	-1.1
	30	4.1240	4.2506	.1266	-.0036	.1063	.0220	.1247	4.2487	-.0019	-1.5
	40	4.2476	4.4021	.1545	-.0022	.1386	.0154	.1518	4.3994	-.0027	-1.7
	50	4.3148	4.4786	.1638	-.0012	.1537	.0107	.1632	4.4780	-.0006	-.4
	60	4.3589	4.5222	.1633	-.0006	.1577	.0082	.1652	4.5241	.0019	1.2
$\xi=1.2$	20		4.3895	.4715		.4533		.4690	4.3870	-.0025	-.5
	30		4.6563	.5323		.5101		.5285	4.6525	-.0038	-.7
	40		4.8222	.5746		.5573		.5705	4.8181	-.0041	-.7
	50		4.9060	.5912		.5802		.5879	4.9045	-.0015	-.3
	60		4.9539	.5950		.5888		.5963	4.9552	.0013	.2
$\xi=.8$	20		3.5841	-.3339		-.3489		-.3332	3.5849	.0007	-.2
	30		3.8018	-.3222		-.3403		-.3219	3.8021	.0003	-.1
	40		3.9373	-.3103		-.3245		-.3113	3.9363	-.0010	.3
	50		4.0058	-.3090		-.3180		-.3086	4.0062	.0004	-.1
	60		4.0448	-.3141		-.3191		-.3116	4.0473	.0025	-.8

J-S-01 Model

$\xi=1.0$	20	3.9180	3.6929	-.2251	-.0101	-.2010	-.0162	-.2273	3.6903	-.0022	1.0
	25	4.0300	3.7987	-.2313	-.0120	-.2036	-.0176	-.2332	3.7968	-.0019	.8
	30	4.1240	3.8940	-.2300	-.0132	-.2010	-.0168	-.2311	3.8929	-.0011	.5
	35	4.1956	3.9738	-.2218	-.0133	-.1931	-.0138	-.2202	3.9754	.0016	-.7
	40	4.2476	4.0377	-.2099	-.0127	-.1822	-.0111	-.2059	4.0417	.0040	-1.9
$\xi=1.04$ 1.14	20		3.7882	-.1298		-.0979		-.1241	3.7939	.0057	-4.5
	25		3.9140	-.1160		-.0763		-.1058	3.9242	.0102	-8.8
	30		4.0325	-.0915		-.0459		-.0759	4.0481	.0156	-17
	35		4.1356	-.0600		-.0112		-.0383	4.1573	.0217	-36
	40		4.2207	-.0269		-.0236		-.0023	4.2453	.0246	-91

Table 3-11 Differences of phase velocities for the CANSD and J-S-01 models from those for the Gutenberg model, calculated by eq.(2-50) and tables 3-3, 3-4 and 3-5.

J-S-01 モデルについては、等方の場合、不等方の場合（表層で $\xi=1.04$ 、半無限弾性体内で $\xi=1.14$ ）について推定した。この結果を、Table 3-11 に示してある。CANSD モデルの推定より、やや精度が落ちるが、 $|\delta|$ が 0.03 km/sec 以下であるから、実際の観測値のばらつきと較べて十分よい精度を与えるといえよう。なお、 $|\varepsilon|$ の大きなものは、 Δc_E が小さいことに帰因し、 δ が特に大きい訳ではない。また、分散曲線を Fig. 3-6 に示してある。推定値が分散曲線によくのっていることがわかる。

偏微分表、Table 3-3, 3-4, 3-5 の代りに、Table 3-6, 3-7, 3-8 を用いて、上と同様な計算を行なった結果を、Table 3-12 に示してある。一般に、誤差は大きくなるが、周期 30 sec 以上で

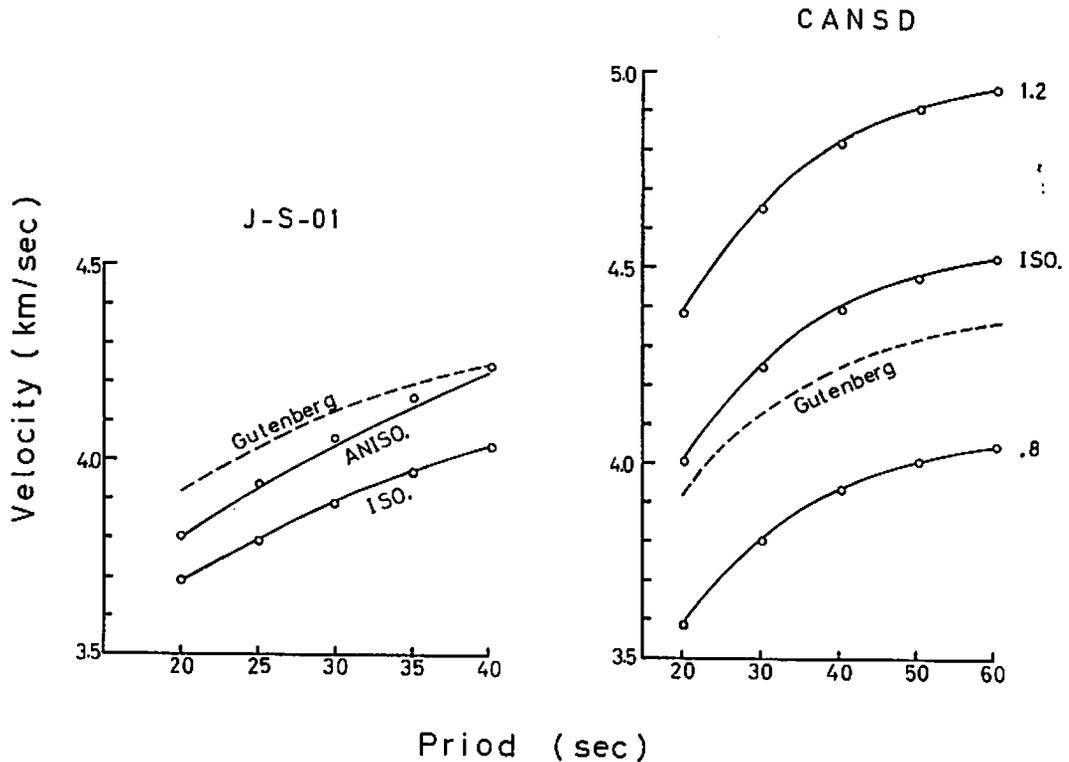


Fig. 3.6 Deviations of predicted phase velocities from the exact dispersion curve for the CANSD and J-S-01 models.

は十分よい精度が得られている。したがって、長周期の推定には Table 3.6, 3.7, 3.8 を用いた方が、計算がずっと簡単になる。

3.4.2 球面の影響

等方体の球面 Love 波の分散曲線は数多く求められているが、不等方体では、わずかに斎藤 (1968) の報告があるだけで詳しい計算はなされていない。

ここでは、球面の影響を調べるために、等方の場合について、平面、および、球面 Love 波の位相速度の関係を調べてみよう。SYKES, 他 (1962), ANDERSON (1965) が述べているように、この両者の関係はモデルによって異なるようである。しかし、いま考えている周期範囲(20~100 sec) では、次のようにして両者に、直線関係が認められる。

Gutenberg モデルにおける球面 Love 波の位相速度 $c_{sph.}$ は Paper 3 に示されている。これと同じ周期の平面 Love 波の位相速度 c_{plane} を求め、これらの関係を図示したのが Fig. 3.7 である。周期20 sec から 140 sec の間で、この両者に直線関係があることがみられ、次の式が得られる。

$$c_{sph.} = 1.1112 c_{plane} - 0.4364 \quad (3.1)$$

c_{plane} を与え、 $c_{sph.}$ を (3.1) から求めた値 $c_{cal.}$ を Table 3.13 に示してある。 $|\Delta c| (= |c_{cal.} - c_{sph.}|)$ が 0.01 km/sec であることは、この直線関係がよい近似を与えていることを示している。

CANSD Model

	T	$\Sigma\rho$	ΣSH	ΣSV	Δc	c_P	δ	ϵ
$\xi=1.0$	20	-.0064	.1045	.0162	.1144	4.0324	.0253	28.4
	30	-.0061	.1242	.0180	.1362	4.2602	.0096	7.6
	40	-.0037	.1466	.0130	.1558	4.4034	.0013	.9
	50	-.0021	.1574	.0093	.1647	4.4795	.0009	.6
	60	-.0011	.1598	.0074	.1660	4.5249	.0027	1.7
$\xi=1.2$	20		.4885		.4983	4.4164	.0268	5.7
	30		.5296		.5416	4.6656	.0093	1.7
	40		.5660		.5753	4.8229	.0007	.1
	50		.5843		.5915	4.9063	.0003	.1
	60		.5910		.5973	4.9562	.0023	.4
$\xi=.8$	20		-.3201		-.3103	3.6077	.0286	-7.1
	30		-.3242		-.3123	3.8117	.0099	-3.1
	40		-.3174		-.3081	3.9395	.0022	-.7
	50		-.3147		-.3074	4.0074	.0016	-.5
	60		-.3172		-.3110	4.0479	.0031	-1.0

J-S-01 Model

$\xi=1.0$	20	-.0115	-.1603	-.0188	-.1905	3.7275	.0396	-17.6
	25	-.0144	-.1700	-.0218	-.2062	3.8238	.0251	-10.9
	30	-.0157	-.1760	-.0213	-.2129	3.9111	.0171	-7.4
	35	-.0154	-.1755	-.0176	-.2084	3.9872	.0134	-6.0
	40	-.0143	-.1703	-.0140	-.1986	4.0490	.0113	-5.4
$\xi=1.04$ 1.14	20	-.0115	-.0471	-.0188	-.0774	3.8406	.0524	-40.4
	25	-.0144	-.0345	-.0218	-.0706	3.9594	.0454	-39.1
	30	-.0157	-.0148	-.0213	-.0517	4.0723	.0398	-43.5
	35	-.0154	-.0107	-.0176	-.0223	4.1733	.0277	-46.2
	40	-.0143	.0363	-.0140	.0080	4.2556	.0349	-130

Table 3-12 Differences of phase velocity values for the CANSD and J-S-01 models from those for the Gutenberg model, calculated by eq. (2-50) and tables 3-6, 3-7 and 3-8.

Fig. 3-8 に分散曲線を示し、○印で $c_{cal.}$ の値を示してある。両者が非常によい一致をみせている。

CANSD モデルについて、同様な関係を図示したのが Fig. 3-7 の●印である。直線 (3.1) 式からはややはずれるが、この直線によくのっていると考えてもよいであろう。Table 3-13に $c_{cal.}$, Δc を示してある。 $|\Delta c|$ が0.03 km/sec 以内であるから、(3.1) が CANSD モデルでも成り立つと考えてよい。

Gutenberg モデルから偏微分表を用いて、CANSD モデルの平面 Love 波の位相速度を推定し、この値を c_{plane} として (3.1) 式から球面波の位相速度を求めた値を $c_{sph.}$ 、積分法で求めた

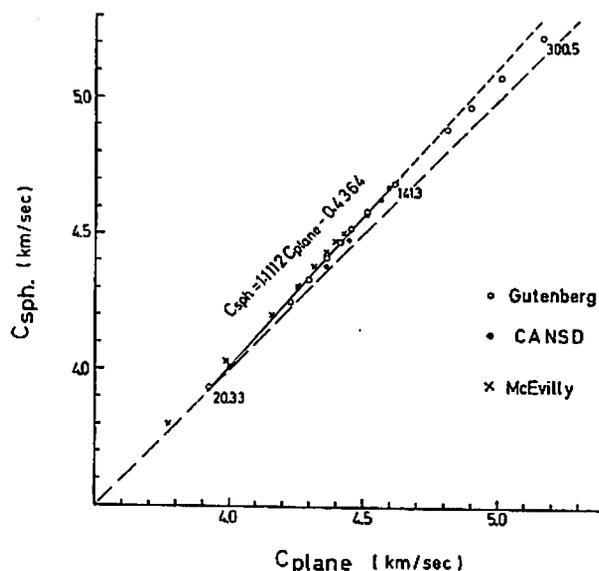


Fig. 3.7 Relation between phase velocities of plane and spherical Love waves for the Gutenberg, CANS and McEvelly models. 300.5, 141.3 and 20.33 denote the corresponding periods in sec.

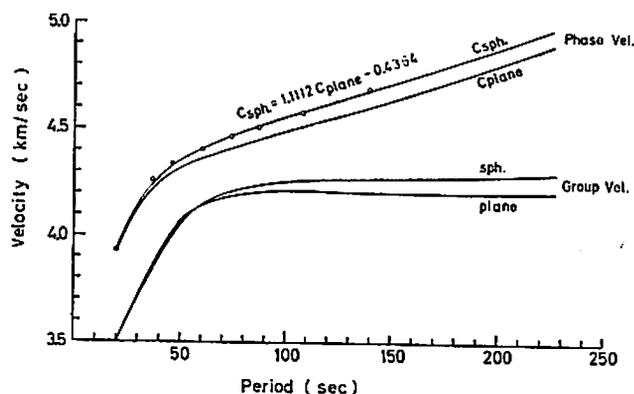


Fig. 3.8 Deviations of phase velocities of spherical Love waves, calculated by eq. (3.1), from the exact dispersion curve for the Gutenberg model.

平面波の速度を c_{plane} として、(3.1) 式から求めた球面波の速度を $c_{cal.}$ として、これらを球面 Love 波の分散曲線と比較した図を Fig. 3.9 a に示してある。推定値がよい結果を与えていることがわかる。

McEVILLY のモデル [McEVILLY (1964)] (Table 3.9, Fig. 3.1 参照) についても (3.1) 式が成り立つことを Fig. 3.7, Table 3.14, Fig. 3.9 b に示してある。Table 3.14 で、 c_P は平面 Love 波の推定値、 c_S は c_P と (3.1) 式から求めた球面 Love 波の推定値、 c_E は球面 Love 波の計算値である。 $|\delta_S|$ が 0.03 km/sec 以内で、球面の補正がよく行なわれているといえる。

Gutenberg Model

T	c_{plane}	$c_{sph.}$	$c_{cal.}$	Δc
20.33	3.9262	3.933	3.926	-.007
37.63	4.2250	4.247	4.258	.011
46.15	4.2929	4.327	4.334	.007
60.34	4.3602	4.408	4.409	.001
74.40	4.4082	4.465	4.462	-.003
88.25	4.4504	4.514	4.509	-.005
108.60	4.5105	4.580	4.576	-.004
141.30	4.6094	4.684	4.686	.002

CANSD Model

T	c_{plane}	$c_{sph.}$	$c_{cal.}$	Δc
19.94	4.0055	4.011	4.015	.004
36.49	4.3598	4.379	4.408	.029
44.60	4.4437	4.477	4.501	.024
58.20	4.5156	4.570	4.581	.011
71.79	4.5590	4.627	4.630	.003
85.27	4.5942	4.671	4.669	-.002

Table 3-13 Differences between spherical Love wave phase velocity values calculated by eq. (3-1) and the exact ones for the Gutenberg and CANSD models.

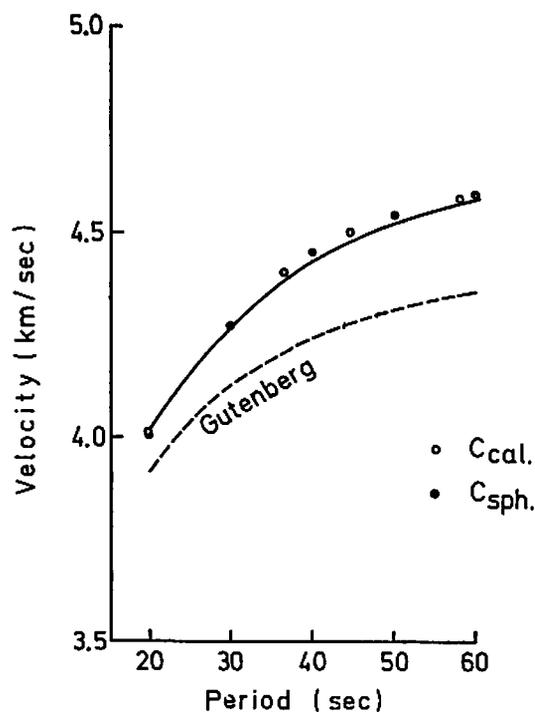


Fig. 3.9a Deviations of phase velocities of spherical Love waves for the CANSD model ($c_{cal.}$), predicted from those of plane Love waves for the Gutenberg model, from the exact dispersion curve.

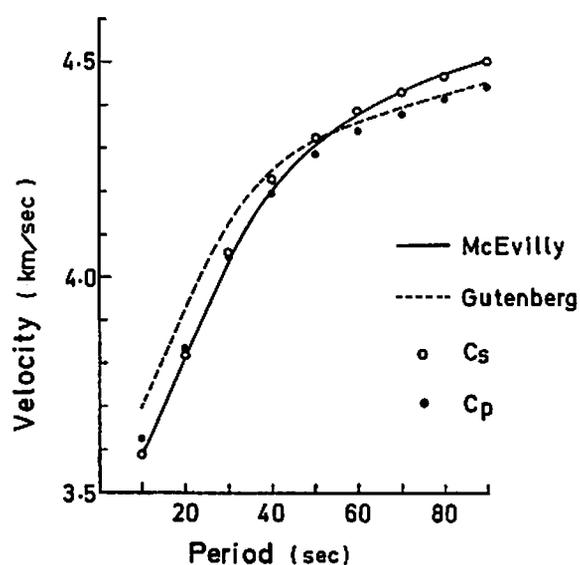


Fig. 3.9b Deviations of phase velocities (c_s) of spherical Love waves for the McEvelly model, predicted from the ones of plane Love waves for the Gutenberg model, from the exact dispersion curve.
 c_p : predicted phase velocities of plane Love waves for the McEvelly model.

T	c_G	c_P	c_S	c_E	Δc_E	δ	δ_S	ϵ	ϵ_S
10	3.694	3.623	3.590	3.587	-.107	.036	.003	-33.6	- 2.8
20	3.918	3.831	3.820	3.805	-.113	.026	.015	-23.0	- 13.3
30	4.124	4.047	4.060	4.035	-.089	.012	.025	-13.5	- 28.1
40	4.128	4.199	4.229	4.202	-.046	-.003	.027	6.5	- 58.7
50	4.315	4.285	4.325	4.309	-.006	-.024	.016		-267.
60	4.359	4.340	4.386	4.380	.021	-.040	.006		28.6
70	4.394	4.380	4.431	4.433	.039	-.053	-.002		- 5.1
80	4.426	4.414	4.469	4.471	.045	-.057	-.002		- 4.4
90	4.456	4.445	4.502	4.504	.048	-.059	-.002		- 4.2

Table 3-14 Differences between predicted phase velocity values (c_S), corrected for sphericity using eq. (3-1), and the exact ones (c_E) for the McEvelly model.

c_P : phase velocities of plane Love waves for the McEvelly model, predicted from the ones for the Gutenberg model.

$$\Delta c_E = c_E - c_G, \delta = c_P - c_E, \delta_S = c_S - c_E,$$

$$\epsilon = \delta / \Delta c_E \times 100(\%), \epsilon_S = \delta_S / \Delta c_E \times 100(\%).$$

(3.1) 式が普遍的な意味をもつかどうかはわからないが、上に示したように、相当構造が異なったモデルについて実用になる。また、この式が等方の場合に成り立つとしても不等方の場合に成り立つかどうかはさらに不明である。しかし、3-4-1で示したように、変分法がよい精度を与えることから考えて、transversely isotropic な場合にも、拡張して適用できると考えられる。

3-5 Rayleigh 波の位相速度の変化分

Love 波と同様に、Rayleigh 波についても、(2.46), (2.48)式で与えられる $\partial c / \partial \rho$, $\partial c / \partial V_{P-H}$, $\partial c / \partial V_{SV-H}$, $\partial c / \partial \phi$, $\partial c / \partial \eta$ の深さ分布を調べてみよう。これらを Fig. 3-10, 3-11, 3-12, 3-13, 3-14 に示してある。

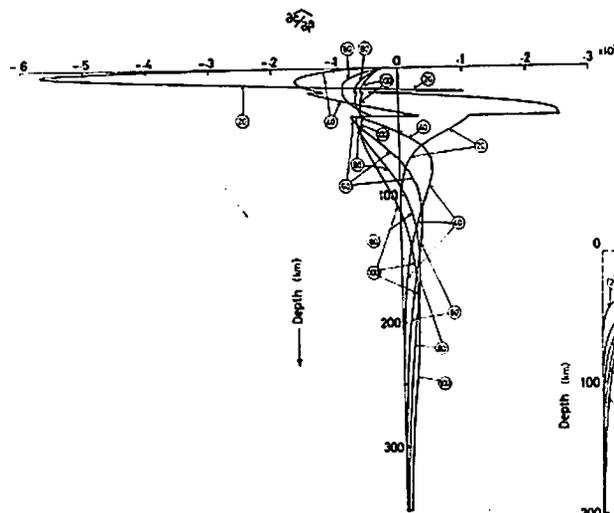


Fig. 3-10 Distribution of $\partial c / \partial \rho$, period is shown in the circle.

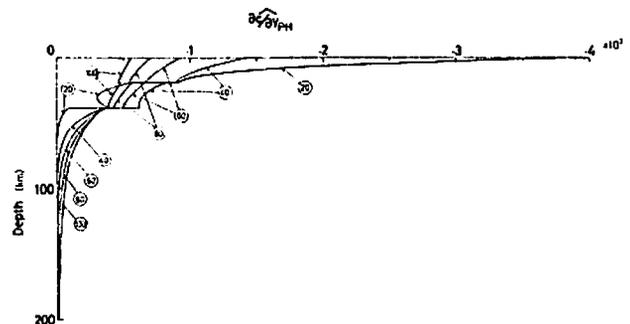


Fig. 3-11 Distribution of $\partial c / \partial V_{P-H}$, period is shown in the circle.

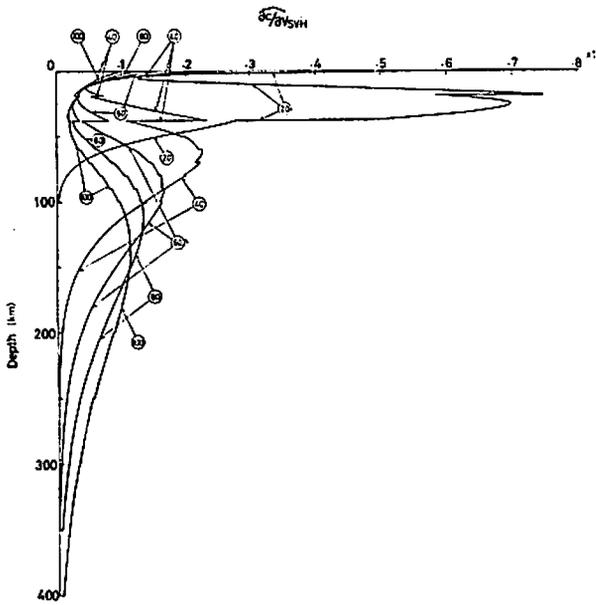


Fig. 3-12 Distribution of $\partial c/\partial V_{SV.H}$, period is shown in the circle.

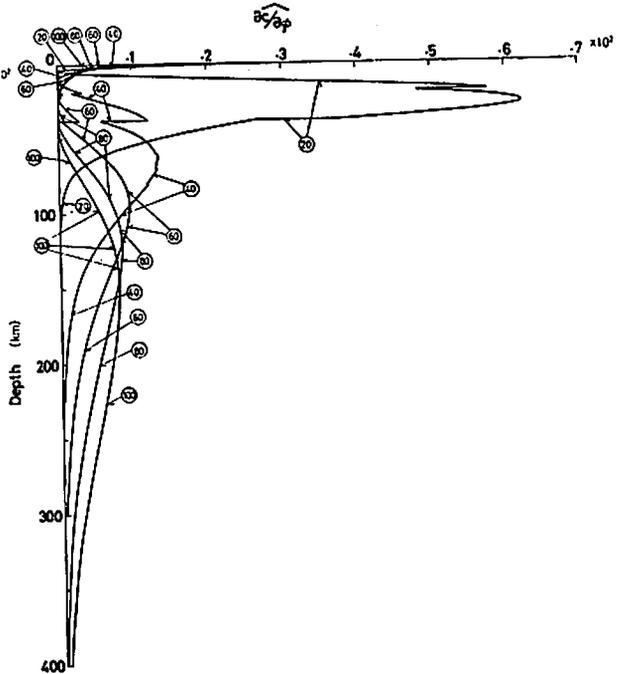


Fig. 3-13 Distribution of $\partial c/\partial \phi$, period is shown in the circle.

Love 波の場合と較べて異なる点は、これら5つの偏微分値が同程度の大きさをもっていることである。したがって、標準分散曲線からはずれた、ある分散曲線が与えられたとき、 ρ, α, β を変化させることによってこの分散曲線にのるようになることができる。すなわち、等方性だけで Rayleigh 波の分散曲線が説明され、不等方性を大きくしなくても (ϕ, η が1に近くても) よい。

$\partial c/\partial \rho$ は、Love 波の場合と同様に、地殻、マントル上部で負となり、深さが増すと正となる。ただし、Love 波と異なって、300 km くらいの深さ迄、密度の変化が位相速度に影響する。

$\partial c/\partial V_{P.H}$ は、浅いところ程大きく、深さが増すとほぼ単調に減少し、深さ150 km くらいでほとんど0に近くなる。

$\partial c/\partial V_{SV.H}$ は、Love 波の $\partial c/\partial V_{SH.V}$ と異なって、地殻内で極小値をとり、マントル上部で極

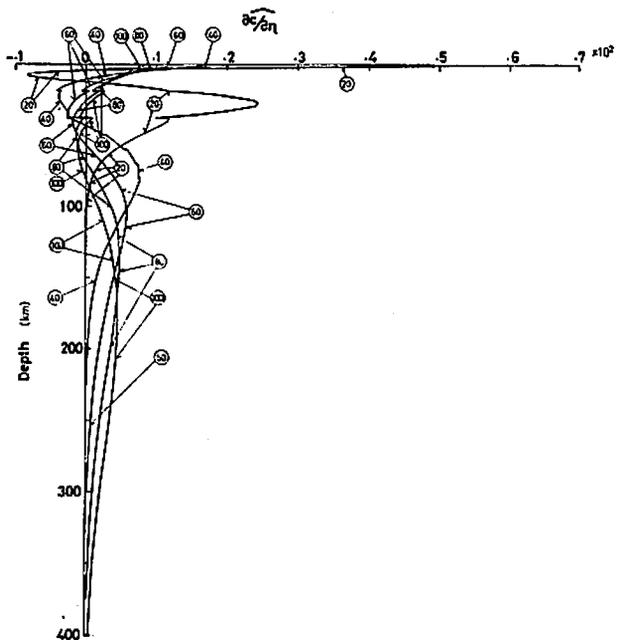


Fig. 3-14 Distribution of $\partial c/\partial \eta$, period is shown in the circle.

大となり、さらに深さを増すにつれて減少する。ほぼ、300~400 km くらいで0に近づく。なお、Love 波、Rayleigh 波の $\partial c/\partial \beta$ の深さに対する分布の相違については、小口、竹内(1968)が論じているので、ここでは議論を省略する。

Rayleigh 波に及ぼす不等方性の影響は、 $\partial c/\partial \phi$, $\partial c/\partial \eta$ によって考察される。

$\partial c/\partial \phi$ は、深さに対して $\partial c/\partial V_{SV-H}$ と同じような変化をする。したがって、 ϕ の影響は、地殻内のものが短周期に、マントル上部のものが長周期に現われる。

$\partial c/\partial \eta$ も、 $\partial c/\partial \phi$ と同じような変化をするが、極小値が負となる。すなわち、地殻下部の ϕ, η の増加は、位相速度に及ぼす影響を互いに打ち消し合うので、地殻内の不等方性は、Rayleigh 波の分散には現われにくいといえる。しかし、マントル上部の $\partial c/\partial \eta$ の極大値は正であるから、マントル上部ではこのようなことはない。すなわち、Rayleigh 波の分散曲線からは、マントル上部の不等方性を検出し易い。もちろん、 ϕ, η が互いに逆の値をとれば (ϕ が1より大きく、 η が1より小さいような場合)、話は逆になる。

3.6 Rayleigh 波の偏微分表

Rayleigh 波の偏微分表は、(2.46), (2.48) を用いて、Love 波と同様に2種類作ってある。すなわち、Gutenberg モデルについて、深さ 0—400 km 間を細分したものと、しないものの2種類である。

Rayleigh 波の位相速度、群速度を Table 3.15 に示してある。また、 $\partial c/\partial \beta$, $\partial c/\partial V_{P-H}$, $\partial c/\partial V_{SV-H}$, $\partial c/\partial \phi$, $\partial c/\partial \eta$ の値は、細分したものを Table 3.16 a, b; 3.17 a, b; 3.18 a, b; 3.19 a, b; 3.20 a, b に、細分しないものを、Table 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.25 に示してある*。これらの数値は、Love 波の偏微分表と同じ意味をもっている。これらの表と、Table 3.1, および、

Period	c	C	Period	c	C
(sec)	(km/sec)		(sec)	(km/sec)	
5	3.2670	3.2459	55	3.9714	3.9006
10	3.3295	3.1425	60	3.9777	3.9045
15	3.4563	3.0543	65	3.9841	3.9011
20	3.6204	3.5092	70	3.9909	3.8929
25	3.7675	3.2442	75	3.9985	3.8817
30	3.8613	3.4890	80	4.0070	3.8684
35	3.9121	3.6734	85	4.0165	3.8538
40	3.9392	3.7867	90	4.0270	3.8383
45	3.9545	3.8510	95	4.0385	3.8222
50	3.9642	3.8851	100	4.0510	3.8059

Table 3.15 Phase velocities (c) and group velocities (C) of Rayleigh waves for the Gutenberg model.

*都合により省略した。著者の論文(引用文献、小口、竹内1967)を参照されたい。

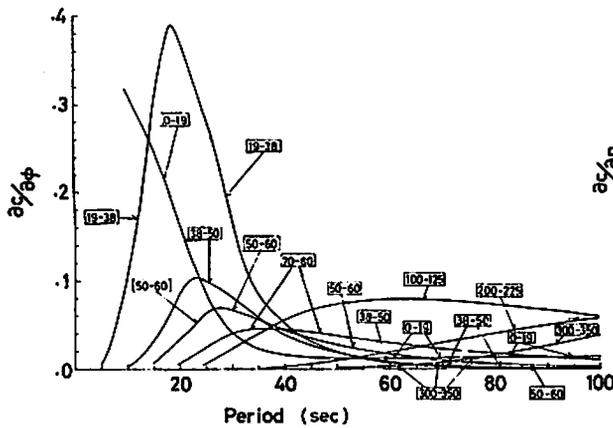


Fig. 3-15 Distribution of $\partial c/\partial\phi$, [38-50], for example, denotes the depth from 38 to 50km.

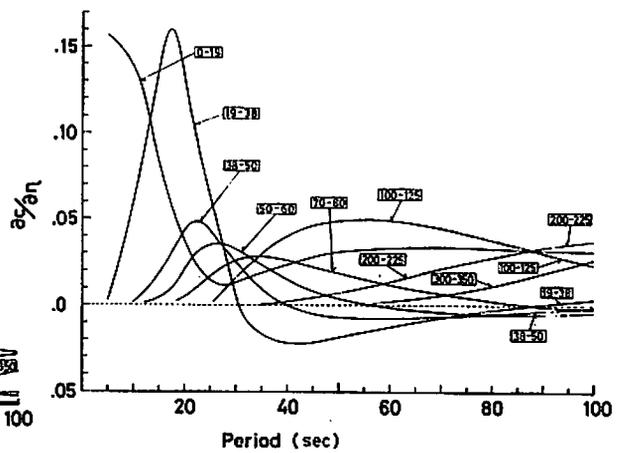


Fig. 3-16 Distribution of $\partial c/\partial\eta$, [38-50], for example, denotes the depth from 38 to 50km.

(2.52)式を用いて、任意のモデルの位相速度が推定できる。

適当な層をとり、 $\partial c/\partial\phi$, $\partial c/\partial\eta$ の値を、周期の関数として Fig. 3-15, 3-16 に示した。前述の $\partial c/\partial\eta$ の負の値は、深さ19-38km の層で、周期30 sec 以上の波に大きく現われている。

3-7 Rayleigh 波の計算例

3-7-1 位相速度の推定

3-6 で述べた偏微分表を用いて Rayleigh 波の位相速度を推定してみよう。

Table 3-16~3-20 を用いて、CANS D モデルに不等方性 $\phi=\eta=1.1$ を仮定したときの位相速度を求めてみる。このモデルと Gutenberg モデルとの物理定数の差を、Table 3-26 に示してある。また、推定の計算結果を Table 3-27 に示した。位相速度の推定変化分 Δc と厳密値 Δc_E との差 δ は、0.02~0.04 (km/sec), また、誤差 ϵ ($=\delta/\Delta c_E \times 100$) は10~20(%)である。なお、 ϵ 欄の () 内の値は、偏微分値に Table 3-21~3-25 を用いて同様な計算を行なったもので、前者と同程度の誤差を与えている。

同様な推定を、CANS D モデルについて、異方係数 $\phi=\eta=1.05, 1.0$ (等方の場合), 0.95, 0.9の場合に行なった結果を Table 3-28に示した。 δ は約0.04 km/sec 以内である。誤差 ϵ の異常に大きいものは、 Δc_E が小さいことにより、 δ が特に大きいためではない。

また、J-S-01 モデルについての推定結果を、Table 3-29 に示してある。 δ, ϵ とも CANS D モデルの推定と大差はない。

上述の位相速度の推定値を、Fig. 3-17, 3-18に示してある。Love 波と較べると、Rayleigh 波の推定は精度がやや落ちる。しかし、Fig. 3-17, 3-18 に示されるように、そう大きな誤差ではない。ただ、CANS D モデルで $\phi=\eta=1.1$ の場合の誤差がやや大きい。しかし、等方の CANS D モデルが実在する大陸モデルの最大の Rayleigh 波速度を与えると考えられるから、このよう

Depth(km)	$\Delta\rho$	ΔV_{PH}	ΔV_{SV}	$\Delta\phi$	$\Delta\eta$
0 — 6	-.04	-.5	-.08	.1	.1
6 — 16	.06	.01	.09	.1	.1
16 — 17	.085	.235	.195	.1	.1
17 — 19	.11	.46	.3	.1	.1
19 — 35	-.15	.02	.05	.1	.1
35 — 36	.21	1.22	.746	.1	.1
36 — 38	.3	1.52	.92	.1	.1
38 — 50	-.02	-.1	.07	.1	.1
50 — 60	-.04	-.07	.06	.1	.1
60 — 70	-.05	-.04	.15	.1	.1
70 — 80	-.06	.0	.21	.1	.1
80 — 90	-.07	.03	.26	.1	.1
90 — 100	-.08	.08	.31	.1	.1
100 — 112.5	-.09	.17	.35	.1	.1
112.5 — 125	.01976	.2484	.2089	.1	.1
125 — 150	.03	.35	.19	.1	.1
150 — 175	.01	.31	.13	.1	.1
175 — 200	-.02	.22	.16	.1	.1
200 — 212.5	-.04	.1	.12	.1	.1
212.5 — 225	.03056	.1784	.09648	.1	.1
225 — 250	.03	.09	.05	.1	.1
250 — 300	.0	-.08	-.03	.1	.1
300 — 325	-.02256	-.1632	-.072	.1	.1
325 — 350	.02	.08	.08	.1	.1
350 — 375	-.02	-.17	-.09	.1	.1
375 — 400	.01072	-.0548	-.02088	.1	.1
400 — 450	.07	.15	.08	.1	.1
450 — 500	-.06	-.15	-.09	.1	.1
500 — 600	-.25	-.58	-.33	.1	.1
600 — 700	-.45	-1.0	-.64	.1	.1
700 — 800	-.64	-1.141	-.91	.1	.1
800 — 900	-.8	-1.8	-1.11	.1	.1
900 — 1000	-.87	-2.05	-1.2	.1	.1
1000 — 1200	-.98	-2.3	-1.3	.1	.1

Table 3-26 Deviations of ρ , V_{P-H} , V_{SV-H} , ϕ and η of the transversely isotropic $\phi=\eta=1.1$ CANS model from those of the Gutenberg model.

な推定をする必要はまずないと考えてもよい。また、CANS model の $\phi=\eta=0.9$ は、Gutenberg model とその構造は相当異なるが、同じような分散曲線を与える。これらの推定値のばらつきが大きくないことから、この偏微分表は十分実用になるといえよう。また、J-S-01 model は、大陸構造で最も遅い Rayleigh 波速度を与えるモデルの1つであると考えられるが、この場合の推定値もよい精度を与えている。

なお、偏微分表の Table 3-16~3-20, Table 3-21~3-25 のいずれを用いても、精度に大きな差がみられなかった。その理由は不明であるが、多分、基準モデルと推定モデルの層構造の差に

Period	$\Sigma\Delta\rho$	$\Sigma\Delta V_{P.H}$	$\Sigma\Delta V_{S.V}$	$\Sigma\Delta\phi$	$\Sigma\Delta\eta$	Δc	Δc_E	δ	ε
20	-.0111	-.0205	.1114	.0687	.0254	.1738	.1343	.0395	22.7(16.2)
40	-.0017	-.0009	.1390	.0428	.0197	.1989	.1744	.0245	14.0(11.8)
60	.0027	.0008	.1427	.0427	.0242	.2132	.1899	.0233	12.3(13.1)
86	.0055	.0019	.1301	.0491	.0289	.2155	.1881	.0274	14.6(16.4)
100	.0069	.0032	.1107	.0575	.0334	.2118	.1770	.0348	19.7(21.9)

Table 3·27 Differences between phase velocities for the transversely isotropic $\phi = \eta = 1.1$ CANSD model and those for the Gutenberg model, calculated by eq. (2·52) and tables 3·16, 3·17, 3·18, 3·19 and 3·20.

$$\Sigma\Delta\rho = \Sigma(\partial c/\partial\rho)\Delta\rho, \Sigma\Delta V_{P.H} = \Sigma(\partial c/\partial V_{P.H})\Delta V_{P.H},$$

$$\Sigma\Delta V_{S.V} = \Sigma(\partial c/\partial V_{S.V})\Delta V_{S.V}, \Sigma\Delta\phi = \Sigma(\partial c/\partial\phi)\Delta\phi, \Sigma\Delta\eta = \Sigma(\partial c/\partial\eta)\Delta\eta,$$

$$\Delta c_E = c_E - c_G, \delta = \Delta c - \Delta c_E,$$

$$\varepsilon = \delta/\Delta c_E \times 100 \text{ (in parentheses, used tables 3·21~3·25),}$$

c_E : the exact phase velocity for the CANSD model,
 c_G : the phase velocity for the Gutenberg model.

CANSD 1.05						CANSD .95					
	20	40	60	80	100		20	40	60	80	100
Δc	.1268	.1677	.1797	.1765	.1663	Δc	.0327	.1053	.1128	.0985	.0754
Δc_E	.0950	.1502	.1657	.1608	.1473	Δc_E	.0013	.0898	.1053	.0920	.0699
δ	.0318	.0175	.0140	.0175	.0190	δ	.0314	.0155	.0075	.0065	.0055
ε	33.5 (39.8)	11.7 (9.0)	8.4 (9.5)	9.8 (11.9)	12.9 (15.6)	ε	2415 (2885)	17.3 (12.7)	7.1 (8.6)	7.1 (10.8)	7.9 (13.4)

CANSD iso.						CANSD .9					
	20	40	60	80	100		20	40	60	80	100
Δc	.0798	.1365	.1462	.1375	.1209	Δc	-.0143	.0740	.0793	.0595	.0299
Δc_E	.0510	.1223	.1379	.1292	.1120	Δc_E	-.0556	.0512	.0665	.0477	.0188
δ	.0288	.0142	.0083	.0083	.0089	δ	.0413	.0228	.0128	.0118	.0111
ε	56.4 (68.2)	11.6 (8.3)	6.0 (7.2)	6.4 (9.1)	7.9 (11.4)	ε	-74.2 (-85.1)	44.6 (36.7)	19.2 (21.7)	24.7 (31.9)	59.2 (80.0)

Table 3·28 Differences between phase velocities for the transversely isotropic CANSD model and those for the Gutenberg model, calculated by eq.(2·52) and tables 3·16, 3·17, 3·18, 3·19 and 3·20 (ε in parentheses, used tables 3·21~3·25).

J-S-01

	20	25	30	35	40	60	80	100
Δc	-.2117	-.1974	-.1829	-.1698	-.1588	-.1366	-.1427	-.1721
Δc_E	-.2525	-.2438	-.2240	-.2036	-.1861	-.1474	-.1464	-.1721
δ	.0408	.0464	.0411	.0338	.0273	.0108	.0037	.0000
ε	-16.1 (-19.8)	-19.0 (-10.4)	-18.3 (-6.6)	-16.6 (-6.0)	-14.7 (-6.1)	-7.4 (-5.2)	-2.5 (-3.1)	0.0 (-1.2)

Table 3·29 Differences between phase velocities for J-S-01 model and those for the Gutenberg model, calculated by eq. (2·52) and tables 3·16, 3·17, 3·18, 3·19 and 3·20.

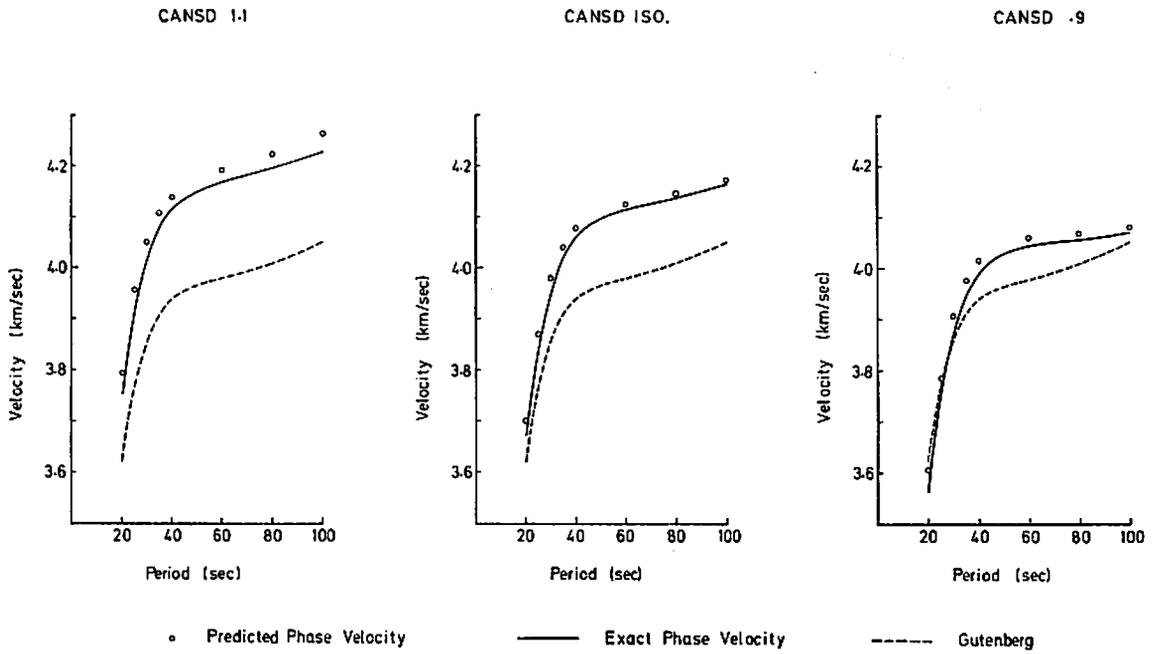


Fig. 3-17 Deviations of predicted phase velocities from the exact dispersion curve for the CANSD model.

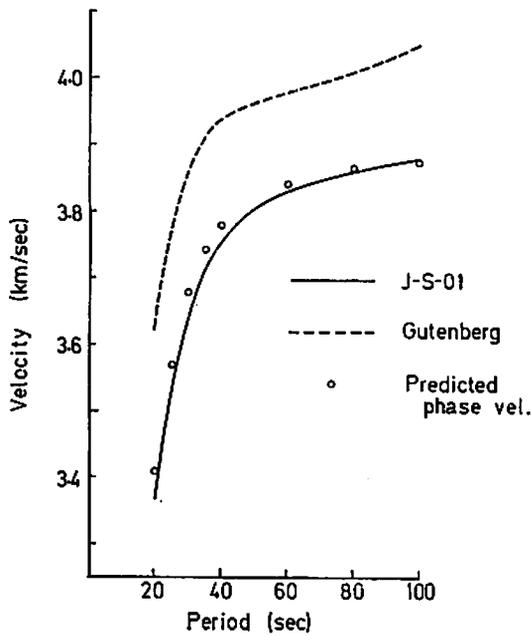


Fig. 3-18 Deviations of predicted phase velocities from the exact dispersion curve for J-S-01 model.

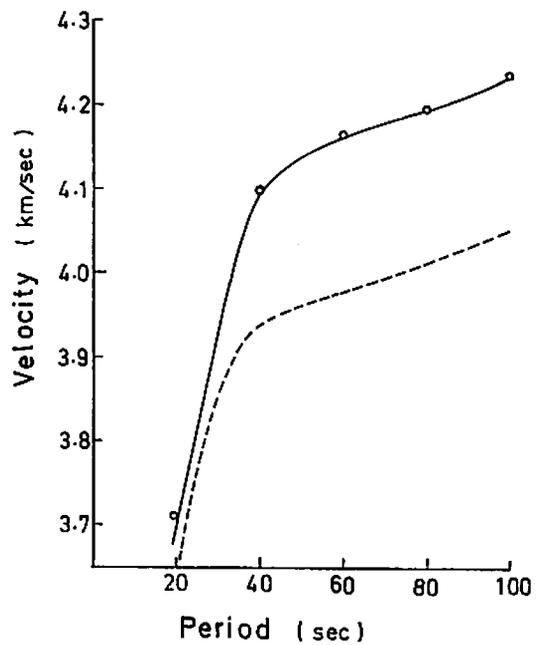


Fig. 3-19 Deviations of phase velocities of spherical Rayleigh waves (open circles), calculated by eq. (3-2), from the exact dispersion curve for the isotropic CANSD model (real line curve). Broken line curve shows the dispersion curve of plane Rayleigh waves for the Gutenberg model.

CANS D

period	c_G	c_E	Δc_E	c_P	δ	ϵ
20	3.620	3.695	.075	3.712	.017	22.7
40	3.939	4.092	.153	4.102	.010	6.5
60	3.978	4.162	.188	4.164	.002	1.1
80	4.007	4.195	.188	4.197	.002	1.1
100	4.051	4.234	.183	4.239	-.005	-2.7

McE villy

20	3.620	3.532	-.088	3.544	.012	-13.6
30	3.861	3.809	-.052	3.827	.019	-36.5
40	3.939	3.951	.012	3.947	-.004	-33.3
60	3.978	4.029	.051	4.023	-.006	-11.8

Table 3·30 Deviations of phase velocities of spherical Rayleigh waves (c_P), calculated by eq. (3·2), from the exact ones for the CANS D and McE villy models (c_E).

c_G : the phase velocity of plane Rayleigh waves for the Gutenberg model,

$$\Delta c_E = c_E - c_G, \delta = c_P - c_E, \epsilon = \delta / \Delta c_E \times 100(\%).$$

よる誤差よりも、変分法そのものによる誤差が大きいためと考えられる。

3·7·2 球面の影響

Love 波の場合と同様に、transversely isotropic な場合の球面 Rayleigh 波の分散曲線は求められていない。しかし、等方の場合には多くの人によって求められている。特に、BOLT and DORMAN (1961) は、球面 Rayleigh 波と平面 Rayleigh 波の位相速度、 $c_{sph.}$ と c_{plane} との関係を次のように与えている。

$$c_{sph.} = c_{plane}(1 + 0.00016T) \quad (3.2)$$

ここで、 T は周期 (sec) を表わす。

Gutenberg モデルを基準として、Rayleigh 波の偏微分表を用いて推定した位相速度を c_{plane} として、(3.2) 式から球面波の位相速度 c_P を求め、精密解 c_E と較べた結果を、CANS D モデル、および、MCEVILLY モデ

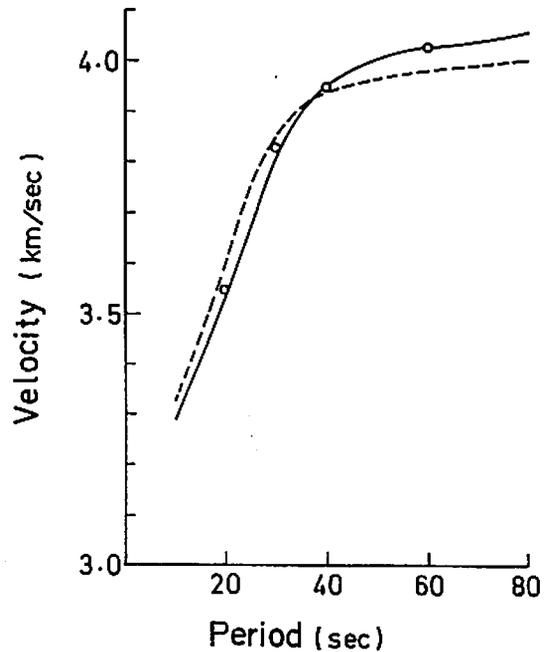


Fig. 3·20 Deviations of phase velocities of spherical Rayleigh waves (open circles), calculated by eq. (3·2), from the exact dispersion curve for the McE villy model (real line curve). Broken line curve shows the dispersion curve of plane Rayleigh waves for the Gutenberg model.

ルについて示したものが、Table 3・30 である。この2つのモデルについて、 $|\delta|$ が0.02(km/sec) 以内であるから、(3.2) 式がよい精度を与えるといえる。また、 c_p を正確な分散曲線と較べたものを Fig. 3・19, 3・20に示してある。曲線上によくのっていることがわかる。

不等方の場合、(3.2) 式が適用できるかどうかわからない。しかし、Love 波の場合と同様に変分法が適用されることから、不等方の場合にも (3.2) 式が成立すると考えてもよいであろう。

§4. その他の2, 3の問題

4.1 Inversion Problem

ある与えられた分散曲線に対する内部構造の推定をする、いわゆる、“inversion problem” に、Love 波、Rayleigh 波の偏微分表が用いられる（たとえば、MCEVILLY〔1964〕）。

不等方性を考慮して、この問題を解こうとすると、一般には未知数が多過ぎて異方係数を求めることができない。

現在までの不等方性が認められる分散曲線の解析をみると、§3., 3・2 で予想したように、 $\phi=1$, $\xi \neq 1$ で説明がついている。したがって、Love 波、Rayleigh 波の分散曲線が与られているときは、まず、Rayleigh 波の分散曲線を満足する等方のモデルをつくり、このモデルが与える Love 波の分散曲線と与えられた Love 波の分散曲線との差が不等方性によるとして、適当な層の ξ を未知数として偏微分表を用いて最小自乗法により ξ を決める方法が考えられる。たとえば、すでに §2., 2・6・1 で用いた J-S-01 モデルについて逆に ξ を求めてみると、 $\xi=1.04$ (層内)、1.12 (半無限媒質内) が得られ、前者は初めに与えた値と一致するが、後者は正しい答1.14 とややくい違う。しかし、この程度のくい違いは inversion problem では決して大きなものでなく、うまく決った例といってよい。一方、同様なことを MCEVILLY の観測値 (MCEVILLY〔1964〕) について行なってみる。MCEVILLY の与えたモデルの4つの層を不等方として各層の異方係数 ξ を求めてみると、たとえ最小自乗法を用いても、用いる観測値の組合せを少し変えただけで大きく異なる異方係数の組合せが得られる。逆に、それぞれの異方係数の組合せを用いて分散曲線を計算してみると、ほとんど同じ位相速度を与えることがわかる。すなわち、内部構造が一義的に決められない。Paper 3 においても論じられているように、表面波のデータだけでは、信頼のおける内部構造を決めることは難しいともいえよう。一義的に内部構造を決めるには実体波のデータ（たとえば走時など）を考慮しなければならない。本報では、内部構造を決めることが直接の目的ではないので、これ以上の議論は他にゆずることとする。

しかし、もし、 ξ の深さ分布が決められれば、その不等方性を生ずる物理学的機構についての考察がされる (ANDERSON〔1965〕) か、またはこの不等方性が互層構造によるとした AKI (1967)、マグマ・ポケットによるとした TAKEUCHI, 他、小口、竹内 (1968) などの考え方にしたがって内部構造を決めることもできる。これらの議論もここでは省くことにする。

4.2 半無限・均質・transversely isotropic 弾性体を伝わる Rayleigh 波の位相速度

STONELY (1949), SYNGE (1956), ANDERSON (1965) 等によって論じられたように, 等方の場合と異なって, 不等方の場合には Rayleigh 型の表面波が, 常に半無限・均質弾性体を伝わるとは限らない。§2., 2.3 で述べたように, 不均質・不等方層の下に均質・等方の半無限媒質をおいたのは, この理由による。

次に Rayleigh 型の波の位相速度の存在範囲について考察してみよう。均質な媒質における運動方程式は, (2.15)から次のようにかかれる。

$$\left. \begin{aligned} (kH)^2(c_{11}-\rho c^2)y_1-c_{44}\ddot{y}_1+(kH)(c_{13}+c_{44})\dot{y}_3=0 \\ (kH)^2(c_{44}-\rho c^2)y_3-c_{33}\ddot{y}_3-(kH)(c_{13}+c_{44})\dot{y}_1=0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

深さ方向に指数関数型に振幅が減衰する解は,

$$\left. \begin{aligned} y_1=-kHK_1e^{\bar{\alpha}Hz}+\bar{\beta}HK_2e^{\bar{\beta}Hz} \\ y_3=\bar{\alpha}HL_1e^{\bar{\alpha}Hz}-kHL_2e^{\bar{\beta}Hz} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

とおける。

ここで, c は Rayleigh 波の位相速度であり,

$$K_1=-(c_{44}-\rho c^2-c_{33}\omega_2^2)/(c_{13}+c_{44})\cdot L_1,$$

$$K_2=(c_{13}+c_{44})/(c_{11}-\rho c^2-c_{44}\omega_1^2)\cdot L_2,$$

$$\bar{\alpha}=k\omega_2, \quad \bar{\beta}=k\omega_1,$$

$$\omega_1=\sqrt{m_1-m_3}, \quad \omega_2=\sqrt{m_1+m_3},$$

$$m_1=\frac{1}{2}\left[\left(c_{11}/c_{44}-c^2/\frac{c_{44}}{\rho}\right)+\frac{c_{44}}{c_{33}}\left(1-c^2/\frac{c_{44}}{\rho}\right)-\frac{c_{44}}{c_{33}}\left(1+\frac{c_{13}}{c_{44}}\right)^2\right],$$

$$m_2=\frac{c_{11}}{c_{33}}\left(1-c^2/\frac{c_{11}}{\rho}\right)\left(1-c^2/\frac{c_{44}}{\rho}\right),$$

$$m_3=\sqrt{m_1^2-m_2}$$

である。

(4.2) が Rayleigh 型の表面波を表わすためには, ω_1, ω_2 が実数であることを要する。表面波の性質から, $m_2 > 0$ としてよいので, この条件は,

$$m_1 > 0, \quad m_1^2 - m_2 > 0$$

となる。2, 3 のモデルについて計算してみると, 前者は ϕ, η が 1 と大きく異ならないときは常に成立している。後者を次のように書きかえて, この条件の成立条件を調べてみよう。

$$L\hat{c}^4 + 2M\hat{c}^2 + N \geq 0 \quad (4.3)$$

ここで,

$$L=(1-1/\phi\kappa^2)^2,$$

$$M=(1+1/\phi\kappa^2)\tilde{L}_1-\frac{2}{\phi}(1+1/\kappa^2),$$

$$N = \bar{L}_1^2 - \frac{4}{\phi},$$

$$\bar{L}_1 = \kappa^2 - \frac{1}{\phi\eta\kappa^2} \left[2 + \frac{1}{\eta}(\kappa^2 - 2) \right] (\kappa^2 - 2),$$

$$\kappa = V_{P.H} / V_{SV.H},$$

$$\hat{c} = c / V_{SV.H}$$

である。

すなわち、Rayleigh 型の表面波の存在条件は、 $V_{P.H}$ 、 $V_{SV.H}$ の比、および、 ϕ 、 η によって決められる。

具体的に CANS D モデルを例にとりて \hat{c} の範囲を計算してみる。このモデルの各層の物理定数をもつような、均質・半無限媒質を考える。この媒質の異方係数 $\phi = \eta = 0.9, 0.95$ としたとき、振幅が深さとともに減衰する表面波であるためには、位相速度が少なくとも Table 4・1 の値より大きいことを要する。なお、 $\phi = \eta > 1$ のときは、(4.3) 式が常に成り立つ。

layer $\phi = \eta$	1	2	3	4	5	6	7	8
.9	3.281	3.496	3.717	4.558	4.451	4.442	4.681	5.027
.95	2.989	3.201	3.410	4.183	4.118	4.124	4.340	4.656

Table 4・1 The lower limit of Rayleigh wave phase velocity.

不等方の多重層を伝わる Rayleigh 波を考えると各層の物理定数の組合せによって、上述の条件を満足しない位相速度が求まることがある。しかし、このような場合でも、われわれがとったように適当な深さに等方な半無限媒質をおけば、積分法によって常に Rayleigh 型表面波の位相速度を求めることができる。ANDERSON (1965) が述べているように、マトリックス法ではすべての層でこのような条件が満されないと、位相速度を求めることが困難になる。

積分法が、特に不等方性媒質を伝わる表面波の分散を調べるのに有効である理由の 1 つがここにある。

4・3 Rayleigh 波における異方係数の組合せ

本報では、Rayleigh 波に関する異方係数として、 ϕ 、 η を用いたが、HARKRIDER and ANDERSON (1961) は、その代りに

$$\gamma = (V_{P.45^\circ} / V_{P.H})^2$$

を用いている。

ただし、 $V_{P.45^\circ}$ は、 $x-y$ 面と 45° 方向へ進む P 波の速度を表わす。

いま、

$$\tau = V_{SV.H} / V_{P.H}$$

として, ϕ, η, τ から γ を求めると次のようになる。

$$\gamma = \frac{1}{4} \left[(1+\phi) + 2\tau^2 + \sqrt{(1-\phi)^2 + 4 \left\{ \tau^2 + \frac{1}{\eta} (1-2\tau^2) \right\}^2} \right] \quad (4.4)$$

$\phi \backslash \eta$.9	.95	1.05	1.1
.9	1.016	1.021	1.034	1.040
.95	1.001	1.007	1.019	1.026
1.05	.976	.982	.995	1.001
1.1	.965	.971	.984	.990

Table 4.2 Values of γ , corresponding to ϕ and η .

CANS D モデルについて計算すると, γ は τ にはほとんど影響されず, ϕ, η だけによる。 ϕ および η を 0.9, 0.95, 1.05, 1.1 として得られた γ の値を Table 4.2 に示してある。これらの ϕ, η の組合せでは, γ は ϕ, η よりはるかに 1 に近く, 45° 方向の P 波の速度は水平方向の速度とあまり変わらないといえる。すなわち, 異方係数の組合せは, ϕ, η の方が ϕ, γ より適切であるといえる。また, P 波の走時は, S 波と比べて不等方性にあまり影響されないともいえよう。

§ 5. 結 論

以上各節で得られた結果を要約すると, 次のようになる。

1. 本報の主な目的は, 次の 2 つである。

i) 不均質・等方・半無限・完全弾性体を伝わる Rayleigh 波, Love 波の位相速度, 群速度, 物理定数の微小変化による位相速度の偏微分, を求める方法の 1 つである, 積分法, 積分変分法を不等方の場合 (transversely isotropic な場合) に拡張すること,

ii) transverse isotropy は地殻とマントル上部に存在すると考えられる。そこで, この部分の構造に大きく依存すると考えられる 100 sec くらいまでの周期について, 物理定数の微小変化による位相速度の偏微分表を作り, この表の有用性を確かめると同時に, これらの値の深さ分布を調べること。

2. Rayleigh 波, Love 波とも, 変位・応力を変数にとると, 運動方程式を連立一階常微分方程式で表わすことができる。これを適当な境界条件のもとで数値積分することによって, 位相速度が固有値として求められる。特に, 最下層の媒質を等方・均質とすることによって, 任意の異方係数をもつ媒質について Rayleigh 波の位相速度が求められる。また, 媒質の物理定数に関して, 数値微分する必要がないことも本積分法の特長である。

群速度は, エネルギー方程式の波数についての変分をとることによって求められる。このとき, 普通なされるような数値微分の代りに数値積分が用いられる。

物理定数の微小変化による位相速度の変化分, すなわち, 位相速度の偏微分もエネルギー方程式の物理定数に関する変分をとることによって求められる。

これらの計算を1つのプログラムにまとめ、CANSD モデルについて適当な異方係数を仮定して数値計算して、その妥当性を示した。

次に、周期5 sec から100 sec 間を5 sec おきに、位相速度の偏微分表を作った。この偏微分値を相互に比較すると、Rayleigh 波に関する異方係数 ϕ, η をほとんど1に近くとり、Love 波に関する異方係数 ξ を1からやや変えることによって、実際に観測される分散曲線を説明できることが推定される。

また、この偏微分表を用いて、大陸構造では最も速い位相速度を与える CANSD モデル、最も遅いそれを与える J-S-01 モデルの位相速度を推定してみた。Love 波に関しては非常に高い精度が得られた。また、Rayleigh 波についても、十分実用になる精度が得られた。したがって、この表を用いて、実在するすべての大陸モデルの位相速度が十分な精度で推定されると考えられる。

地球が球面であるための位相速度の補正が、この周期範囲では、Love 波、Rayleigh 波とも、それぞれ1つの1次式で与えられることを示してある。

また、inversion problem についても考察したが、表面波の分散のデータだけでは一義的に内部構造が決められないので詳細な議論は省いた。

以上によって本報の目的は逐げられたといえよう。

今後の問題としては、不等方媒質における走時の問題、不等方性の物理的解明、異方係数とサイミシティとの関係、などが残されている。これらは、表面波の観測データがふえるにつれて、逐次考究されるであろう。

謝 辞

この研究をすすめるにあたり、終始御熱心に御指導・御教示を賜った東京大学理学部竹内均教授に心からの謝意を表します。また、計算の一部を法政大学計算センターにお願いした。同センターの駒木悠二助教授、その他の諸氏に感謝します。また、種々の助力をして下さった法政大学工学部秋山喬二助手に厚く御礼申し上げます。

なお、本報は、“地震”に発表した論文を整理し、一部書き加えたもので東京大学学位論文となっている。

引用文献

- 1) Aki, K., 1967, Seismological Evidences for the Existence of Soft Thin Layers in the Upper Mantle under Japan, *J. Geophys. Res.*, **73**, 585-594.
- 2) Anderson, D.L., 1961a, Elastic Wave Propagation in Layered Anisotropic Media, *J. Geophys. Res.*, **66**, 2953-2963.
- 3) Anderson, D.L., 1961b, Love wave Dispersion in Heterogeneous Anisotropic Media, *J.*

- Geophysics, 27, 445-454.
- 4) Anderson, D.L., 1963, Universal Dispersion Table I. Love Wave across Oceans and Continents on a Spherical Earth, Bull. Seism. Soc. Am., 54, 681-726.
 - 5) Anderson, D.L., 1965, Recent Evidence Concerning the Structure and Composition of the Earth's Mantle, Physics and Chemistry of the Earth VI, 1st ed., Pergamon Press.
 - 6) Anderson, D.L. and D.G. Harkrider, 1967, Universal Dispersion Tables II. Variational Parameters for Amplitudes, Phase Velocity and Group Velocity for First Four Love Mode for an Oceanic and a Continental Earth Model, Bull. Seism. Soc. Am., 58, 1407-1499.
 - 7) Bolt, B.A. and J. Dorman, 1961, Phase and Group Velocities of Rayleigh Waves in a Spherical Gravitating Earth, J. Geophys. Res., 66, 2965-2981.
 - 8) Brune, J. and J. Dorman, 1962, Seismic Waves and Earth Structure in the Canadian Shield, Bull. Seism. Soc. Am., 53, 167-210.
 - 9) Dorman, J., M. Ewing and J. Oliver, 1959, Study of Shear-Velocity Distribution in the Upper Mantle by Mantle Rayleigh Waves, Bull. Seism. Soc. Am., 50, 87-115.
 - 10) Graut, G.S. and G.F. West, 1965, Interpretation Theory in Applied Geophysics, McGraw-Hill.
 - 11) Harkrider, D.G. and D.L. Anderson, 1961, Computation of Surface Wave Dispersion for Multilayered Anisotropic Media, Bull. Seism. Soc. Am., 52, 321-332.
 - 12) Haskell, N.A., 1953, Dispersion of Surface Waves on Multilayered Media, Bull. Seism. Soc. Am., 43, 17-34.
 - 13) Kaminuma, K., 1966, The Crust and Upper Mantle Structure in Japan, Part 3, Bull. Earthq. Res. Inst., 44, 511-518.
 - 14) Love, A.E.H., 1944, A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, 4th ed., reprinted by Dover Publications.
 - 15) McEvelly, T.V., 1964, Central U.S. Crust-Upper Mantle Structure for Love and Rayleigh Wave Phase Velocity Inversion, Bull. Seism. Soc. Am., 54, 1997-2015.
 - 16) 小口雄康, 竹内均, 1967, 不等方性が表面波の分散に及ぼす影響, (I), 地震, 21, 21~31.
 同 (II), 地震, 21, 89~96.
 同 (III-a), 同 22, 288~303.
 同 (III-b), 同 22, 304~312.
 同 (IV-a), 同 23, 1~18.
 同 (IV-b), 同 23, 19~31.
 - 17) 小口雄康・竹内均, 1968, 上部マントルのS波速度が表面波の分散に及ぼす影響, 地震, 22, 66~73.
 - 18) 斎藤正徳, 1968, 非均質球の振動問題その他を計算するためのプログラム(続), 昭和43年度地震学会講演。
 - 19) Stoneley, R., 1949, The Seismological Implications of Anisotropy in Continental Structure, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. Geophys. Suppl., 5, 222-232.
 - 20) Sykes, L., M. Landisman and Y. Satô, 1962, Mantle Shear Wave Velocities Determined from Oceanic Love and Rayleigh Wave Dispersion, J. Geophys. Res., 67, 5257-5271.
 - 21) Synge, J.L., 1956, Elastic Waves in Anisotropic Media, J. Math. Phys., 35, 323-334.
 - 22) Takeuchi, H., J. Dorman and M. Saito, 1964, Partial Derivatives of Surface Wave Phase Velocity with Respect to Physical Parameter Changes within the Earth, J. Geophys.

Res., 69, 3429-3441.

- 23) Takeuchi, H., M. Saito and N. Kobayashi, 1962, Study of Shear Velocity Distribution in the Upper Mantle by Mantle Rayleigh and Love Waves, J. Geophys. Res., 67, 2831-2839.
- 24) 竹内均・斎藤正徳・小林直太, 1961, 非均質弾性球の振動問題その他を計算するためのプログラム, 地震, 14, 217~226.
- 25) Takeuchi, H., Y. Hamano and Y. Hasegawa, 1967, Rayleigh- and Love-Wave Discrepancy and the Existence of Magma Pockets in the Upper Mantle, J. Geophys. Res., 73, 3349-3350.