

傾斜振動板による粉粒体の分級

津々見, 雄文 / IKEDA, Chihiro / TSUTSUMI, Yuhbun / 池田,
正明 / 池田, 千尋

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学工学部研究集報 / Bulletin of the Faculty of Engineering, Hosei University

(巻 / Volume)

10

(開始ページ / Start Page)

19

(終了ページ / End Page)

29

(発行年 / Year)

1973-12

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004218>

傾斜振動板による粉粒体の分級

津々見 雄文・池田 千尋・池田 正明

Classification of Particles by Vibrating Plate Inclined

Yuhbun TSUTSUMI*, Chihiro IKEDA** and Masaaki IKEDA***

Abstract

Industrially, screening is one of the most commonly used methods for separating particles according to size. But this method can be used for only size separation, and the screen is liable to be plugged with particles.

In order to correct these disadvantages, the authors invented more rapid and convenient method for separating particles according to size and density. This method is based on the particle movement on a vibrating plate inclined, the fine or the light particles slide upwards on the plate, while the coarse or the heavy particles move downwards.

The motion of a particle on a vibrating plate inclined is analyzed theoretically, the travelling direction and velocity of a particle on the plate depends on the intensity G and the direction φ of vibration and on the inclination of the plate θ , moreover on the friction coefficient μ of the particle. The μ is related to the particle size d_p and the true density ρ of the particle by an equation $\mu = a\rho + b/\sqrt{d_p}$, where a and b are constants. The proper values of G , φ and θ for separation of particles can be selected by means of this theory, and the results obtained agree well with the experimental values.

§ 1. ま え が き

化学工業では、しばしば粉粒体を2つまたはそれ以上の群に分けることが必要になってくる。同一粒子径の粉体を密度の異なる群に分ける操作を選別、同物質を粒子径の大小に分ける操作を分粒といい、これらを総称して分級という。この分級操作は最も簡便なフルイ分けの方法と、粉粒体に重力、遠心力、慣性力を与えて流体中を運動させ、流体の与える抵抗差を利用する方法が主なものであり、振動力を用いた方法はない。ところで、振動を用いた粉体機器には振動コンベア、振動エレベータ、振動フィーダなどの粉粒体輸送装置があるが、いずれも粒子を一方向にのみ移送させることを目的としたものである。筆者らは振動条件を選定することによって粒子径や

* 機械工学科教授 ** 同実験助手 *** 同時間給助手

比重の違いにより、ある粒子群を上方に他の粒子群を下方に同時に移動させうることを理論的に考察し、かつ実験でこの現象を確かめこれを分級に利用することを試みた。また、粒子の摩擦特性などの表面物性の測定にも利用できる可能性があるので報告する。

§ 2. 振動による粒子の移動

2-1. 粒子の運動方程式

振動面上における粒子の運動を理論的に扱った報告として、Jung¹⁾、Kluge²⁾、杉本³⁾、田中⁴⁾などがあるが、いずれの場合も筆者らが意図するものとは加振方法が異なったり、特別な場合のみを扱っていたりしている。

とくに、振動板を分級に用いる配慮から理論式のなかに最終的に粒子径、質量に関する項を導入する必要がある。以下はできるだけ一般的な場合について解析し、それによって粒子の移動方向と距離を計算した。

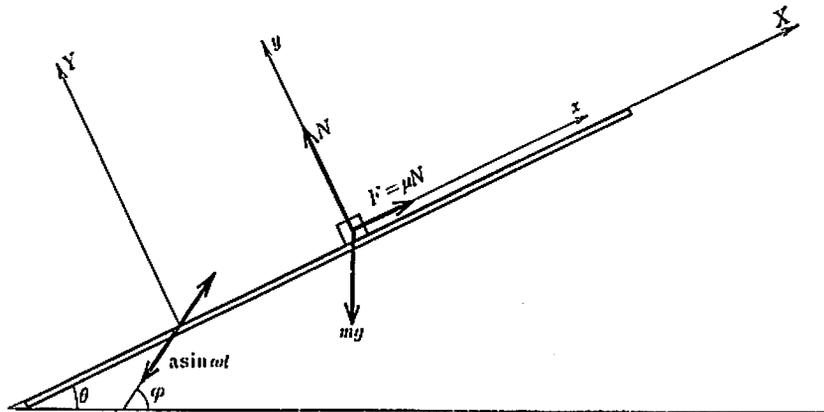


Fig. 1 Forces acting on a particle on an inclined plate in vibration.

Fig. 1 に示すような水平面と θ の角をなす振動板上に粒子 M (質量 m) を置き、水平面となす角 φ の方向に正弦波振動 $a \sin \omega t$ を加えたとする。振動板の座標を X, Y 、粒子の座標を x, y とし、粒子と板との動摩擦係数を μ 、粒子が板から受ける法線力を N 、振動強度 ($a\omega^2/g$) を G とする。これらの条件のもとで振動板の運動方程式は次のようになる。

$$X = a \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta), \quad Y = a \sin \omega t \cdot \sin(\varphi - \theta)$$

$$\ddot{X} = -a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta), \quad \ddot{Y} = -a\omega^2 \sin \omega t \cdot \sin(\varphi - \theta)$$

$$N = m \{g \cos \theta - a\omega^2 \sin \omega t \cdot \sin(\varphi - \theta)\} = mg \cos \theta (1 - G_v \sin \omega t)$$

ただし、

$$G_v = G \cdot \sin(\varphi - \theta) / \cos \theta$$

$$G = a\omega^2 / g$$

ここに、 G_v はフルイ指数とよばれるパラメータで振動ベクトルを板の方向と垂直方向とに分

けたときの垂直成分を示すものである。

さて、粒子の移送距離を求めるためには粒子と振動板との相対的な運動で考えなければならない。振動板上における粒子の運動は次の4種類の運動の組合せである。

- (i) 滑り上昇 (添字: u) (ii) 滑り下降 (添字: d)
 (iii) 飛行 (添字: b) (iv) 相対静止 (添字: s)

これらの場合の振動板に対する粒子の相対的運動はそれぞれ次のように表現できる。

(i) 滑り上昇

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_u &= -m\ddot{X} - mg \sin \theta - \mu N \\ &= m \{ a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta) \} - mg \sin \theta + m\mu \{ a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\varphi - \theta) - g \cos \theta \} \\ &= m [a\omega^2 \cdot \sin \omega t \{ \cos(\varphi - \theta) + \mu \sin(\varphi - \theta) \} - g \{ \sin \theta + \mu \cos \theta \}] \end{aligned} \quad (1)$$

(ii) 滑り下降

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_d &= -m\ddot{X} - mg \sin \theta + \mu N \\ &= m \{ a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta) \} - mg \sin \theta + m\mu \{ g \cos \theta - a\omega^2 \sin \omega t \cdot \sin(\varphi - \theta) \} \\ &= m [a\omega^2 \cdot \sin \omega t \{ \cos(\varphi - \theta) - \mu \sin(\varphi - \theta) \} - g \{ \sin \theta - \mu \cos \theta \}] \end{aligned} \quad (2)$$

(iii) 飛行

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_b &= -m\ddot{X} - mg \sin \theta \\ &= m \{ a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta) \} - mg \sin \theta \\ &= m \{ a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta) - g \sin \theta \} \end{aligned} \quad (3)$$

(iv) 相対静止

$$m\ddot{x}_s = 0$$

2-2. 粒子移動距離

前述の(i)~(iv)の場合の各運動方程式を一般的な形にまとめると、

$$\ddot{x}_{ri} = g(G \cdot A \cdot \sin \omega t - B) \quad (5)$$

ここで、 r, i はそれぞれ相対運動、各運動区分を表わす。また、

$$\begin{aligned} A &= \cos(\varphi - \theta) \pm \mu \sin(\mu - \theta) \\ B &= \sin \theta \pm \mu \cos \theta \end{aligned}$$

であるが、いずれも滑り上昇のときは+、下降のときは-をとる。飛行のときは $\mu=0$ 、相対静止のときは $A=B=0$ である。このように(5)式は粒子の全ての運動状態を記述する重要な式である。振動による粒子の移送距離を求めるためには復元力をとる必要があることから(5)に逆符号をつけて

$$\ddot{x}_{ri} = -g(GA \sin \omega t - B) \quad (6)$$

これを積分して

$$\dot{x}_{\tau t} = a\omega \left\{ A \cos \omega t + \frac{B}{G} \omega t \right\} + C \quad (7)$$

ここで振動の1サイクルについてのみ考え、初速度 C を0とした。さらに(7)を積分して

$$\frac{x_{\tau t}}{a} = A(\sin \omega t_2 - \sin \omega t_1) + \frac{B}{2G} \{(\omega t_2)^2 - (\omega t_1)^2\} \quad (8)$$

(8)式は時間 t_1 から t_2 までに粒子が移動した距離を片振幅の長さ a に対する比として示したものである。つまり、1サイクルの振動の間に粒子が移動する距離はこの式を各領域について計算し、総和を出せば求まるわけである。

2-3. 粒子の運動区分の判定

上昇、下降、飛行のそれぞれの初期と終りの位相 (ωt) をそれぞれ $U1, U2, D1, D2, B1, B2$ として示す。すべり上昇領域は(1)において

$$m\ddot{x}_u = -m\dot{X} - mg \sin \theta - \mu N \geq 0$$

となることから上昇領域として次式を得る。

$$-m\dot{X} \geq mg \sin \theta + \mu N$$

$$a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta) \geq g \sin \theta + \mu g \cos \theta - a\omega^2 \mu \sin \omega t \cdot \sin(\varphi - \theta)$$

$$G \{ \cos(\varphi - \theta) + \mu \sin(\varphi - \theta) \} \sin \omega t \geq \sin \theta + \mu \cos \theta$$

$$\therefore \sin \omega t \geq \frac{A_u}{G \cdot B_u}$$

ただし、

$$A_u = \sin \theta + \mu \cos \theta$$

$$B_u = \cos(\varphi - \theta) + \mu \sin(\varphi - \theta)$$

すべり下降領域は(2)式より

$$m\ddot{x}_d = -m\dot{X} - mg \sin \theta + \mu N \leq 0$$

となることから下降領域として次式を得る。

$$-m\dot{X} \leq mg \sin \theta - \mu N$$

$$a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos(\varphi - \theta) \leq g \sin \theta - \mu g \cos \theta + \mu a\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\varphi - \theta)$$

$$G \{ \cos(\varphi - \theta) - \mu \sin(\varphi - \theta) \} \sin \omega t \leq \sin \theta - \mu \cos \theta$$

$$\therefore \sin \omega t \leq \frac{B_d}{G A_d}$$

ただし、

$$A_d = \cos(\varphi - \theta) - \mu \sin(\varphi - \theta)$$

$$B_d = \sin \theta - \mu \cos \theta$$

したがって、

$$\sin U1 = \frac{B_u}{G \cdot A_u} \quad U2 = \pi - U1$$

$$\sin D1 = \frac{B_d}{G \cdot A_d} \quad D2 = 3\pi - D1$$

また、法線力 N が 0 になったときに飛行がはじまることから

$$\sin B1 = \frac{1}{G_v}$$

$B2$ は着地点の粒子の座標 y と振動板の座標 Y が等しくなる条件から次の超越関数で与えられる。

$$B2 = B1 + \sqrt{G_v^2 - 1} + \sqrt{G_v^2 + 1 - 2G_v \sin B2}$$

また $0^\circ < \varphi \leq 45^\circ$, $\varphi > \theta$ の条件では

$$\sin B1 - \sin U1 = \cos \varphi / G \sin(\varphi - \theta) \{ \cos(\varphi - \theta) + \mu \sin(\varphi - \theta) \} > 0$$

であるから

$$\sin B1 > \sin U1$$

となり

$$\sin U1 - \sin D1 = 2\mu \cos \varphi / G \cdot \{ \cos^2(\varphi - \theta) - \mu^2 \sin^2(\varphi - \theta) \} > 0$$

であるから

$$\sin U1 > \sin D1$$

を得る。かくして求められた粒子の運動区分を Fig. 2 に示す。位相 ωt が 0 から 2π まで振動の 1 周期が形成されるが、縦軸の $\sin \omega t$ は $\sin B1$ が 1 番大きく、次が $\sin U1$, $\sin U2$, そして $\sin D1$, $\sin D2$ が最小である。 $\sin U1$, $\sin U2$ は筆者の条件では常に正であるが、 $\sin D1$, $\sin D2$ の値は φ や θ の値によっては負の値をとることもあるが、いずれにしても $\sin U1$ よりは小さな値である。位相が $0 \sim U1$, $U2 \sim D1$, $D2 \sim 2\pi$ までの領域はいずれも静止領域を示す。飛

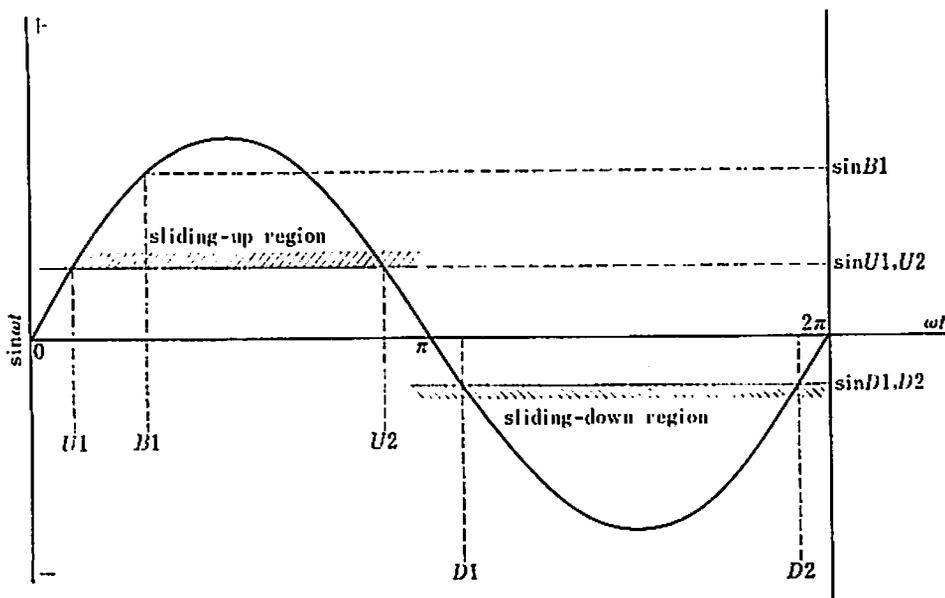


Fig. 2 Motion of a single particle on the vibrating plate.

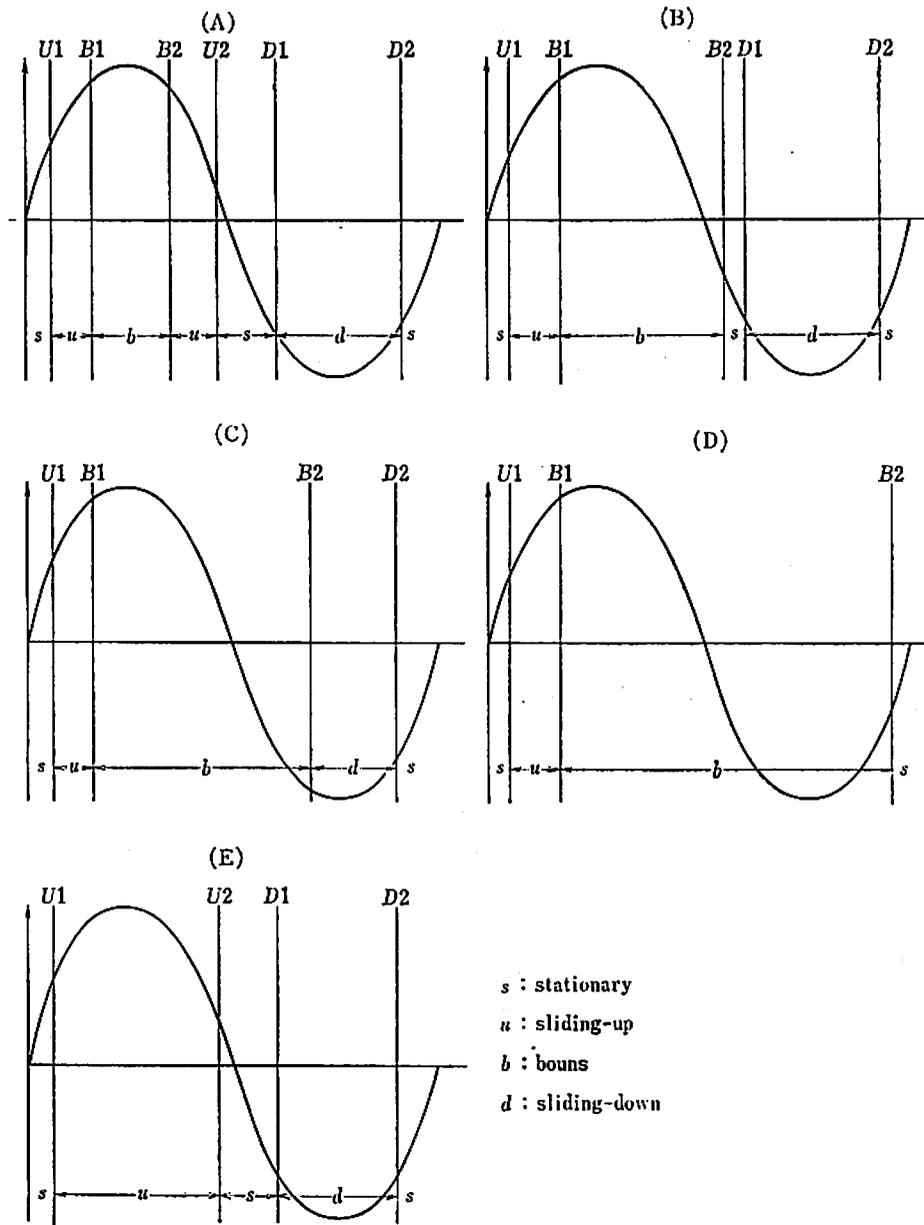


Fig. 3 Variations of particle movement during the period of unit cycle of vibration.

行開始点はすべり上昇領域のなかにある $B1$ であるが、着地点 $B2$ がどの領域になるかによって Fig. 3 のような移動方式が考えられる。

図において、(A) : $B1$ で飛行開始した粒子が同じ滑り上昇領域内に落下した場合、(B) : $U2$ から $D1$ の間の静止領域内に着地した場合。(C) : 滑り下降領域内への落下。(D) : 滑り下降領域をとり越えて次の静止領域に落下した場合 ((A)~(D) の場合はいずれも $G_0 > 1$ である)。(E) : $G_0 < 1$ の飛行運動をともしない場合をそれぞれ示してある。また、これらの計算にあたってはフルイ指数 (G_0) を 3.0 以内に限定してあるので着地点が次の周期にまたがることはない。とくに(A)~(D)のいずれの形式であるかは $B2$ の値を $U2, D1, D2$ の値と比較してみれば直ちに判定すること

ができる。

§ 3. 移動距離の計算法

以上の解析によって、振動を与えられた粒子の運動の様子と移動距離を求めることができる。ただし、実際にはこれらの計算はコンピュータに頼らざるを得ない。次頁にコンピュータによる計算法を示す。また、結果の1例を $\varphi=30^\circ$ で $\theta=5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$ について Fig. 5 右側に示す。横軸は振動強度、縦軸は摩擦係数を示し、線を境にして右側が上昇領域、左側が下降領域を示している。これらのことから傾斜振動板上を粒子が上方に進行するか下方に滑り降りる

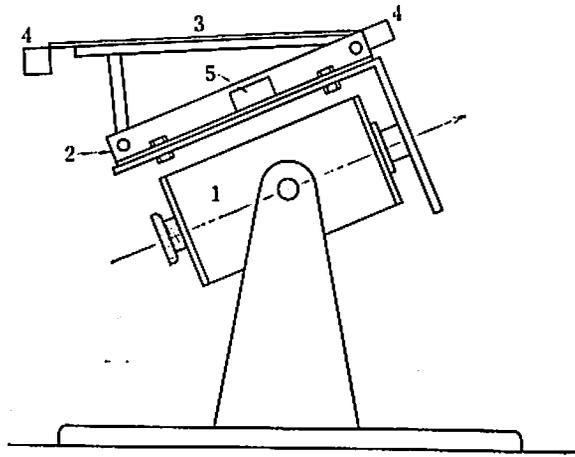


Fig. 4 The vibratory mechanism.

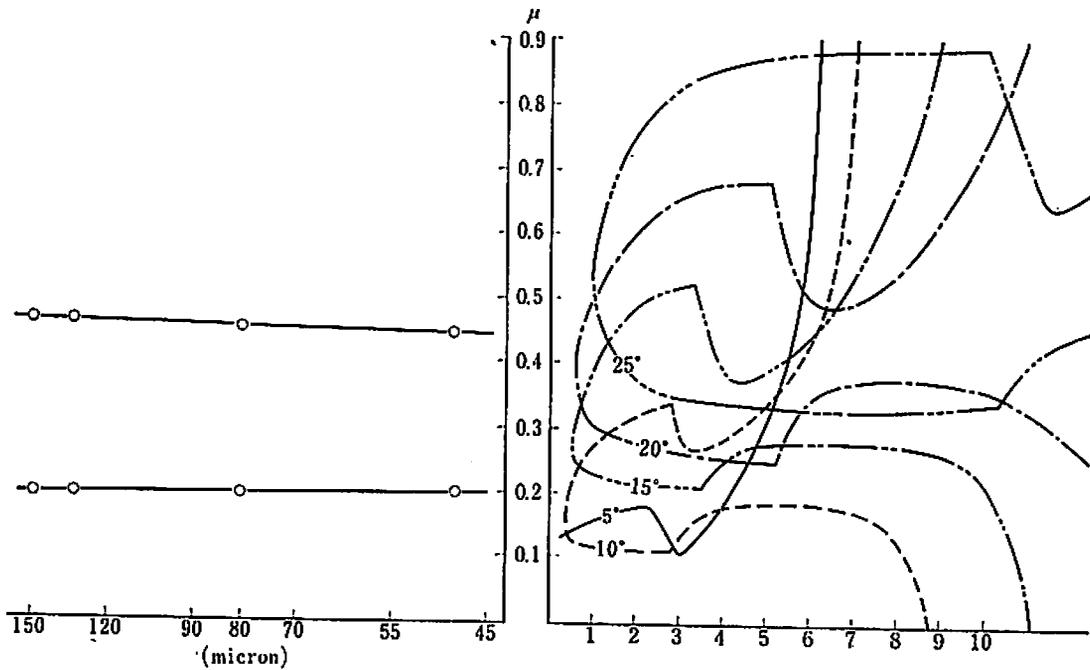
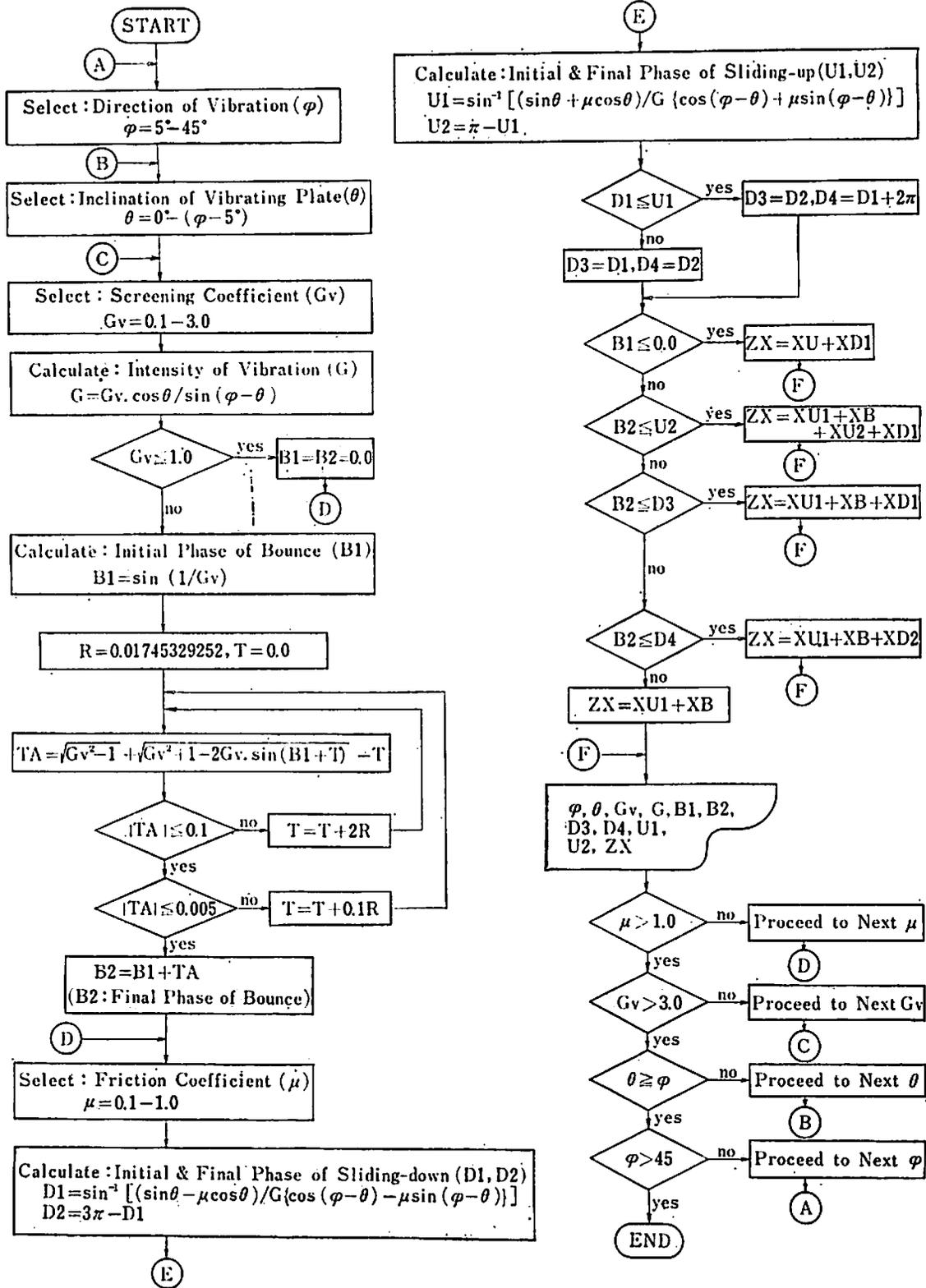


Fig. 5 (Right) Relation between the coefficient of friction and the intensity of vibration obtained by theoretical calculation.

(Left) Experimental values of the coefficient of friction in variation vs. particle size.



かは φ , θ , 振動強度 G , 摩擦係数 μ の 4 つのファクターで決定されることがわかる。

§ 4. 動摩擦係数 μ と粒子径 d_p , 真比重 ρ_p との関係

u, d_p, ρ_p の一般的な関係についての報告はみあたらないが、静摩擦係数 μ' との関係を実験的に求めたものとして Fowler⁶⁾ の報告がある。彼によれば、

$$\mu' = a/\phi_c^2 + b\sqrt{\varepsilon/d_p} + c\rho_p + d$$

ϕ_c : 形状係数

ε : 表面あらし

a, b, c, d : 定数

ここで、 μ' は μ の関数としてべき級数に展開できるとすると $\mu < 1$ であるから高次の項を無視して

$$\mu' = \alpha\mu + \beta \quad \alpha, \beta: \text{定数}$$

となる。すなわち、 ϕ_c, ε が一定ならば次式を得る。

$$\mu = k_1(1/\sqrt{d_p}) + k_2\rho_p + k_3$$

このことは μ と $1/\sqrt{d_p}$ あるいは ρ_p とを座標にとれば直線関係が得られることを意味する。

§ 5. 実験方法および結果

5-1. 実験装置

傾斜振動板を分級に用いた例は今までにはなく、著者らの解析で分級可能であることが理論的にわかった。実際に分級できるか否かを調べるために分級装置として、振動増幅部と発振器からなる電磁式振動発生器を使用した。Fig. 4 は振動分級器の略図である。増幅部で振動数と振幅を可変できる。(1)は振動発生器で正弦波振動を発生する。この振動部に分級器(2)を完全に固定し、共振や振動伝播の不均一さ、加振方向に直角方向のぶれなどをできるだけ最小限におさえた。この固定台に角度可変の分級板(3)を固定し、分級板の上方と下方には分級された粉体を収納するためのバケツ(4)をつけた。分級板の振動条件を正確に知るために振動測定器(5)を固定し、加振方向の振動強度 G を直読できるようにした。又、分級板の材質としてなにが最適であるかを調べるために、プリント合板、アルミニウム板、アクリル板、エナメル塗装の鉄板を用意した。

5-2. 実験方法

実験には Table 1 に示すような比較的大つぶで粒径のそろった非付着性粉体を使用した。分級板の選択は分級される粉体の種類によって多少の制限をうけた。たとえば、塩化ビニール粉末をアクリル板で分級すると静電気の影響を著しくうけたり、微粉体をプリント合板で行なうと板の表面の凹凸に目詰りして回収効率が低下するなどの理由からである。これら予備実験から、微粉体の使用を一応除外し、振動板はプリント合板を使用した。表 2 には使用粉体の組合せを示した。それぞれの粉体を等重量ずつ混合し C1~C5 の組合せ試料を用いた。

粉体を分級板上に供給するためにスパチュラーを用いてできるだけ粉体層を薄くするように注

Table 1 Materials used in the experiment.

Sample	Particle Size (mm)
Toyoura Sand	0.27—0.38
Glass Beads: A	0.35
Glass Beads: B	0.21
Glass Beads: C	0.15
Sea Sand	0.15
V.C. Powder	0.15
Copper Powder: A	0.178—0.183
Copper Powder: B	0.061—0.053
Copper Powder: C	0.053—0.041

Table 2 Samples of binary mixture.

Code No.	Combination of Powders
C-1	Toyoura Sand—Sea Sand
C-2	Sea Sand —V.C.*
C-3	Toyoura Sand—V.C.
C-4	Copper Sphere—V.C.
C-5	Glass Beads —A.B.C

* V.C.: vinyl chloride

誤で行なった結果、全ての試料について分級可能であることがわかった。なかでも、粒径比、密度比が共に他の組合せと大きく違っている C2 は 1 回の操作で完全に分級した。C1, C3, C5 は 80~90% 程度の分級効率を示し、他のものについてもフィードバックによって何回か操作するにつれてほぼ完全な分級状態を示した。とくにフルイ分け不可能な同一粒径で密度の違う組合せである C4 についてもフィードバックによって完全な分級が行なえた。

次に理論の妥当性を確かめるために Table 1 に示した粉体を使用して、振動条件をかえて粒子が振動板上に静止しているときの振動強度(G)、加振方向(φ)、振動板傾斜角(θ)を測定し、理論値との比較の一例を Fig. 5 左側に示す。図中の測定値は振動板の傾斜 $\theta=15^\circ$ 、振動方向 $\varphi=30^\circ$ の場合に粒子径の異なる銅球粉についての結果をプロットしたもので、振動強度から μ を求め、 μ と $1/\sqrt{d_p}$ の関係から測定点を得た。これらの点は 1 つの直線上にあり、このことから逆に直線を用いて任意の限界粒子径で分級するのに必要な振動条件を知ることができる。

§ 6. 考 察

筆者らの理論解析は単一粒子に振動を与えた場合の一般的な粒子の運動方程式を得た。しかし、この種の解析に共通して言えることは粒子の運動方程式のなかで質量の項が最終的に消去されてしまい、実際に質量の違いによる分級の説明に、はなはだ不都合である。そこで質量、粒子径に関係するであろう項を考えてみると摩擦係数に関する項に質量、粒子径を関数化してやると

意した。粉体層を厚くすると上昇する粉体の表層部に下降すべき粉体に乗って共に上昇したり、またその逆の現象が生じるためと、粒子層の厚さの方向に対する偏析が起こり、ともに分級効率を低下させるためである。Table 2 に示した組合せで C1, C5 はほぼ同密度で粒子径の異なるもの、C2, C3 は密度、粒径が共に異なるもの、C4 はほぼ同一粒径で密度の異なるもの、とくに C5 は同物質で粒径の異なるものの組合せである。次に理論解析から得られた計算結果と分級条件を調べるために Table 1 の粉体を用いて加振方向(φ)を 45° , 40° , 35° とし、それぞれの角度について振動板(θ)を 5° , 10° , 20° , 25° , 30° と変えた組合せの振動条件で、粉体が振動板上に相対静止している時の振動強度を調べた。

5-3. 実験結果

C1~C5 の分級に際しては分級できる条件を試行錯誤

よいと考えられることから静止摩擦係数と動摩擦係数の関係に Fowler の実験式を使ったわけである。この点を純然たる理論で解析することについては今後の研究が必要である。又、これらのことから傾斜振動板を粉粒体の動摩擦角特性の測定に使用できる可能性も考えられる。次に実際に粉体を分級する時には粒子が単層にならないこともあり、その場合には別の解析が必要になってくるが、この点については今後検討するつもりである。

工業的にこの理論を応用して分級を行なう場合には次のような利点が考えられる。1) 連続的な分級が可能である。2) 粒子径の違いによる分級と、密度の違いによる分級が同時に行なえる。3) 比較的大きな粒子や、機械部品、タブレットなどの比重の違いによる選別にとくに効果的である。

参 考 文 献

- 1) R. Jung: *Forschung*, 18, 13 (1952)
- 2) W. Kluge: *Erdöl u. Kohle*, 4, 705 (1951)
- 3) 杉本信夫ほか, *日本機械学会論文集*, 27, 1494 (1961),
- 4) T. Tanaka, et al.: *Powder Technology*, 2, 65 (1968)
- 5) R. T. Fowler, et al.: *Chem. Engin. Science*, 10, 150 (1959)