

鉛直な円管内における粉粒体の流動

SASano, Mutuo / 笹野, 睦雄

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学工学部研究集報 / 法政大学工学部研究集報

(巻 / Volume)

11

(開始ページ / Start Page)

67

(終了ページ / End Page)

72

(発行年 / Year)

1975-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004211>

鉛直な円管内における粉粒体の流動

笹野 睦 雄*

Mass Flow of Particles in Vertical Pipe

Mutuo SASANO

Abstract

It is known that the mass flow of particles shows a movement of Bingham plastics, when particles move slowly under the action of gravity in a pipe kept vertically.

In a viscous fluid within a pipe, the flow velocity is ordinarily assumed to be zero at the wall. But, in a mass flow of particles, the flow velocity at the wall never be zero. So, taking into consideration the flow velocity be finite at the wall, the theoretical solution of Bingham flow is derived.

In this experiment, glass beads, sand, and polystyrene beads were moved in a glass pipe. Particles were packed in the pipe, and let flow slowly within a glass pipe kept vertically.

As the result of experiment, the flow of particles shows the pattern of Bingham plastics. The velocity and radius of boundary of the plug flow region, the velocity at the pipe wall, and the rate of mass flow were measured. The measured value of the rate of mass flow is in good agreement with the above theory.

§1. 緒 言

鉛直に立てた円管内で粉粒体を重力だけでゆっくりと自然にマスフローさせると、粉粒体はビンガム流体のような挙動を示すことが知られている¹⁾。すなわち流れの中心部は流速が一様なプラグフロー（栓流）領域となり、その外側では流速に差のある変形領域となる。

一般に円管内の粘性流動では、管壁において流速が零とみなす。しかし粉粒体のマスフローでは管壁において流速が零でないので、その流速を考慮してビンガム流体の流量を計算する理論式を誘導した。

この実験では鉛直に立てたガラス円管内にガラス球などの粉粒体を充てんして流下させ、そのビンガム流動を観測した。流速分布を測定し、粉粒体のプラグフロー領域の半径と流速、および管壁における流速などを求めた。それらの値からビンガム流体の理論式を用いて粉粒体の流量を

* 電気工学科計測制御

算出すると、実際に流出した流量 (実流量) とよく一致した。

§ 2. 理 論

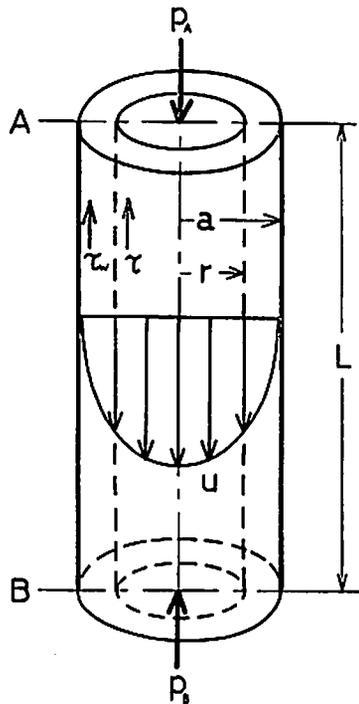


Fig. 1 Poiseuille flow in pipe

ビンガム流体の流量を算出する理論式を検討する。Fig. 1 のような鉛直に立てたまっすくな円管内のポアズイユ流を考える。流体は重力によって一定の流速でゆっくりと流下し、流れは円管の軸方向にだけ生じ軸に対して対称とする。したがって流れの速度は軸からの距離だけの関数で、軸方向には変化しない。円管内に半径 r 、長さ L の円柱面と、その両端面 A および B でかこまれた内部の流体に働く力の釣合いは、

$$2\pi r \cdot L \cdot \tau = \pi r^2 (p_A + \rho g L - p_B) = \pi r^2 \cdot \Delta p \quad (1)$$

となる。ここに τ は剪断応力、 p_A 、 p_B は A 、 B 面に働く円管の軸方向の圧力、 ρ は流体の密度、 g は重力の加速度、そして $\Delta p = (p_A + \rho g L - p_B)$ である。これより

$$\tau = r \cdot \Delta p / 2L \quad (2)$$

となる。円管の内壁面 $r = a$ においては $\tau_w = a \cdot \Delta p / 2L$ となるので、式(2)は

$$\tau = \tau_w r / a \quad (3)$$

となる。

また、一般に流体内の速度勾配 du/dr は τ の関数 $f(\tau)$ であるから、Fig. 1 においては

$$-\frac{du}{dr} = f(\tau) \quad (4)$$

となる。負号は中心軸からの距離が増すと、流速が減るためである。これを積分すれば流速 u が求まる。すなわち式(3)、(4)を用いて

$$u = \int \left(-\frac{du}{dr} \right) dr = \frac{a}{\tau_w} \int f(\tau) d\tau \quad (5)$$

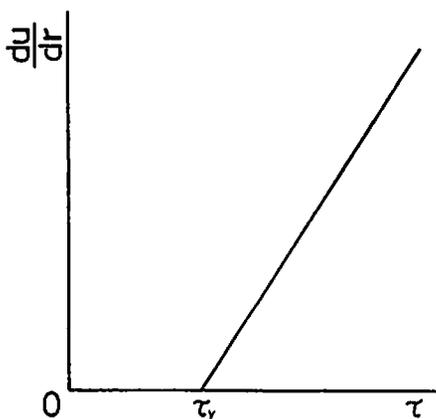
となる。

ビンガム流体の τ と du/dr との関係を Fig. 2 に示す。この場合の関係式は

$$\begin{cases} \frac{du}{dr} = 0 & (0 < \tau < \tau_y) \\ \frac{du}{dr} = \frac{\tau - \tau_y}{\mu} & (\tau_y < \tau) \end{cases} \quad (6)$$

Fig. 2 Relation between velocity gradient and shearing stress of Bingham plastics

で与えられる。ここに τ_y は降伏応力、 μ は流体の粘



性係数である。粘性流体の理論では円管の内壁面での流速を零とみなして計算している。しかし粉粒体の実験では内壁面でもかなりの流速があり零ではない。粉粒体の粒径は有限値であるので、内壁面で流速は零と仮定しても内壁に接する粉粒体の流速は零にはなり得ない。実際にはかなり速く流動するので $r=a$ で $u=u_w$ とする。ビンガム流体の流速は $\tau > \tau_y$ において

$$u = \frac{a}{\tau_w} \int_{\tau}^{\tau_w} \frac{\tau - \tau_y}{\mu} d\tau + u_w$$

$$= \frac{a\tau_w}{2\mu} \left\{ 1 - \left(\frac{\tau}{\tau_w} \right)^2 - \frac{2\tau_y}{\tau_w} \left(1 - \frac{\tau}{\tau_w} \right) \right\} + u_w \quad (7)$$

となる。そこで $\tau = \tau_y$ に相当する r の値 r_y は式(3)より $r_y = \tau_y a / \tau_w$ で与えられるので、式(7)は $r_y < r < a$ で成立する。すなわちこの領域では du/dr はニュートン流体と同様な比例関係を示し、流動は変形領域になる。また $0 < \tau < \tau_y$ すなわち $0 < r < r_y$ では $du/dr = 0$ であるから流体の流速は一様で、一体になって流動するプラグフロー領域になる。その流速は $r = r_y$ でその流体にすべりが無いとして、式(7)で $\tau = \tau_y$ とおけば

$$u_y = \frac{a\tau_w}{2\mu} \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w} \right)^2 + u_w \quad (0 < r \leq r_y) \quad (8)$$

となる。Fig. 3 に円管内のビンガム流体の流速分布を示す。

流量 Q は流体の密度を ρ とすれば $Q = \rho \int_0^a u \cdot 2\pi r dr$ であるから、ビンガム流体の場合は式(7)を用いて

$$Q = \pi \rho a^2 \left\{ \frac{a\tau_w}{4\mu} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right)^4 \right] + u_w \right\} \quad (9)$$

となる。そこで $\tau = \tau_y$ で $r = r_y$, $u = u_y$ なので式(3)より

$$\alpha = \frac{\tau_y}{\tau_w} = \frac{r_y}{a} \quad (10)$$

また式(8)より

$$\beta = \frac{a\tau_w}{2\mu} = \frac{u_y - u_w}{(1 - \tau_y/\tau_w)^2} \quad (11)$$

とすれば、式(8)は

$$Q = \pi \rho a^2 \left\{ \frac{\beta}{2} \left(1 - \frac{4}{3} \alpha + \frac{1}{3} \alpha^4 \right) + u_w \right\} \quad (12)$$

となる。

§ 3. 実 験

実験は Fig. 4 のように鉛直に立てたガラス円管内にガラス球などの粉粒体を充てんし、下のコックを開けて一定のゆっくりなマズフローをさせ、流動の分布と流出した重量とを実測する。

粉粒体をガラス円管内に充てんするとき水性インクで着色したものを深さが20cm ないし40

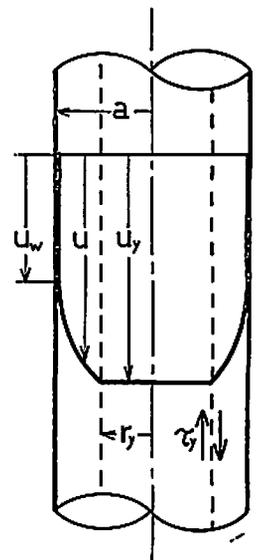


Fig. 3 Flow velocity of Bingham plastics in pipe

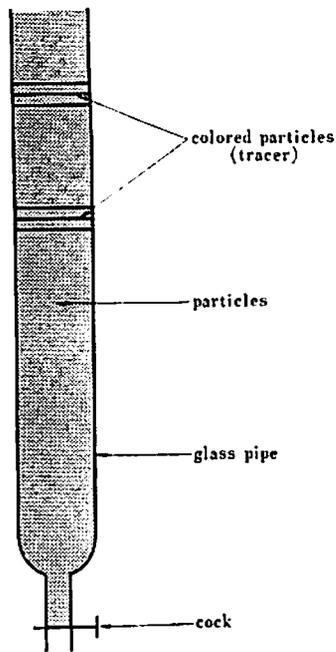


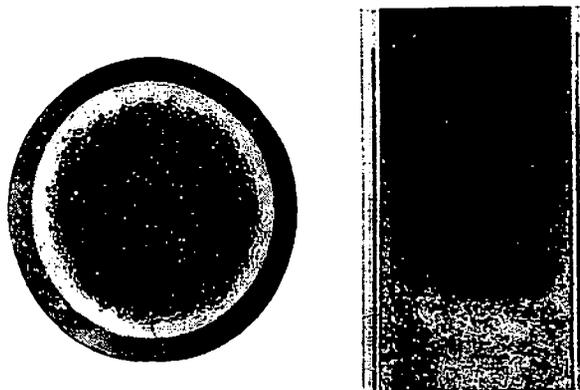
Fig. 4 Particles with tracer (before flow)

cm の途中に層状に入れておき、これをトレーサとして使いその位置により流動の分布を測った。トレーサの安息角は、着色前とほぼ同じであった。流下した後、吸引ポンプで上から粉粒体を少しずつ吸い上げていきトレーサとの境界面が流下した高さを調べ、流速分布を求める。こうしてビンガム流動のプラグフロー領域の移動距離と半径とを測り、またガラス円管の内壁面での移動距離も測る。流動に要した時間から各領域での流速を求める。また、流出した粉粒体の重量の実測値を使って平均の実流量を求める。流動時のかさ密度は、粉粒体の流量とガラス円管内での平均流速とから求める。

計算流量 Q は、以上のように ρ , a , r_y , u_y , u_w が測定できるので式(10), (11)の α , β の値を求め、式(12)から算出する。

§4. 実験結果および考察

実験はガラス製円管を用いて、ガラス球、標準砂(豊浦)およびポリスチロール球を平均流速が 1 cm/s ぐらいの定速で $50 \sim 100 \text{ cm}$ の距離を流下させた。流下後、トレーサとの境界面が示すパターンの実例を Photo. に示す。a) は水平断面であり、プラグフロー領域と変形領域との境界がよくわかる。b) は垂直断面である。この写真は、粉粒体の流下後にパラフィンを流し込んで固めて切断したので、あまりきれいなビンガム流動になっていない。実際は中央部分では境界面が水平であって中央部のプラグフローの部分が水平断面の大部分を占めていて、Fig. 3 のような流速分布になっている。



a) Horizontal section b) Vertical section
Photo. Profile of tracer (after flow)

Table は各試料についての実験結果である。ここに q は実流量である。

以上、この実験から次のことが言える。

Table Measured data

Sample	a (cm)	r_v (cm)	u_v (cm/s)	u_w (cm/s)	ρ (g/cm ³)	q (g/s)	Q (g/s)	
Glass beads (0.5mm ϕ)	1.61	1.20	1.53	1.12	1.57	19.5	18.8	Note 1)
" (1.5mm ϕ)	1.61	1.30	1.15	1.05	1.64	15.4	15.3	
Sand (0.3mm ϕ)	1.61	1.45	0.84	0.79	1.50	10.1	10.3	
Glass beads (0.5mm ϕ)	1.61	1.30	1.41	1.29	1.56	17.8	17.4	Note 2)
" (1.5mm ϕ)	1.61	1.30	0.96	0.83	1.70	13.3	12.7	
Sand (0.3mm ϕ)	1.61	1.50	0.88	0.81	1.50	10.9	10.9	
Polystyrene beads(0.8mm ϕ)	1.61	1.20	1.04	0.91	0.69	5.9	5.8	
Glass beads (0.5mm ϕ)	2.28	1.95	0.95	0.88	1.57	23.8	23.9	Note 3)
" (1.5mm ϕ)	2.28	1.80	0.58	0.47	1.60	14.0	14.0	
Sand (0.3mm ϕ)	2.28	2.15	0.86	0.83	1.42	19.2	19.1	
Polystyrene beads(0.8mm ϕ)	2.28	1.90	0.76	0.71	0.66	8.0	8.1	

Note 1) Temperature 22°C, Humidity 40%

Note 2) " 25°C, " 80% (wall coated with anti-electrostatic chemicals)

Note 3) " 22°C, " 76%

- (i) 鉛直な円管内で粉粒体は定速でゆっくりと流下し、マスフローであった。
- (ii) 円管内で粒粉体がマスフローをするとき、ビンガム流動であることを確めた。
- (iii) 実流量 q と計算流量 Q とはよく一致した。
- (iv) 粉粒体の表面近くを除けば流速分布はその深さに関係なくほぼ同じ流動のパターンを示した。

これから次のことが考えられる。剪断応力 τ は剪断面に垂直な圧力(この場合は水平方向の圧力)の関数である。粉粒体内の τ はその深さとともに増加するが、円管の内壁面での τ すなわち τ_w も同様に増加する。また Fig. 2 における τ_y も同様である。したがって式(3)から $\tau/\tau_w = r/a$ は一定となり、深さに関係なく同じ流動パターンを示す。

(v) 粉粒体がビンガム流動を示すのは粉粒体が安息角をもつからであり、それは降伏応力 τ_y の値に関係している。すなわち、ガラス球と砂とではガラス球の方が安息角が小さいので τ_y も小さく、同径の円管内では r_y が砂より小さくなっている。

§5. 結 言

乾燥していて凝集性の少ないガラス球、砂、またはポリスチロール球の粒子の集合体は円管内のマスフローにおいてレオロジー的には塑性体として挙動し、ビンガム流動であることを確認した。

粉粒体は円管の内壁面での流速が零でないからその値を入れた流量の計算式を作った。計算値は実測値とよく一致した。

終りにこの実験の問題を提起し、また激励して下さった山脇学園の高見昭氏に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 岡小天編著: レオロジー入門, p.388, 工業調査会(株) (1970).