

追尾フィルタの2入力特性

田中, 具治 / TANAKA, Tomoharu / 一ノ瀬, 要 / 塚田, 昌弘
/ TSUKADA, Masahiro / ICHINOSE, Kaname

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Faculty of Engineering, Hosei University / 法政大学工学部
研究集報

(巻 / Volume)

14

(開始ページ / Start Page)

49

(終了ページ / End Page)

55

(発行年 / Year)

1978-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004173>

追尾フィルタの2入力特性

田 中 具 治*・一ノ瀬 要**・塚 田 昌 弘**

The Characteristics of Tracking Filter for Two Inputs

Tomoharu TANAKA, Kaname ICHINOSE and Masahiro TSUKADA

Abstract

Tracking Filter, which is a controllable band pass filter, could be used to estimate the local peak frequency component of signal and its center frequency f_0 . For two different frequency inputs, the characteristics of this tracking filter have been studied with the analog computer and experimental circuits.

§1. 緒 言

周波数スペクトル分布のエンベロープが局所的な最大値 (local peak) を幾つか持つような信号が与えられた場合、そのローカル・ピーク周波数成分を取り出すことを目的とした追尾フィルタを考えた。この追尾フィルタは中心周波数が電圧制御可能な帯域フィルタ(V.T.F)であって、その制御電圧として V. T. F 自身の出力電圧をフィード・バックしたものである。この追尾フィルタに1つの正弦波を加えた場合の特性は、「一定入力電圧の時は追尾フィルタの追尾周波数から入力周波数を知ることができる」が、「同一周波数入力に対してもその入力電圧の大きさによって追尾周波数に変化する為、入力電圧を何らかの方法で一定にする必要がある」ということがわかっている。

ここでは入力信号として、周波数の異なる2つの正弦波の和を与えた場合について述べる。この場合、2つの入力周波数の差が十分大なる時、2つの入力正弦波相互の電圧値の大小関係によって、一方の入力周波数の近くにだけ追尾可能な場合と、2つの入力周波数のどちらにも追尾可能な場合の、2つの場合が存在することがわかった。そして、2つの入力周波数のどちらにも追尾可能な場合、どちらの入力周波数に追尾するかは入力電圧値のみに依って決まるのではなくて、追尾フィルタの中心周波数の追尾経路にも依存するため、入力電圧の増減に対する追尾周波数の変化はヒステリシスをもつ。

§2. 理 論

2.1 電圧制御帯域フィルタ (Voltage Tunable Filter: VTF)

* 電気工学科

** 大学院修士課程

電圧伝達特性が単峰の共振曲線となる帯域フィルタの伝達関数は一般に次のように表わされる。

$$G(s) = \frac{K\omega_0 s}{s^2 + Q^{-1}\omega_0 s + \omega_0^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_0: \text{中心角周波数} \\ Q: \text{フィルタの} Q \text{値} \\ K: \text{ゲイン定数} \end{array} \right. \quad (1)$$

(1)式の利得特性を $G(f_i, f_0)$ (f_i : 入力周波数, f_0 : 中心周波数) とすれば

$$G(f_i, f_0) = \frac{K f_i f_0}{\sqrt{(f_i^2 - f_0^2)^2 + (Q^{-1} f_i f_0)^2}} \quad (2)$$

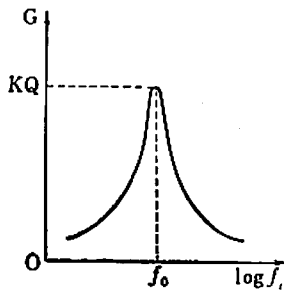


図1、帯域フィルタの利得特性

となる。そしてこのフィルタに、電圧 E_i , 周波数 f_i なる正弦波 (E_i, f_i) を加えた時の出力電圧 E_0 は, $E_0 = G(f_i, f_0)E_i$ である。また周波数の異なる2つの正弦波 (E_{i1}, f_{i1}), (E_{i2}, f_{i2}) の和を入力として加えれば, 出力もやはり f_{i1}, f_{i2} なる2つの周波数成分からなり, f_{i1}, f_{i2} の各出力電圧成分 E_{o1}, E_{o2} は

$$\begin{aligned} E_{o1} &= G(f_{i1}, f_0)E_{i1} \\ E_{o2} &= G(f_{i2}, f_0)E_{i2} \end{aligned} \quad (3)$$

になる。この時, 出力電圧の実効値 E_0 は

$$E_0 = \sqrt{[G(f_{i1}, f_0)E_{i1}]^2 + [G(f_{i2}, f_0)E_{i2}]^2} \quad (4)$$

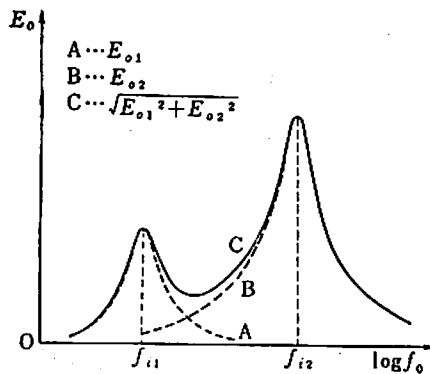


図2 入力 (E_{i1}, f_{i1}), (E_{i2}, f_{i2}) 一定とした時の中心周波数 f_0 に対する実効出力電圧 E_0

になる。この実効出力電圧 E_0 の値はフィルタの中心周波数 f_0 の位置によって変わり入力周波数 f_{i1}, f_{i2} のところでピークをもつ双峰の曲線になる。これを図示したのが図2である。

ここで中心周波数 f_0 を, 外部からの制御電圧 V_c によって制御できる帯域フィルタ (V.T.F) を考えることにする。中心周波数 f_0 と制御電圧 V_c との関係

$$f_0 = g(V_c) \quad (5)$$

又は,

$$V_c = g^{-1}(f_0) = h(f_0) \quad (5)'$$

で表わすことにする。但し g, h 関数は共に狭義の単調増加 (減少) 関数で, f_0 と V_c は1対1に対応するものとする。

2.2 追尾フィルタ

ここでは図3に示すような, V.T.F 自身の出力電

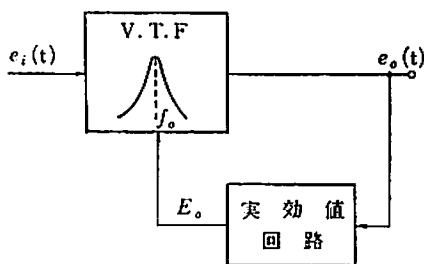


図3 フィルタ出力電圧の実効値で中心周波数を制御した追尾フィルタ

圧 E_0 を制御電圧 V_c として用いた追尾フィルタについて考える。

図3に示された実効値回路では、V.T.F の瞬時出力電圧 $e_0(t)$ を2乗した後 L.P.F に通して実効値を得ている。すなわち $e_0(t)$ の r.m.s 値 (root mean square value) を取り出している。この実効値回路に含まれた L.P.F の時定数は十分低くとしてあり、その低域波特性により、入力正弦波の数サイクルに対して常に V.T.F は線形動作しているとみなすことができる。

ところでこの追尾フィルタに2つの正弦波 (E_{i1}, f_{i1}) , (E_{i2}, f_{i2}) の和を入力すると、フィルタの実効出力電圧 E_0 は中心周波数 f_0 の関数として(4)式のように表わされる。そしてまた、 E_0 と f_0 とは $V_c = E_0$ とおいた時の(5)式

$$f_0 = g(E_0) \tag{6}$$

又は

$$E_0 = h(f_0) \tag{6}'$$

によって関係づけられている。したがって、2つの入力正弦波に対し、中心周波数 f_0 は(4)式と(6)式を同時に満たす周波数に追尾する。この時の中心周波数を、追尾周波数 f_i と呼ぶ。この f_i は次に示す連立方程式(7)の解として求められる。

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= \sqrt{\{G(f_{i1}, f_0)E_{i1}\}^2 + \{G(f_{i2}, f_0)E_{i2}\}^2} & (4) \\ f_0 &= g(E_0) \quad (6) \quad \text{または} \quad E_0 = h(f_0) & (6)' \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

この追尾周波数 f_i は(4)式によって得られる出力電圧とその時の中心周波数 f_0 を維持する為の制御電圧とが釣り合う、平衡点になる。この連立方程式(7)は E_0 を消去すると高次代数方程式となり、その解を解析的に求めるのは困難である。しかし図4のように(4), (6)' 式を $\log f_0 - E_0$ 平面上にグラフとして描き、両者の交点として追尾周波数 f_i を捉えることは容易である。図4では(6)' 式が $\log f_0 - E_0$ 平面上で直線となるようにした場合を描いてある。この場合、追尾周波数は $f_{i1}, f_{i2}, f_{i3}, f_{i4}$ の4つが存在している。したがって入力 (E_{i1}, f_{i1}) , (E_{i2}, f_{i2}) に対し、フィルタの中心周波数 f_0 はこの4つのうちのいずれかに決まる。しかしこの4つのうち f_{i1} と f_{i3} は不安定な平衡点であり、安定な平衡点である f_{i2}, f_{i4} のいずれかに追尾周波数が決まることを示そう。そこで(4)式と(6)' 式との差 S を定義する。

$$S = \sqrt{\{G(f_{i1}, f_0)E_{i1}\}^2 + \{G(f_{i2}, f_0)E_{i2}\}^2} - h(f_0) \tag{8}$$

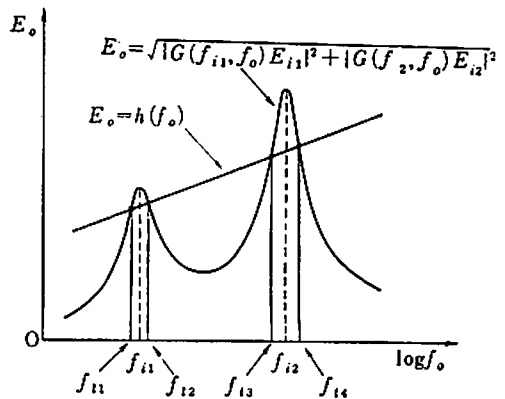


図4 追尾周波数 f_i のグラフ解

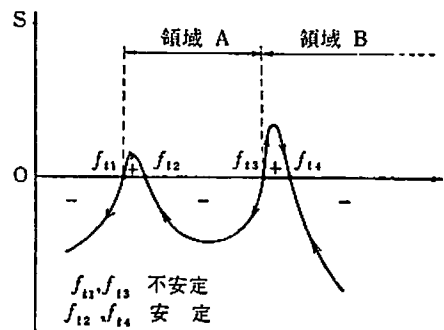


図5 追尾周波数の安定判別

S をグラフに表わしたのが図5である。同図からフィルタの中心周波数 f_0 の位置に対する、フィルタ実効出力電圧 E_0 と、その f_0 を保つ為の制御電圧 $V_c=h(f_0)$ との大小関係を見ることができる。 $E_0 > V_c$ となる周波数範囲では中心周波数は周波数 f_0 の高い方へ移動する。また $E_0 < V_c$ の周波数範囲では f_0 は周波数の低い方へ動く。この f_0 の動く向きを図5に矢印で示した。このことから、追尾周波数 f_{i2}, f_{i4} においては f_0 がその周波数からずれても復元力が働らく為、安定な平衡点であることがわかる。逆に f_{i1}, f_{i3} に対しては f_0 がその周波数からわずかにずれても復元力は作用せず更にそのずれを増す方向に力が働らく為もはや元には戻らないことがわかる。したがって f_{i1}, f_{i3} は不安定である。これらのことから中心周波数 f_0 は f_{i2}, f_{i4} のどちらかに追尾するわけだが、どちらに追尾するかは追尾を開始する前に f_0 がどこにあったかで決まり、追尾経路に依存する。すなわち図5の場合、始め領域A内に f_0 があったとすれば f_{i2} に追尾する。また始め領域B内に f_0 があったとすれば f_{i4} に追尾する。

ところで以上の安定判別の方法は次のような表現をすることもできる。

図4の2つの式の交点において

- i) $E_0=h(f_0)$ の傾きが正の場合、その傾きを b とすれば
同交点における(4)式の接線の傾きが b よりも小さい時、
 - ii) $E_0=h(f_0)$ の傾きが負の場合、その傾きを b' とすれば
同交点における(4)式の接線の傾きが b' よりも大きい時、
- その交点の表わす追尾周波数は安定である。

尚、(7)式の重根として存在する追尾周波数は不安定なものである。ここでは平衡点である追尾周波数の安定性を論ずるのに、定常特性についての記述である(4)式を用いているが、これは追尾フィルタが十分低い時定数を持った L.P.F を実効値回路内部に含んでいることにより可能となるものである。

§3. 実 験

3.1 $Q=0.5$ の V.T.F を用いた実効値電圧制御による追尾フィルタ、

この実験では、追尾周波数を決める理論式(7)の正当性を確かめる為に、 $Q=0.5$ の V.T.F を

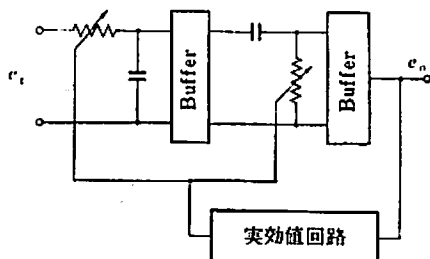


図6 $Q=0.5$ の追尾フィルタ

を用い、その実効出力電圧で中心周波数を制御する追尾フィルタ (図6参照) をアナログ計算機でシュミレートして実験を行なった。 $Q=0.5$ としたのは(2)式が簡単な形になる為である。演算回路を図7に示した。

この追尾フィルタの利得特性は(2)式から

$$G(f_i, f_0) = \frac{K f_i f_0}{f_i^2 + f_0^2} \quad (9)$$

である。また f_0 と E_0 の関係は計算が便利な為

$$f_0 = k(E_0 + a) = kE_0 + f_{00} \quad f_0 > 0, k, a: \text{定数} \quad (10)$$

とした。よって追尾周波数を定める理論式(7)は次のように書ける。

$$E_0 = \sqrt{\left(\frac{Kf_{i1}f_0}{f_{i1}^2 + f_0^2}E_{i1}\right)^2 + \left(\frac{Kf_{i2}f_0}{f_{i2}^2 + f_0^2}E_{i2}\right)^2} \quad (11-a)$$

$$f_0 = kE_0 + f_{00} \quad (11-b)$$

(11)式から E_0 を消去すると(12)式のような f_0 に関する10次の高次代数方程式を得る。実験結果と比較する為の理論値を、この(12)式をベアストウ法で解くことにより求めた。

実験にあたって(9), (10)式における定数を次のように決めた。

$$K=2, k=31.8 \text{ kHz/V}, a=-0.1 \text{ V}$$

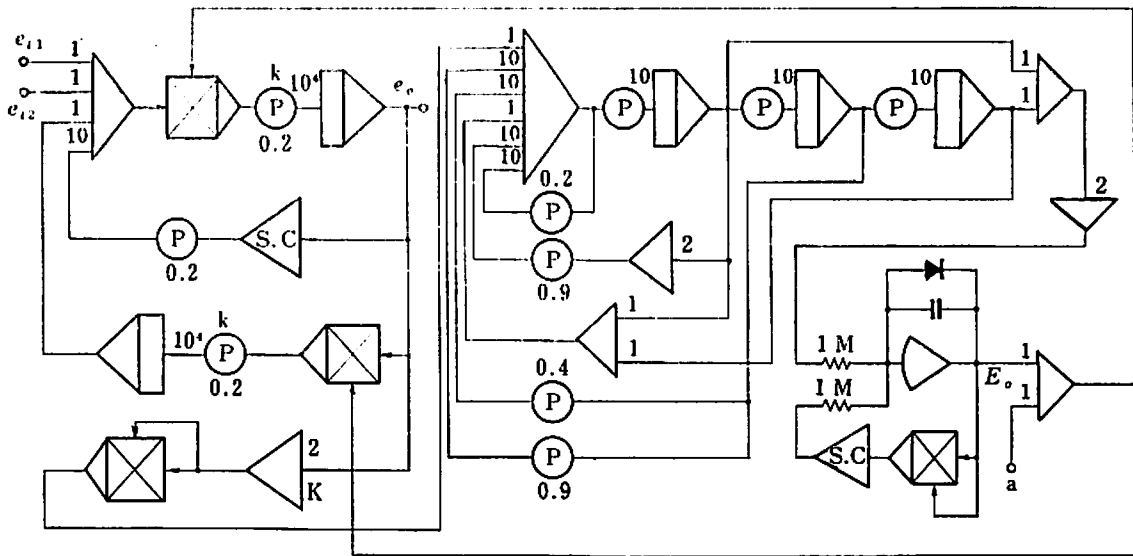


図7

$$f_0^{10} - 2f_{00}f_0^9 + (f_{00}^2 + 2\gamma)f_0^8 - 4\gamma f_{00}f_0^7 + \{\gamma^2 + 2(\delta + \gamma f_{00}^2) - \alpha^2(1 + \beta^2)\}f_0^6$$

$$- 2(2\delta + \gamma^2)f_{00}f_0^5 + \{(\gamma f_{00}^2)^2 + 2\delta(f_{00}^2 + \gamma) - 2\alpha^2(f_{i2}^2 + \beta^2 f_{i1}^2)\}f_0^4$$

$$- 4\gamma\delta f_{00}f_0^3 + \{\delta(\delta + 2\gamma f_{00}^2) - \alpha^2(f_{i2}^4 + \beta^2 f_{i1}^4)\}f_0^2$$

$$- 2\delta^2 f_{00}f_0 + (\delta f_{00})^2 = 0 \quad (12)$$

ただし、 $\alpha = kKE_{i1}f_{i1}$, $\beta = \frac{E_{i2}f_{i2}}{E_{i1}f_{i1}}$, $\gamma = f_{i1}^2 + f_{i2}^2$, $\delta = (f_{i1}f_{i2})^2$

実験は次のように行なった。入力として2つの正弦波の和を加える。一方の入力 (E_{i1} , f_{i1}) は一定とする。そしてもう一方の入力成分 (E_{i2} , f_{i2}) を周波数一定として電圧のみ変えて追尾フィルタの追尾周波数 f_0 の変化を測定し、理論値との比較を行なった。

一定入力成分としては、 $E_{i1}=0.2 \text{ V}$, $f_{i1}=0.6 \text{ kHz}$ を与えた。そしてもう1つの入力成分としては、 $f_{i2}=8 \text{ kHz}$ で E_{i2} を変えた場合と、 $f_{i2}=15 \text{ kHz}$ で E_{i2} を変えた場合の2通りについて行なった。 $f_{i2}=8 \text{ kHz}$ の場合の結果を図8-bに、 $f_{i2}=15 \text{ kHz}$ の場合の結果を図9-bに示した。

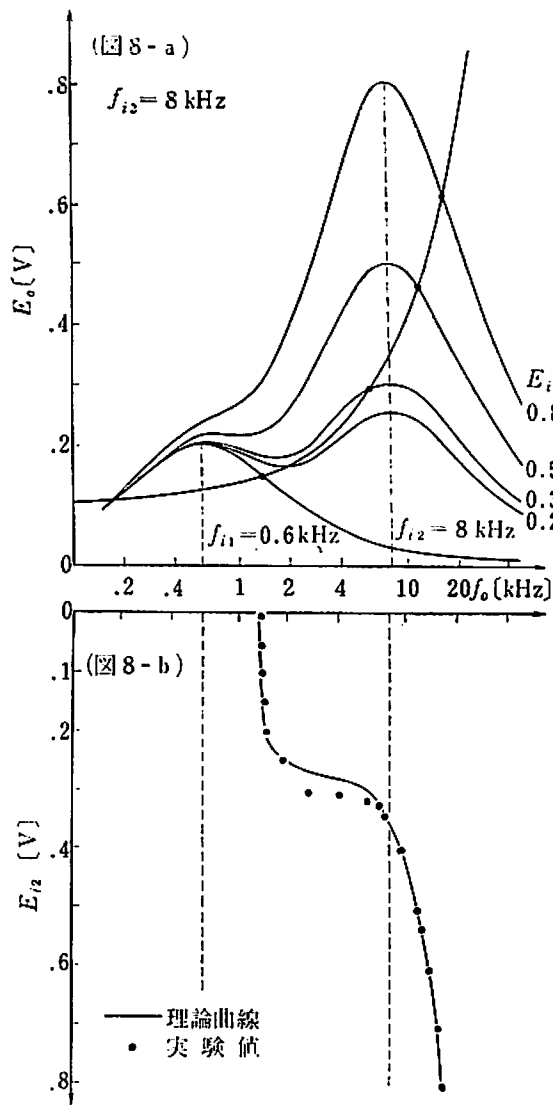


図 8

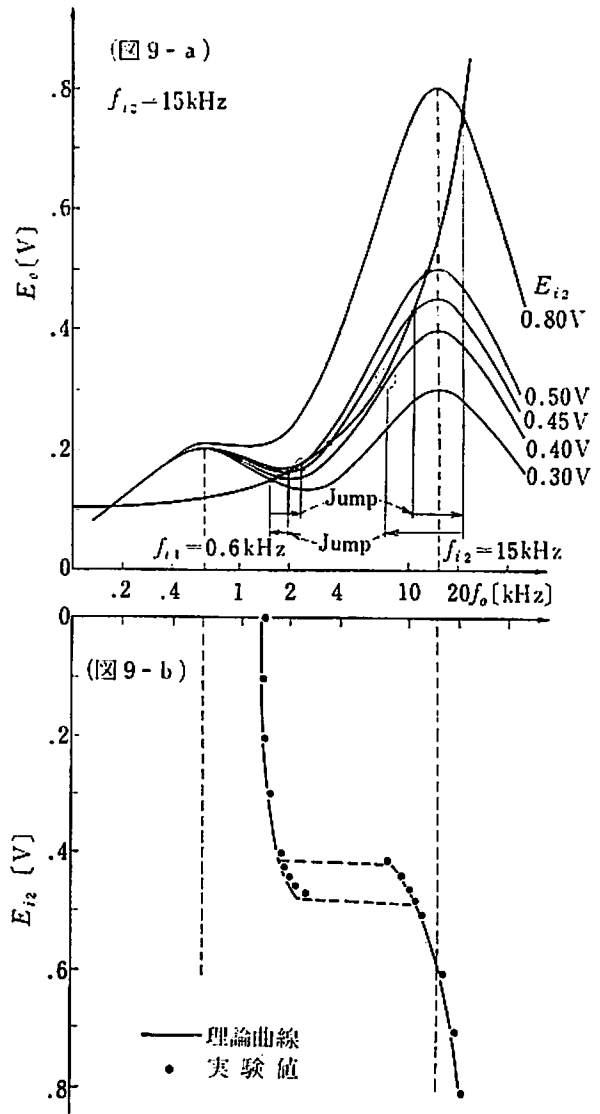


図 9

図 8-a, 図 9-a は共に図 4 と同様に追尾周波数 f_t をグラフ的に示したもので, E_{i2} の変化に対する f_t の変化の様子を理解できる。図 8, 図 9 に示されるように実験結果は理論曲線にほとんど一致し, 理論式(7)の正しいことを裏付けている。また実験結果は, 入力周波数 f_{i1}, f_{i2} の対数スケール上での距離 $\log(f_{i2}/f_{i1})$ が大きな場合と小さな場合とによって E_{i2} の変化に対する追尾周波数 f_t の変化が, 連続的な場合 (図 8) と途中に不連続点をもちヒステリシスを生じる場合 (図 9) とがあることを示している。 E_{i2} のどの値に対しても図 8 の場合のように(11)式の解が 2 つしか存在せず安定解が唯一の時, f_t は連続的に変化する。しかし図 9 の場合のように E_{i2} に対し(11)式の解が最大で 4 つ存在し安定解が 2 つ存在すると, 2 つある安定な追尾周波数のうちの一方へ, f_o の追尾経路に依存して追尾する為ヒステリシスと不連続点を生ずる。このヒステリシスの発生は, 2.2 の安定判別の説明のところで述べたことの正当性を示している。また図 9 における不連続点の発生は, E_{i2} の変化によりそれまで存在していた安定な追尾周波数が

2つから1つに減少する為である。つまり一方の安定な追尾周波数が消失することにより、他方の安定な追尾周波数に飛び移るわけである。

§4. 結 言

ここでは追尾フィルタに2つの正弦波を入力した場合の追尾特性を、解析に便利な $Q=0.5$ の追尾フィルタを用いて調べた。その結果、追尾周波数を決める理論式(7)の正しいことが、実験結果によって示された。この実験に用いたフィルタでは、入力周波数差が大きな0.6 kHz, 15 kHzの場合において両入力周波数の近くに追尾周波数が2つ存在した。更に近接した2つの周波数入力に対しても、両入力周波数に追尾できるようにする為に、フィルタの Q 値を上げることが考えられる。そこで現在 Q 値を5~10に選び(5)式を対数スケール上で直線となる指数関数として更に制御電圧を出力電圧の絶対値平均とした追尾フィルタを用いて実験を行っているが、良好な特性が得られている。

この研究の費用の一部を、昭和52年度法政大学大学院研究補助金及び特別研究助成金によっている。また多くの方々の御助言に対し厚く感謝する。

文 献

- 1) 田中, 鷺頭: 「CIS を用いた自動追尾フィルタ」法政大学工学部研究集報, 第1号, 1964年5月, p.48.
- 2) 田中: 「フィルタを非線形要素としてふくむ系」電子通信学会, 非直線理論研究委員会資料, 1965年2月.
- 3) 田中: 「フィルタを非線形要素とする系」昭和40年電気4学会連合大会予稿, 33.
- 4) 田中, 藤井: 「追尾フィルタの特性」電子通信学会技術研究報告 NLP 75-1~4, 1975年6月.
- 5) E.S. McVey 「An Adaptive Low Pass Filter」IEEE Trans Vol. IECI-22, No. 1, 1975-2, p.47.
- 6) 田中, 一ノ瀬, 塚田: 「追尾フィルタの2入力特性」電子通信学会技術研究報告, NLP 77-1~4, 1977年5月.