

### 断面切断法によるプラスチックの非対称カレンダーリングの理論解析

ITO, Katsuhiko / 伊藤, 勝彦

---

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Technical College of Hosei University / 法政大学工学部研究集報

(巻 / Volume)

15

(開始ページ / Start Page)

9

(終了ページ / End Page)

18

(発行年 / Year)

1979-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004167>

# 断面切断法によるプラスチックの 非対称カレンダーリングの理論解析

伊藤 勝彦\*

## An Approach to Analysis on Non-Symmetrical Calendering of Polymeric Materials by Broken Section Method

Katsuhiko ITO

### ABSTRACT

It is proposed in this paper that non-symmetrical calendering can theoretically be analyzed easily by broken section method. We assume that the flow is steady, isothermal and laminar and further polymeric materials are a power law fluid with flow index  $n$ . In the direction of calendering, polymeric materials between two rolls are broken into many sections, each of unit length. The materials in each section having different heights related to the clearance between two rolls behave under combined drag and pressure flow of power law fluids between parallel plates. The pressure distribution in the direction of calendering can be solved in four cases where the relationships between drag and pressure flows are varied, and, in addition, the position of maximum pressure can be determined. The theoretical results on the velocity profiles of polymeric materials in calendering can be obtained with better accuracy in narrow nip region.

### I. 緒 言

押出し、カレンダーリング、射出成形等による熱可塑性プラスチックの成形品の厚さは一般的に押出ダイ、カレンダーロール、射出成形金型等に比べて薄い。従って熱可塑性プラスチックの成形加工の理論的解析は“lubrication theory”的な断面切断法で成功することがしばしばある。筆者が米国 NSF の Senior Foreign Scientist Fellowship の援助で 1969-70 の 1 ケ年, Department of Chemical Engineering, Washington University (St. Louis, Missouri, USA) で Visiting Professor をしていた時, Dean J. M. McKelvey と一緒に研究した T ダイ<sup>(1)</sup>における被押出材の均一性を中心とした押出ダイ設計に始まり, 其他の押出ダイ設計問題や色々なポリマー成形加工<sup>(5)</sup>の理論的解析に成功裡に応用されている。

---

\* 機械工学科

この方法は成形加工における溶融プラスチックの複雑な流路を割合に簡単な形状を有する数多の断面に切断する。この場合、それぞれの切断面の寸法を流路に応じて変え、且断面数を多くすれば普通 rigorous には解けない様な如何に複雑な形状の流路にも近似させることが出来る。各断面における溶融プラスチックの非ニュートン流れは断面形状が簡単なためにあまり困難なく解析出来る。流れの連続性により断面切断数に相当する未知数を有する連立方程式が出来、これはコンピューター approach で迅速且正確に数値解が得られる。

筆者はこの断面切断法をプラスチックの非対称カレンダーリングに応用してみた。非対称カレンダーリングは双極座標を用いると厳密解<sup>(6)</sup>が得られるが、数学的に極めて厄介である故、断面切断法による簡便法を次に報告する。

## II. 非対称カレンダーリング

第II-1図に示される様に、2つの半径の異ったロール ( $R_1$  と  $R_2$ ) が異なった周速度 ( $U_1$  と  $U_2$ ) で回転しているとして Cartesian 座標を用いてプラスチックのカレンダーリングによる流れを2次元であると仮定して解析する。この場合  $x$  座標の位置は双極線座標的に決定されることが好ましいと思われる。

流れは等温、定常且層流を仮定し、溶融プラスチックの非ニュートン流れについては次式の幂法則流体<sup>(7)</sup>を用いる。

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \tag{II-1}$$

$$\eta = \eta_0 \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{(n-1)} \tag{II-2}$$

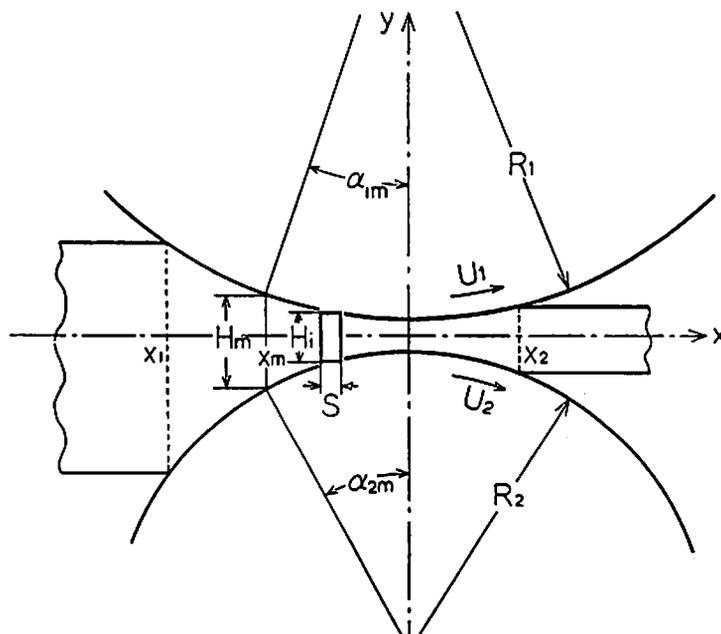


Fig. 1 : Notation for analysis of flow in non-symmetrical calendaring.

- ここで  $\tau$  : shear stress,  
 $\dot{\gamma}$  : shear rate,  
 $\eta$  : shear rate  $\dot{\gamma}$  における粘性率,  
 $\eta^0$  : standard shear rate  $\dot{\gamma}^0$  における粘性率,  
 $n$  : flow index,

而して溶融プラスチックのロールとの  $x$  軸方向の全接触長さ  $X$  を次の如く表す。

$$X = |x_1| + |x_2| \tag{II-3}$$

- ここで  $x_1$  : 入口よりニップ迄の距離  
 $x_2$  : ニップより出口迄の距離

更にニップ間隙は  $R_1$  及び  $R_2$  に比べて極めて小さいと仮定する故、 $y$  方向の流速  $v_y$  は無視する。更に  $x$  方向の流速  $v_x$  の  $x$  方向の変化は  $y$  方向の変化に比べて遙かに小さいと仮定する。そうすると  $v_x$  の  $x$  に関する微係数は消えて  $y$  に関する微係数のみ残る。尚又カレンダーリングにおける流体圧  $p$  は  $x$  方向にのみ変化すると考える。カレンダーリングにおける流体圧は入口と出口の間に最大値が存在することは理論的にも実験的にも明らかにされているところである。この位置を  $x = x_m$  とすると次の如くなる。

$$\left(\frac{dp}{dx}\right) > 0 \quad x_1 < x < x_m$$

$$\left(\frac{dp}{dx}\right) < 0 \quad x_m < x < x_2$$

### III. 断面切断法の適用

溶融プラスチックの全接触長さ  $X$  を  $N$  ケに等距離分割をすると 1 ケの長さ  $S$  は

$$S = X/N \tag{III-1}$$

カレンダーリングの巾は  $W$  とする。第 III-1 図に示される様、第  $i$  番目の断面におけるロール間隔  $H_i$  は次の如く表される。

$$H_i = |H_{1i}| + |H_{2i}| \tag{III-2}$$

但し  $H_{1i}$  :  $H_i$  の  $x$  軸より上の高さ

$H_{2i}$  :  $H_i$  の  $x$  軸より下の高さ

この第  $i$  番目の断面における入口の流体圧は  $p_{i-1}$ 、出口の流体圧は  $p_i$  とすると、この第  $i$  番目の断面における圧力差勾配は  $(p_i - p_{i-1})/S$  となる。そうするとこの第  $i$  番目の断面のカレンダーリングに関する運動方程式の  $x$  成分はこの断面の  $v_x$

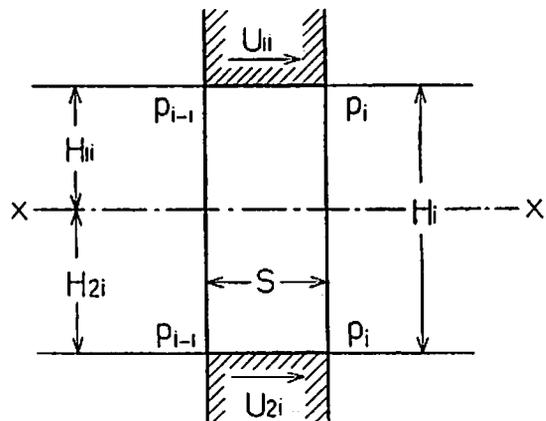


Fig. 2: The  $i$ th section of the polymeric materials being calendered and showing principal dimensions and flows.

を  $v_{xi}$  とすると次の如く表される。

$$\frac{p_i - p_{i-1}}{S} = \frac{d}{dy} \left\{ \frac{\eta^0}{(\dot{\gamma}^0)^n} \left| \frac{dv_{xi}}{dy} \right|^{(n-1)} \left( \frac{dv_{xi}}{dy} \right) \right\} \quad (\text{III-3})$$

ロール表面で滑りがないと仮定すると第  $i$  番目の断面の流れに関する境界条件は次の如くである。

$$v_{xi}(y = +H_{1i}) = U_{1i} \quad (\text{III-4})$$

$$v_{xi}(y = -H_{2i}) = U_{2i} \quad (\text{III-5})$$

但し  $U_{1i}$  : 第  $i$  番目の断面と接触した上ロールの回転周速度  $U_1$  の  $x$  成分

$U_{2i}$  : 第  $i$  番目の断面と接触した下ロールの回転周速度  $U_2$  の  $x$  成分

次の様な無次元変数を導入する。

$$\bar{y} \equiv y/H_i \quad (\text{III-6})$$

$$\phi_i \equiv \frac{v_{xi}}{\Gamma_i U_{1i}} \quad (\text{III-7})$$

$$\Gamma_i \equiv \frac{\dot{\gamma}^0 H_i}{U_{1i}} \left\{ \frac{H_i}{\eta^0 \dot{\gamma}^0} \left| \frac{p_i - p_{i-1}}{S} \right| \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (\text{III-8})$$

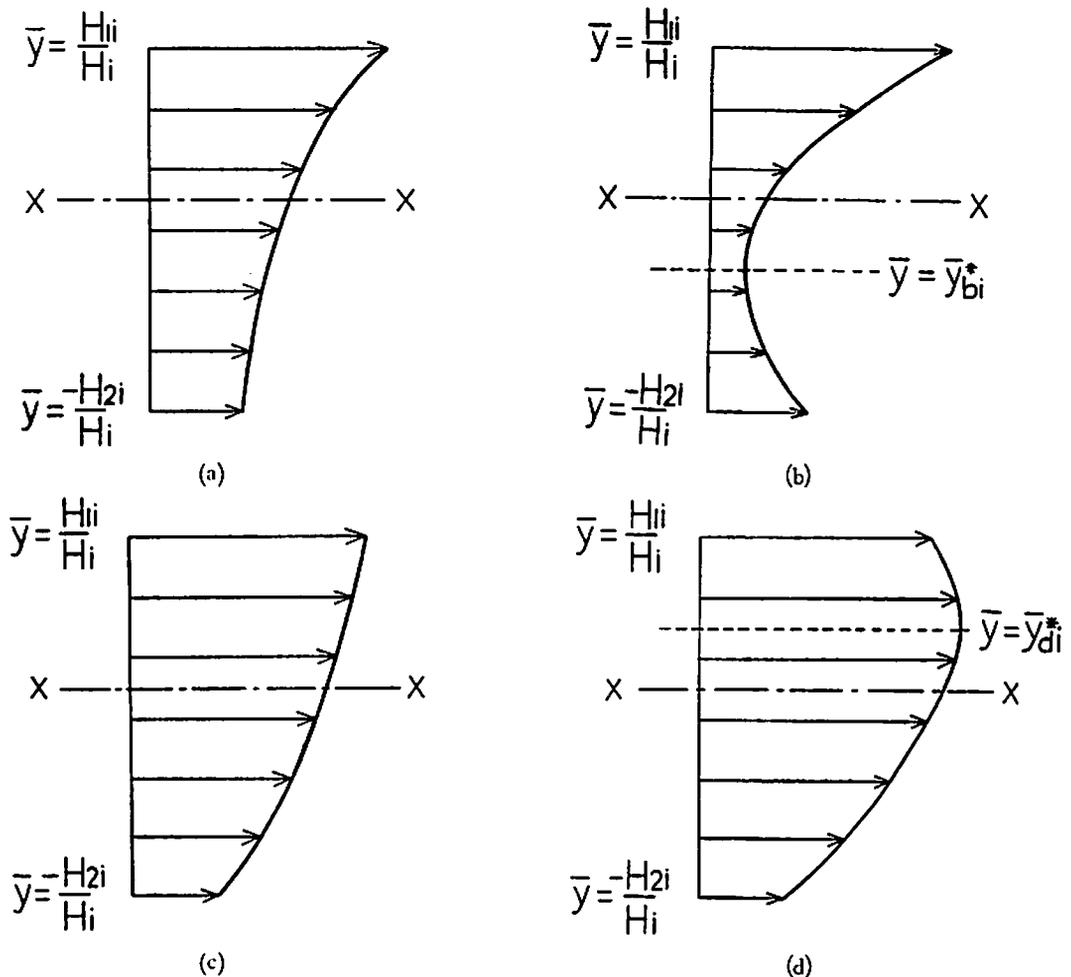


Fig. 3: Types of velocity profiles in flow of polymeric materials between a pair of driven rolls ; (a), (b) when  $(dp/dx) > 0$  and (c), (d) when  $(dp/dx) < 0$ .

そうすると (III-3) の微分方程式<sup>(8)</sup>は次の如くなる。

$$\frac{d}{d\bar{y}} \left\{ \left| \frac{d\phi_i}{d\bar{y}} \right|^{(n-1)} \cdot \frac{d\phi_i}{d\bar{y}} \right\} = \pm 1 \quad (\text{III-9})$$

ここで右辺の符号は  $(p_i - p_{i-1})/S > 0$  の時は正,  $(p_i - p_{i-1})/S < 0$  の時は負である。圧力差勾配  $(p_i - p_{i-1})/S$  による pressure flow とロール表面よりの  $U_{1i}$  及び  $U_{2i}$  による drag flow の大きさの相対関係によって、断面における流速分布は第 III-2 図の (a), (b), (c) 及び (d) の 4 種類の場合が生ずる。次のセクションでそれぞれの場合における速度分布  $v_{xi}$ ,  $p_i$ , 流量等の関係を解析してみる。

#### IV. 解析結果

(a) 第 III-2 図 : (a),  $(p_i - p_{i-1})/S > 0$

この場合の微分方程式は次の如くなる。

$$\frac{d}{d\bar{y}} \left\{ \left( \frac{d\phi_i}{d\bar{y}} \right)^n \right\} = +1 \quad (\text{IV-1})$$

この解は

$$\phi_i = \frac{(\bar{y} + K_{1i})^{(\frac{1}{n}+1)}}{(\frac{1}{n}+1)} + K_{2i} \quad (\text{IV-2})$$

ここで  $K_{1i}$  と  $K_{2i}$  は積分常数であって、次の境界条件によって決定される。

$$v_{xi} \left( \bar{y} = +\frac{H_{1i}}{H_i} \right) = U_{1i}, \quad i. e. \quad \phi_i \left( \bar{y} = +\frac{H_{1i}}{H_i} \right) = \Gamma_i^{-1} \quad (\text{IV-3})$$

$$v_{xi} \left( \bar{y} = -\frac{H_{2i}}{H_i} \right) = U_{2i}, \quad i. e. \quad \phi_i \left( \bar{y} = -\frac{H_{2i}}{H_i} \right) = \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \quad (\text{IV-4})$$

即ち

$$\frac{\left( +\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{(\frac{1}{n}+1)}}{(\frac{1}{n}+1)} + K_{2i} = \Gamma_i^{-1} \quad (\text{IV-5})$$

$$\frac{\left( -\frac{H_{2i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{(\frac{1}{n}+1)}}{(\frac{1}{n}+1)} + K_{2i} = \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \quad (\text{IV-6})$$

それ故

$$K_{2i} = \Gamma_i^{-1} - \frac{\left( +\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{(\frac{1}{n}+1)}}{(\frac{1}{n}+1)} \quad (\text{IV-7})$$

$K_{1i}$  は次の方程式によって決定される。

$$\left( \frac{H_{1i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{(\frac{1}{n}+1)} - \left( -\frac{H_{2i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{(\frac{1}{n}+1)} = \left( \frac{1}{n} + 1 \right) \left( \Gamma_i^{-1} - \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \right) \quad (\text{IV-8})$$

全体の容積流量  $Q$  は次式で表される。

$$\frac{Q}{W} = \int_{-H_{2i}/H_i}^{+H_{1i}/H_i} v_{xi} dy = \Gamma_i U_{1i} H_i \int_{-H_{2i}/H_i}^{+H_{1i}/H_i} \phi_i dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \Gamma_i U_{ii} H_i \left\{ \frac{\left( +\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{\left( \frac{1}{n} + 2 \right)} - \left( -\frac{H_{2i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{\left( \frac{1}{n} + 2 \right)}}{\left( \frac{1}{n} + 1 \right) \left( \frac{1}{n} + 2 \right)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\Gamma_i} - \frac{\left( +\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{1i} \right)^{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)}}{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \right\} \quad (\text{IV-9})
 \end{aligned}$$

$\Gamma_i$  と  $K_{1i}$  は  $(p_i - p_{i-1})/S$  の関数である。

(b) 第 III-2 図 : (b),  $(p_i - p_{i-1})/S > 0$

この場合は  $(p_i - p_{i-1})/S$  の値が可成大きくて、 $\bar{y} = \bar{y}_{bi}^*$  に速度分布が極小値を有する。従って流れの微分方程式は極値を境として別々に記さねばならない。即ち  $d\phi_{U_i}/d\bar{y} > 0$  である上の部分に対しては

$$\frac{d}{d\bar{y}} \left\{ \left( \frac{d\phi_{U_i}}{d\bar{y}} \right)^n \right\} = +1 \quad \left( +\frac{H_{1i}}{H_i} < \bar{y} < \bar{y}_{bi}^* \right) \quad (\text{IV-10})$$

之に対して  $d\phi_{L_i}/d\bar{y} < 0$  である下の部分に対しては

$$-\frac{d}{d\bar{y}} \left\{ \left( -\frac{d\phi_{L_i}}{d\bar{y}} \right)^n \right\} = +1 \quad \left( \bar{y}_{bi}^* < \bar{y} < -\frac{H_{2i}}{H_i} \right) \quad (\text{IV-11})$$

この場合の境界条件は次の如くである。

$$\bar{y} = +\frac{H_{1i}}{H_i} : \phi_{U_i} = \Gamma_i^{-1} \quad (\text{IV-12})$$

$$\bar{y} = \bar{y}_{bi}^* : \frac{d\phi_{U_i}}{d\bar{y}} = 0 \quad (\text{IV-13})$$

$$\bar{y} = \bar{y}_{bi}^* : \frac{d\phi_{L_i}}{d\bar{y}} = 0 \quad (\text{IV-14})$$

$$\bar{y} = -\frac{H_{2i}}{H_i} : \phi_{L_i} = \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{ii}} \quad (\text{IV-15})$$

$$\bar{y} = \bar{y}_{bi}^* : \phi_{U_i} = \phi_{L_i} \quad (\text{IV-16})$$

この解は次の如くなる。

$$\phi_{U_i} = \frac{1}{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \left\{ (\bar{y} - \bar{y}_{bi}^*)^{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} - \left( \frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{bi}^* \right)^{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \right\} + \Gamma_i^{-1} \quad (\text{IV-17})$$

$$\phi_{L_i} = \frac{1}{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \left\{ (-\bar{y} + \bar{y}_{bi}^*)^{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} - \left( \frac{H_{2i}}{H_i} + \bar{y}_{bi}^* \right)^{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \right\} + \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{ii}} \quad (\text{IV-18})$$

ここで  $\bar{y}_{bi}^*$  を決定する次式は境界条件 (IV-16) 式から得られる。

$$\left( \frac{1}{n} + 1 \right) \Gamma_i^{-1} - \left( \frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{bi}^* \right)^{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} = \left( \frac{1}{n} + 1 \right) \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{ii}} - \left( \frac{H_{2i}}{H_i} + \bar{y}_{bi}^* \right)^{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \quad (\text{IV-19})$$

この場合における容積流量を計算すると次式の如くなる。

$$\frac{Q}{W} = \Gamma_i U_{1i} H_i \left\{ \int_{-H_{2i}/H_i}^{+\bar{y}_{bi}^*} \phi_{Li} d\bar{y} + \int_{\bar{y}_{bi}^*}^{+H_{1i}/H_i} \phi_{Ui} d\bar{y} \right\} \quad (\text{IV-20})$$

$$\int_{-H_{2i}/H_i}^{+\bar{y}_{bi}^*} \phi_{Li} d\bar{y} = \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n}+2\right)} \times \left(\frac{H_{1i}}{H_i} + \bar{y}_{bi}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+2\right)} - \left\{ \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \cdot \left(\frac{H_{1i}}{H_i} + \bar{y}_{bi}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} - \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \right\} \left(\bar{y}_{bi}^* + \frac{H_{2i}}{H_i}\right) \quad (\text{IV-21})$$

$$\int_{\bar{y}_{bi}^*}^{+H_{1i}/H_i} \phi_{Ui} d\bar{y} = \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n}+2\right)} \cdot \left(\frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{bi}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+2\right)} - \left\{ \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{bi}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} - \Gamma_i^{-1} \right\} \left(\frac{H_{2i}}{H_i} - \bar{y}_{bi}^*\right) \quad (\text{IV-22})$$

(c) 第三-2図 : (c),  $(p_i - p_{i-1})/S < 0$

この場合の流れに関する微分方程式は次の如くなる。

$$\frac{d}{d\bar{y}} \left\{ \left( \frac{d\phi_i}{d\bar{y}} \right)^n \right\} = -1 \quad (\text{IV-23})$$

この解は次の如く表される。

$$\phi_i = \frac{(-\bar{y} + K_{3i})^{\left(\frac{1}{n}+1\right)}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} + K_{4i} \quad (\text{IV-24})$$

$K_{3i}$  と  $K_{4i}$  は積分常数で次の境界条件によって決定される。

$$v_{xi} \left( \bar{y} = \frac{H_{1i}}{H_i} \right) = U_{1i}, \quad i. e. \quad \phi_i \left( \bar{y} = \frac{H_{1i}}{H_i} \right) = \Gamma_i^{-1} \quad (\text{IV-25})$$

$$v_{xi} \left( \bar{y} = -\frac{H_{2i}}{H_i} \right) = U_{2i}, \quad i. e. \quad \phi_i \left( \bar{y} = -\frac{H_{2i}}{H_i} \right) = \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \quad (\text{IV-26})$$

即ち  $K_{3i}$  と  $K_{4i}$  は次の連立方程式から決定される。

$$\frac{\left(-\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} + K_{4i} = \Gamma_i^{-1} \quad (\text{IV-27})$$

$$\frac{\left(+\frac{H_{2i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} + K_{4i} = \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \quad (\text{IV-28})$$

従って

$$K_{4i} = \Gamma_i^{-1} - \frac{\left(-\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \quad (\text{IV-29})$$

$K_{3i}$  は次式から決定される。

$$\left(-\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} - \left(\frac{H_{2i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} = \left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\Gamma_i^{-1} - \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}}\right) \quad (IV-30)$$

容積流量 $Q$ は次の如くなる。

$$\begin{aligned} \frac{Q}{W} &= \int_{-H_{2i}}^{+H_{1i}} v_{xi} dy = \Gamma_i U_{1i} H_i \int_{-H_{2i}/H_i}^{+H_{1i}/H_i} \phi_i d\bar{y} \\ &= \Gamma_i U_{1i} H_i \left\{ -\frac{\left(-\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+2\right)} - \left(\frac{H_{2i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+2\right)}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n}+2\right)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\Gamma_i} - \frac{\left(-\frac{H_{1i}}{H_i} + K_{3i}\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \right\} \quad (IV-31) \end{aligned}$$

$\Gamma_i$  と  $K_{3i}$  は  $(p_i - p_{i-1})/S$  の関数である。

(d) 第 III-2 図 : (d),  $(p_i - p_{i-1})/S < 0$

この場合は  $(p_i - p_{i-1})/S$  の影響が大きくて、 $\bar{y} = \bar{y}_{di}^*$  に流速分布の極大値を生ずる。(b)の場合と同様、流れの微分方程式はこの極値点を境として次の如く別々に記されねばならない。

$$-\frac{d}{d\bar{y}} \left\{ \left( -\frac{d\phi_{U_i}}{d\bar{y}} \right)^n \right\} = -1, \quad \left( +\frac{H_{1i}}{H_i} < \bar{y} < \bar{y}_{di}^* \right) \quad (III-32)$$

$$\frac{d}{d\bar{y}} \left\{ \left( \frac{d\phi_{L_i}}{d\bar{y}} \right)^n \right\} = -1, \quad \left( \bar{y}_{di}^* < \bar{y} < -\frac{H_{2i}}{H_i} \right) \quad (IV-33)$$

この場合の境界条件は次の如くである。

$$\bar{y} = +\frac{H_{1i}}{H_i} : \phi_{U_i} = \Gamma_i^{-1} \quad (IV-34)$$

$$\bar{y} = \bar{y}_{di}^* : \frac{d\phi_{U_i}}{d\bar{y}} = 0 \quad (IV-35)$$

$$\bar{y} = \bar{y}_{di}^* : \frac{d\phi_{L_i}}{d\bar{y}} = 0 \quad (IV-36)$$

$$\bar{y} = -\frac{H_{2i}}{H_i} : \phi_{L_i} = \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \quad (IV-37)$$

$$\bar{y} = \bar{y}_{di}^* : \phi_{U_i} = \phi_{L_i} \quad (IV-38)$$

この解は次の如くなる。

$$\phi_{U_i} = \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left\{ \left( \frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{di}^* \right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} - (\bar{y} - \bar{y}_{di}^*)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \right\} + \Gamma_i^{-1} \quad (IV-39)$$

$$\phi_{L_i} = \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left\{ (-\bar{y} + \bar{y}_{di}^*)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} - \left( \frac{H_{2i}}{H_i} + \bar{y}_{di}^* \right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \right\} + \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \quad (IV-40)$$

ここで境界条件 (IV-38) 式から  $\bar{y}_{di}^*$  を決定する次式が得られる。

$$\left(\frac{1}{n}+1\right)\Gamma_i^{-1}+\left(\frac{H_{1i}}{H_i}-\bar{y}_{di}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)}=\left(\frac{1}{n}+1\right)\frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}}+\left(\frac{H_{2i}}{H_i}+\bar{y}_{di}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \quad (\text{IV-41})$$

流速分布の式を積分して次の容積流量  $Q$  に関する式が得られる。

$$\frac{Q}{W}=\Gamma_i U_{1i} H_i \left\{ \int_{-H_{2i}/H_i}^{\bar{y}_{di}^*} \phi_{Li} d\bar{y} + \int_{\bar{y}_{di}^*}^{+H_{1i}/H_i} \phi_{Ui} d\bar{y} \right\} \quad (\text{IV-42})$$

$$\int_{-H_{2i}/H_i}^{\bar{y}_{di}^*} \phi_{Li} d\bar{y} = \frac{-1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n}+2\right)} \left(\frac{H_{2i}}{H_i} + \bar{y}_{di}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+2\right)} + \left\{ \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{H_{2i}}{H_i} + \bar{y}_{di}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} + \frac{U_{2i}}{\Gamma_i U_{1i}} \right\} \left(\bar{y}_{di}^* + \frac{H_{2i}}{H_i}\right) \quad (\text{IV-43})$$

$$\int_{\bar{y}_{di}^*}^{+H_{1i}/H_i} \phi_{Ui} d\bar{y} = \frac{-1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n}+2\right)} \left(\frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{di}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+2\right)} + \left\{ \frac{1}{\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(\frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{di}^*\right)^{\left(\frac{1}{n}+1\right)} + \Gamma_i^{-1} \right\} \left(\frac{H_{1i}}{H_i} - \bar{y}_{di}^*\right) \quad (\text{IV-44})$$

$\Gamma_i$  と  $\bar{y}_{di}^*$  は  $(p_i - p_{i-1})/S$  の関数である。

非対称カレンダーにおける流れに関する問題は両ロール間の幾何学的形状、両ロールの回転周速度、更に又プラスチックの流動挙動等が与えられれば、(IV-9)、(IV-20)、(IV-31) 或は (IV-42) 等の容積流量  $Q$  の式は  $N$  ケの未知数  $p_i$  を含む。勿論各断面の容積流量は常に  $Q$  に等しく、カレンダーロールへの入口と出口の圧力は零である故 (IV-9)、(IV-20)、(IV-31) 又は (IV-42) の  $N$  ケの連立方程式は  $N$  ケの未知数  $p_i$  を含み、これより  $p_i$  を解くことによって非対称カレンダーリングの問題は完全に数学的に解決することになる。

### カレンダーリングにおける最大圧の位置の決定

一般にカレンダーリングにおいては入口とニップの間に圧力の最大値の点が存在する。この圧力最大値の点はその場所で圧力差勾配  $(p_i - p_{i-1})/S$  の符号が変わるので、断面切断法では非常に大切である。

この圧力最大点では所謂 pressure flow が無く、回転ロール表面による所謂 drag flow のみ存在するので次式が成立する。

$$\frac{Q}{W} = H_m \cdot \frac{(U_{1m} + U_{2m})}{2} \quad (\text{IV-45})$$

但し  $H_m$  : 圧力最大値の所の断面の高さ

$U_{1m}$  : 圧力最大点における上ロールの回転周速度  $U_1$  の  $x$  成分

$U_{2m}$ : 圧力最大点における下ロールの回転周速度  $U_2$  の  $x$  成分

第 II-1 図から明らかな様に  $H_m$ ,  $U_{1m}$  及び  $U_{2m}$  は  $\alpha_{1m}$  及び  $\alpha_{2m}$  で表される。 $\alpha_{1m}$  と  $\alpha_{2m}$  とは簡易な幾何学的関係がある故、最大圧力の位置即ち  $\alpha_{1m}$  或は  $\alpha_{2m}$  は (IV-45) 式によって決定される。

## V. 討 論

プラスチックのフィルムやシートの厚さはロール直径に比べて普通極めて小さい。ロール入口附近の多量の材料の加工される応力状態の複雑な部分を除いて、プラスチックのカレンダーリング問題は特にニップ附近はこの断面切断法によって成功裡に解析出来る。

然し乍らカレンダーリングは実際にはロール中央面の圧力が最大でロール軸方向に圧力勾配を有する故従来の様な単なる 2 次元問題として解析するには多少無理がある。ロール入口附近の問題と共にカレンダーリングは 3 次元的に解析されねばならない。即ち断面切断法ではロール軸方向へのプラスチックの pressure flow による拡がりを将来は考慮すべきである。又熔融プラスチックの法線応力効果<sup>(9)</sup>を如何に処置すべきかと云う問題も残されている。

## REFERENCES

- (1) J. M. McKelvey and K. Ito, *Polym. Eng. and Sci.*, **11**, 258 (1971).
- (2) W. Hsu, J. S. Sheu, C. Y. Hsieh and K. Ito, *Intern. J. Polymeric Mater.*, **5**, 303 (1977).
- (3) M. Ishida and K. Ito, *Intern. J. Polymeric Mater.*, **6**, 85 (1977).
- (4) M. Ishida, N. Kikuchi and K. Ito, "US-Japan Joint Seminar on Polymer Processing and Rheology" *Applied Polymer Symposium*, No. 20, 99 (1973).
- (5) M. Kasajima and K. Ito, "US-Japan Joint Seminar on Polymer Processing and Rheology" *Applied Polymer Symposium*, No. 20, 221 (1973).
- (6) G. Ehrmann, R. Takserman-Krozer and G. Schenkel, *Rheol. Acta* **16**, 240 (1977).
- (7) J. M. McKelvey, "Polymer Processing," p. 32, John Wiley, New York (1962).
- (8) Z. Tadmor and I. Klein, "Engineering Principles of Plasticating Extrusion," p. 269, Van Nostrand Reinhold Co., New York (1970).
- (9) S. Middleman, "Fundamentals of Polymer Processing," p. 183, McGraw-Hill Book Co., New York (1977).