

プラスチックネットダイにおける溶融高分子の流動解析(1)

伊藤, 勝彦 / ITO, Katsuhiko / 有松, 郁朗 / 平野, 鉄太郎
/ HIRANO, Tetsutaro / ARIMATSU, Ikuro

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Technical College of Hosei University / 法政大学工学部研究集報

(巻 / Volume)

19

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

10

(発行年 / Year)

1983-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004101>

プラスチックネットダイにおける溶融高分子の 流動解析 (Part 1)

伊藤 勝彦*・有松 郁朗*・平野 鉄太郎**

Theoretical Analysis on Extrusion Flow of Polymer Melts in Plastic Net (Part 1)

Katsuhiko ITO, Ikuro ARIMATSU and Tetsutaro HIRANO

Abstract

Broken section method is extended to analyze theoretically non-Newtonian flow of polymer melts with power law in the extrusion die of plastic net, in consideration of transversal drag action by die rotation. Die lip having overlap profile of semi-circle is broken into many sections, perpendicular to rotating boundary line. Computer approach is applied to analyze numerically the flow in each broken section. The flow isovels in discharge direction are indicated in various values of flow index and overlap ratio of upper and lower die lips. With increasing non-Newtonian behaviour, the profiles of the isovels in discharge direction are flattened and the area of the isovels of 0.9 increases to shift its location downwards. The flow isovels in rotating drag direction is plotted only in the case of half overlap ratio. With the decrease of flow index, the positive velocity profile in drag direction is flattened for larger area to cancel the sharp negative velocity near rotating drag boundary. Volumetric flow rate in various overlap ratios increases greatly with the decrease of flow index.

§1. 緒 言

プラスチックネットの押出成形法については、円形回転ダイ押出法が最も有名である。円形回転ダイ押出法は、Dr. F.B. MERCER (Netlon Ltd., ENGLAND) の発明によるもので、その概略図を Fig. 1 に示す。

この方法では、フィラメントを押し出す孔がインナーダイとアウターダイの接触面に、おのおの穿ってあって、このダイがお互いに押出方向と直角方向にそれぞれ反対方向に回転運動するか、または一方を静止させ片方のみのダイを回転運動させることによって、網目を形成しつつフィラ

* 機械工学科

** 電気工学科、計測制御専攻

2 (昭58. 3) プラスチックネットダイにおける溶融高分子の流動解析 (Part 1)

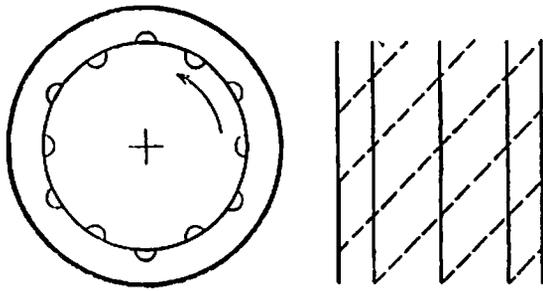


Fig. 1 Rotating die for plastic net and extrudates.

メントを押し出すことができる。これによって筒状のネットが形成される。

今回の研究では、一方のダイを静止させ片方のダイのみ回転させるという、後者の場合について数値解析を行った。円形回転ダイ押出法によるプラスチックネット成形段階において、ダイの断面形状は周期的にいろいろな形に変化

し、溶融高分子の流れに複雑な影響を与える。

またダイリップ内部の溶融高分子はダイの回転に伴う横方向の牽引流れと、押出方向の圧力流れの両方の影響を受け複雑な運動をする。

流れの状態にダイの回転に伴う横方向の牽引流れの及ぼす影響は、以前の理論解析¹⁾においては無視され、圧力流れだけが考えられた。その後の理論研究²⁾において、ダイの回転運動による横方向の牽引流れの影響を考慮した溶融高分子の流れを、断面切断法³⁾によって扱う理論式のみが考えられた。また R.M. GRIFFITH⁴⁾は圧力流れと牽引流れの影響を受ける、エキストルーダ内部の溶融高分子の流れの解析を行った。

今回の研究はこれらを応用し、断面切断法による理論式を発展させて、より一般的な形状を持ったダイリップ内部の押出方向の圧力流れと、横方向の牽引流れを考慮した溶融高分子の非ニュートン流れを解析するために、断面切断法を適用して等速度線等を使って流れを解析する方法を考え、実際に半円形のダイリップをもったプラスチックネット押出ダイ内部の溶融高分子の流れを数値解析したものである。

§ 2. 一般の形状のダイリップにおける 2次元流れ解析のための断面切断法

この解析に当たっては以下のことを仮定する。

- i) 流れは等温定常状態で十分層流が発達しているものとする。
- ii) 全てのダイ壁面境界において、すべりが無いものとする。
- iii) 溶融高分子は非圧縮性で霧法則にしたがうものとする。
- iv) ダイは下のダイのみが移動する。

Fig. 2 に示すようなダイリップを考える。ダ

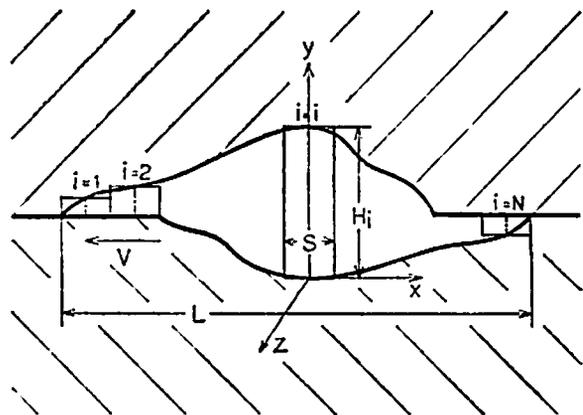


Fig. 2 Broken sections of overlap die for plastic net.

リップの幅を L として、これを N 個の等しい幅の断面領域に分割する。おのこの i 番目の領域の幅 S は次式のようになる。

$$S=L/N \quad (1)$$

そして i 番目の領域の高さを H_i とする。

それぞれ i 番目の領域は別々に直交座標系 x, y 及び z が定義され、上板は静止して下板のみが x 軸の方向に速度 $-V$ で移動する平行平板と見なされる。

この領域内の溶融高分子は、 z 方向の押出しによる圧力流れ及び、 x 方向のダイ回転による牽引流れの影響を受ける。

このため y のみの関数である 2 つの速度成分 v_x 及び v_z のみが考えられる。ここで y 方向の流れ速度は x 及び z 方向の流れに比べて小さいので無視する。

露法則（流れ指数： n ）にしたがう非ニュートン挙動を複雑な流れ問題の解析に応用する、これゆえ i 番目の領域における運動量の方程式の x 及び z 成分は、次のような連立微分方程式で表される。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{d}{dy} \left(\eta \frac{dv_x}{dy} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{d}{dy} \left(\eta \frac{dv_z}{dy} \right) \quad (3)$$

ここでレオロジー方程式は次式で表される。

$$\eta = \eta^0 \left(\frac{1}{\dot{\gamma}^0} \right)^{n-1} \left\{ \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right\}^{(n-1)/2} \quad (4)$$

ここで

p : 圧力差 (kg/cm^2)

η : 粘性係数 (poise)

v_x : x 方向の速度成分 (cm/s)

v_z : z 方向の速度成分 (cm/s)

n : 露法則流体の流れ指数

$\dot{\gamma}^0$: 標準剪断速度 (sec^{-1})

η^0 : 標準剪断速度における粘性係数 (poise)

この連立微分方程式に対する境界条件は、

x 方向

$$v_x(y=0) = -V \quad (5)$$

$$v_x(y=H_i) = 0 \quad (6)$$

$$\left(\frac{dv_x}{dy} \right)_{y=y_i} = 0 \quad (7)$$

z 方向

$$v_z(y=0) = 0 \quad (8)$$

$$v_z(y=H_i) = 0 \quad (9)$$

$$\left(\frac{dv_z}{dy} \right)_{y=y_i} = 0 \quad (10)$$

境界条件の(7)において、 x 方向の流量は吐出量がないので0であるから、 x 方向の速度分布はある点で剪断速度が0になるような最大値を常にもっている。この点が y_1 である。また境界条件(10)において z 方向については上下両境界において速度成分が0であるので、境界の間のある点で剪断速度が0になるような点が存在する。この点が y_2 である。Fig. 3はこの速度分布を示している。

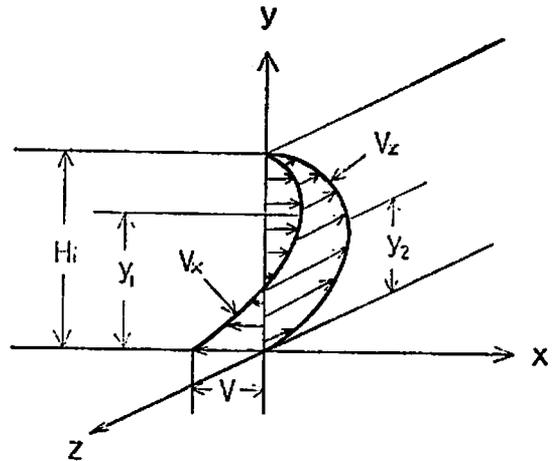


Fig. 3 Velocity profile on the flow in extrusion die.

ニュートン流体 ($n=1$) の場合は、 y_1 及び y_2 は次のようになる。

$$y_1 = 2H_i/3 \quad (11)$$

$$y_2 = H_i/2 \quad (12)$$

式(2)及び(3)を y について積分し、式(4)を代入して境界条件の式(7)及び(10)を適用すると次式を得る。

$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{1}{\eta^0} (\dot{\gamma}^0)^{n-1} \left[\left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right]^{(1-n)/2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (y - y_1) \quad (13)$$

$$\frac{dv_z}{dy} = \frac{1}{\eta^0} (\dot{\gamma}^0)^{n-1} \left[\left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dy} \right)^2 \right]^{(1-n)/2} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) (y - y_2) \quad (14)$$

式(13)及び(14)を dv_x/dy , dv_z/dy について連立して解くことによって次の微分方程式が得られる。

$$\frac{dv_x}{dy} = \left\{ \frac{1}{\eta^0 (\dot{\gamma}^0)^{1-n}} \right\}^{1/n} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (y - y_1) \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 (y - y_1)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 (y - y_2)^2 \right]^{(1-n)/2n} \quad (15)$$

$$\frac{dv_z}{dy} = \left\{ \frac{1}{\eta^0 (\dot{\gamma}^0)^{1-n}} \right\}^{1/n} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) (y - y_2) \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 (y - y_1)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 (y - y_2)^2 \right]^{(1-n)/2n} \quad (16)$$

x 方向の流量は0であるから、次の条件が満足されなければならない。

$$\int_0^{H_i} v_x dy = 0 \quad (17)$$

数値解析を行うために、最初に式(15)及び(16)を無次元化すると次式を得る。

$$\frac{dv_x^*}{dy^*} = G_x (y^* - y_1^*) [G_x^2 (y^* - y_1^*)^2 + G_z^2 (y^* - y_2^*)^2]^{(1-n)/2n} \quad (18)$$

$$\frac{dv_z^*}{dy^*} = G_z (y^* - y_2^*) [G_x^2 (y^* - y_1^*)^2 + G_z^2 (y^* - y_2^*)^2]^{(1-n)/2n} \quad (19)$$

また無次元化された境界条件は次式のようになる。

x 方向

$$v_x^*(y^*=0) = -1 \quad (20)$$

$$v_x^*(y^*=1) = 0 \quad (21)$$

$$\int_0^1 v_x^* dy^* = 0 \quad (22)$$

z 方向

$$v_z^*(y^*=0) = 0 \quad (23)$$

$$v_z^*(y^*=1) = 0 \quad (24)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} y^* &= y/H_i, \quad y_1^* = y_1/H_i, \quad y_2^* = y_2/H_i \\ v_x^* &= v_x/V, \quad v_z^* = v_z/V, \\ G_x &= \frac{\partial p}{\partial x} \frac{H_i^{n+1}}{\eta^* V^n}, \quad G_z = \frac{\partial p}{\partial z} \frac{H_i^{n+1}}{\eta^* V^n}, \\ \eta^* &= \eta^0 (\dot{\gamma}^0)^{1-n} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

i 番目の領域に対する式(18)及び(19)において、 G_x 及び n を仮定して、 G_x 、 y_1 及び y_2 を予測すれば、定積分を行って v_x 及び v_z の近似数値解が得られる。

また容積流量は v_z を領域積分すればよいため、 i 番目の領域からの流量 Q_i は次式で与えられる。

$$Q_i = SVH_i \int_0^1 v_z^* dy^* \quad (26)$$

ダイリップからの全容積流量 Q_0 は次式のようになる。

$$Q_0 = \sum_{i=1}^N Q_i \quad (27)$$

§3. コンピュータ・フローチャート

Fig. 4 は、§2. で述べた方法にしたがって、実際に数値解析⁶⁾を行うためのフローチャートである。

初めに数値解析に必要なデータ(流れ指数 n 、圧力勾配 $\partial p/\partial z$ 、牽引速度 V 等)を読み込む。次に解析を行う i 番目の領域の高さ H_i を求める。

そして解析を行う断面領域での無次元化圧力勾配 G_x 及び、 x 及び z 方向の剪断速度が 0 と

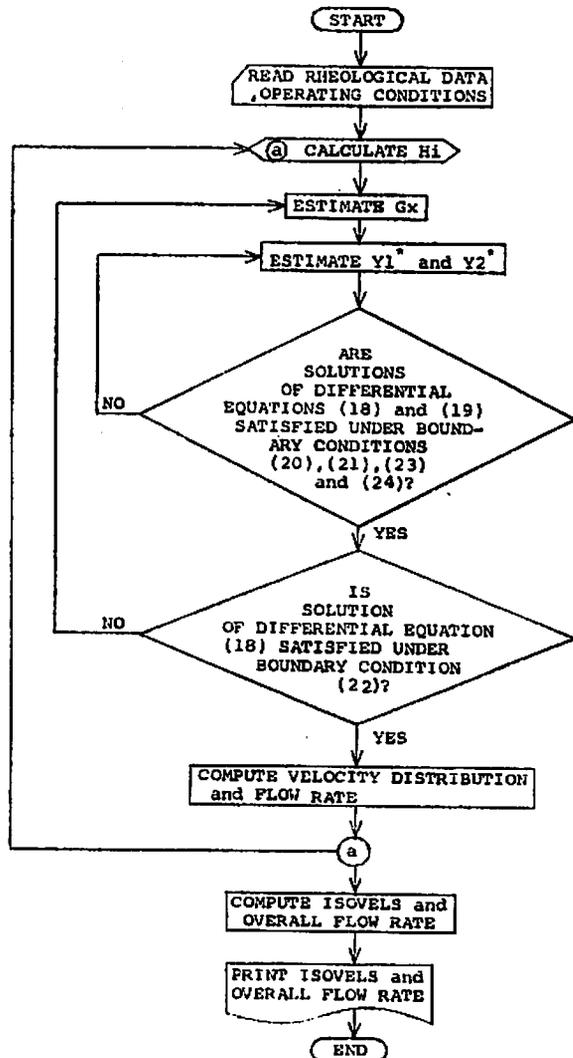


Fig. 4 Computer chart.

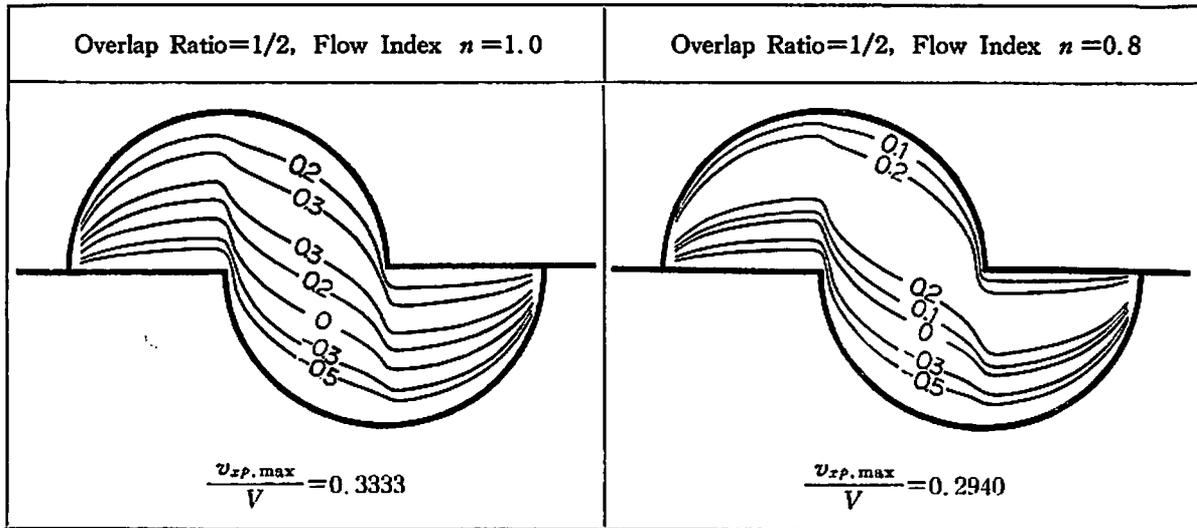


Fig. 7 Isovels of v_x in the rotating drag direction at various

なる点の無次元化高さ y_1^* 及び y_2^* を見積って、微分方程式(18)及び(19)の数値積分を行い、境界条件(20), (21), (23)及び(24)が満足されるかどうか判定する。

満足されなかった時は y_1^* 及び y_2^* の値を更新して判定を繰り返す。次にこの見積られた G_x , y_1^* 及び y_2^* を使って境界条件(22)が満足されるかどうか判定する。

満足されなかった時は G_x の値を更新して、 y_1^* 及び y_2^* の値を再び見積り直して、境界条件(20), (21), (22), (23)及び(24)を満足する G_x , y_1^* 及び y_2^* を決定する。

この G_x , y_1^* 及び y_2^* の値を使って、その断面領域における速度分布及び流量を計算する。

そしてまた初めに戻って、次の断面領域の高さ H_i を求め、同様の手順で数値解析を繰り返す、全ての断面領域で速度分布及び流量を計算する。

最後にこれらの数値解析から得た全断面領域の速度分布を使って等速度線を描き、各断面領域からの流量を加え合わせて全体としての容積流量を求める。

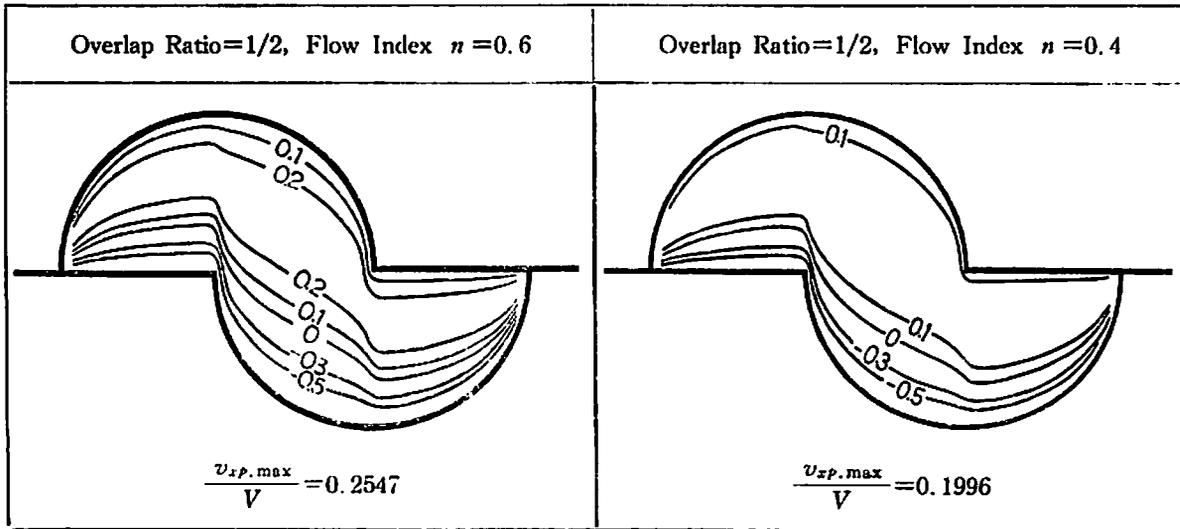
ここで等速度線 (ISOVELS) とは、各断面状態において求めた速度分布の中で最大速度 ($v_{2, \max}$ または $-V$) の値を基準として、各断面の間で等しい速度をもった点を見つけて結んだものである。

§4. 半円形ダイリップへの応用

Fig. 5に示す様な半円形ダイリップが、プラスチックネット押出成形に一般的なダイリップとして選ばれる。

半円形の上下のダイリップの全く重ならない始めの位置から、複雑に重なり合って上下のダイリップが完全に重なり円形に成るまでの5つの断面状態を選んで解析を行った。

§2. で述べた一般の形状のダイリップに対する断面切断法を応用するために、上のダイリップ



flow indices, keeping overlap ratio constant 1/2.

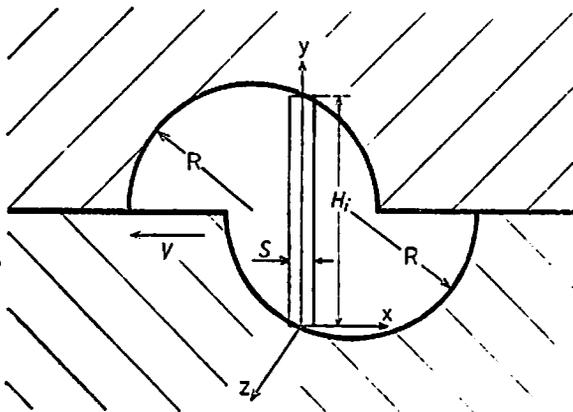


Fig. 5 Broken sections of overlap die having semi-circular profile.

を静止させ、下のダイリップのみが速度 $-V$ で動く場合を考える。

そして半円形ダイリップの半径 R を 8 分割したのに等しい幅 S を一つの領域の幅とする。標準粘性係数を一定として流れ指数 n を 1.0, 0.8, 0.6 及び 0.4 と変化させた場合について、それぞれの断面状態での等速度線を描いて、流れ状態の変化を解析する。

z 方向の速度成分 v_z は、それぞれの流れ指数 n について、おのおのの断面状態における最大速度成分 $v_{z,max}$ を 1 として、その 0.9, 0.7, 0.5, 0.3 及び 0.1 に当たる等速度線を Fig. 6 に示した。

また x 方向の速度成分 v_x については、ダイリップが半分づつ重なり合った断面状態において、下のダイリップの牽引速度 $-V$ を -1 とし、それぞれの流れ指数 n について $-0.5, -0.3, 0, 0.1, 0.2$ 及び 0.3 の等速度線を Fig. 7 に示した。ここで $v_{zp,max}$ は速度成分 v_x の正の最大速度である。

ダイリップのそれぞれの断面状態における容積流量 Q_0 は、式(25)及び(26)を使って計算し、Fig. 8 にその変化を示す。

これらの解析に当たっては次のデータを使用した。

ダイリップ半径 $R=0.05\text{cm}$

$\dot{\gamma}^0=1\text{sec}^{-1}$

）

$$\left. \begin{aligned} \eta^0 &= 6.8 \times 10^4 \text{ poise} \\ \partial p / \partial z &= 4.905 \times 10^7 \text{ dyn/cm}^2 \cdot \text{cm} \\ V &= 15.7 \text{ cm/sec} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

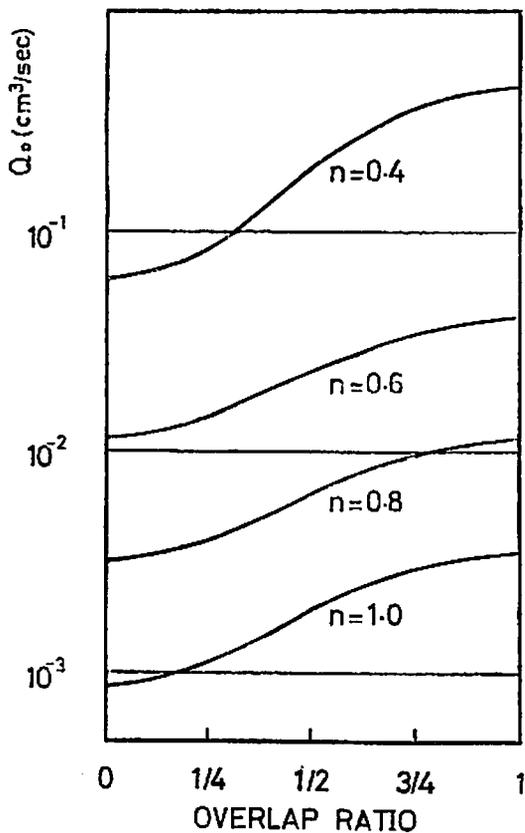


Fig. 8 Relationship between overall volumetric flow rate and overlap ratio at various flow indices.

x 及び z 方向の速度成分 v_x 及び v_z の等速度線は、Fig. 6 及び Fig. 7 に別々に示されたが、両者を合成した速度が実際の熔融高分子の速度である。 x 方向の速度成分 v_x は、0 の等速度線を境として上側は牽引速度と反対方向に、下側は同方向に速度成分が存在するので、 z 方向の速度成分 v_z と合成して、実際の流れは v_x の 0 の等速度線を境として、上側と下側でねじれたような流れになる。

z 方向の等速度線において、上下のダイリップが完全に重なった時、流れ指数 $n=1.0$ (ニュートン流体) では、等速度線は完全な同心円となっている。これはニュートン流体では、横方向の牽引流れの影響が全くないためである。

z 方向の最大速度成分 v_{zmax} は、流れ指数が 1.0 から 0.4 に減少するにつれて、剪断速度の影響で粘性が低下するため非常に大きくなる。

v_z の高い割合の等速度線、特に 0.9 の領域は、

流れ指数の減少につれて面積が広がる。これは断面中心付近では剪断応力が小さいので、流れ指数が減少するにつれて剪断速度が小さくなり、速度分布がフラットになるためである。

流れ指数が減少するにつれて v_z の等速度線は下の方へさがり傾向がある。これは x 方向の牽引速度の影響である。

ダイリップが 1/4, 1/2 及び 3/4 ずつ重なり合った断面状態では、流れ指数が 1.0 から 0.6 に向かって減少する時、低い割合の等速度線の領域は広がる傾向にある、しかし流れ指数 0.4 においてこの領域は急に減少する。

これは幂法則の影響が大きくなって、重なり合っただけで広がった部分の速度が急に速くなるのに対して、重なり合っていない部分では、あまり速度が速くならないためであると考えられる。たとえば 1/4 ずつ重なり合った場合では、流れ指数が 1.0 から 0.6 に減少するにつれて、0.5, 0.3 及び 0.1 の等速度線の領域は広がって行くが、流れ指数が 0.4 になると 0.5, 0.3 及び 0.1 の領域

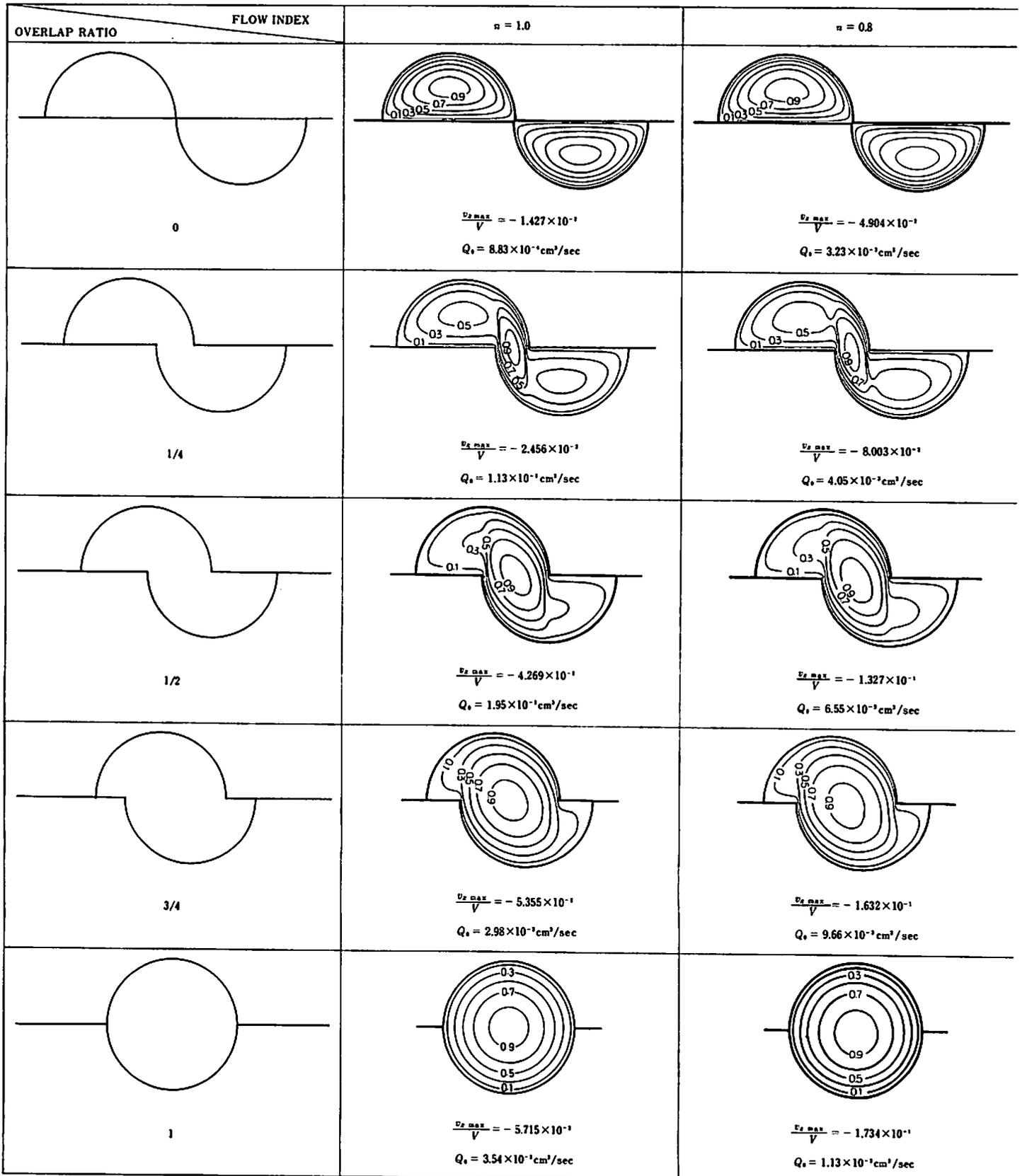
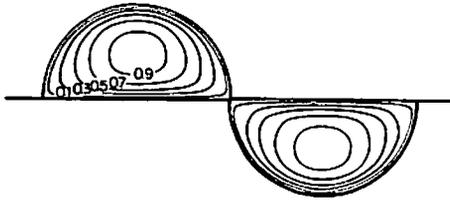
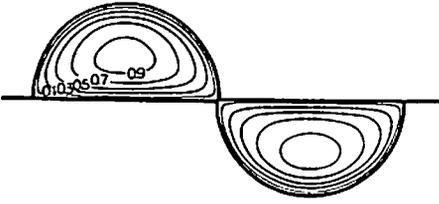


Fig. 6 Isovels of v_z in the discharge direction and overall volumetric flow rate at various n and overlap ratios.

$n = 0.6$

$n = 0.4$

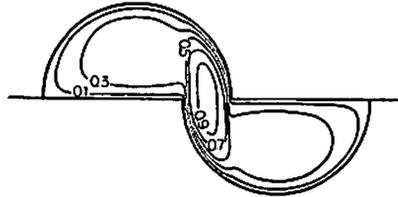
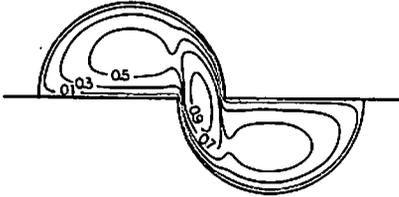


$$\frac{v_{z \max}}{V} = -1.664 \times 10^{-1}$$

$$Q_0 = 1.15 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

$$\frac{v_{z \max}}{V} = -9.004 \times 10^{-1}$$

$$Q_0 = 6.17 \times 10^{-1} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

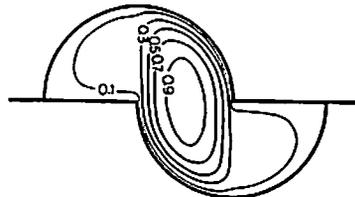
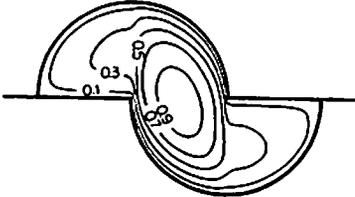


$$\frac{v_{z \max}}{V} = -2.708 \times 10^{-1}$$

$$Q_0 = 1.43 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

$$\frac{v_{z \max}}{V} = -1.833$$

$$Q_0 = 8.44 \times 10^{-1} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

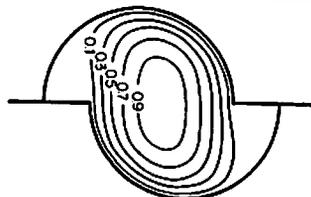
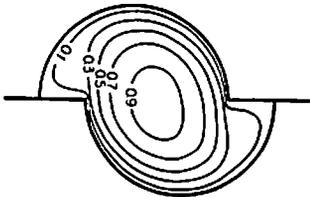


$$\frac{v_{z \max}}{V} = -4.597 \times 10^{-1}$$

$$Q_0 = 2.33 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

$$\frac{v_{z \max}}{V} = -4.360$$

$$Q_0 = 1.96 \times 10^{-1} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

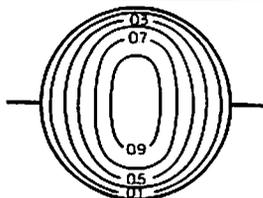
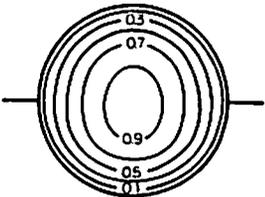


$$\frac{v_{z \max}}{V} = -5.768 \times 10^{-1}$$

$$Q_0 = 3.49 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

$$\frac{v_{z \max}}{V} = -6.381$$

$$Q_0 = 3.66 \times 10^{-1} \text{ cm}^3/\text{sec}$$



$$\frac{v_{z \max}}{V} = -6.166 \times 10^{-1}$$

$$Q_0 = 4.11 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

$$\frac{v_{z \max}}{V} = -7.133$$

$$Q_0 = 4.54 \times 10^{-1} \text{ cm}^3/\text{sec}$$

は減少する。特に0.5の領域はもはや半円形のダイリップの中央部には現れないで、等速度線はダイリップの重なり合った部分に集中する。

x 方向の等速度線において、流れ指数が1.0から0.4に向って減少していくと、速度成分 v_x の0の等速度線は下にさがっていく、これは x 方向の牽引速度の影響である。

速度成分 v_x が正である等速度線は、流れ指数が1.0では0.3まで、0.8及び0.6では0.2まで、0.4では0.1までしか存在しない。これは流れ指数が減少すると、正の側の速度成分が小さくなっていることを示している。

また流れ指数が減少するにつれて、 -0.5 及び -0.3 の等速度線は、下にさがる傾向がある。これは x 方向の牽引速度の影響で、正の側の速度分布がフラットになって、負の側の速度分布が急激になっていることを示している。

それぞれの断面状態からの容積流量は、Fig. 8に示されるように、流れ指数が減少するにつれて極端に増加する。これは剪断速度の影響で粘性が低下するためである。

断面状態の変化に対する容積流量の変化は、上下のダイリップがまったく重ならない場合と、完全に重なった場合で、流れ指数が1.0の時約4倍、0.8の時約3.5倍、0.6の時約3.6倍、0.4の時約7.4倍である。

§5. 考 察

円形回転ダイ押出法において、ダイが相互に反対方向に回転して、プラスチックネットを成形する場合は、ダイが互いに反対方向の速度で、溶融高分子を牽引するので、この解析に用いた境界条件(20), (21), (23)及び(24)ではなく、新たな境界条件の下で微分方程式を解かなければならない。また実際にはダイは回転運動をしているので、曲率の影響の考慮も必要となる。

断面切断法⁷⁾では1つ1つの断面領域を平行平板と見なしているので、この影響で z 方向の等速度線は、流れ指数が減少するにつれて、断面切断方向に長円形となる傾向がある。この影響の補正が考えられねばならない。

x 方向の境界条件(22)において、おのおのの断面領域内で流量が釣り合うとしたが、実際には全断面を通して x 方向の流量が釣り合うべきである。

またダイリップが重なり合って動いて行く間の、容積流量の変化によって生じる非定常流れを考慮して、重なり合った部分とその近隣の部分での流れ状態に、慣性を伴った牽引流れの及ぼす影響を考える必要がある。

謝 辞

本研究にあたり、数値解析のために必要なデータを、御提供頂いた大日本プラスチック株式会社に謝意を表します。

References

- 1) Ito, K., Kato, Y. and Kimura, S., Broken section method for analyzing molten flow in extrusion die of plastic net, *Rheology*, Vol. 3: Applications, pp. 77-82, edited by G. Astaris, G. Marrucci and L. Nicolais, i.e. Proceedings of the 8th International Congress on Rheology (1980), published from the Plenum Publishing Corp., in 3 parts of which this is Vol. 3.
- 2) Ito, K., Analysis on non-Newtonian flow of polymer melts in extrusion die of plastic net (Part 2), *Report on Progress in Polymer Physics in Japan*, 24 (1981) pp. 113-116.
- 3) Ito, K., Broken section method for analyzing boundary value problems on molten flow in polymer processing—with particular emphasis on extrusion die design, Report of the College of Engineering, Hosei University, No. 20 (March 1979) pp. 1-87.
- 4) Griffith, R.M., Fully developed flow in screw extruders, *I.E.C. Fundamentals*, 1 (1962) pp. 180-187.
- 5) Tadmor, Z. and Klein, I., Engineering principles of plasticating extrusion, pp. 274, Van Nostrand Reinhold Co., New York (1970).
- 6) Kuo, S.S., Computer applications of numerical methods, Chapter 12, Addison-Wesley Publishing Co., Inc., (1972).
- 7) McKelvey, J.M. and Ito, K., Uniformity of flow from sheeting dies, *Polymer Engineering and Science*, 11, 3 (1971) pp. 258-263.

Nomenclature

- S : unit length of broken section (cm)
 L : total width of die lips (cm)
 N : number of sections (dimensionless)
 H_i : separation of the die lips in the i -th section (cm)
 V : transversal drag velocity (cm/sec)
 v_x : velocity component in x direction (cm/sec)
 v_z : velocity component in z direction (cm/sec)
 n : flow index for power law fluids (dimensionless)
 η : viscosity (poise)
 p : pressure difference (kg/cm²)
 $\dot{\gamma}^0$: standard state shear rate (sec⁻¹)
 η^0 : viscosity at standard state shear rate (poise)
 y_1 : y defined by equation (7) (cm)
 y_2 : y defined by equation (10) (cm)
 Q_i : volumetric flow rate in the i -th section (cm³/sec)
 Q_0 : overall volumetric flow rate (cm³/sec)
 R : radius of semi-circular die (cm)
 v_{zmax} : overall maximum velocity component in z direction (cm/sec)
 $v_{zp,max}$: overall positive maximum velocity component in x direction (cm/sec)
 y^* , y_1^* , y_2^* , v_x^* , v_z^* , G_x , G_z and η^* : dimensionless parameters, defined by equation (25)