

選択嵌合についての一考察

SHIMADA, Shozo / MORIMURA, Nobuo / 森村, 信雄 / 嶋田, 正
三

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Technical College of Hosei University / 法政大学工学部研究集報

(巻 / Volume)

22

(開始ページ / Start Page)

257

(終了ページ / End Page)

272

(発行年 / Year)

1986-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004020>

選択嵌合についての一考察

嶋田正三*, 森村信雄*

Selective Fitting

Shozo SHIMADA* and Nobuo MORIMURA*

Abstract

In case when we want to fit a shaft into a hole, it is required that the difference between the diameters of shaft and hole lies within some tolerance limits.

In this paper we discuss the probability of success of fitting when we divide the lots of shaft and hole into several sublots according to the diameter of unit.

The probability of success when we divide the lots increases remarkably compared with that of non-division case.

Further, we discuss how to divide the original lots (the probability of success depends largely on the division rule).

§1. は し が き

シャフトと孔との嵌合^{かんごう}にあたり、シャフトの径を x_1 孔の径を x_2 と表すことにする。そのとき嵌合が成功となるためには、一般にこれらの差、 $R=x_2-x_1$ が適当な範囲内にあることが要求される。いま、この寸法差 R がある与えられた値、 η_1 と η_2 ($\eta_1 < \eta_2$) との間にある場合には、嵌合は成功、さもない場合は失敗ときめたとする。

つまり、 $\eta_1 < x_2 - x_1 < \eta_2$ の場合嵌合は成功、

$x_2 - x_1 < \eta_1$ or $x_2 - x_1 > \eta_2$ の場合嵌合は失敗であるとする。

本報は、シャフトと孔のロットから、ランダムに1箇ずつユニットを抽出して嵌合を行った場合と、それぞれのロットをその寸法によって何個かのサブロットに分割し、それぞれに対応するサブロット同志から、ランダムにユニットを取り出して嵌合をさせる（これを選択嵌合と呼ぶことにする）とした場合の、嵌合成功率の向上について述べたものである。選択嵌合（選択組立て）にあたっては、ロットの分割数と分割寸法をどのように選ぶかが問題となる。

仮定

シャフトの寸法 x_1 孔の寸法 x_2 は、それぞれ正規分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ にしたがうものとする。

* 経営工学科

さらに嵌合にあたっては、 $R=x_2-x_1$ が $\eta_1 < R < \eta_2$ の場合は成功、それ以外の場合は失敗であるとする。ここで、 η_1, η_2 を嵌合の許容限界とよぶことにする。

§2. 分割をしない場合

シャフトと孔のロットをいくつかのサブロットに分割することなく、それぞれのロットからランダムに1箇所ずつユニットを抽出して嵌合させるものとする。このときそれぞれのユニット寸法を x_1, x_2 とすれば、そのときの寸法差 $R \equiv x_2 - x_1$ は、平均 $\mu_2 - \mu_1$ 、分散 $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ の正規分布にしたがう、このことを

$$x_2 - x_1 \in N(\mu_2 - \mu_1, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

と略記することにする。この場合の嵌合の成功率を P_1 と表せば、この値は次式で与えられる。

$$P_1 = P_r(\eta_1 < R < \eta_2) = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-(R-\delta)^2/2\sigma^2} dR$$

ここに、 $\delta = \mu_2 - \mu_1$ 、 $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$

いま $u = (R - \delta)/\sigma$ とおけば

$$P_1 = \int_{(\eta_1 - \delta)/\sigma}^{(\eta_2 - \delta)/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du \tag{1}$$

この確率は、 δ が η_1 と η_2 の中点の場合に最大となることは容易にわかる。そこで、 δ はあらかじめ、

$$\delta = (\eta_1 + \eta_2)/2$$

と選んであるものとする。このように選べば、

$$P_1 = 2 \int_0^{(\eta_2 - \eta_1)/2\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du \tag{2}$$

ここで、標準正規分布の上側確率を $Q(u)$ と表すものとするれば、すなわち

$$Q(u) \triangleq \int_u^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\xi^2/2} d\xi \quad (\text{図2参照})$$

P_1 は次のようになる。

$$P_1 = 1 - 2Q\left(\frac{\eta_2 - \eta_1}{2\sigma}\right) \tag{3}$$

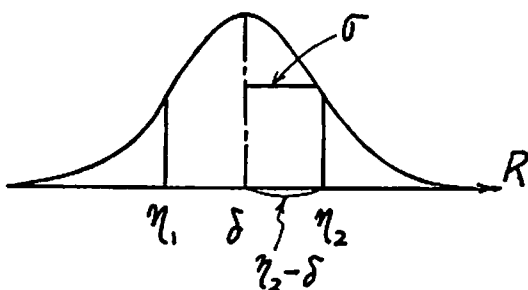


図1

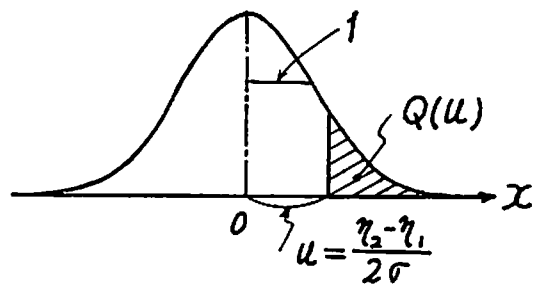


図2

いま次式のように e を定義する。

$$e \equiv (\eta_2 - \eta_1) / 2\sigma_2$$

すると,

$$\frac{\eta_2 - \eta_1}{2\sigma} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{2\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{2\sigma_2\sqrt{1+r^2}} = \frac{e}{\sqrt{1+r^2}}$$

がえられる。ここで $r = \sigma_1/\sigma_2$ とする。

これらの記号を使うと

$$P_1 = 1 - 2Q\left(\frac{e}{\sqrt{1+r^2}}\right) \quad (4)$$

がえられる。

ただし $\mu \equiv \mu_2 - \mu_1$ は $(\eta_2 - \eta_1)/2$ に等しくなるように選ばれているものとする。これがロットを分割しない場合の成功の確率である。

この式は、次のようにしても求められる。

嵌合においてはその成否が $x_2 - x_1$ の値だけで決定されるので、 $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = \delta$ とおいても一般性を失わないから以下このように表すことにする。2つのロットからランダムに取り出したユニットの寸法 x_1, x_2 の同時確率要素はつぎの通りである。

$$f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} e^{-x_1^2/2\sigma_1^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-(x_2 - \delta)^2/2\sigma_2^2} dx_1 dx_2 \quad (5)$$

嵌合の成功確率 P_1 は

$$P_1 = \iint_{E_1} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (6)$$

によって与えられる。ここに E_1 は図3において斜線を施した領域である。上式においては

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{x_1}{\sigma_1}, & u_2 &= \frac{x_2 - \delta}{\sigma_2} \\ x_1 &= \sigma_1 u_1, & x_2 &= \sigma_2 u_2 + \delta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

なる変換を施すと、 P_1 は次のように変換される。

$$P_1 = \iint_{D_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u_1^2/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u_2^2/2} du_1 du_2 \quad (8)$$

ここで領域 D_1 は次のように求められる。

x_1, x_2 平面 (図3) における $R = \eta_1$, $R = \eta_2$ は、 u_1, u_2 平面 (図4) においては

$$R = \eta_1: \delta_2 u_2 + \sigma - \sigma_1 u_1 = \eta_1 \quad u_2 = r u_1 - \frac{\delta - \eta_1}{\sigma_2} = r u_1 - e \quad (\text{直線 } l_1)$$

$$R = \eta_2: \sigma_2 u_2 + \delta - \sigma_1 u_1 = \eta_2 \quad u_2 = r u_1 + \frac{\eta_2 - \delta}{\sigma_2} = r u_1 + e \quad (\text{直線 } l_2)$$

$$\text{ここに } r = \sigma_1/\sigma_2, \quad e = \frac{\eta_2 - \eta_1}{2\sigma_2}$$

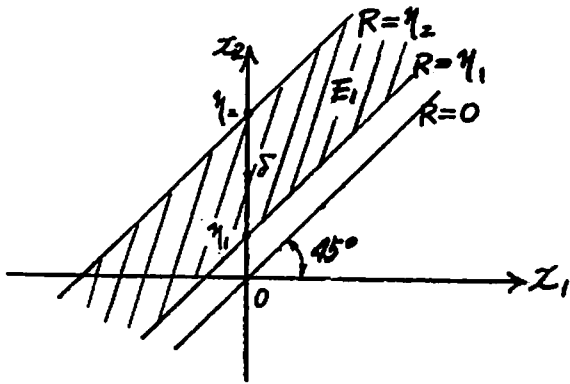


図3

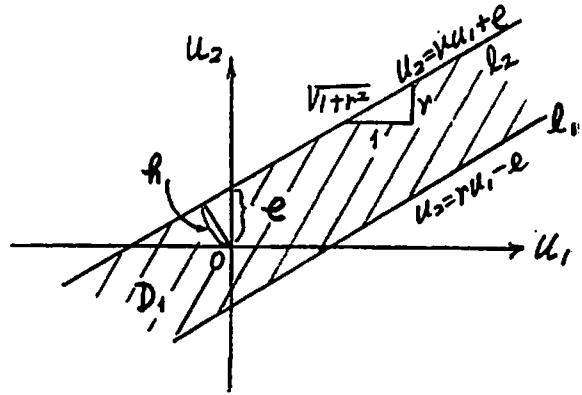


図4

これらの2つの平行線を図4のようにそれぞれ l_1, l_2 と名づける。さらに0から l_2 (or l_1) に下した垂線の長さを h とすれば、

$$h/e = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \text{ であるから } h = e/\sqrt{1+r^2}$$

したがって、 $P_1 = 1 - 2Q(e/\sqrt{1+r^2})$ 、これは先に求めた P_1 の値 (4式参照) と同一である。

§3. 2 分割の場合

シャフトのロットと孔のロットとをその平均値を境にして、それぞれの2つのサブロットに分割する。つまりシャフトのロットを $x_1 > 0$ と $x_1 < 0$ の2つのサブロットに分割し、これらのサブロットをそれぞれ $\pi(1,1), \pi(1,2)$ と表す。同様に孔のロットも $x_2 > \delta$ と $x_2 < \delta$ の2つのサブロットに分割し、これらのサブロットをそれぞれ $\pi(2,1), \pi(2,2)$ と表す (図5参照)

- $x_1 > 0$ なるユニットの集団 $\pi(1,1)$
- $x_1 < 0$ なるユニットの集団 $\pi(1,2)$
- $x_2 > \delta$ なるユニットの集団 $\pi(2,1)$
- $x_2 < \delta$ なるユニットの集団 $\pi(2,2)$

そして、2つのサブロット $\pi(1,1), \pi(2,1)$ から、ランダムに1箇所ずつユニットを取り出して

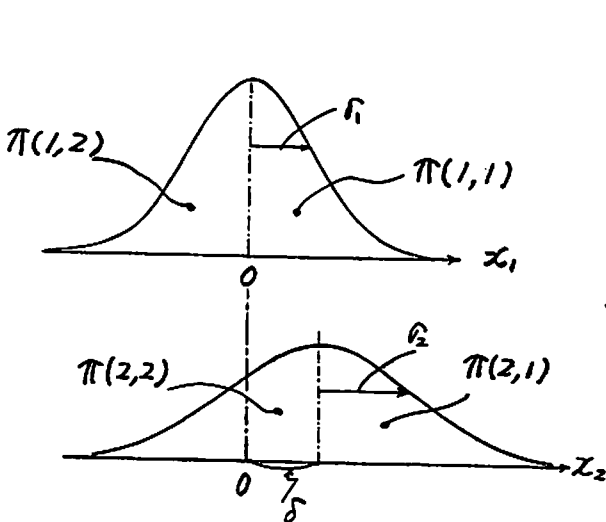


図5

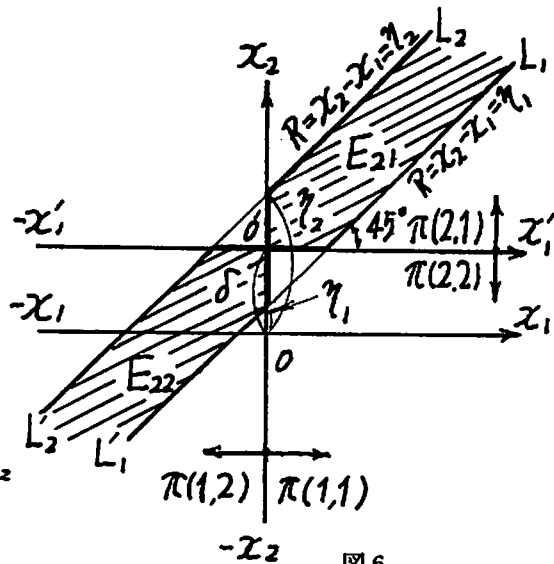


図6

嵌合させ、さらに同じくサブロット $\pi(1,2)$, $\pi(2,2)$ からランダムに1箇所ずつ取り出して嵌合させることとする。

つまり、 $\{\pi(1,1), \pi(2,1)\}$ の嵌合は、図6の $x_1'0'x_2$ の領域内でのことであり、 $\{\pi(1,2), \pi(2,2)\}$ の嵌合は、同図 $(-x_1', 0', (-x_2))$ の領域内でのことである。ここで嵌合が成功となるのは、図のハッチした2つの領域 E_{21}, E_{22} であり、この領域内では、 $\eta_1 < R = x_2 - x_1 < \eta_2$ の条件が充されている。

つまり成功の確率 P_2 は

$$P_2 = \iint_{E_{21} + E_{22}} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (9)$$

ところで、サブロット $\pi(1,1)$, $\pi(2,1)$ での x_1, x_2 の pdf は、それぞれ

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} e^{-x_1^2/2\sigma_1^2} \times 2, \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-(x_2-\delta)^2/2\sigma_2^2} \times 2$$

であるから、

$$f(x_1, x_2) = 2^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} e^{-x_1^2/2\sigma_1^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-(x_2-\delta)^2/2\sigma_2^2} \quad (10)$$

となる。

ところで、積分変数 x_1, x_2 を(7)式によって新しい積分変数 u_1, u_2 に変換すれば、 P_2 は次式のように表される。

2分割のRと成功確率の関係 (P21/P22) と比較のため分割しない場合も示した

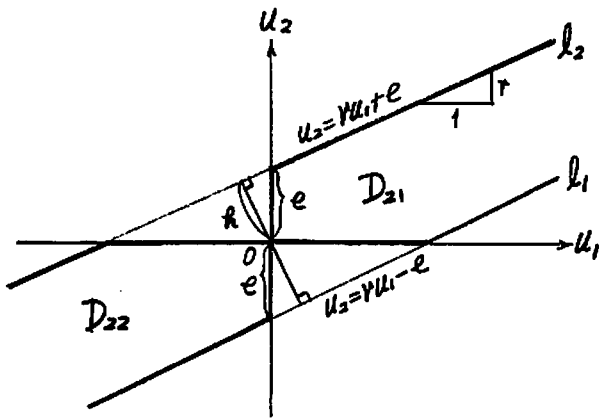


図7

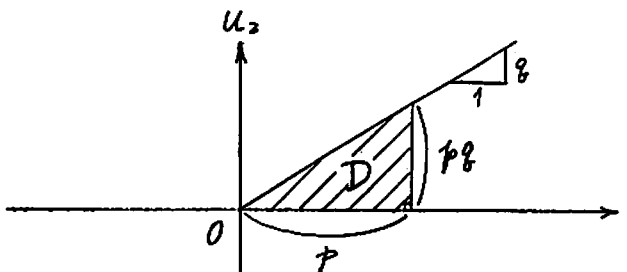


図8

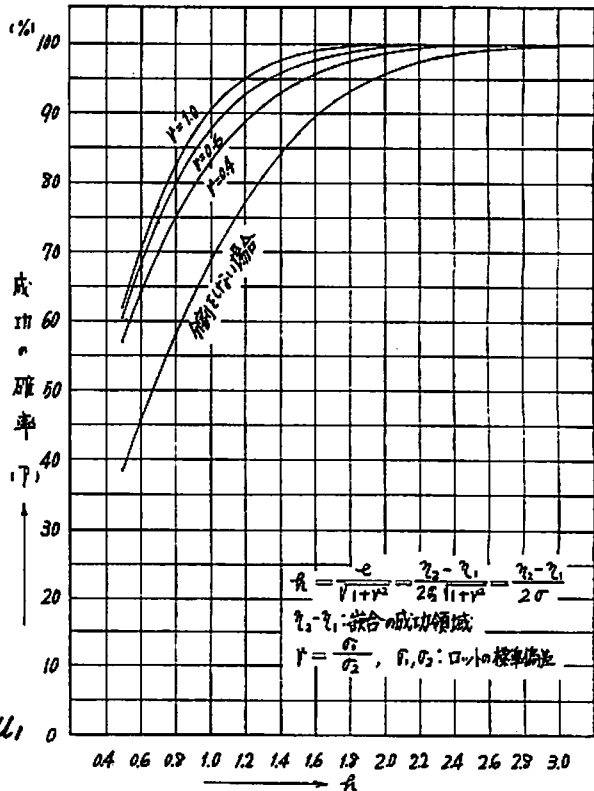


図9

$$P_2 = 4 \iint_{D_{21} + D_{22}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^2 e^{-(u_1^2 + u_2^2)/2} du_1 du_2 \quad (11)$$

ところで領域 D_{21} と D_{22} とは、原点 0 に関して点対称であるから

$$P_2 = 4 \times 2 \iint_{D_{11}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^2 e^{-(u_1^2 + u_2^2)/2} du_1 du_2 \quad (12)$$

と表わすことができる。原点 0 から直線 l_2 (or l_1) に下した垂線の長さを h とすればその長さは

$$h = e / \sqrt{1 + r^2}$$

によって与えられる (図7参照)。

そのとき(12)式の積分値は次のように表わすことができる。

$$P_2 = 8 \left[0.5 - Q(h) - V(h, r) - V\left(h, \frac{1}{r}\right) \right] \quad (13)$$

ここで、

$$V(p, q) \triangleq \iint_D \frac{1}{2\pi} e^{-(u_1^2 + u_2^2)/2} du_1 du_2 \quad (14)$$

ここに D は、図8のハッチを施した領域を表わす。

図9は、2分割選択嵌合の場合の成功の確率を $h \left(= \frac{\eta_2 - \eta_1}{2\sigma} \right)$ に対して表したグラフである。パラメータとして標準偏差の比 $r (\sigma_1/\sigma_2)$ をとり、 $r=0.4$, $r=0.6$, $r=1.0$ の場合を示した。このグラフから r の値が1に近づくとき嵌合の成功率が向上する模様がわかる。

比較のため、分割をしない場合の成功の確率を図示したが、選択嵌合の場合は分割をしない場合にくらべて大幅に嵌合の成功確率が向上していることがわかる。

§4. 3分割の場合

ここでは、 x_1, x_2 のロットを次のように、それぞれ3つのサブロットに分割する (図10参照)

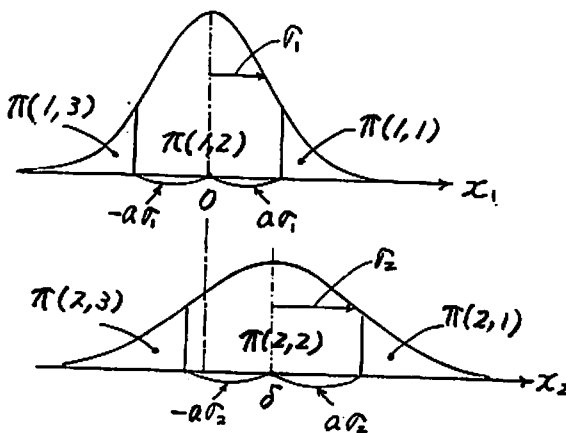


図10

x_1 のロットを

- $\pi(1,1): a\sigma_1 < x_1$
- $\pi(1,2): -a\sigma_1 < x_1 < a\sigma_1$
- $\pi(1,3): x_1 < -a\sigma_1$

x_2 のロットを

- $\pi(2,1): \delta + a\sigma_2 < x_2$
- $\pi(2,2): \delta - a\sigma_2 < x_2 < \delta + a\sigma_2$
- $\pi(2,3): x_2 < \delta - a\sigma_2$

これらのサブロットについて、それぞれ

- $\pi(1,1)$ と $\pi(2,1)$ — この嵌合を K_1 と名付ける
- $\pi(1,2)$ と $\pi(2,2)$ — この嵌合を K_2 と名付ける
- $\pi(1,3)$ と $\pi(2,3)$ — この嵌合を K_3 と名付ける

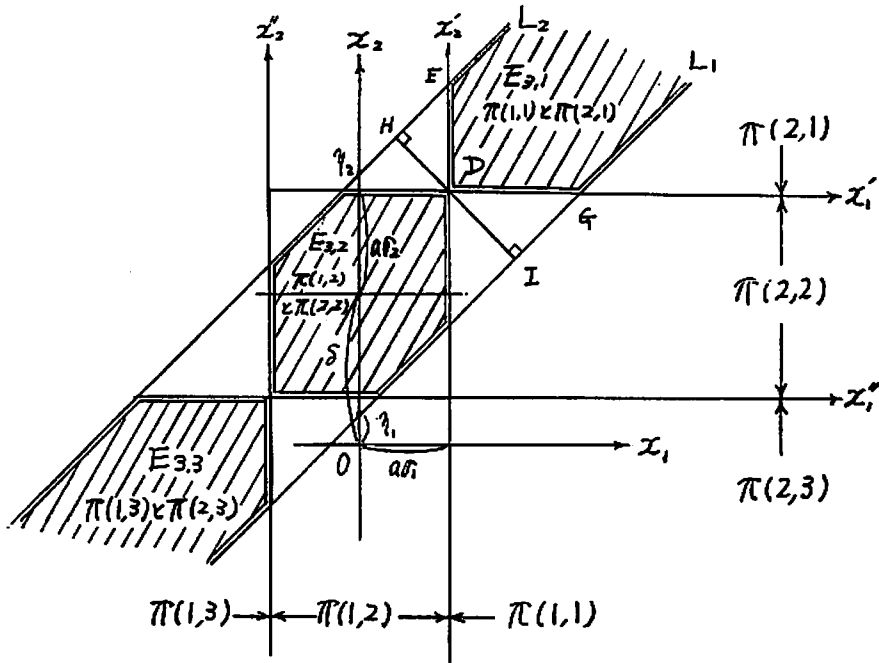


図11

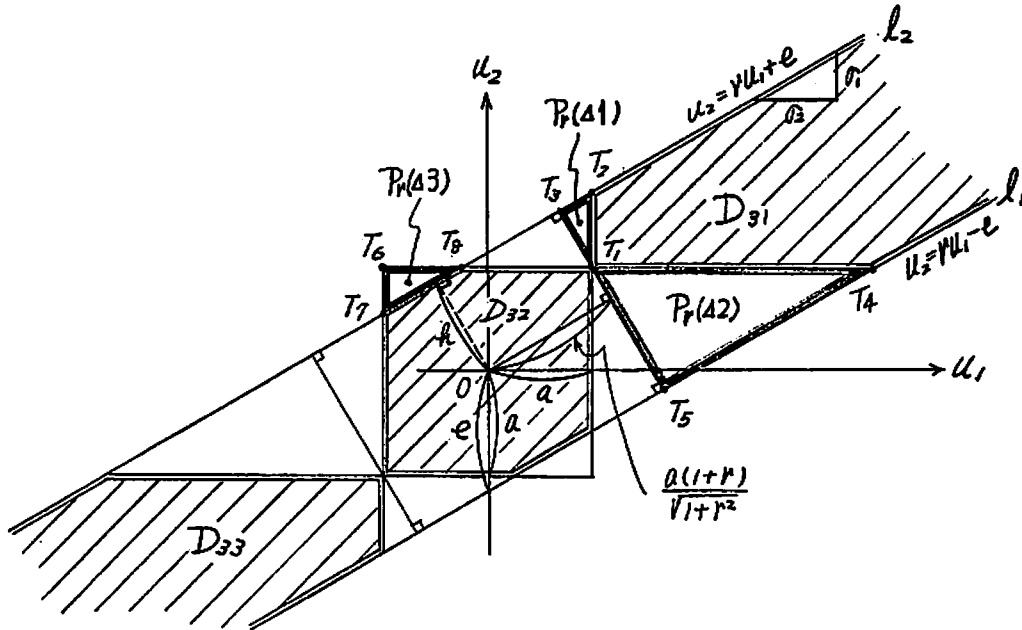


図12

以上の組み合わせで嵌合させるものとする。

図11において、直交軸 x_1, x_2 の原点を点 $D\{a\sigma_1, \delta+a\sigma_2\}$ に平行移動した場合の第1象限が嵌合 K_1 の x_1, x_2 の領域であり、2直線 $x_1=a\sigma_1, x_1=-a\sigma_1$ と、2直線 $x_2=\delta+a\sigma_2, x_2=\delta-a\sigma_2$ によって囲まれた矩形が K_2 の領域となり、さらに直交軸 x_1, x_2 の原点 0 を、 $(-a\sigma_1, \delta-a\sigma_2)$ まで平行移動させた場合の第3象限が K_3 の領域である。

そこで、これら3つの領域において嵌合が成功となる領域は、これらの領域の内、2直線 $L_1,$

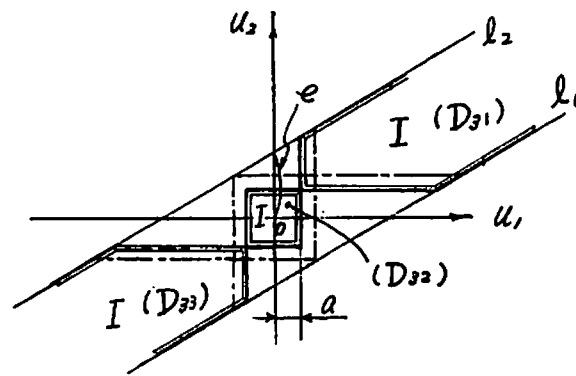


図13

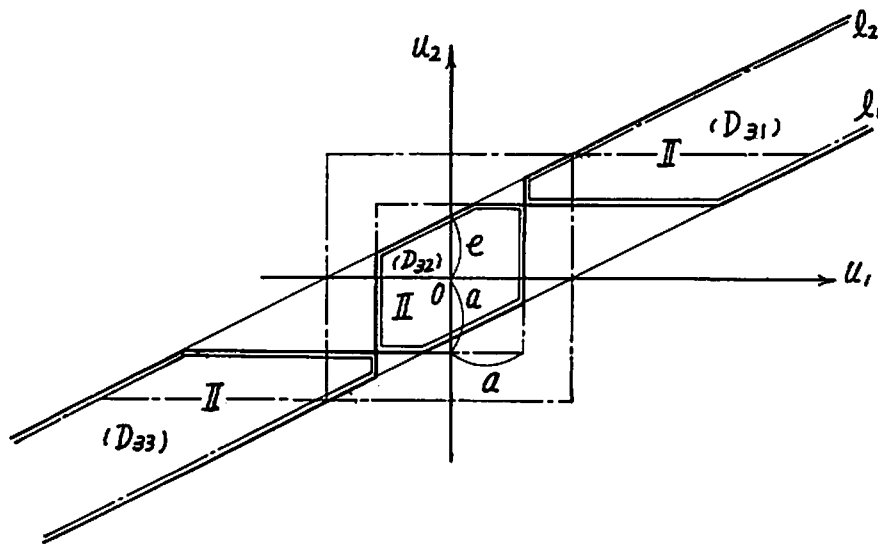


図14

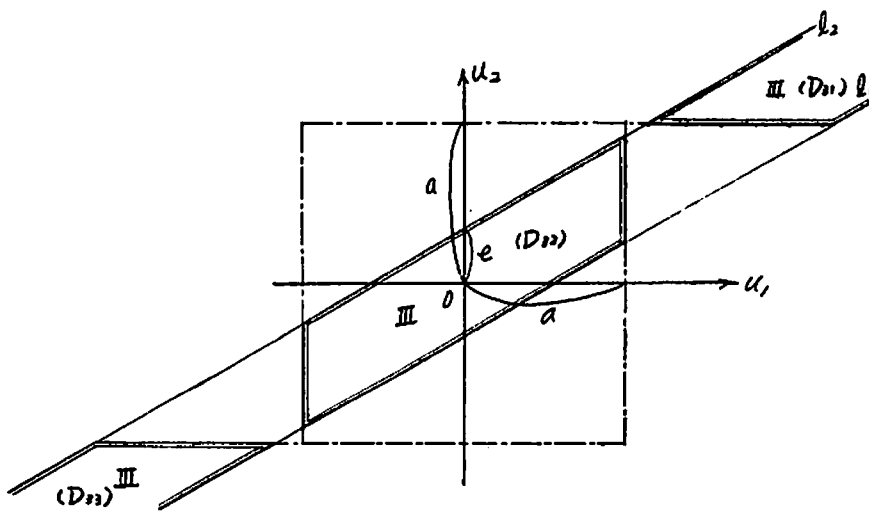


図15

L_2 によって狭まれた部分である。

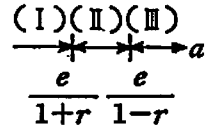
ところで、この3分割には、 e, r, a の値によって、次の3つのケースが存在する(下図参照)。

(以下しばらくの間 $r < 1$ と仮定する)

$\frac{e}{1+r} > a$ の場合、これをケースⅠとする

$\frac{e}{1+r} < a < \frac{e}{1-r}$ の場合、これをケースⅡとする

$a > \frac{e}{1-r}$ の場合、これをケースⅢとする



ケースⅠ

$a < \frac{e}{1+r}$ の場合で図13において、2直線 l_1, l_2 で囲まれた領域 (1点鎖線は境界線を示す)

ケースⅡ

$\frac{e}{1+r} < a < \frac{e}{1-r}$ の範囲で図14の2直線 l_1, l_2 で囲まれた領域である。

ケースⅢ

$a > \frac{e}{1-r}$ の場合で図15の2直線 l_1, l_2 で囲まれた領域である。

(i) ケースⅡの場合 $\left(\frac{e}{1+r} < a < \frac{e}{1-r}\right)$ 図14参照

ここでは、まずはじめにケースⅡの場合について述べる。この場合の図が図11である。さて図11での嵌合 K_1, K_2, K_3 において嵌合が成功となるのは、点 (x_1, x_2) がそれぞれ領域 E_{31}, E_{32}, E_{33} に含まれる場合である (2直線 L_1, L_2 で囲まれた領域)。

ここで、 x_1, x_2 平面を(7)式によって u_1, u_2 平面に変換したのが図12である。嵌合の成功となる確率は x_1, x_2 平面における点 (x_1, x_2) が、それぞれ E_{31}, E_{32}, E_{33} に含まれる確率であり、図12において点 (u_1, u_2) が、それぞれ D_{31}, D_{32}, D_{33} に含まれる確率に一致する(図16の記号参照)。

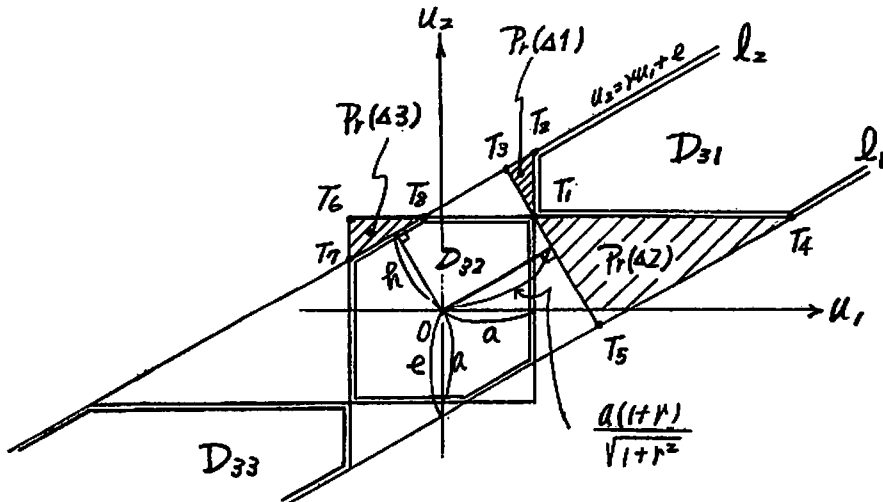


図16

$$(a) P_r(D_{31}) = \{1 - 2Q(h)\} Q \left\{ \frac{a(1+r)}{\sqrt{1+r^2}} \right\} - P_r(A1) - P_r(A2) \quad (14)$$

ここで $P_r(A1)$ は、次の3点 T_1, T_2, T_3 を頂点にもつ3角形の内部に点 (u_1, u_2) が含まれる確率を表わす(図16参照)。

$$\begin{aligned} T_1 &\{a, a\} \\ T_2 &\{a, ar+e\} \\ T_3 &\left\{ \frac{a(1+r)-re}{1+r^2}, \frac{ar(1+r)+e}{1+r^2} \right\} \end{aligned}$$

同様に $P_r(A2)$ はつぎの3点 T_1, T_4, T_5 を頂点にもつ3角形の内部に点 (u_1, u_2) が含まれる確率を表す(図16参照)。

$$\begin{aligned} T_1 &\{a, a\} \\ T_4 &\left\{ \frac{a+e}{r}, a \right\} \\ T_5 &\left\{ \frac{re+a(1+r)}{1+r^2}, \frac{ar(1+r)-e}{1+r^2} \right\} \end{aligned}$$

$$(b) P_r(D_{32}) = \{1 - 2Q(a)\}^2 - 2P_r(A3) \quad (15)$$

ここで、 $P_r(A3)$ はつぎの3点 T_6, T_7, T_8 を頂点とする3角形の内部に点 (u_1, u_2) が含まれる確率である(図16参照)。

$$\begin{aligned} T_6 &\{-a, a\} \\ T_7 &\{-a, -ra+e\} \\ T_8 &\left\{ \frac{a-e}{r}, a \right\} \end{aligned}$$

全体としての成功の確率は、

$$= 2P_r(D_{31})/Q(a) + P_r(D_{32})/\{1 - 2Q(a)\} \quad (16)$$

によって与えられる。

(i) ケースⅠの場合 $\left(a < \frac{e}{1+r}\right)$ (図13参照)

この場合はケースⅡの $P_r(D_{32})$ において $P_r(A3)=0$ としてやればよい。

(iii) ケースⅢの場合 $\left(a > \frac{e}{1-r}\right)$ (図15, 図17参照)

この場合は、 x_1, x_2 に対して(7)式の変換を施すと u_1, u_2 平面は図17のようになる。まず嵌合 $K_1\{\pi(1, 1) \text{ と } \pi(2, 1)\}$ について述べる。

嵌合 $K_1\{\pi(1, 1) \text{ と } \pi(2, 1)\}$ の場合、嵌合が成功となるのは、点 (u_1, u_2) が領域 D_{31} に含まれる場合であり、嵌合 $K_2\{\pi(1, 2), \pi(2, 2)\}$ の場合嵌合が成功となるのは、点 (u_1, u_2) が領域 D_{32} に含まれる場合である。同様に嵌合 $K_3\{\pi(1, 3), \pi(2, 3)\}$ の場合嵌合が成功となる点 (u_1, u_2) が、領域 D_{33} に含まれる場合である。

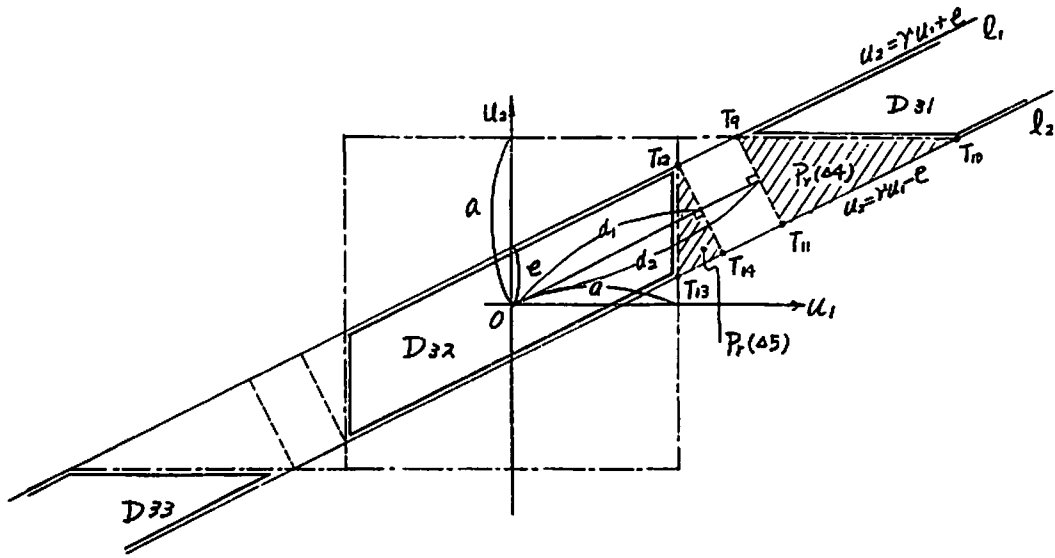


図17 (3分割 $a > \frac{e}{1-r}$)

これらの確率をそれぞれ $P_r(D_{3i})$ ($i=1, 2, 3$) で表すとすれば, 前と同様に

$$P_r(D_{31}) = \left\{ 1 - 2Q\left(\frac{e}{\sqrt{1+r^2}}\right) \right\} Q\left(\frac{a\sqrt{1+r^2}}{r} - \frac{e}{r\sqrt{1+r^2}}\right) - P_r(A4) \quad (17)$$

ここで, $P_r(A4)$ はつぎの3点 T_9, T_{10}, T_{11} を頂点とする3角形の内部に点 (u_1, u_2) が含まれる確率である(図17参照)。

$$\text{ここに } T_9 \left\{ \frac{a-e}{r}, a \right\}$$

$$T_{10} \left\{ \frac{a+e}{r}, a \right\}$$

$$T_{11} \left\{ e \left(1 - \frac{1}{r} \right) + \frac{a}{r}, a + re \right\}$$

つぎに $P_r(D_{32})$ は次式で与えられる。

$$P_r(D_{32}) = \left\{ 1 - 2Q\left(\frac{e}{\sqrt{1+r^2}}\right) \right\} \{ 1 - 2Q(d_1) \} - 2P_r(A5) \quad (18)$$

$$\text{ここに } d_1 = a\sqrt{1+r^2} + \frac{er}{\sqrt{1+r^2}}$$

$P_r(A5)$ はつぎの3点 T_{12}, T_{13}, T_{14} を頂点とする3角形の内部に点 (u_1, u_2) が含まれる確率である(図17参照)。

$$T_{12} \{ a, ar + e \}$$

$$T_{13} \{ a, ar - e \}$$

$$T_{14} \left\{ \frac{2re}{1+r^2} + a, ar - \frac{e(1-r^2)}{1+r^2} \right\}$$

嵌合 K_1 と K_2 との成功確率は同じである (D_{31} と D_{32} は原点0に関して点対称) したがって,

全成功確率は、

$$=2P_r(D_{31})/Q(a)+P_r(D_{32})/[1-2Q(a)] \tag{19}$$

§5. 4分割の場合

($\sigma_1=\sigma_2=\sigma$ の場合つまり $r=1$ の場合について計算する)

2つのロットをつぎの4箇ずつのサブロット

に分割する。

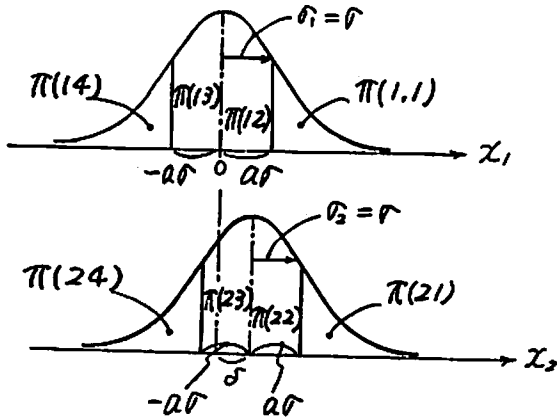


図18

| | |
|-----------------------------------|-------------|
| $a\sigma < x_1$ | $\pi(1, 1)$ |
| $0 < x_1 < a\sigma$ | $\pi(1, 2)$ |
| $-a\sigma < x_1 < 0$ | $\pi(1, 3)$ |
| $x_1 < -a\sigma$ | $\pi(1, 4)$ |
| $\delta + a\sigma < x_2$ | $\pi(2, 1)$ |
| $\delta < x_2 < \delta + a\sigma$ | $\pi(2, 2)$ |
| $\delta - a\sigma < x_2 < \delta$ | $\pi(2, 3)$ |
| $x_2 < \delta - a\sigma$ | $\pi(2, 4)$ |

嵌合は、サブロット $\pi(1, i)$ と $\pi(2, i)$ とのユニット間で行われる。これらの嵌合を K_i ($i=1, 2, 3, 4$) と名付けよう。この場合には a が e より大きいか、小さいかによって2つのケースに分けられる。まず、

(i) $a > e$ の場合について述べる。

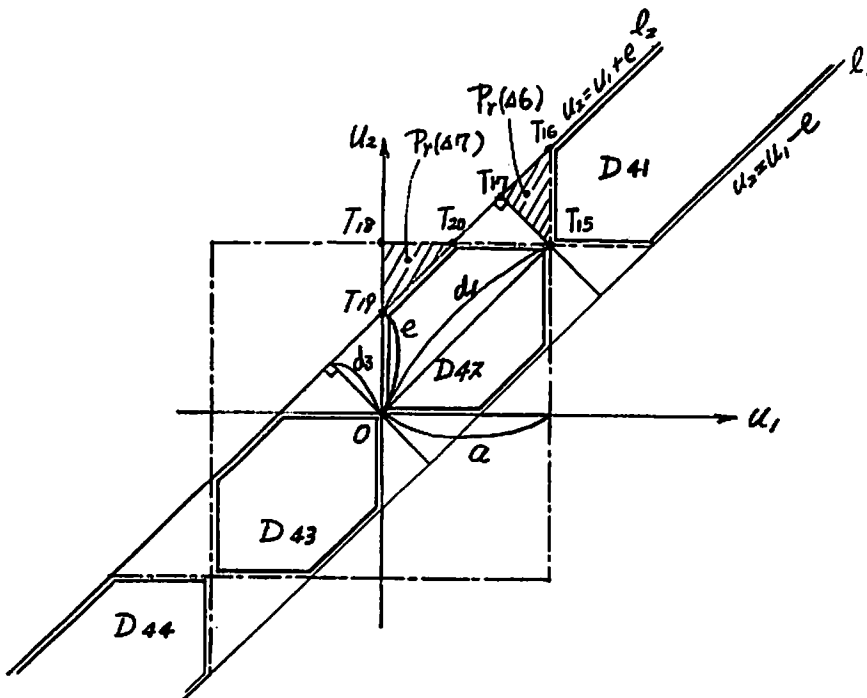


図19 $a > e$ の場合

この場合 u_1, u_2 の成功領域は次の通りである (図19において, 2線で囲まれた領域 $D_{41}, D_{42}, D_{43}, D_{44}$ がこれを示す)。

嵌合 K_i で嵌合が成功となるのは, 点 (u_1, u_2) が領域 D_{4i} に含まれる場合であり, それらの確率を $P_r(D_{4i})$ ($i=1, 2, 3, 4$) で表すとすると,

$$P_r(D_{41}) = \left\{ 1 - 2Q\left(\frac{e}{\sqrt{2}}\right) \right\} Q(\sqrt{2}a) - P_r(D_{46}) \quad (20)$$

ここで $P_r(D_{46})$ は, つぎの T_{15}, T_{16}, T_{17} を頂点とする3角形の内部に点 (u_1, u_2) が含まれる確率である(図19参照)。

$$\begin{aligned} & T_{15}\{a, a\} \\ & T_{16}\{a, a+e\} \\ & T_{17}\left\{a - \frac{e}{2}, a + \frac{e}{2}\right\} \end{aligned}$$

つぎに $P_r(D_{42})$ は次式で与えられる。

$$P_r(D_{42}) = \{0.5 - Q(a)\}^2 - 2P_r(D_{47}) \quad (21)$$

ここで $P_r(D_{47})$ は, つぎの T_{18}, T_{19}, T_{20} を頂点とする3角形の内部に点 (u_1, u_2) が含まれる確率である(図19参照)。

$$\begin{aligned} & T_{18}\{0, a\} \\ & T_{19}\{0, e\} \\ & T_{20}\{a-e, a\} \end{aligned}$$

なお D_{43}, D_{44} は, それぞれ D_{42}, D_{41} と原点0に関して点対称の図形であるからその確率は

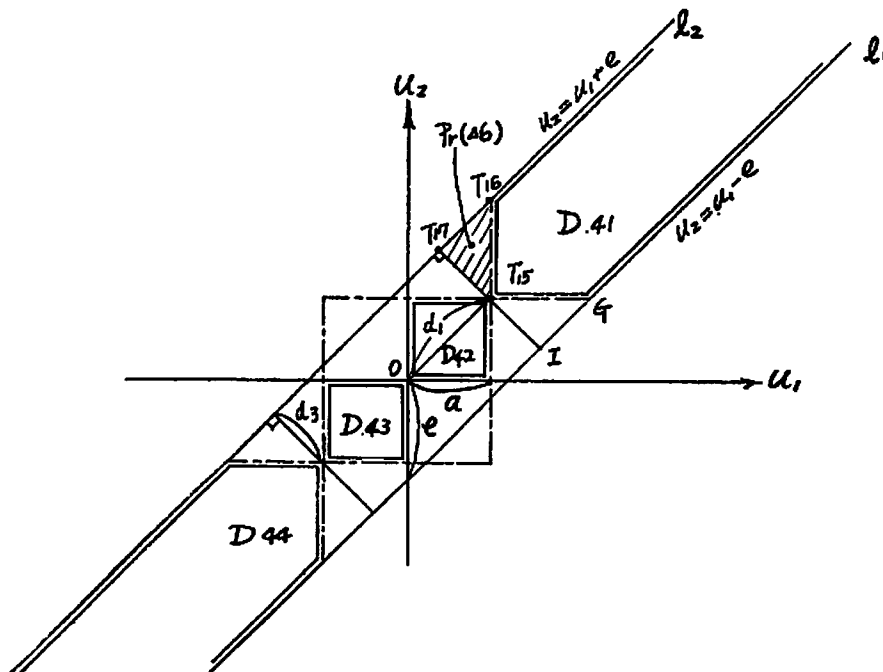


図20 ($a < e$ の場合)

等しい。

したがって、全成功率

$$= 2P_r(D_{41})/Q(a) + 2P_r(D_{42})/\{0.5 - Q(a)\} \quad (22)$$

(ii) $a < e$ の場合

この場合 u_1, u_2 の図は20図のように表されて、

$$P_r(D_{42}) = P_r(D_{43}) = 1 \text{ となる。}$$

また、 $P_r(D_{41}) = P_r(D_{44})$ であり、かつ図形も同じ形で $a > e$ の場合と同様にして求められる。

図21は、 $r=0.7$ 、 $e=0.7, 0.9, 1.1, 1.3, 1.5$ の場合に分割係数 a の値を変化させたとき、成功の確率がどのように変化するかを示したものである。成功の確率は a の値をかえることによりかなり大幅に変化することが認められる。ここに成功の確率が max となる分割係数 a は、それぞれ、おおよその値は 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 である。この図から分割係数 a の値が、選択嵌合においては大切なノウハウの1つであることが分る。

図22このグラフは、 $r=1$ すなわち嵌合させる両ロットの標準偏差が等しいという条件 ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$) のもとでの分割をしない場合、2分割の場合、3分割の場合と4分割の場合の成功の確率を e の値に対して示したものである。グラフから明らかなように、成功の確率は分割の数を増すごとに向上している模様が示されている。特に、分割をしない場合と2分割の場合については、著るしい向上がみられる。なお、3分割、4分割の場合については、分割係数は嵌合の成功確率

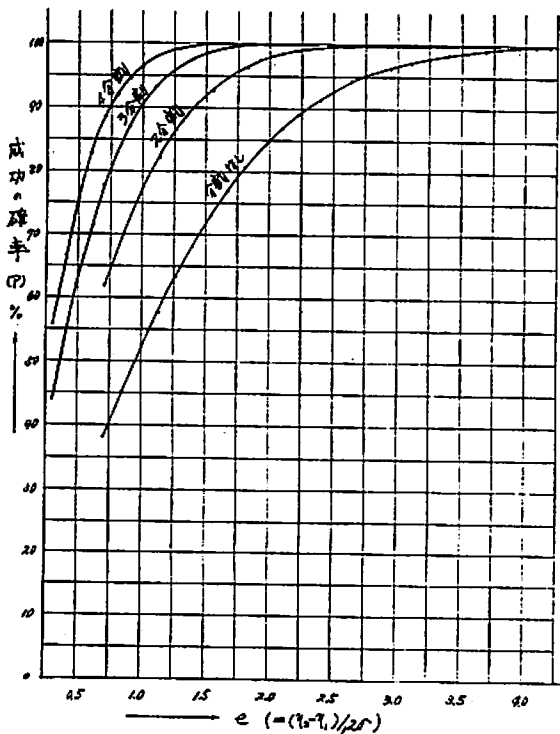


図22

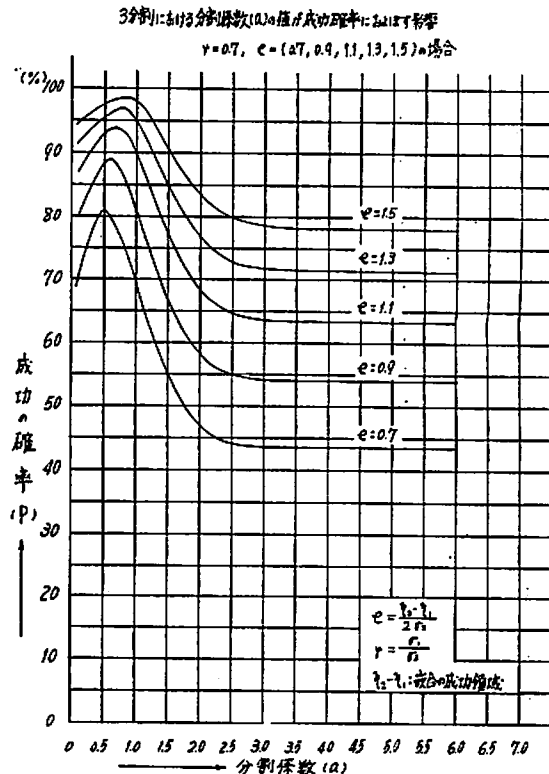


図21

が最大となるような、いわゆる最適値を選んだ。また、 $e > 1.75$ の場合には、図から明らかなように分割の数は3にとれば実用上は十分であろう。ただし、 $\eta_2 - \eta_1$ に対して部品のバラツキ σ が大きく、 $e = \left(\frac{\eta_2 - \eta_1}{2\sigma} \right)$ の値が小さくなる場合には、更に分割の数を増してやる必要があると考えられる。

§ 6. む す び

分割をしない場合と、2分割選択嵌合の場合の成功率については、図22から明らかなように2分割をした場合の嵌合成功率が大幅に向上している模様がはっきりした。そして、選択嵌合の成功率は、3分割、4分割と分割の数を増すごとに、予想していた以上に増加の傾向がみられた(ただし図22は、 $e = (\eta_2 - \eta_1)/2\sigma$ を横軸、 $r = 1$ の場合)。さらに実用上は、横軸 e の値が 1.75 以上の場合、分割の数は3つにとれば十分であることもわかった。ただし、嵌合の許容限界値 $(\eta_2 - \eta_1)$ に対して、部品のバラツキ (σ) が大きく、 e の値が小さい場合は、さらに分割の数を増さなければならない。選択嵌合における成功の確率は、 e と r の値が決ってしまうと、分割係数 a の値によって変化する。この模様を示したのが図 21 である(ただし、 $r = 0.7, e = 0.7, 0.9, 1.1, 1.3, 1.5$ の場合) 図が示すように、成功の確率は大きく変化するが、分割係数 a のある値(最適値)で最大値を示している。このことは、 e と r の色々な組み合わせに対して、選択嵌合の成功率の最大値を求める場合、最適な分割係数が存在するわけである。これからの課題として、いろいろな条件 (e と r の組み合わせ) における、最適の分割係数値と嵌合の成功率の関係について調べてみるつもりである。

参 考 文 献

- 1) 統計数値表, JSA-1972: 日本規格協会,

付 録

x_1 : 軸の直径 $x_1 \in N(\mu_1, \sigma_1^2)$ と仮定する

x_2 : 孔の直径 $x_2 \in N(\mu_2, \sigma_2^2)$ と仮定する

$$R = x_2 - x_1$$

$$r = \sigma_1 / \sigma_2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$e = (\eta_2 - \eta_1) / 2\sigma$$

η_1, η_2 : 嵌合の許容限界

即ち、 $\eta_1 < R < \eta_2$ の場合、嵌合は成功

$R < \eta_1$ or $\eta_2 < R$ の場合は失敗

$$\delta = \mu_2 - \mu_1$$

$$h = \frac{e}{\sqrt{1+r^2}}$$

a : 分割係数 (図10参照)

$$Q(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{\infty} e^{-\xi^2/2} d\xi$$

$$V(p, q) = \iint_D \frac{1}{2\pi} e^{-(u_1^2+u_2^2)/2} du_1 du_2 \quad (\text{下図参照})$$

