

各種ファジィ演算を用いたフリップフロップ のファジィ化

HIROTA, Kaoru / OZAWA, Kazuhiro / 小沢, 和浩 / 廣田, 薫

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Faculty of Engineering, Hosei University / 法政大学工学部
研究集報

(巻 / Volume)

23

(開始ページ / Start Page)

69

(終了ページ / End Page)

94

(発行年 / Year)

1987-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00004011>

各種ファジィ演算を用いたフリップフロップのファジィ化

廣 田 薫*・小 沢 和 浩**

Fuzzification of Flip Flop Based on Various Fuzzy Logical Operations

Kaoru HIROTA* and Kazuhiro OZAWA**

Abstract

Recently, several works have been done toward realization of "fuzzy computer". A few types of fuzzy processors which can perform various fuzzy operations, e.g. fuzzy negation, Min, Max, and fuzzy inference, have been proposed and realized. However, a memory unit of the fuzzy computer has not been studied enough.

In this paper, we will propose and define a fuzzy flip flop which is an extension of ordinary binary flip flop, especially J-K flip flop. A truth-table of J-K flip flop is fuzzified, where binary NOT, AND, OR operations are extended to fuzzy negation, t-norm, s-norm, respectively. Two types of fundamental characteristic equations of fuzzy flip flop are introduced. They are set type and reset type equations, both of which are fuzzy extension of a characteristic equation of J-K flip flop. Simulation results of their characteristics are demonstrated graphically in the case fuzzy negation, t-norm and s-norm being $1 - \cdot$, Min, and Max operations, respectively. Results of several other operations are also shown.

The fuzzy flip flop, proposed here, can memorize a fuzzy information. Based on this idea together with fuzzy processors, the first step for realization of "fuzzy computer" will be performed.

§ 1. 緒 言

人間が本来持っている情報の“あいまいさ”を取り扱うファジィ論理の各種演算を実行する場合、通常は計算機のソフトウェア技法に頼らざるを得ない。しかし、二値論理を基に構築された現在の電子計算機を用いてファジィ演算の処理を行うことは、計算機の利用効率を考慮した場合、あまり好ましいことではない。そこで、このファジィ演算を直接ハードウェアレベルで行うことができるプロセッサがいくつか提案され、電流モードで動作するIC¹⁾や、デジタル近似によってファジィ推論動作を行うVLSI²⁾がすでに実現されている。しかし、より人間に近い推論及び処理機能を持つ本格的なファジィコンピュータのアーキテクチャを考えると、推論途中の一時記憶素子として、ファジィ情報の記憶装置を実現しなければならない。

我々は以前に、フリップフロップ回路で最も基本的なJ-Kフリップフロップ回路について、その真理値表から得られる特性方程式をt-norm, s-norm, ファジィを用いて二値論理からファジィ

*工学部電気工学科計測制御専攻

**大学院電気工学専攻(博士課程)

ィ論理への拡張を行った³⁾。本論文では、t-norm, s-norm, ファジイ否定の具体的な演算として Min, Max, $1-\cdot$ を基本として、代数積, 代数和, $1-\cdot$ や限界積, 限界和, $1-\cdot$, さらに激烈積, 激烈和, $1-\cdot$ を用いた系によって記述されたファジイフリップフロップについて、その特性を明らかにした。

§ 2. 2値J-Kフリップフロップ

2値情報を記憶するメモリー素子の基本単位としてフリップフロップ回路がある。フリップフロップ回路は、1ビット分の情報が蓄積できる回路として、計数器, シフトレジスタ, 各種記憶装置等に広く用いられている。フリップフロップ回路には、多数の種類があるが、以下の節では最も基本的なJ-Kフリップフロップ回路のファジイ化を試みる。そのため、最初に、以下の議論に必要な範囲内で、2値の場合の概略を述べる。

2値フリップフロップ回路は周期的なクロックパルス信号に同期し、現時刻の入力条件J, K及び出力値Q(t)から1時刻後の出力値Q(t+1)を決定するものであり、その動作は次に示す真理値表Table 2.1によって与えられている。

Table 2.1 J-Kフリップフロップ回路の真理値表

J	K	Q(t)	Q(t+1)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

真理値表から論理式を導き出す方法は何通りかあるが、その1つに主加法標準形及び主乗法標準形によって表す方法がある。

主加法標準形で表現すると、

$$Q(t+1) = \bar{J} \bar{K} Q(t) + J \bar{K} \bar{Q}(t) + J \bar{K} Q(t) + J \bar{K} Q(t) \quad (2-1)$$

となるが簡単化をすると以下のようなになる。

交換律を用いて、

$$Q(t+1) = \bar{K} J \bar{Q}(t) + K J \bar{Q}(t) + \bar{J} \bar{K} Q(t) + J \bar{K} Q(t) \quad (2-2)$$

分配律を用いて,

$$Q(t+1) = (\overline{K}+K)J\overline{Q(t)} + (\overline{J}+J)\overline{K}Q(t) \quad (2-3)$$

相補律を用いて最終的に,

$$Q(t+1) = J\overline{Q(t)} + \overline{K}Q(t) \quad (2-4)$$

を得る。これは、J-Kフリップフロップの特性方程式として知られている。

他方、主乗法標準形を用いれば,

$$Q(t+1) = (J+K+Q(t)) \cdot (J+\overline{K}+Q(t)) \cdot (J+\overline{K}+\overline{Q(t)}) \cdot (\overline{J} + \overline{K} + \overline{Q(t)}) \quad (2-5)$$

と表現できる。同様にして簡単化を試みる。まず、交換律を用いて,

$$Q(t+1) = (J+Q(t)+K) \cdot (J+Q(t)+\overline{K}) \cdot (\overline{K}+\overline{Q(t)}+J) \cdot (\overline{K}+\overline{Q(t)}+\overline{J}) \quad (2-6)$$

を得る。ここで、一般に

$$\begin{aligned} (A+\overline{B}) \cdot (A+\overline{B}) &= A(A+\overline{B}) + B(A+\overline{B}) && \text{(分配律)} \\ &= A+B(A+\overline{B}) && \text{(吸収律)} \\ &= A+BA+B\overline{B} && \text{(分配律)} \\ &= A+BA+0 && \text{(相補律)} \\ &= A+AB && \text{(交換律)} \\ &= A && \text{(吸収律)} \end{aligned} \quad (2-7)$$

の関係が成立するので,

$$Q(t+1) = (J+Q(t)) \cdot (\overline{K}+\overline{Q(t)}) \quad (2-8)$$

を得る。

ここで、式(2-4)と(2-8)が等価なことは,

$$\begin{aligned} J\overline{Q} + \overline{K}Q &= \overline{\overline{J\overline{Q} + \overline{K}Q}} && \text{(2重否定)} \\ &= \overline{\overline{J\overline{Q}} \cdot \overline{\overline{K}Q}} && \text{(ド・モルガン)} \\ &= \overline{(\overline{J} + \overline{\overline{Q}}) \cdot (\overline{\overline{K}} + \overline{\overline{Q}})} && \text{(ド・モルガン)} \\ &= \overline{(\overline{J} + Q) \cdot (K + \overline{Q})} && \text{(2重否定)} \\ &= \overline{\overline{\overline{J}K + \overline{J}Q + QK + Q\overline{Q}}} && \text{(分配律)} \\ &= \overline{\overline{\overline{J}K + \overline{J}Q + QK}} && \text{(相補律)} \\ &= \overline{\overline{\overline{J}K(Q + \overline{Q}) + \overline{J}Q + QK}} && \text{(相補律)} \\ &= \overline{\overline{\overline{J}Q + \overline{J}QK + KQ + KQ\overline{J}}} && \text{(分配律と交換律)} \\ &= \overline{\overline{\overline{J}Q + KQ}} && \text{(吸収律)} \\ &= \overline{\overline{\overline{J}Q} \cdot \overline{\overline{K}Q}} && \text{(ド・モルガン)} \\ &= (J+Q) \cdot (\overline{K}+\overline{Q}) && \text{(ド・モルガンと2重否定)} \end{aligned} \quad (2-9)$$

より明らかである。以上の式の変形で、とくに相補律が何回か用いられていることに注意しておく。

§ 3. ファジィ組合せ回路

3.1 ファジィ否定, t-norm, s-normの定義

2値論理におけるすべての論理演算は、NOT, AND, ORの有限個の組合せで表現される。すなわち、NOT, AND, ORは完全系をなしている。NOTは単項演算であり1入力1出力回路で、またANDとORは2項演算で2入力1出力回路としてFig. 3.1のように表現される。

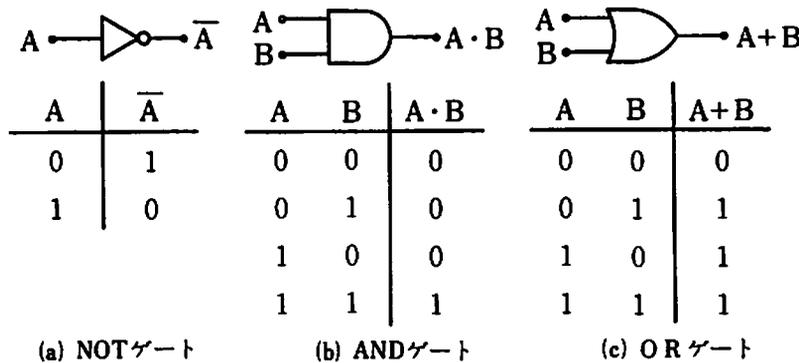


Fig.3.1 2値論理の基本回路素子

ここで、A, Bのとりうる状態は{0, 1}の2値であり、ハードウェアレベルでは、たとえば{0V, 5V}の電圧に対応させてゲート回路が作成されている。

一方、2値論理演算の拡張概念であるファジィ論理においては、基本的演算規則を以下に示す公理系で定義することができる。

2値論理のNOTの拡張であるファジィ否定は、次のN1)~N3)の性質を満足する写像 $\cdot^{\textcircled{0}}$ として定義されている。

$$\cdot^{\textcircled{0}} : [0, 1] \longrightarrow [0, 1] \tag{3-1}$$

$$N1) \quad 0^{\textcircled{0}} = 1 \tag{3-2}$$

$$N2) \quad (A^{\textcircled{0}})^{\textcircled{0}} = A \tag{3-3}$$

$$N3) \quad A < B \implies A^{\textcircled{0}} > B^{\textcircled{0}} \tag{3-4}$$

ここで、それぞれの物理的解釈は、“0は否定で1になる”，“2重否定でもとに戻る”，“評価の順序は否定で逆になる(等号なしの強い意味で)”である。これら3つの公理から導き出される命題のうちで重要なものを、以下に列挙する。

[命題1]

$$1^{\textcircled{0}} = 0 \tag{3-5}$$

[証明1]

$$0 = (0^{\textcircled{0}})^{\textcircled{0}} = 1^{\textcircled{0}} \quad (\text{q.e.d.})$$

[命題 2]

$N2 \implies \cdot^{\circledast}$ は全単射

[証明 2]

1) \cdot^{\circledast} が単射(1対1の写像)でないとすれば

$$\exists A, B \in [0, 1]$$

$$A \neq B, A^{\circledast} = B^{\circledast}$$

従って, $A^{\circledast} = B^{\circledast}$ を用いると

$$A = (A^{\circledast})^{\circledast} = (B^{\circledast})^{\circledast} = B$$

となり $A \neq B$ に矛盾する。

2) \cdot^{\circledast} が $[0, 1]$ への全射(上への写像)でないとすれば

$$\exists A \in [0, 1] - [0, 1]^{\circledast}$$

$$A = (A^{\circledast})^{\circledast} \in [0, 1]^{\circledast}$$

となり矛盾する。

1), 2) より \cdot^{\circledast} は全単射 (q.e.d.)

[命題 3]

$N2 \implies$ 2点 (A, A^{\circledast}) と $(A^{\circledast}, A^{\circledast\circledast}) = (A^{\circledast}, A)$ は傾き 45° の原点を通る直線に対して線対称の位置にある。

[証明 3]

Fig. 3.2より明らか

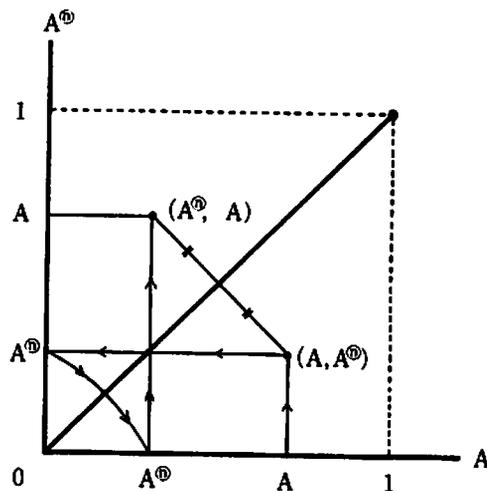


Fig.3.2 命題3の証明

(q.e.d.)

[命題 4]

$N1, N2$ から $N3$ を導きだすことは不可能。

(これは, $N3$ が $N1, N2$ と独立な性質を持つことを意味している。)

[証明 4]

$N1, N2$ を満たし, $N3$ を満たさぬ例を Fig. 3.3 に示す。

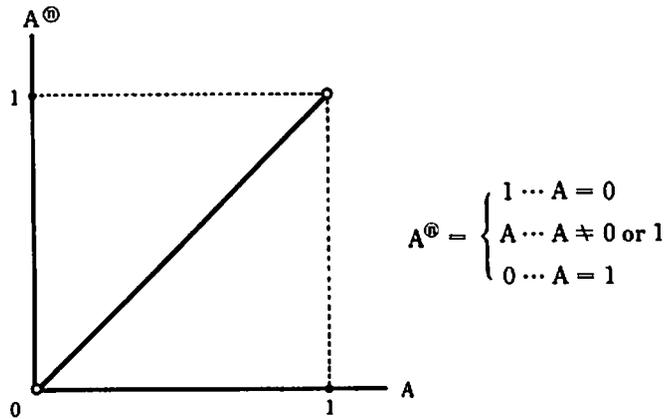


Fig.3.3 N1), N2)を満たし, N3)を満たさない写像の一例

(q.e.d.)

[命題 5]

N1), N2), N3) $\implies \cdot^{\circledast}$ は連続

[証明 5]

$0^{\circledast} = 1, 1^{\circledast} = 0$ と両端では値が決っているので, 开区間 $(0, 1)$ で考える。

step1)

任意の $(0, 1)$ の点 a に対して, 右側極限值と左側極限值が存在することを示す。

すなわち

$$\forall a \in (0, 1) \quad \exists \lim_{h \rightarrow +0} (a+h)^{\circledast} \quad \& \quad \exists \lim_{h \rightarrow +0} (a-h)^{\circledast}$$

を示す。

まず, 右側極限值については

$$\forall h_i \searrow 0 \text{ に対して } (a+h_i)^{\circledast} \not\prec (N3 \text{ より}) \quad \& \quad (a+h_i)^{\circledast} \leq 1$$

よって

$$\exists \lim_{i \rightarrow \infty} (a+h_i)^{\circledast}$$

が成立する。

同様に他の任意の $h'_i \searrow 0$ に対しても $\exists \lim_{i \rightarrow \infty} (a+h'_i)^{\circledast}$ が成立する。

この2つの極限值が等しいことを示す。

$$\forall i, \exists j, \exists \tilde{i} \quad a+h_{i+j} \leq a+h'_{\tilde{i}} \leq a+h_i$$

であり, N3)より

$$(a+h_{i+j})^{\circledast} \geq (a+h'_{\tilde{i}})^{\circledast} \geq (a+h_i)^{\circledast}$$

である。

$i \rightarrow \infty$ として,

$$\lim_{i \rightarrow \infty} (a+h_{i+j})^{\circledast} = \lim_{\tilde{i} \rightarrow \infty} (a+h'_{\tilde{i}})^{\circledast} = \lim_{i \rightarrow \infty} (a+h_i)^{\circledast}$$

左側極限值も同様にしてその存在を示すことができる。

step2)

(0, 1)に・[Ⓣ]の不連続点が存在すると仮定して矛盾を示す。

a ∈ (0, 1)が・[Ⓣ]の不連続点とする。

step1とN3)より

$$\lim_{h \rightarrow +0} (a + h)^{\textcircled{\text{T}}} < \lim_{h \rightarrow +0} (a - h)^{\textcircled{\text{T}}}$$

が成立する。

これは、命題2の・[Ⓣ]が全射(上への写像)であることに反する。

(q.e.d.)

2値論理のANDの拡張としてt-normがある。これは次のT1)~T4)の性質を満足する写像として定義されている。

$$\textcircled{\text{T}}: [0, 1] \times [0, 1] \longrightarrow [0, 1] \tag{3-6}$$

$$\text{T1) } A \textcircled{\text{T}} 1 = A, A \textcircled{\text{T}} 0 = 0 \tag{3-7}$$

$$\text{T2) } A \leq B \implies A \textcircled{\text{T}} C \leq B \textcircled{\text{T}} C \tag{3-8}$$

$$\text{T3) } A \textcircled{\text{T}} B = B \textcircled{\text{T}} A \tag{3-9}$$

$$\text{T4) } (A \textcircled{\text{T}} (B \textcircled{\text{T}} C)) = (A \textcircled{\text{T}} B) \textcircled{\text{T}} C \tag{3-10}$$

また、ORの拡張としてはs-normがあり次の写像によって定義されている。

$$\textcircled{\text{S}}: [0, 1] \times [0, 1] \longrightarrow [0, 1] \tag{3-11}$$

$$\text{S1) } A \textcircled{\text{S}} 1 = 1, A \textcircled{\text{S}} 0 = A \tag{3-12}$$

$$\text{S2) } A \leq B \implies A \textcircled{\text{S}} C \leq B \textcircled{\text{S}} C \tag{3-13}$$

$$\text{S3) } A \textcircled{\text{S}} B = B \textcircled{\text{S}} A \tag{3-14}$$

$$\text{S4) } A \textcircled{\text{S}} (B \textcircled{\text{S}} C) = (A \textcircled{\text{S}} B) \textcircled{\text{S}} C \tag{3-15}$$

さらに、t-norm, s-norm, ファジィ否定の間には

$$(A^{\textcircled{\text{T}}} \textcircled{\text{T}} B^{\textcircled{\text{T}}})^{\textcircled{\text{S}}} = A \textcircled{\text{S}} B \tag{3-16}$$

または、これと等価なことであるが、

$$(A^{\textcircled{\text{S}}} \textcircled{\text{S}} B^{\textcircled{\text{S}}})^{\textcircled{\text{T}}} = A \textcircled{\text{T}} B \tag{3-17}$$

の関係(2値論理のド・モルガンの法則の拡張)が成立することを要求する。

また、さらに、t-norm, s-normの間には

$$A \textcircled{\text{T}} (B \textcircled{\text{S}} C) = (A \textcircled{\text{T}} B) \textcircled{\text{S}} (A \textcircled{\text{T}} C) \tag{3-18}$$

あるいは、

$$A \textcircled{\text{S}} (B \textcircled{\text{T}} C) = (A \textcircled{\text{S}} B) \textcircled{\text{T}} (A \textcircled{\text{S}} C) \tag{3-19}$$

なる分配律を要求することもある。ただし、分配律不成立の場合もありうる。

3.2 ファジィ否定, t-norm, s-normの具体例

ファジィ否定は、3.1で述べたN1), N2), N3)の性質を満足する写像として、多数定義することが可能である。しかし、一般には物理的意味あいの解釈が容易であることから、1からの

差を用いることが多い。

$$A^{\textcircled{0}} = 1 - A \tag{3-20}$$

以下の議論においてもこの式(3-20)を用いることにする。この論理演算のグラフをFig. 3.4に示す。

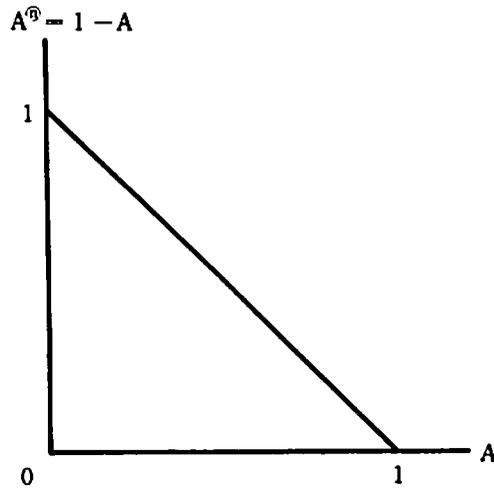


Fig.3.4 代表的なファジイ否定： $A^{\textcircled{0}}=1-A$

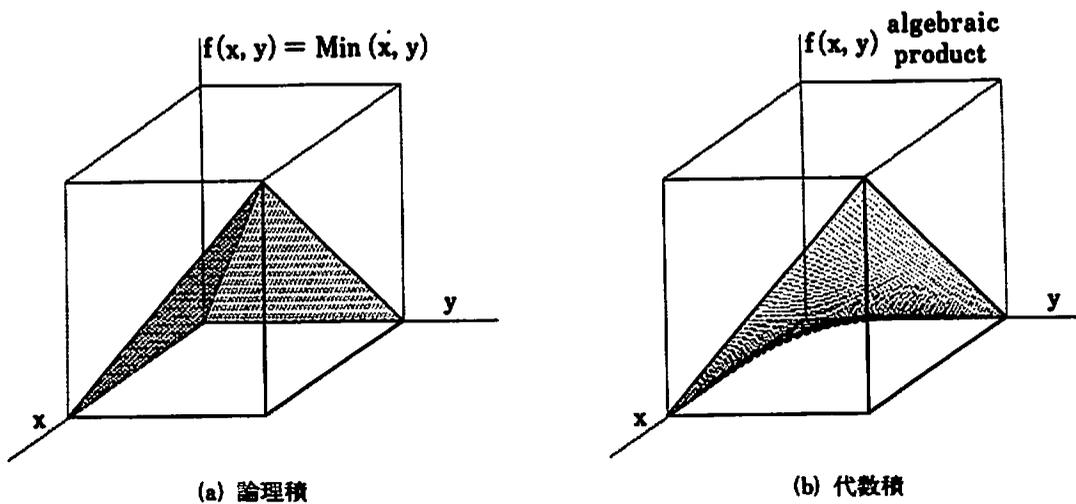
t-normの具体的な演算としては、論理積(\wedge)、代数積(\cdot)、限界積(\odot)、激烈積(Δ)等がある。これらの演算を式(3-21)～(3-28)に、その演算結果をFig. 3.5(a)～(d)に示す。

$$\text{論理積： } A \wedge B = \min\{A, B\} \tag{3-21}$$

$$\text{代数積： } A \cdot B = AB \tag{3-22}$$

$$\text{限界積： } A \odot B = 0 \vee (A + B - 1) \tag{3-23}$$

$$\text{激烈積： } A \Delta B = \begin{cases} A \cdots \cdots B = 1 \\ B \cdots \cdots A = 1 \\ 0 \cdots \cdots A, B < 1 \end{cases} \tag{3-24}$$



(a) 論理積

(b) 代数積

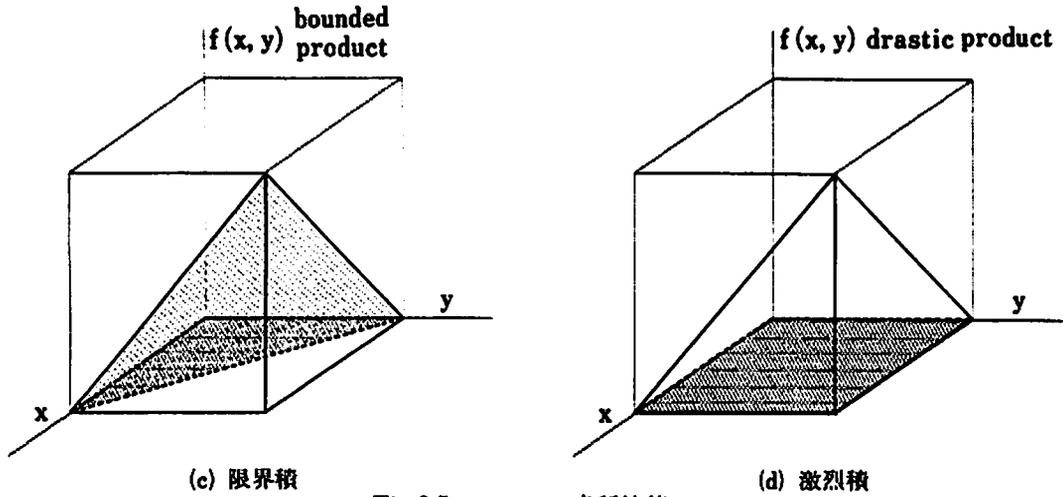


Fig.3.5 t-normの各種演算

これらの演算を一般化した連続パラメータ表示によるものが, Yager, Weberらによって提案されている。

$$A \underset{Y}{\wedge} B = 1 - (1 - \sqrt[p]{(1-A)^p + (1-B)^p}), \quad p > 0 \tag{3-25}$$

$$A \underset{W}{\wedge} B = [(1+p)(A+B-1) - pAB] \vee 0, \quad p \geq -1 \tag{3-26}$$

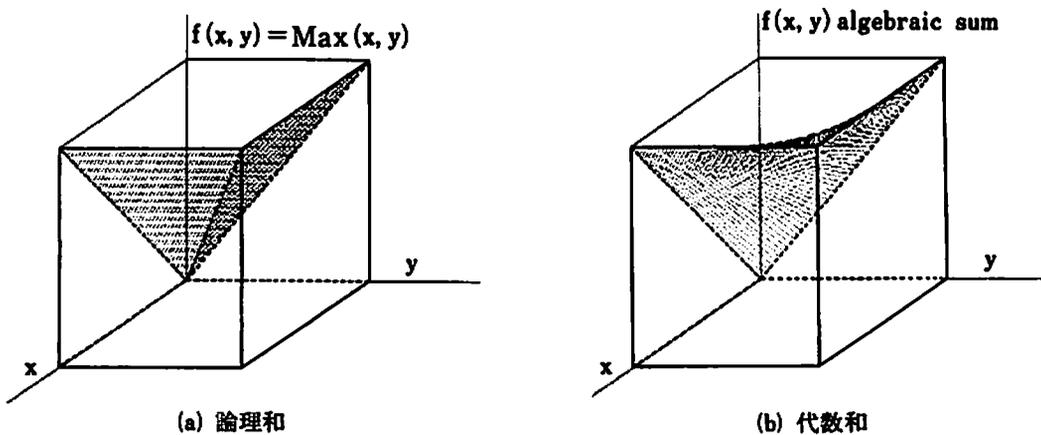
s-normには, (3-21)~(3-24)のt-normに双対な演算として((3-16)または(3-17)が成立するとき互いに双対という), 論理和(\vee), 代数和($\dot{+}$), 限界和(\oplus), 激烈和(∇)等がよくもちいられる。これらの演算を式(3-27)~(3-30)に, またその演算結果をFig. 3.6(a)~(d)に示す。

論理和: $A \vee B = \max \{A, B\}$ (3-27)

代数和: $A \dot{+} B = A + B - AB$ (3-28)

限界和: $A \oplus B = 1 \wedge (A + B)$ (3-29)

激烈和: $A \nabla B = \begin{cases} A \cdots \cdots B = 0 \\ B \cdots \cdots A = 0 \\ 1 \cdots \cdots A, B > 0 \end{cases}$ (3-30)



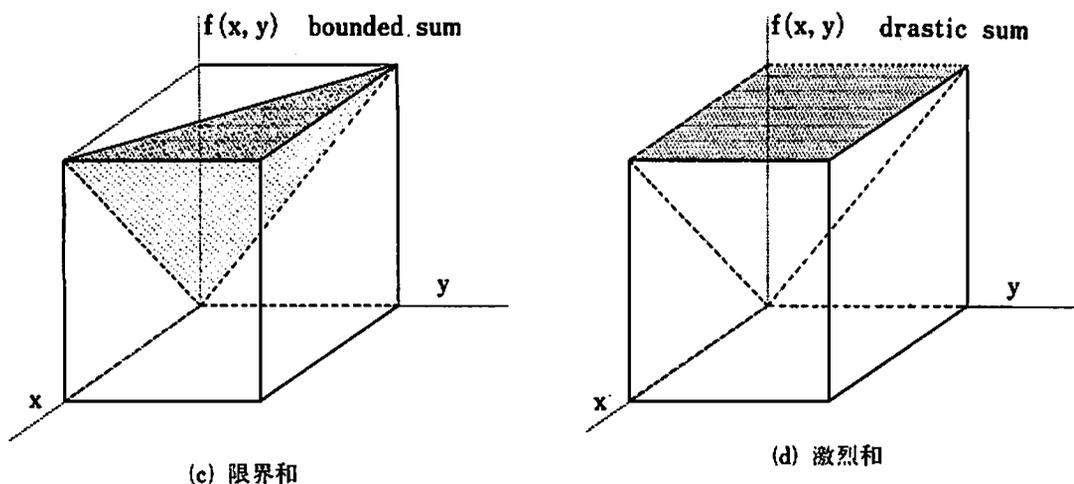


Fig.3.6 s-normの各種演算

また、連続パラメータを用いた、Yager, Weberらによるs-normも知られている。

$$A \overset{Y}{\vee} B = 1 \wedge \sqrt[p]{A^p + B^p} \quad , \quad p > 0 \tag{3-31}$$

$$A \overset{W}{\vee} B = 1 \wedge (A + B + pAB) \quad , \quad p \geq -1 \tag{3-32}$$

(3-21)～(3-24), (3-27)～(3-30)の演算の大小関係は式(3-33)のようになる。

$$\wedge \leq \odot \leq \cdot \leq \wedge \leq \vee \leq \dot{+} \leq \oplus \leq \vee \tag{3-33}$$

以上で述べたように、t-norm, s-normの演算としては各種のものが提案されているが、多くの場合否定として1からの差, t-normとしてはMin, s-normとしてMaxを用いる場合が多い。その理由としては、

- 1) 物理的にきわめてわかりやすい演算であること。
 - 2) 1からの差, Min, Maxによる体系で、ファジィ集合全体が完備擬ブール代数(complete pseude Boolean algebra)を形成し、通常の2値論理で成立する性質(べき等律・交換律・吸収律・分配律など)がほとんどそのまま成立し、不成立なのは相補律だけである。
- がある。

§ 4. ファジィフリップフロップの定義

ここでは、先に述べた2値J-Kのフリップフロップの概念を包含するファジィフリップフロップの定義を行う。

2値J-Kフリップフロップの特性方程式である式(2-4)をt-norm, s-norm, ファジィ否定をもちいて2値論理からファジィへの拡張を行うと、

$$Q(t+1) = (J \overset{\ominus}{\odot} Q^{\oplus}) \overset{\oplus}{\odot} (K^{\oplus} \overset{\ominus}{\odot} Q) \tag{4-1}$$

が得られる。

また、主乗法標準形を用いて得られる結果を簡単化した論理式(2-8)から、同様にして、

$$Q(t+1) = (J \textcircled{S} Q) \textcircled{t} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{S} Q^{\textcircled{N}}) \tag{4-2}$$

を得る。2値論理においては、式(2-4)と式(2-8)が等価なことは2値論理における演算規則を適用することによって確かめることができた(2-9)。しかし、ファジィ論理においては、相補律が成立していないため、式(4-1)と式(4-2)の演算結果は等しくない。これは、ファジィ論理では、相補律に対応する演算が式(4-3)のように不等号で

$$A \textcircled{t} A^{\textcircled{N}} \geq 0, A \textcircled{S} A^{\textcircled{N}} \leq 1 \tag{4-3}$$

与えられていることや分配律も一般には成立していないことに起因している。

ただし、次の命題は成立している。

[命題4.1]

t-norm, s-norm, ファジィ否定に

$$A \textcircled{t} (B \textcircled{S} C) \geq (A \textcircled{t} B) \textcircled{S} (A \textcircled{t} C) \tag{4-4}$$

が成立すれば

$$(J \textcircled{S} Q) \textcircled{t} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{S} Q^{\textcircled{N}}) \geq (J \textcircled{t} Q^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{t} Q) \tag{4-5}$$

が成立する。

[証明4.1]

$$\begin{aligned} & (J \textcircled{S} Q) \textcircled{t} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{S} Q^{\textcircled{N}}) \\ & \geq (J \textcircled{t} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{S} Q^{\textcircled{N}})) \textcircled{S} (Q \textcircled{t} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{S} Q^{\textcircled{N}})) \\ & \geq (J \textcircled{t} K^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (J \textcircled{t} Q^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (Q \textcircled{t} K^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (Q \textcircled{t} Q^{\textcircled{N}}) \\ & = \{(J \textcircled{t} Q^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{t} Q)\} \textcircled{S} \{(J \textcircled{t} K^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (Q \textcircled{t} Q^{\textcircled{N}})\} \\ & \geq \{(J \textcircled{t} Q^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{t} Q)\} \textcircled{S} 0 \\ & = \{(J \textcircled{t} Q^{\textcircled{N}}) \textcircled{S} (K^{\textcircled{N}} \textcircled{t} Q)\} \quad (\text{q.e.d.}) \end{aligned}$$

次に、2値論理との対応を考えるために、JとKがそれぞれ{0, 1}の場合のみについて式(4-1)と式(4-2)の値を計算した結果をTable 4.1に示す。

Table 4.1 Reset形Set形と2値論理との対応

J	K	set type (4-2)	reset type (4-1)	F ²
0	0	Q	Q	Q
0	1	Q \textcircled{t} Q ^{\textcircled{N}}	0	0
1	0	1	Q ^{\textcircled{N}} \textcircled{S} Q	1
1	1	Q ^{\textcircled{N}}	Q ^{\textcircled{N}}	$\frac{1}{Q}$

ここで、式(4-1)の計算結果は、 $J=0, K=1$ のReset入力に対して出力値0が実現され、式(4-2)の結果は $J=1, K=0$ のSet入力に対して出力値1が実現されていることがわかる。そこで、式(4-1)で表されるものをReset形ファジィフリップフロップ、式(4-2)で表されるものをSet形ファジィフリップフロップと呼ぶことにする。

§ 5. Min・Max演算を用いたファジィフリップフロップ

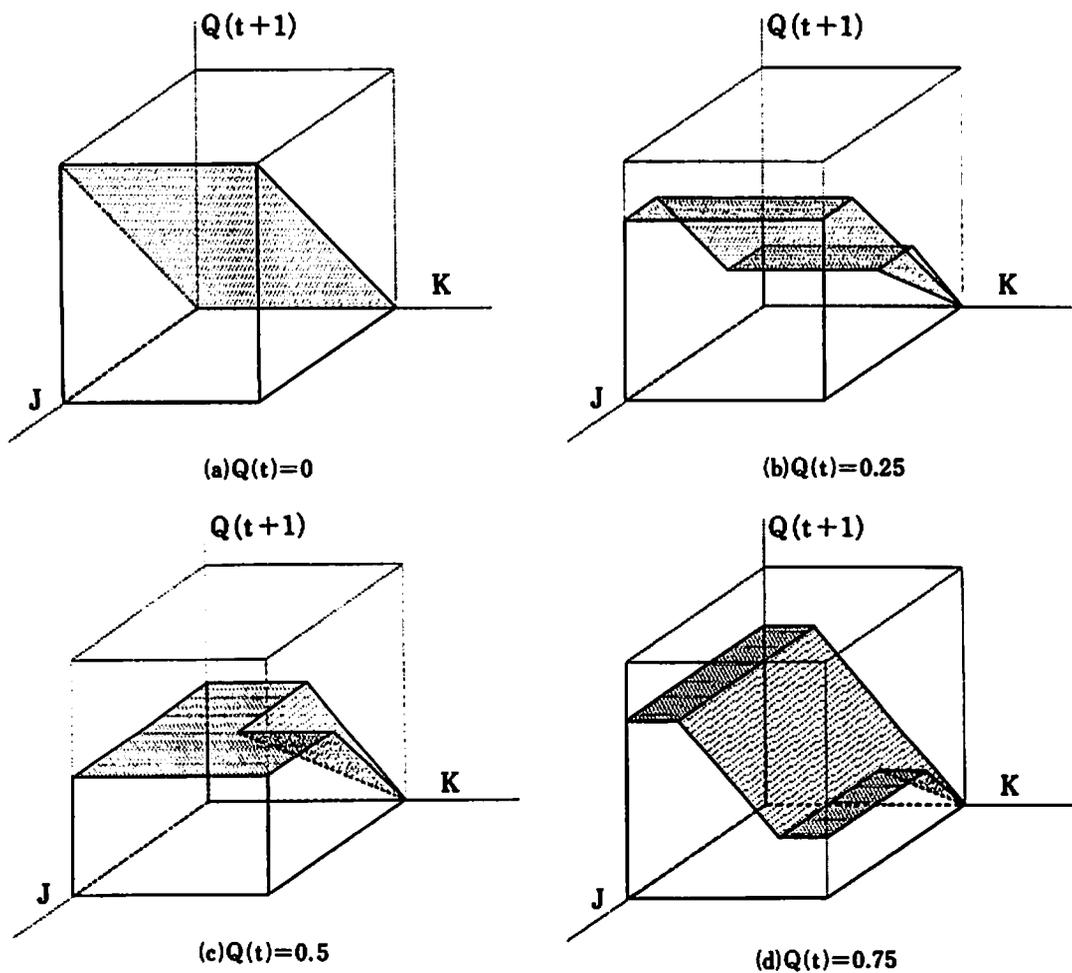
ファジィ論理で最も基本的なt-normとして $\text{Min}(\wedge)$ 、s-normとして $\text{Max}(\vee)$ 、ファジィ否定として1からの差を用いた場合のファジィフリップフロップについて述べる。式(4-1)と式(4-2)を書き直せば、

$$Q_R(t+1) = \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} \quad (5-1)$$

$$Q_S(t+1) = \{J \vee Q\} \wedge \{(1-K) \vee (1-Q)\} \quad (5-2)$$

が得られる。ここで、式(5-1)がReset形、式(5-2)がSet形である。

式(5-1)を用いた場合のファジィフリップフロップの特性を $Q(t)$ の値について場合分けしたものをFig. 5.1(a)~(e)に示す。



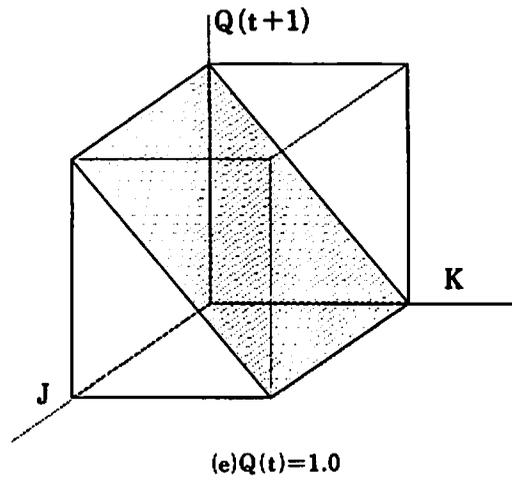
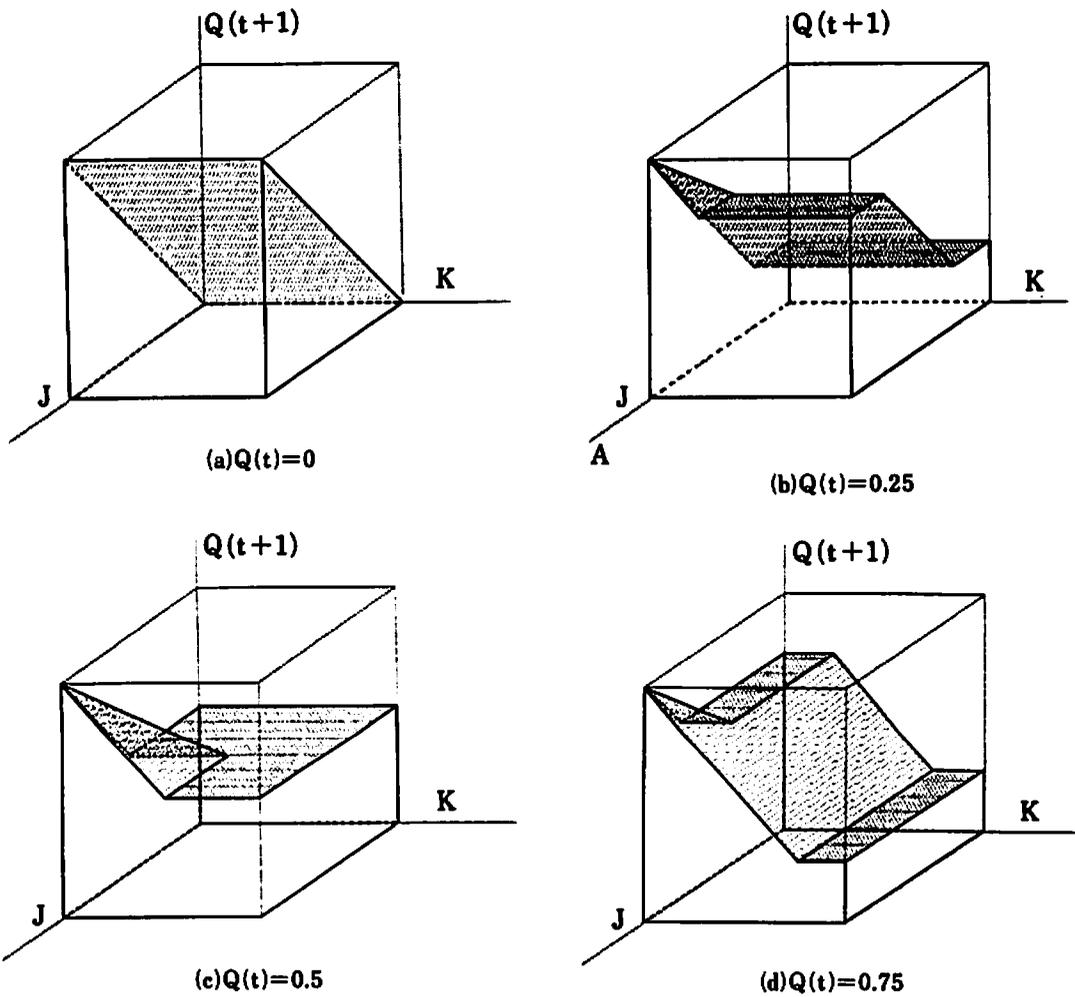


Fig.5.1 Reset形ファジィフリップフロップの出力特性

図から明らかなように $Q(t)=0$, $Q(t)=1$ の場合については単一平面から成立ち、他の場合は数枚の平面の合成で構成されている。

次に、式(5-2)を用いた場合の特性をFig. 5.2(a)~(e)に示す。



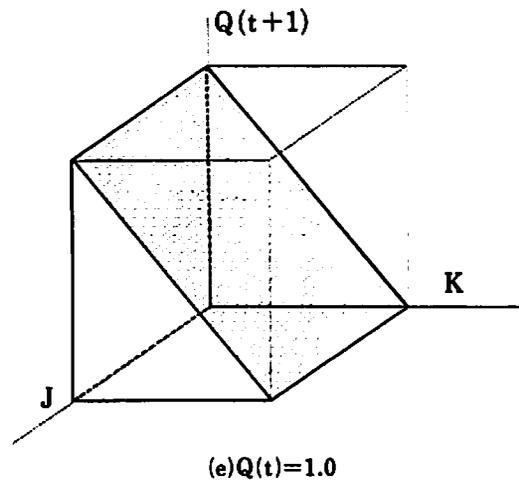


Fig.5.2 Set形ファジィフリップフロップの出力特性

$Q(t)=0$, $Q(t)=1$ のときSet形はReset形と同一の値をとることがわかる。また, $0 < Q(t) < 1$ の場合ではこのSet形のとり値は, 式(5-1)で示したReset形のとり値以上になっていることがわかる。

これは, 式(4-4)を満たし(しかもこの場合等号すなわち分配律が成立している)命題4.1が成立することより明らかである。さらに, $J=K$ の直線上において, Set形, Reset形の計算結果が一致していることがわかる。これは, 解析的にも次のように説明することができる。

1) $J=K < Q$ の場合, 式(5-1)はKをJで置き換えると

$$\{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-J) \wedge Q\}$$

となり

$$Q > J \geq J \wedge (1-Q)$$

$$(1-J) > (1-Q) \geq J \wedge (1-Q)$$

の関係が成り立つので

$$(1-J) \wedge Q > J \wedge (1-Q)$$

を満たし, (5-1)は,

$$(1-J) \wedge Q$$

となる。

一方, 式(5-2)は,

$$Q \wedge (1-J)$$

となって同一の値をとる。

2) $J=K=Q$ の場合には明らかに式(5-1), 式(5-2)とも

$$J \wedge (1-J)$$

となり, 一致している。

3) $J=K>Q$ の場合、式(5-1)は K を J で置き換えると

$$\{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-J) \wedge Q\}$$

となり

$$J > Q \geq (1-J) \wedge Q$$

$$(1-Q) > (1-J) \geq (1-J) \wedge Q$$

の関係から

$$J \wedge (1-Q) > (1-J) \wedge Q$$

となり、(5-1)は、

$$J \wedge (1-Q)$$

となる。

一方、式(5-2)は明らかに

$$J \wedge (1-Q)$$

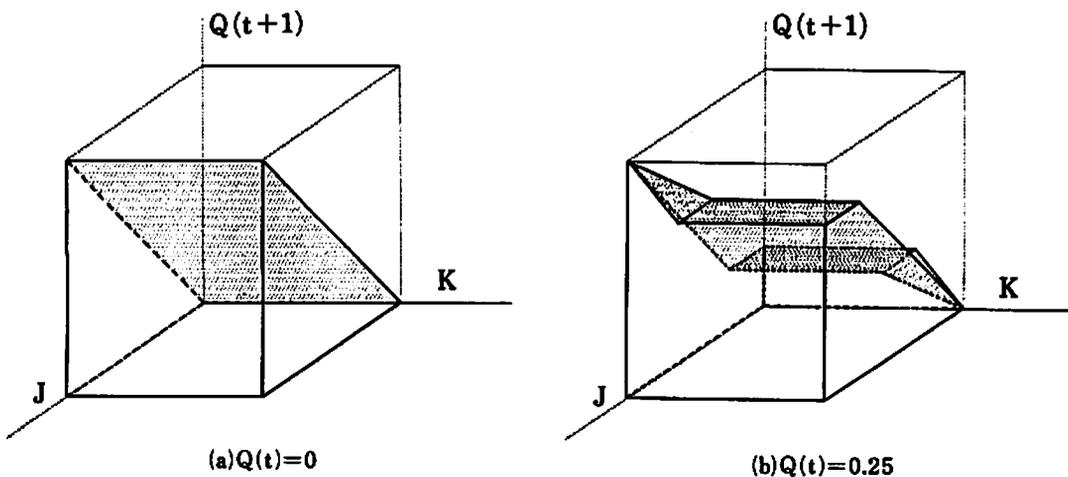
となる。

以上で、Min・Maxおよび1からの差を用いた場合にReset形、Set形ファジィフリップフロップの出力値が $J=K$ のときに同一になることがわかった。そこで、2値フリップフロップの性質を保存してファジィへの拡張を行うため、 $J \geq K$ の領域においては式(5-2)で示したSet形を、また、 $J \leq K$ の領域においては式(5-1)で示したReset形を用いることにすると、Set入力に対する出力値1をまた、Reset入力に対する出力値0を実現することが可能となる。

すなわち、

$$Q(t+1) = \begin{cases} (J \vee Q) \wedge \{(1-K) \vee (1-Q)\} & (J \geq K) \\ \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} & (J \leq K) \end{cases} \quad (5-3)$$

これを、基本的なファジィフリップフロップの演算式と考えることにする。これを $Q(t)$ の値が $Q(t)=0$, $Q(t)=0.25$, $Q(t)=0.5$, $Q(t)=0.75$, $Q(t)=1.0$ について図示したものをFig. 5.3 (a)~(e)に示す。



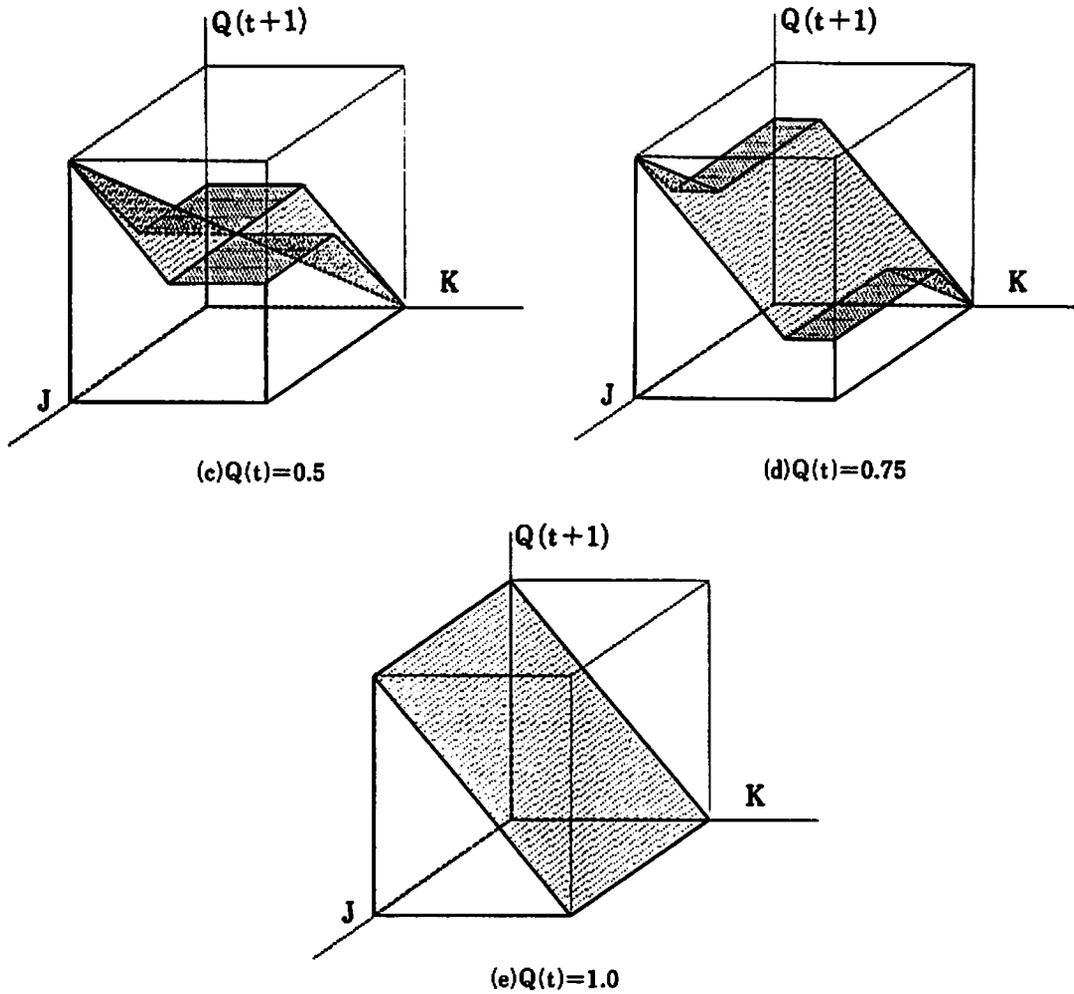


Fig.5.3 Min·Maxファジィフリップフロップ

§ 6. その他の演算を用いたファジィフリップフロップ

5節では、ファジィ推論において、最も多く用いられているMin・Max演算及び1からの差を用いてファジィフリップフロップの定義を行ってきた。しかし、t-norm, s-normには、3-2で述べたように、代数積と代数和、限界積と限界和、激烈積と激烈和が用いられることもある。これらの互いに双対な演算と、1からの差を用いた系によってもReset型、Set型のファジィフリップフロップを定義することができる。以下ではこれら3つの場合について、順に簡単に述べる。

まず、代数積、代数和と1からの差を用いたものを式(6-1)、式(6-2)に示す。

$$Q_R(t+1) = \{J \cdot (1-Q)\} \dot{+} \{(1-K) \cdot Q\} \quad (6-1)$$

$$Q_S(t+1) = (J \dot{+} Q) \cdot \{(1-K) \dot{+} (1-Q)\} \quad (6-2)$$

式(6-1), (6-2)を式(3-22), (3-28)を用いて書き直せば,

$$Q_R(t+1) = J + Q - 2JQ - KQ + JQ^2 + JQK - JKQ^2 \quad (6-3)$$

$$Q_S(t+1) = J + Q - JQ - JKQ - KQ^2 + JKQ^2 \quad (6-4)$$

が得られる。これらの数値計算結果をFig. 6.1(a)~(e), 6.2(a)~(e)に示す。

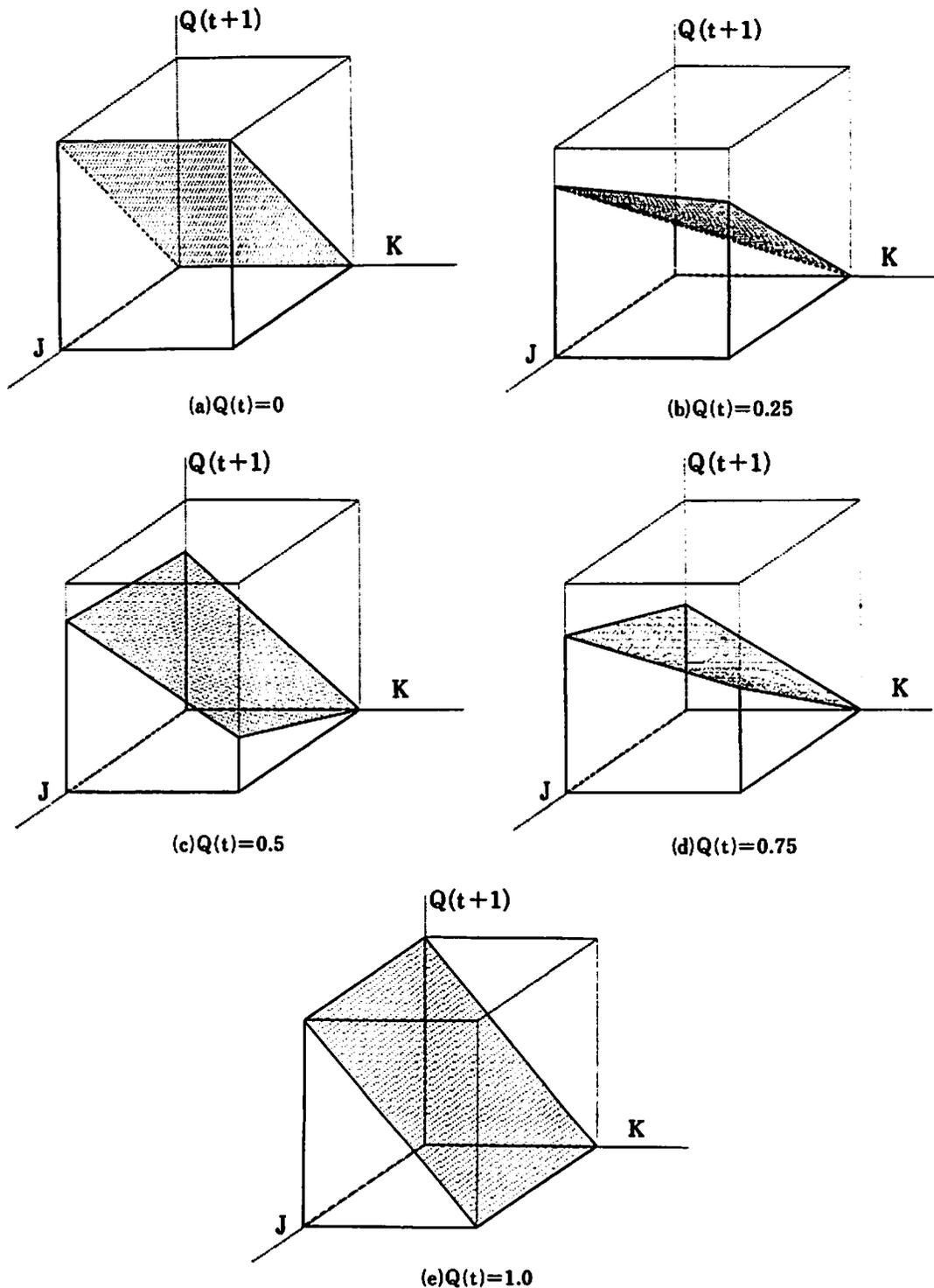


Fig.6.1 代数積, 代数和を用いた場合のReset型ファジィフリップフロップの出力特性

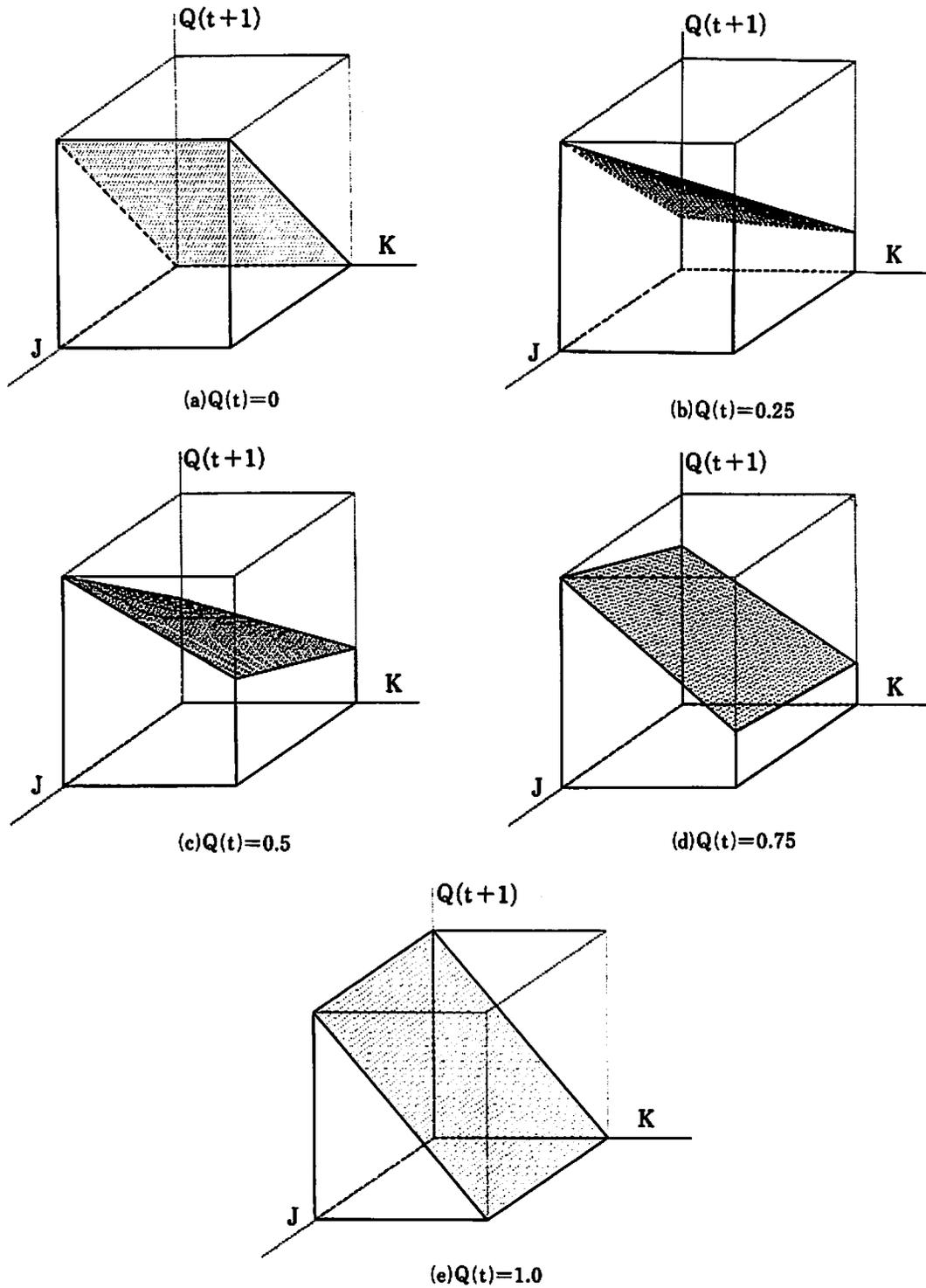


Fig.6.2 代数積, 代数和を用いた場合のSet型ファジィフリップフロップの出力特性

Fig. 6.1(a)~(e), Fig. 6.2(a)~(e)では $Q(t)$ を定数パラメータとして与えているため, $Q_R(t+1)$, $Q_S(t+1)$ の値はJとKの2次式になる。従って, これらの出力値は, $0 < Q(t) < 1$ の場合には, 2次曲面を形成していることがわかる。Reset型, Set型の大小関係は, 式(6-3)と(6-4)の差をとることにより

$$Q_s(t+1) - Q_r(t+1) = \{J(1-K) + K(1-J)\}Q(1-Q) \geq 0 \quad (6-5)$$

となるから

$$Q_s(t+1) \geq Q_r(t+1) \quad (6-6)$$

の関係が成り立っている。

次に、t-norm, s-norm及びファジィ否定として、限界積、限界和と1からの差の系によりファジィフリップフロップを表現すれば、Reset型、Set型はそれぞれ次のように表すことができる。

$$Q_r(t+1) = \{J \odot (1-Q)\} \oplus \{(1-K) \odot Q\} \quad (6-7)$$

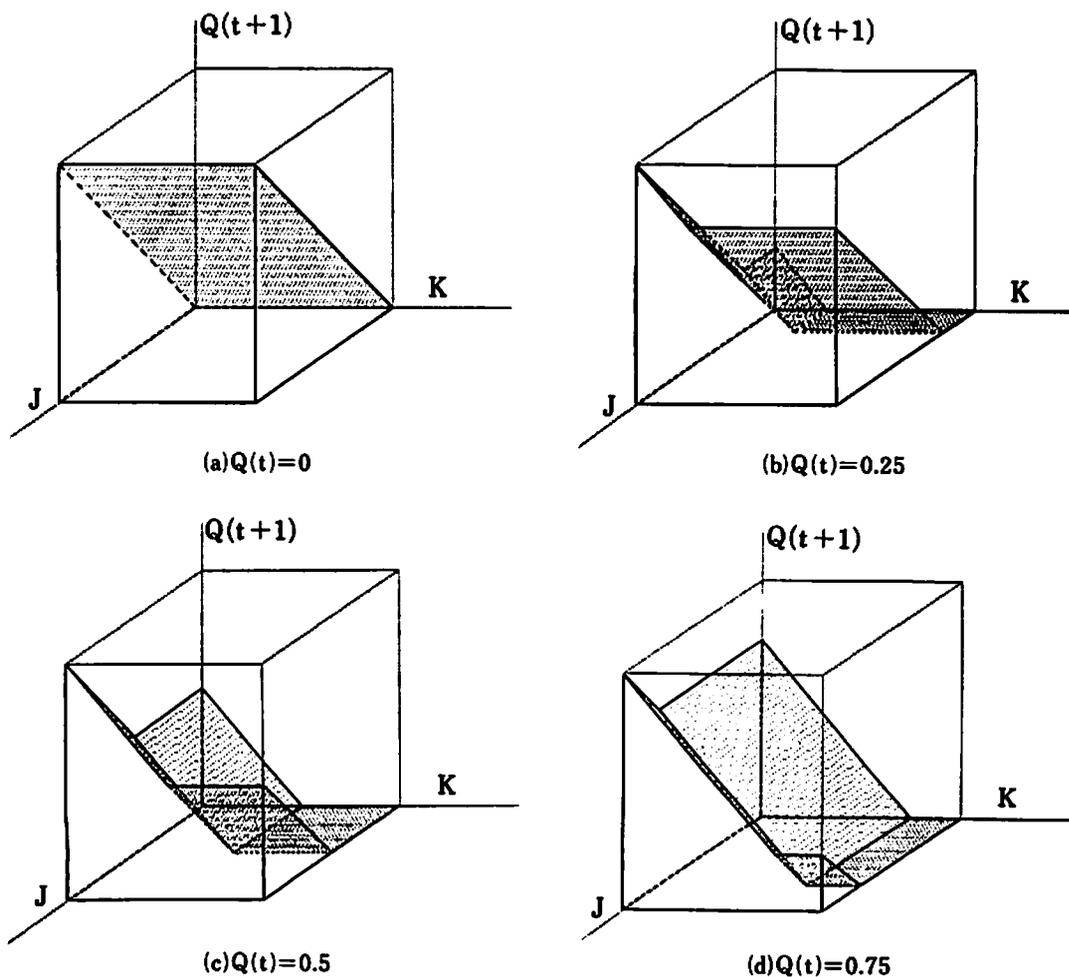
$$Q_s(t+1) = (J \oplus Q) \odot \{(1-K) \oplus (1-Q)\} \quad (6-8)$$

式(6-7), (6-8)を式(3-23), (3-29)を用いて書き直せば,

$$Q_r(t+1) = 1 \wedge \{0 \vee (J-Q) + 0 \vee (Q-K)\} \quad (6-9)$$

$$Q_s(t+1) = 0 \vee \{1 \wedge (J+Q) + 1 \wedge (2-K-Q) - 1\} \quad (6-10)$$

Fig. 6.3(a)~(e), 6.4(a)~(e)には、これらの演算結果を示す。



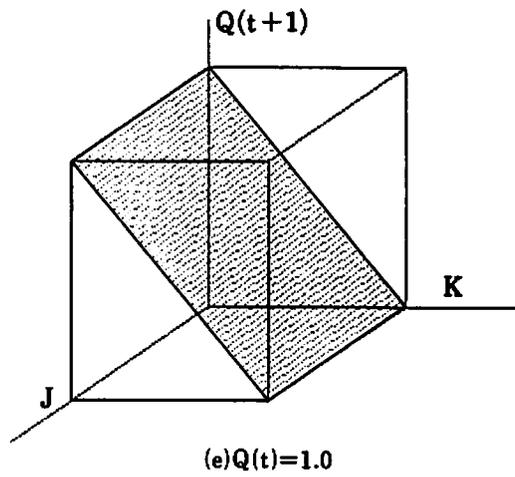
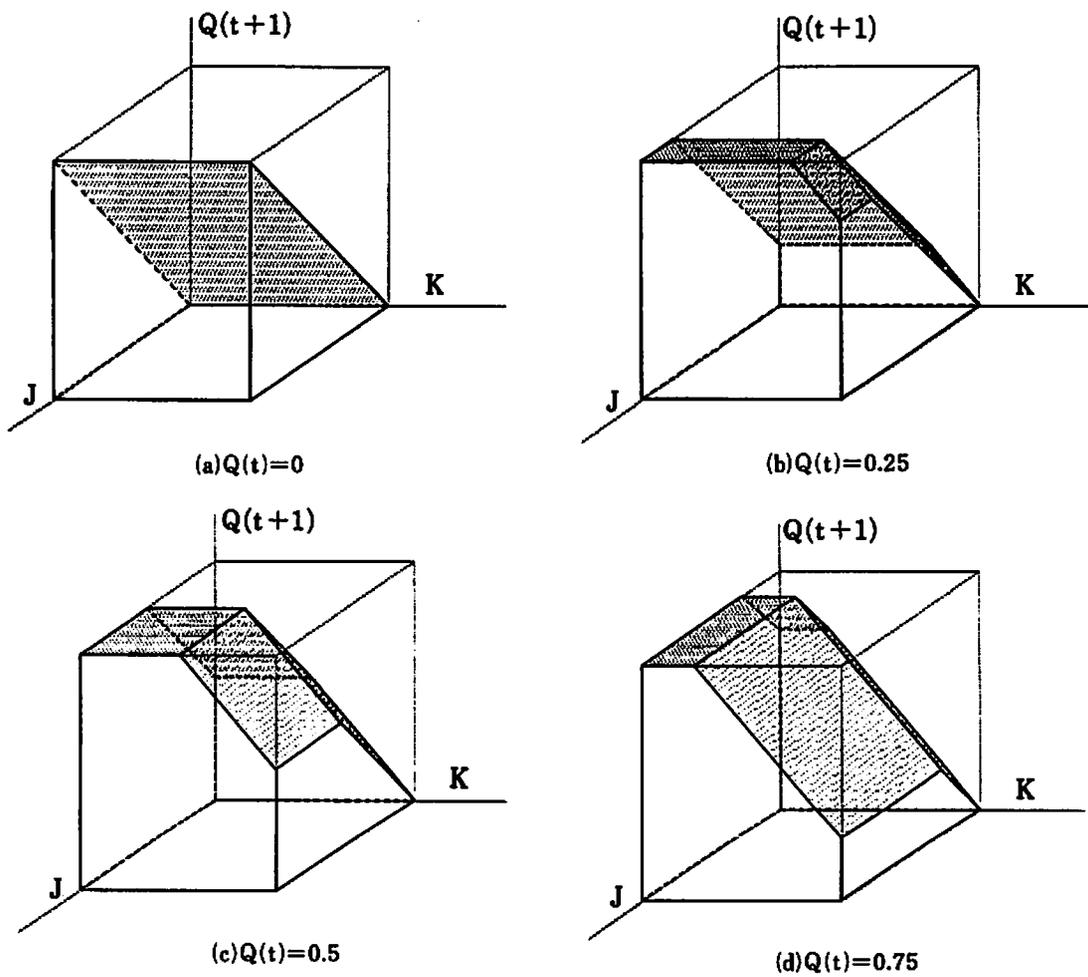


Fig.6.3 限界和、限界積を用いた場合のReset型ファジィフリップフロップの出力特性



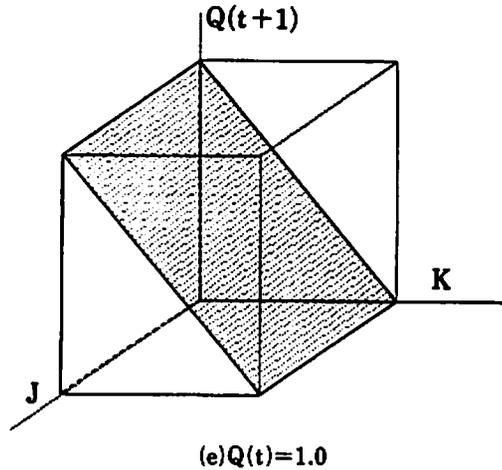


Fig.6.4 限界和, 限界積を用いた場合のSet型ファジィフリップフロップの出力特性

ここでは, 出力値 $Q_R(t+1)$, $Q_S(t+1)$ はいずれも $0 < Q(t) < 1$ の領域で4つの平面から構成されている。また, ここでも,

$$Q_S(t+1) \geq Q_R(t+1) \quad (6-11)$$

の関係が成り立っていることがわかる。これは, 解析的にも以下のように示すことができる。式(6-9)をJ, KとQの大小によって場合分けして, 計算すると次のようになる。

1) $J \geq Q, K \leq Q$ のとき

$$Q_R(t+1) = J - K \quad (6-12)$$

2) $J \geq Q, K \geq Q$ のとき

$$Q_R(t+1) = J - Q \quad (6-13)$$

3) $J \leq Q, K \leq Q$ のとき

$$Q_R(t+1) = Q - K \quad (6-14)$$

4) $J \leq Q, K \geq Q$ のとき

$$Q_R(t+1) = 0 \quad (6-15)$$

一方, 式(6-10)を同様にして計算を行えば,

5) $J \geq 1 - Q, K \leq 1 - Q$

$$Q_S(t+1) = 1 \quad (6-16)$$

6) $J \geq 1 - Q, K \geq 1 - Q$

$$Q_S(t+1) = (1 - Q) + (1 - K) \quad (6-17)$$

7) $J \leq 1 - Q, K \leq 1 - Q$

$$Q_S(t+1) = J + Q \quad (6-18)$$

8) $J \leq 1 - Q, K \geq 1 - Q$

$$Q_S(t+1) = J + 1 - K \quad (6-19)$$

となり, 式(6-12), (6-13), (6-14), (6-15)はいずれも式(6-16), (6-17), (6-18), (6-19)以下とな

っていることがわかる。従って(6-11)が確認された。

最後に、t-norm, s-norm, ファジィ否定として激烈積, 激烈和からの差を用いた系によって表現されたファジィフリップフロップについて述べる。Reset型, Set型はそれぞれ次式となる。

$$Q_R(t+1) = \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} \quad (6-20)$$

$$Q_S(t+1) = (J \vee Q) \wedge \{(1-K) \vee (1-Q)\} \quad (6-21)$$

また、これらの演算結果をFig. 6.5(a)~(e), 6.6(a)~(e)に示す。

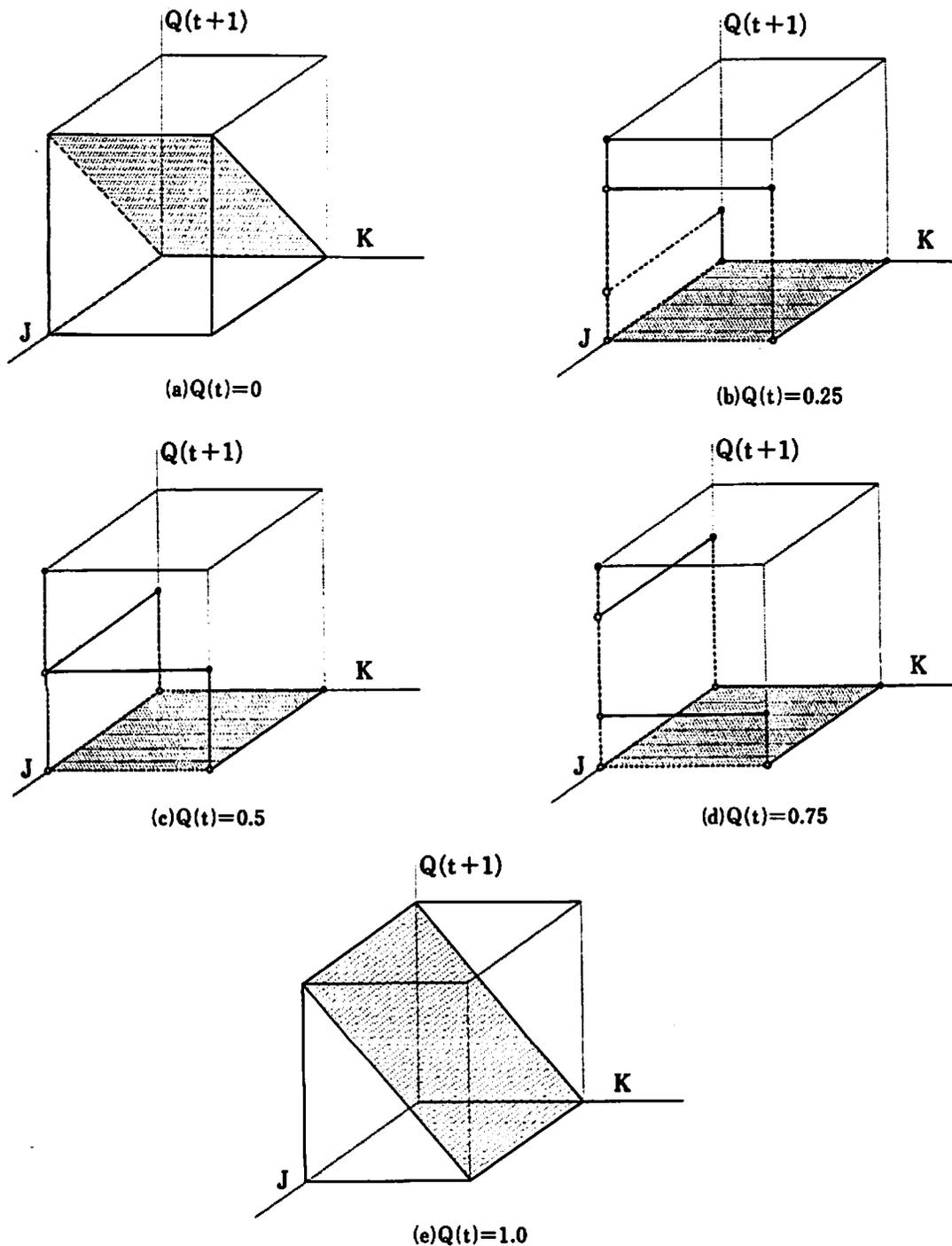


Fig.6.5 激烈積, 激烈和を用いた場合のReset型ファジィフリップフロップの出力特性

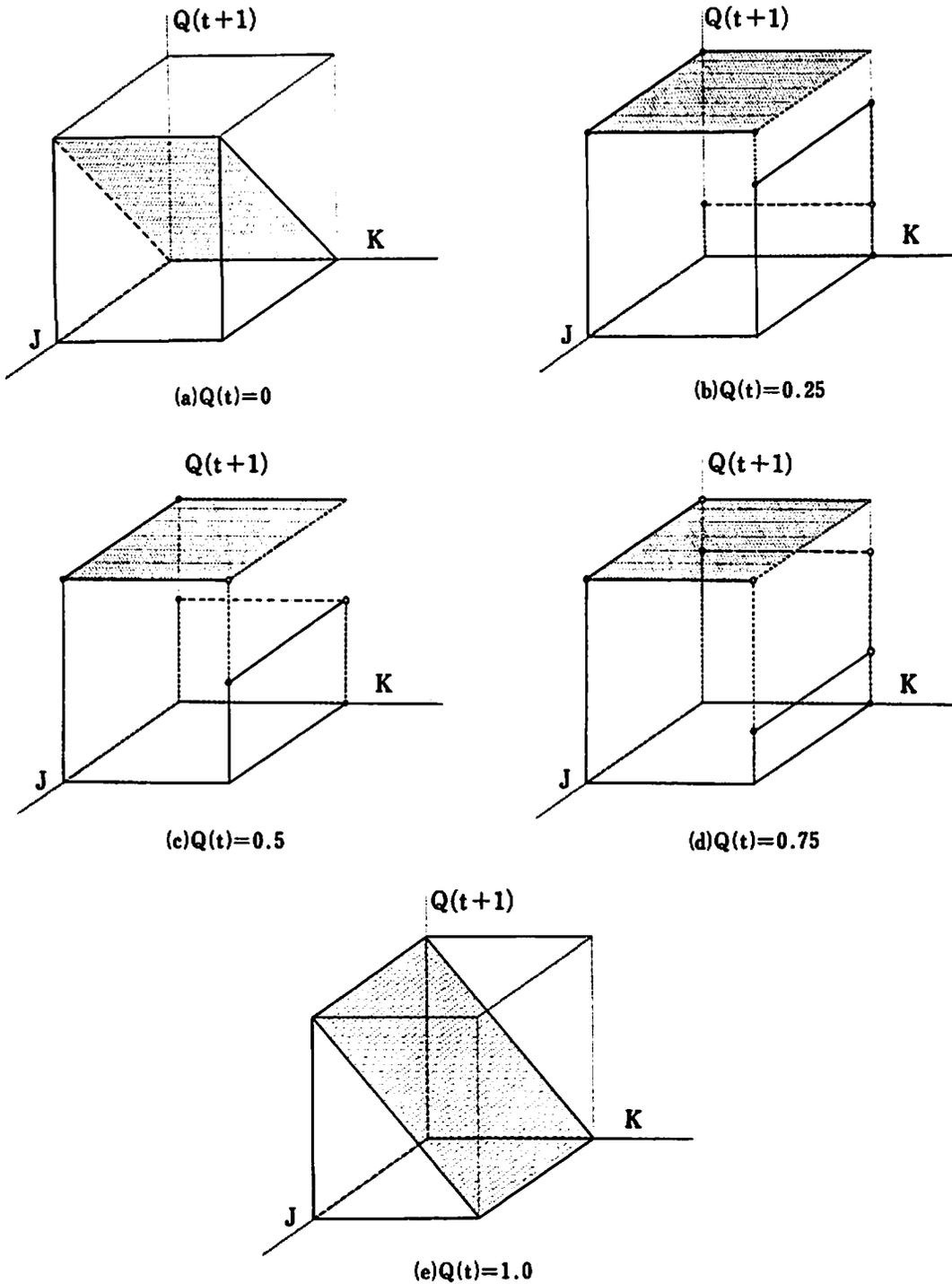


Fig.6.6 激烈積，激烈和を用いた場合のSet型ファジィフリップフロップの出力特性

ここでも，式(6-11)の関係が成り立っている。これも解析的には以下のように示すことができる。J, KおよびQの値について場合分けすると，

1) $Q=0$ のとき

$$\begin{aligned}
 Q_r(t+1) &= (J \wedge 1) \vee \{(1-K) \wedge 0\} \\
 &= J \vee 0 = J
 \end{aligned}$$

2) $Q=1$ のとき

$$\begin{aligned} Q_R(t+1) &= (J \wedge 0) \wedge \{(1-K) \wedge 1\} \\ &= 0 \vee (1-K) \\ &= 1-K \end{aligned}$$

3) $Q \neq 0$ or 1 のときi) $J \neq 1$ and $K \neq 0$ のとき

$$\begin{aligned} Q_R(t+1) &= \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} \\ &= 0 \vee 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ii) $J=1$ and $K \neq 0$ のとき

$$\begin{aligned} Q_R(t+1) &= \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} \\ &= (1-Q) \vee 0 \\ &= 1-Q \end{aligned}$$

iii) $J \neq 1$ and $K=0$ のとき

$$\begin{aligned} Q_R(t+1) &= \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} \\ &= 0 \vee Q \\ &= Q \end{aligned}$$

iv) $J=1$ and $K=0$ のとき

$$\begin{aligned} Q_R(t+1) &= \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} \\ &= (1-Q) \vee Q \\ &= 1 \end{aligned}$$

となる。

一方、式(6-20)は、

1) $Q=0$ のとき

$$\begin{aligned} Q_S(t+1) &= (J \vee Q) \wedge \{(1-K) \vee (1-Q)\} \\ &= J \wedge 1 \\ &= J \end{aligned}$$

2) $Q=1$ のとき

$$\begin{aligned} Q_S(t+1) &= (J \vee Q) \wedge \{(1-K) \vee (1-Q)\} \\ &= 1 \wedge (1-K) \\ &= 1-K \end{aligned}$$

3) $Q \neq 0$ or 1 のときi) $J \neq 0$ and $K \neq 1$ のとき

$$\begin{aligned} Q_s(t+1) &= (J \vee Q) \wedge \{ (1-K) \vee (1-Q) \} \\ &= 1 \wedge 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

ii) $J=0$ and $K \neq 1$ のとき

$$\begin{aligned} Q_s(t+1) &= (J \vee Q) \wedge \{ (1-K) \vee (1-Q) \} \\ &= Q \wedge 1 \\ &= Q \end{aligned}$$

iii) $J \neq 0$ and $K=1$ のとき

$$\begin{aligned} Q_s(t+1) &= (J \vee Q) \wedge \{ (1-K) \vee (1-Q) \} \\ &= 1 \wedge (1-Q) \\ &= 1-Q \end{aligned}$$

iv) $J=0$ and $K=1$ のとき

$$\begin{aligned} Q_s(t+1) &= (J \vee Q) \wedge \{ (1-K) \vee (1-Q) \} \\ &= Q \wedge (1-Q) \\ &= 0 \end{aligned}$$

となって、すべての場合について、式(6-11)の大小関係が成り立つことがわかる。

§ 7. 結 言

二値論理の拡張概念であるファジィ論理における基本演算, t-norm, s-norm, ファジィ否定を用いて、二値J-Kフリップフロップのファジィ化を試みた。ファジィフリップフロップの演算式として定義されたReset型ファジィフリップフロップ式(4-1)およびSet型ファジィフリップフロップ式(4-2)を、t-norm, s-norm, ファジィ否定の具体的な演算である、

- 1) Min, Max, $1-\cdot$ の系
- 2) 代数積, 代数和, $1-\cdot$ の系
- 3) 限界積, 限界和, $1-\cdot$ の系
- 4) 激烈積, 激烈和, $1-\cdot$ の系

によって記述されたものについての計算機シミュレーションを行い、それらの入出力特性を明らかにした。この結果および解析的手法によりMin, Max演算を用いた系により、Reset型, Set型を統一した式(5-3)によって二値J-Kフリップフロップの拡張となるファジィフリップフロップの基本方程式が与えられることを明らかにした。

本論文の結果は、今後本格的なファジィコンピュータを実現する際に、その記憶回路の基本素子構成に一つの指針を与えたものである。現在そのハードウェア化に向けて検討中である。

参 考 文 献

- 1) T.Yamakawa, T.Miki and F.Ueno : The Design and Fabrication of The Current Mode Fuzzy Logic Semi-Custom IC in The Standard CMOS IC Thechnology, Proc. 1985 ISMVL (IEEE), p.p. 76/82
- 2) M.Togai and H.Watanabe : A VLSI Implementation of Fuzzy Inference Engine toward an Expert System on a Chip, Proc. 2nd Int. Conf. on AI and Applications (IEEE), Dec. 1985, p.p. 192/197
- 3) 廣田, 小沢 : Fuzzy Flip Flopのモデル化, 第25回SICE学術講演会予稿集, July, 23-25, 1986, p.p. 223/224
- 4) K.Hirota and K.Ozawa : Fuzzy Flip Flop Implementation using Min, Max Operations, Int. Symposium on Fuzzy Systems & Knowledge Engineering, July, 1987, China (submitted)