

拡張ファジィ表現による不確実な知識の表現

Hirota, Kaoru / Watanabe, Akihiko / 渡辺, 彰彦 / 廣田,
薫

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学工学部研究集報 / 法政大学工学部研究集報

(巻 / Volume)

24

(開始ページ / Start Page)

35

(終了ページ / End Page)

45

(発行年 / Year)

1988-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00003948>

拡張ファジィ表現による不確実な知識の表現

廣田 薫*・渡辺 彰彦**

Uncertain Knowledge Representation using Extended Fuzzy Expression

Kaoru HIROTA* and Akihiko WATANABE**

Abstract

Uncertain knowledge representation method is proposed using the notion of Extended Fuzzy Expression of Probabilistic Sets. This knowledge representation method is associated with the organization of standard human evaluation and is induced from Extended Fuzzy Expression. On Extended Fuzzy Sets the membership function is defined by the Upper and the Lower membership functions. The difference between Extended Fuzzy Sets and ordinary Fuzzy Sets is also discussed.

§ 1. 緒 言

計算機上で単に数値的な情報処理を行うだけでなく記号的な知識情報処理を行うインテリジェントシステムの研究が、様々な角度からなされている。その一つに知識表現からのアプローチがある¹⁾²⁾³⁾。知識には、明確な定義や厳密な記述ができない、あるいは難しい悪構造なものがあり、あいまいな知識と呼ばれている。特に真偽の二値で表現できないような場合を、あいまいな知識の不確実性と呼んでいる。

あいまいな知識の不確実性は、Bayes 確率、MYCIN の CF 値による方法⁴⁾、主観 Bayes の方法⁵⁾、Dempster-Shafer の確率理論⁶⁾、ファジィ論理⁷⁾などによって表現される。これらの方法を実際に運用し、インテリジェントシステムを構築する立場から、不確実性の表現には共通した問題がある。確実度あるいは基本確率量などを実際に割り当てることの困難さという問題である。真理値を示す数値は一意的に決まるとは考えにくい。たとえ現時点で真理値を決めることができたとしても、時間の経過とともに往々にしてこの値は変化してしまう。これは真理値を与える人間の評価基準構造が不確実であるからである。この観点から真理値はむしろ、ある区間値を変動すると考えた方がよい。あいまいな知識の不確実性を、人間の意思決定評価基準構造を基にした

* 工学部電気工学科計測制御専攻

** 大学院工学研究科システム工学専攻修士課程

拡張ファジィ表現で表す手法を提案する。

拡張ファジィ表現は、確率集合論で提案された^{8~10)}。確率集合は人間の意思決定構造モデルである。拡張ファジィ表現は、人間の意思決定評価を、第一近似としての平均や第二近似としての分散といったモーメントによって表現したものであり、第一近似はメンバーシップ関数、第二近似はベグネス関数と呼ばれている。このメンバーシップ関数は、あいまいな知識の真理値を示し、ベグネス関数は真理値の不確実性を示す。すなわち人間が行っている意思決定評価値は、ある区間値を持っていると考えられる。これをファジィ論理で扱うことにすれば、メンバーシップ関数が区間値を持ち、メンバーシップ関数の上限値（上限メンバーシップ関数）と下限値（下限メンバーシップ関数）が存在することになる。上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数で定義されるファジィ集合を拡張ファジィ集合と呼ぶことにする。なお通常のファジィ集合は、拡張ファジィ表現の第一近似のみを問題にした場合と考えられる。

つぎに拡張ファジィ集合の基本的演算の定義を行う。この演算では、メンバーシップ関数の区間値の変化が重要である。上限メンバーシップ関数、下限メンバーシップ関数それぞれに、ファジィ集合の論理演算を行うことで定義する。また拡張ファジィ表現と拡張ファジィ集合との相互変換式の定義も行う。

最後に、拡張ファジィ表現を用いた例題を示す。ファジィ関係によるカラーコーディネーション意思決定モデルである。例題を通して拡張ファジィ集合とファジィ集合との相互比較を行う。

§ 2. 拡張ファジィ表現

確率集合論^{8~10)}が、廣田によって提案された。これは、あいまいさ、多様性、個性と主観、知識の進展と発展といった問題を解決する理論である。そしてこの枠組みの中で拡張ファジィ表現が提案された⁹⁾。これらはある意味でファジィ集合を包含している。また知識工学的には人間の評価基準構造に基づいた手法である。

確率集合は、人間の意思決定構造モデルの一つである。人間が与えられた事柄に対して意思決定を行う場合、ある種の基準に従って評価判断を下す。この基準は必ずしも一つとは限らない。しかしある一つの基準を考えれば、真と偽の両極端と、どちらとも判断できない中間の状態が存在する。また全ての状態は比較可能でなければならない。すなわちこの基準は、濃度が無限の、上限と下限を持つ全順序集合として考えられる。この意味で基準を構成すれば、扱う対象の性質は必ず評価でき、評価が一意に定まらないのは、個々の基準による評価が異なるためである。

評価値の分布としてのパラメータ空間と、基準の値域としての特性空間の二つの空間を準備し、扱う対象の性質をパラメータ空間上で特性空間の値を取る確率変数として表す。扱う対象の性質のあいまいさは特性空間の変数として表現される。ここでパラメータ空間を設定することにより意思決定モデルが構成できる。このモデルにおいて重要な情報を与える指標は、全体の意思の平

§ 3. 拡張ファジィ集合

あいまいな知識の不確実性は、拡張ファジィ表現のメンバーシップ関数とベイグネス関数で表すことができる。

ファジィ集合論¹¹⁾では、扱う対象の全体空間を

$$X = \{x\} \quad (3.1)$$

とすると、

$$\begin{array}{ccc} \mu_A : X & \longrightarrow & [0, 1] \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ & & x \longmapsto \mu_A(x) \end{array} \quad (3.2)$$

なるメンバーシップ関数 μ_A によって一つのファジィ集合 A を定義する。メンバーシップ関数 $\mu_A(x)$ は、 X の要素 x が集合 A に帰属するグレードを与える。このグレードは、見方を変えると真理値を表していると言える。

拡張ファジィ表現では、第一モニターであるメンバーシップ関数と第二モニターであるベイグネス関数によって、ファジィ集合のメンバーシップ関数に上限値と下限値の区間値を与えることができる。これは区間値メンバーシップ関数によって定義されたファジィ集合と言える。通常用いられているファジィ集合と区別して、拡張ファジィ集合と呼ぶことにする。なおこれは、メンバーシップ関数に区間の値を持たせた、Turksen らの区間値ファジィ集合¹³⁾としても解釈可能である。

扱う対象の全体空間を

$$X = \{x\}$$

とし、メンバーシップ関数とベイグネス関数を以下のように定義する。

$$\begin{array}{ccc} m_A : X & \longrightarrow & [0, 1] \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ & & x \longmapsto m_A(x) \end{array} \quad (3.3)$$

および

$$\begin{array}{ccc} v_A : X & \longrightarrow & [0, 1] \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ & & x \longmapsto v_A(x) \end{array} \quad (3.4)$$

ここでメンバーシップ関数 $m_A(x)$ は、 X の要素 x が集合 A に帰属するグレードを与える。しかしこのグレードは一意には決めにくい不確実な値である。ベイグネス関数 $v_A(x)$ は、 X の要素 x が集合 A に属する不確実性のグレードを与える。言い替えると、ベイグネス関数はメンバーシップ関数の不確実性を示し、メンバーシップ関数の値の変動を規定する。 X の要素 x が集合 A に帰属する程度が、上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数の区間で表される。上限メ

メンバーシップ関数を,

$$\bar{\mu}_A(x) = m_A(x) + (1 - m_A(x))v_A(x) \quad (3.5)$$

で, 下限メンバーシップ関数を,

$$\underline{\mu}_A(x) = m_A(x) - m_A(x)v_A(x) \quad (3.6)$$

で定義する。拡張ファジィ集合は, このように区間値メンバーシップ関数で定義される。

$$\underline{\mu}_A(x) \leq \mu_A(x) \leq \bar{\mu}_A(x) \quad (3.7)$$

区間値メンバーシップ関数のグレードは, 知識の真理値とその知識の不確実性を表している。拡張ファジィ表現では, 知識の欠如がメンバーシップ関数の値の意味づけから示され, 知識の無知量がベイグネス関数で示されていた。拡張ファジィ集合に変換した場合, 知識の無知量は, 上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数との差によって表され, この差が大きいほど無知である状況を示す。知識の欠如は, 上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数のそれぞれの値で示される。したがって, 知識の不確実性を表現する一つの合理的な手法が与えられた。

§4. 拡張ファジィ表現による論理演算

拡張ファジィ表現は, 上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数で定義される拡張ファジィ集合を与える。拡張ファジィ集合の基本論理演算を下記の手順で定義する。

- 1) 拡張ファジィ表現から拡張ファジィ集合に変換する
- 2) 上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数それぞれに対してファジィ論理演算を施す
- 3) 拡張ファジィ集合から拡張ファジィ表現へ逆変換する

4.1 拡張ファジィ表現から拡張ファジィ集合への変換と逆変換

拡張ファジィ表現のメンバーシップ関数 $m_A(x)$ とベイグネス関数 $v_A(x)$ とから, 拡張ファジィ集合の上限メンバーシップ関数 $\bar{\mu}_A(x)$ と下限メンバーシップ関数 $\underline{\mu}_A(x)$ への変換は, 式 (4.1.1) と (4.1.2) で定義する。

$$\bar{\mu}_A(x) = m_A(x) + (1 - m_A(x))v_A(x) \quad (4.1.1)$$

$$\underline{\mu}_A(x) = m_A(x) - m_A(x)v_A(x) \quad (4.1.2)$$

これを逆に解くことで, 拡張ファジィ集合から拡張ファジィ表現への変換式を導く。

(4.1.2) より

$$m_A(x)v_A(x) = m_A(x) - \underline{\mu}_A(x) \quad (4.1.3)$$

(4.1.1) $\times m_A(x)$

$$\bar{\mu}_A(x)m_A(x) = m_A(x)^2 + (1 - m_A(x))m_A(x)v_A(x)$$

$$\underline{\mu}_A(x)m_A(x) = m_A(x)^2 + (1 - m_A(x))(m_A(x) - \underline{\mu}_A(x))$$

$$\{1 - (\bar{\mu}_A(x) - \underline{\mu}_A(x))\}m_A(x) = \underline{\mu}_A(x)$$

$$m_A(x) = \begin{cases} \frac{\underline{\mu}_A(x)}{\{1 - (\bar{\mu}_A(x) - \underline{\mu}_A(x))\}} & (\bar{\mu}_A(x) - \underline{\mu}_A(x) \neq 1) \\ \square & (\bar{\mu}_A(x) - \underline{\mu}_A(x) = 1) \end{cases} \quad (4.1.4)$$

$$v_A(x) = \bar{\mu}_A(x) - \underline{\mu}_A(x) \quad (4.1.5)$$

ここで $\bar{\mu}_A(x) - \underline{\mu}_A(x) = 1$ のとき、別の表現をすれば $v_A(x) = 1$ のとき、メンバーシップ関数の値は定まらず不定となる。 $v_A(x) = 1$ ということは全くの無知状態を表し、そういった状態での意思決定の評価値は余り意味を持たず、どんな数値でもよい。しかしながら不定のままでは扱い難いので、メンバーシップ関数空間 $[0, 1]$ とベイグネス関数空間 $[0, 1]$ の意味づけによって定めればよい。例えば、表 4.1.1 のように意味づけをすれば、

$$m_A(x) = 0.5 \quad (4.1.6)$$

としても良いだろう。

表 4.1.1 メンバーシップ関数空間とベイグネス空間の意味づけ
メンバーシップ関数

meaning	value
False	0.0
Unknown	0.5
True	1.0

ベイグネス関数

meaning	value
Clearly	0.0
Roughly	0.5
Vague	1.0

4.2 包含関係

扱うべき対象全体を X 、その各要素を x 、 X 上の拡張ファジィ集合全体を $P(X)$ と記すことにする。 $P(X)$ では、評価の善し悪しに関係した順序関係が必要となる。これが包含関係である。

二つの拡張ファジィ集合を A, B とし包含関係 $A \subset B$ を、ファジィ集合では、

$$A \subset B \iff \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (4.2.1)$$

のようにメンバーシップ関数の大小関係で定義されていた。拡張ファジィ集合における包含関係を、

$$A \subset B \iff \begin{cases} \bar{\mu}_A(x) \leq \bar{\mu}_B(x) & (4.2.2) \\ \underline{\mu}_A(x) \leq \underline{\mu}_B(x) & (4.2.3) \end{cases}$$

で定義する。

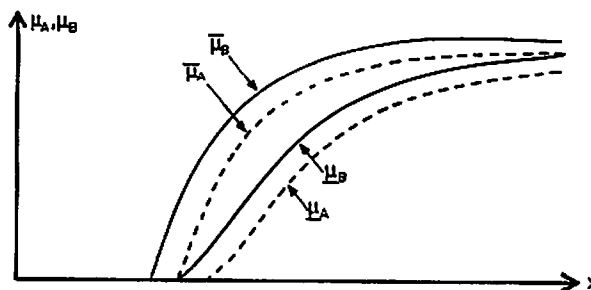


図 4.2.1 包含関係

4.3 ファジィ否定, t ノルム, s ノルムの定義

ファジィ集合のメンバーシップ関数の値は、ある要素が集合に帰属する程度を表しており、真理値と見なせる。メンバーシップ関数の値を真理値と見なすファジィ論理においては、基本的演算規則を二値論理演算からの拡張概念であるファジィ否定, t ノルム, s ノルムの公理系で定義している。一方、拡張ファジィ集合の上限メンバーシップ関数は帰属する最大の可能性を示し、下限メンバーシップ関数は帰属する最小限の必然性を表している。これを真理値の区間と見なし拡張ファジィ集合における演算規則を、真理値の区間の変化に着目して定義する。

二値論理の NOT 演算の拡張としてファジィ否定がある。ファジィ否定は、帰属しない程度を示し、ファジィ集合論では、

$$\mu_A^{\circledast}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{4.3.1}$$

で定義されていた。拡張ファジィ集合におけるファジィ否定を、

$$\bar{\mu}_A^{\circledast}(x) = 1 - \underline{\mu}_A(x) \tag{4.3.2}$$

$$\underline{\mu}_A^{\circledast}(x) = 1 - \bar{\mu}_A(x) \tag{4.3.3}$$

で定義する。従って、真理値の区間は、0.5を中心として上下対象に変化する。

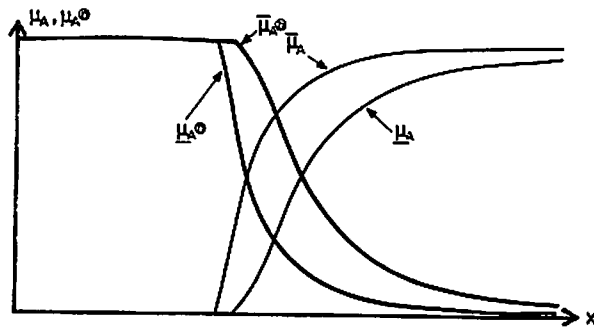


図 4.3.1 ファジィ否定

二値論理 AND の演算の拡張として t ノルムがある。 t ノルムは、要素 x が二つのファジィ集合 A と B 、ともに属する程度を示し、ファジィ集合論では、

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \oplus \mu_B(x) \tag{4.3.4}$$

で定義されていた。拡張ファジィ集合における t ノルムを、

$$\bar{\mu}_{A \cap B}(x) = \bar{\mu}_A(x) \oplus \bar{\mu}_B(x) \tag{4.3.5}$$

$$\underline{\mu}_{A \cap B}(x) = \underline{\mu}_A(x) \oplus \underline{\mu}_B(x) \tag{4.3.6}$$

で定義する。

また OR 演算の拡張としての s ノルムは、要素 x が二つのファジィ集合 A または B のどちらか少なくとも一方に属する程度を表し、 t ノルムの場合と同様に拡張ファジィ集合において、

$$\bar{\mu}_{A \cup B}(x) = \bar{\mu}_A(x) \otimes \bar{\mu}_B(x) \tag{4.3.7}$$

$$\underline{\mu}_{A \cup B}(x) = \underline{\mu}_A(x) \otimes \underline{\mu}_B(x) \tag{4.3.8}$$

で定義する。

t ノルム, s ノルムの具体的演算として論理積, 論理和を用いた場合の結果を 図 4.3.2 (a), (b) に示す。

$$\text{論理積 } \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \text{Min} \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (4.3.9)$$

$$\text{論理和 } \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \text{Max} \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (4.3.10)$$

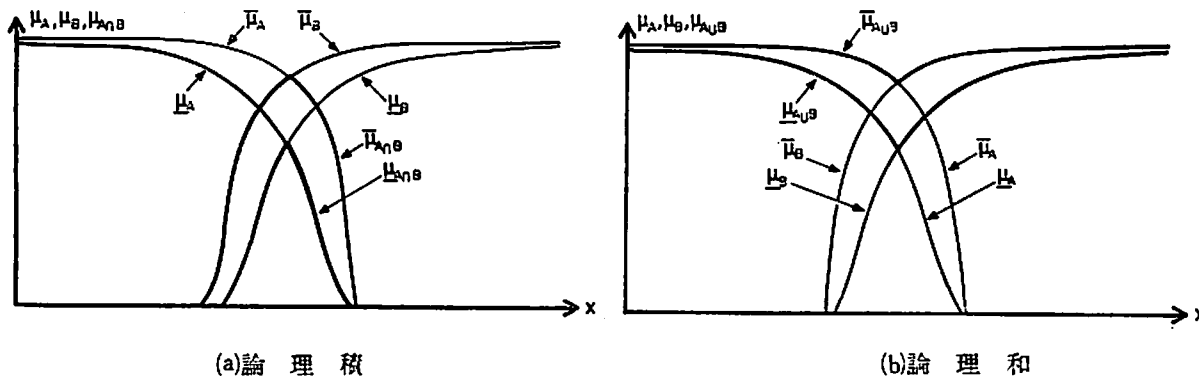


図 4.3.2 t ノルム演算と s ノルム演算

§ 5. ファジィ関係モデルへの適用

知識の不確実性を拡張ファジィ表現で表し, これを拡張ファジィ集合として扱う手法を示した。以下では簡単なファジィ関係を用いた意思決定モデルを通して, 拡張ファジィ集合による近似推論の特徴を議論する。

ビジネスマン等がスーツとYシャツの色を考慮にいれ, その日着用するネクタイの色を決めるために意思決定を行う場面を考える。この例では特に, スーツの色が Dark Navy, Yシャツの色が White の場合を示す。ネクタイの色は, Indigo, Red, Purple, Gray の4系統を用意した。またスーツの色とネクタイの色との関係, Yシャツの色とネクタイの色との関係を, アンケート調査などによりあらかじめ拡張ファジィ表現の知識情報として図 5.1 のように与えた。それぞれの関係, 相性は, メンバースhip関数とベグネス関数の組で表される。メンバースhip関数は, アンケート調査の評価の平均値で, またベグネス関数は, その評価をどの程度漠然と(あるいはハッキリと自信を持って)示唆したかという評価の分散で示すことができる。これはすべて被験者の意思や主観による評価値であり, 繰り返し調査によって得られる確率分布に基づいた評価値ではない。ベグネス関数は, 被験者のその評価基準構造を反映したもので, 評価値の不確実性やその関係(知識情報)の無知量を表している。

ネクタイの色を決める意思決定は, スーツの色とYシャツの色共に似合う色を選ぶことで行われる。図 5.1 で与えられた拡張ファジィ表現の知識を, 拡張ファジィ集合に変換する。式(4.1.1)と(4.1.2)を用いる。そしてスーツの色とYシャツの色との t ノルム演算を行う。t ノルム演算

として論理積を用いた。スーツの色とYシャツの色の、上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数それぞれの論理積演算を行う。推論結果は図5.4のように、上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数で区間として表される。推論結果の順序関係を、拡張ファジィ集合の包含関係で示すことにすれば、第一候補として Indigo または Red, 第二候補として Purple または Gray となる。図5.3に通常ファジィ集合の場合の推論結果を示す。これを拡張ファジィ表現に逆変換したものを図5.5に示す。

拡張ファジィ集合の場合（図5.2, 図5.4, 図5.5）とファジィ集合の場合（図5.3）との比較を行う。ファジィ集合では、推論結果は全順序集合として表され、結果の解釈は一意に決まる。これに対して拡張ファジィ集合では、推論結果は半順序集合として表され、示唆的である。拡張ファジィ集合は、ファジィ集合では表しきれなかった知識情報、知識の評価をどのように下したのかといった知識の無知量を表した情報が加わっているために、上限と下限メンバーシップ関数が存在し、メンバーシップ関数が区間を持つ。そして結果が半順序集合となってしまう。ここで結果の解釈という新たな問題が生じてくる。例えば、原子力プラントの制御や故障診断などでは、危険回避に最重点をおき下限メンバーシップ関数の最も良いものを結果として選択すべきである

E x t e n d e d F u z z y E x p r e s s i o n

T I E c o l o r	S U I T D a r k N a v y	S H I R T W h i t e
Indigo	(0 . 8 5 0 . 1 2)	(0 . 7 0 0 . 1 7)
Red	(0 . 7 9 0 . 3 0)	(0 . 7 2 0 . 2 3)
Purple	(0 . 6 2 0 . 1 5)	(0 . 7 3 0 . 3 4)
Gray	(0 . 5 9 0 . 0 7)	(0 . 6 7 0 . 1 3)

(m e m b e r s h i p v a g u e n e s s)
f u n c t i o n f u n c t i o n

図5.1 拡張ファジィ表現による知識

E x t e n d e d F u z z y S e t s

T I E c o l o r	S U I T D a r k N a v y	S H I R T W h i t e	T O T A L
Indigo	(0 . 7 5 0 . 8 7)	(0 . 5 8 0 . 7 5)	(0 . 5 8 0 . 7 5)
Red	(0 . 5 5 0 . 8 5)	(0 . 5 8 0 . 7 8)	(0 . 5 5 0 . 7 8)
Purple	(0 . 5 3 0 . 6 8)	(0 . 4 8 0 . 8 2)	(0 . 4 8 0 . 6 8)
Gray	(0 . 5 5 0 . 6 2)	(0 . 5 8 0 . 7 1)	(0 . 5 5 0 . 6 2)

l o w e r u p p e r
(m e m b e r s h i p m e m b e r s h i p)
f u n c t i o n f u n c t i o n

図5.2 拡張ファジィ集合による推論

F u z z y S e t s

T I E c o l o r	S U I T D a r k N a v y	S H I R T W h i t e	T O T A L
I n d i g o	(0 . 8 5)	(0 . 7 0)	(0 . 7 0)
R e d	(0 . 7 9)	(0 . 7 2)	(0 . 7 2)
P u r p l e	(0 . 6 2)	(0 . 7 3)	(0 . 6 2)
G r a y	(0 . 5 9)	(0 . 6 7)	(0 . 5 9)

(m e m b e r s h i p)
f u n c t i o n

図5.3 ファジィ集合による推論

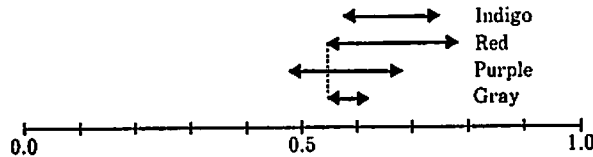


図5.4 拡張ファジィ集合による推論結果

E x t e n d e d F u z z y E x p r e s s i o n

T I E c o l o r	S U I T D a r k N a v y	S H I R T W h i t e	T O T A L
I n d i g o	(0 . 8 5 0 . 1 2)	(0 . 7 0 0 . 1 7)	(0 . 7 0 0 . 1 7)
R e d	(0 . 7 9 0 . 3 0)	(0 . 7 2 0 . 2 3)	(0 . 7 1 0 . 2 3)
P u r p l e	(0 . 6 2 0 . 1 5)	(0 . 7 3 0 . 3 4)	(0 . 6 0 0 . 2 0)
G r a y	(0 . 5 9 0 . 0 7)	(0 . 6 7 0 . 1 3)	(0 . 5 9 0 . 0 7)

(m e m b e r s h i p v a g u e n e s s)
f u n c t i o n f u n c t i o n

図5.5 拡張ファジィ表現による推論結果

う。またこのようなカラーコーディネートでは、上限メンバーシップ関数の最も良いものから、あるいは全く別の要因から意思決定が行われるであろう。このように拡張ファジィ集合を用いた推論では、結果の解釈として何通りか考えられる。意思決定支援システムでは、最終意思決定者はあくまでもユーザであり、システムはその支援を行えば良いという立場をとるので、システムは特に結果を一意的に示す必要はない。本手法は、意思決定支援システムのようにユーザに示唆を与えるような場面で有効である。

§ 6. 結 言

あいまいな知識の不確実性を、確率集合の拡張ファジィ表現に基づく拡張ファジィ集合で表す手法を提案した。拡張ファジィ集合は、上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数の区

間値メンバーシップ関数で定義される。拡張ファジィ集合の基本的演算として、包含関係、ファジィ否定、 t ノルム、 s ノルムの定義を行った。最後に拡張ファジィ表現を用いた例題を示し、拡張ファジィ集合による近似推論と通常のファジィ集合による近似推論との比較を行った。

本論文の結果は、あいまいな知識の不確実性の問題に対処するための、一つの指針を与えたものである。

参 考 文 献

- 1) 上野, 石塚: 知識の表現と利用, オーム社, 1987.
- 2) 廣田: ファジィシステムの実用化基礎理論と応用例, 技報社, 1988.
- 3) 廣田, 渡辺: ファジィフレーム型知識表現とフレーム型ファジィ推論, 第3回ファジィシステムシンポジウム, pp. 211/216, 1987.
- 4) E.H. Shortliffe: Computer-Based Medical Consultations: MYCIN, American Elsevier, 1976.
- 5) R.O. Duda, P. Hart, and N.J. Nilsson: Subjective Bayesian methods for rule-based inference systems, NCC, 1976.
- 6) G. Shafer: A Mathematical Theory of Evidence, Princeton Univ. Press, 1976.
- 7) P.N. Marinos: Fuzzy logic and its application to switching systems, *IEEE Trans. Comp.* C-18, pp. 343/348, 1969.
- 8) 廣田: 確率集合とその応用, 第3回行動計量学会論文集, pp. 24/27, 1975.
- 9) K. Hirota: "Extended Fuzzy Expression of Probabilistic Sets" in *Advances in Fuzzy Set Theory & Applications* (edited by M.M. Gupta et al.), North-Holland Publ. Co., pp. 201/214, 1979.
- 10) E. Czogala, and K. Hirota: Probabilistic sets, Verlag TÜV Rheinland (西独), 1986.
- 11) L.A. Zadeh: Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, pp. 338/353, 1965.
- 12) M. Mizumoto and K. Tanaka: Some Properties of Fuzzy Sets of Type 2, *Information & Control*, Vol. 31, pp. 312/340, 1976.
- 13) I.B. Turksen: Interval valued fuzzy sets based on normal forms, *Fuzzy Sets & Systems*, 20, 2, pp. 191/210, 1986.