ファジィ関係,ニューラルネットワークを用いた非線形自己回帰モデル

IKOMA, Norikazu / HIROTA, Kaoru / 廣田, 薫 / 生駒, 哲一

(出版者 / Publisher)
法政大学工学部
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学工学部研究集報 / 法政大学工学部研究集報
(巻 / Volume)
28
(開始ページ / Start Page)
39
(終了ページ / End Page)
53
(発行年 / Year)
1992-02
(URL)
https://doi.org/10.15002/00003888

ファジィ関係，ニューラルネットワークを用いた非線形自己回帰モデル

生駒哲一*・廣田　薫**

Non-linear autoregressive model based on fuzzy relation and neural network

Norikazu IKOMA* and Kaoru HIROTA**

Abstract

A non－linear function approximated by both fuzzy relational model and multi－layer neural network model is proposed. By using this function, a non－linear autoregressive model is proposed. Since this method is based on the set theory, this model can be applied to the categorical data without encoding into the numeric variable. This autoregressive model is also applied to the one step ahead predictions in the time series data which are given by the simultaneous observation of both the numeric data and the categorical data. The experiement of prediction for the number of leukemic cell is shown by using the past time data of leukemic cell(numeric data) and the information of taking medicine or not(categorical data).

1．はじめに

ファジィ関係[1]とは２項関係をファジィ拡張したものであり、通常は故障の原因と症状との関係モデルとして故障診断等に用いられている[4]。ファジィ関係モデルを、関数の入力変数と出力変数との間に成立する関係として用いることで、任意の関数の近似が実現できる。この関数に回帰するような統計モデルをここで提案する。

ファジィ関係を用いた回帰モデルでは、次のような利点が生じる。

1）関係モデルにより関数を表現する方法は、関数をパラメータにより表現する方法と異なり、任意の関数を記述できる。このため、どのようなモデルによりデータを解析すれば良いか全く見当がつかない場合にでも適用可能なモデルとして、関係モデルが利用できる。

＊　大学院工学研究科システム工学専攻

＊＊　工学部電気工学科計測制御専攻

2）クリスプな2項関係を用いて任意の関数を表現するためには、関係の成り立つ集合の要素が無限に必要である。近似的に有限個の要素で関係を構成し、関数を近似した場合には、近似関数は階段関数となり、近似の精度が必ずしも良くない。近似の精度を向上させるためには関係を構成する要素の個数を増やす必要があるが、そうすると、関数を記述するための情報が非常に大きな量となってしまい、実用的でなくなる。しかし、ファジィ関係を用いて関数を記述することで、階段関数を滑らかにしたような関数となり、少ない要素数から成る関係でも近似の精度を向上させることができる。

3）質的データの統計的扱いは、何からのコーディングを用いて量的データへ変換し、量的データとして処理されているのが現状である。質的データは本来、集合の要素を値として持つデータであるので、集合論に基づいた計算を行うことが、その物理的意味が明確であり、より妥当である。関係モデルを用いることで、質的データを含むデータを解析対象とする妥当なモデルが構築できる。また、あいまいな境界を持つ順序尺度のみで測られるような質的データについても、その解析が可能である。

これらの利点を持つ、ファジィ関係による非線形関数を用いた自己回帰モデルを提案する。これは量的データ、あいまいさを含む質的データの同時観測から成る時系列データを、一括して処理することができる。またここで提案する手法は、その物理的意味を無視すれば、任意の非線形関係を近似するシステムであれば、ファジィ関係だけでなくとも実現可能である。たとえばファジィ関係の代わりにニューラルネットワークを用いることも可能である。

これらのモデルにより、質的データと量的データの両方が観測されている時系列データ解析の例を示す。具体的には、白血病細胞数と治療薬の投薬とから成る時系列データを用いて、モデルの内部パラメータを推定する。推定されたパラメータを用いて白血病細胞数の1期先の予測を行い、その精度について評価を行う。

2．ファジィ関係モデルによる非線形回帰関数の近似

まず、任意の関数を近似するモデルとしてのファジィ関係を考える。例えば任意の一変数実数関数は、入力変数値と関数の値とから成る実数平面上の関係としてとらえる事できる。この場合の関係を表わす行列は、それを構成する1辺の要素の数が無限である。任意の実数関数を計算機などで計算可能なように実現するためには、関係を表わす行列を記憶装置へ入れておく必要があるが、その要素数が無限では実現不可能である。そのため、記憶する関係を、入力変数の値及び関数の値を実数集合の要素ではなく、実数の区間から成る集合の要素の上の関係とする。こうすることで、厳密には無限の要素数が必要である関数の記述を、有限の関係要素により近似し、実際の計算を可能にする。

ここで得られる近似関数は段階関数である。各階段の値は、近似すべき関数の値との差が最も

小さくなるようにとれば良い。このような階段関数による近似の精度は、用いる実数集合上の区間の幅を小さくする程良くなるが、その代わり記憶すべき要素数が多くなってしまう。要素数を少なくし、なおかつ近似の精度も良くしたい場合には、階段関数の階段をなだらかにするような補間的方法を用いることが有効である。その方法として、関係をファジィ化し、ファジィ関係とする。また取り扱う実数にいおいても、適当なメンバーシップ関数を用いることで、一旦ファジィ集合にして関係との合成を行う。合成により得られる集合はこの場合ファジィ集合となるので、適切な非ファジィ化演算を用いて実数集合の要素に戻すものとする。このようにファジィ関係を用いた場合には、2項関係の場合と比べ少数の関係行列の要素により、任意の関数を近似的に実現することが可能になる。

次に、ファジィ関係を用いた近似関数に回帰する統計モデルを考える。回帰モデルとは、目的変数yが説明変数xの関数fとして

$$y=f(x,\theta)+\varepsilon \qquad (1)$$

のように表される統計モデルである。ここで、θはモデルのパラメータであり、またεは平均0、分散σ^2に従う確率変数である。fがxの線形関数であるとの仮定を設けた場合には線形回帰モデル、またfがxの多項式で表されるとの仮定を設けた場合には多項式回帰モデルとなる。これらの仮定はデータ解析を有効に行う上で役に立つ面もあるが、しかし、データを生み出したシステムがそのような関数で表されるという保証はどこにもない。そこでfを、前述のファジィ関係を用いた近似関数で記述することにする。このようにする利点は、回帰モデルの関数fに対しての制約が、何も存在しないということである。

ファジィ関係による近似関数を用いた回帰モデルの場合で、そのパラメータであるファジィ関係行列の値を決める方法について考えよう。回帰モデルのパラメータは、与えられたデータがそのモデルにより生成される確率、つまり尤度を、最大にするように調整される（最尤方：最大尤度法）。通常のモデルであれば、尤度関数をパラメータで偏微分した値が0となる方程式を満たすようなパラメータ値を、パラメータの推定値とする。これをファジィ関係で表される近似関数にそのまま適用しようとする場合には、次のような問題が生じる。まず、ファジィ関係の合成には偏微分の計算できない点を持つ演算、max演算やmin演算を用いている。そこで、その点においては妥当な偏導関数を定義して用いる。このように定義される偏導関数は、0または1の値を取るものとなる。そのため尤度関数を調整すべきパラメータにて偏微分した値が0となる場合は、パラメータが最適な値でない場合にも存在することになるので、尤度関数をパラメータで偏微分した方程式を解くことはできない。よって、別の方法によりパラメータの調整を行うことが必要である。

任意の関数に回帰する統計モデルについて最尤法を適用した場合には、結局のところ最小二乗法に帰結する。つまり、ファジィ関係により近似した関数の値と、データyにより与えられた値との差の二乗が小さくなるように、ファジィ関係行列を調整すればよい。ファジィ関係行列は

［0，1］の値をとるので、適当な方法での関係行列の逐次推定が可能である。ここでは確率的降下法によるファジィ関係行列の逐次推定を用いる[2]・その概要は、まずファジィ関係モデルで得られる関数の値が、近似すべき関数の値と一致する場合に最小値をとるような評価関数を設ける。次にファジィ関係行列の値を、評価関数の値が最小となるように調整を行う。

2.1 ファジィ関係

集合XからYへのファジィ関係は、直積$X \times Y = \{x, y \mid x \in X, y \in Y\}$におけるファジィ集合、つまり、X×Yにおける部分集合のファジィ化である。その特性は、メンバーシップ関数$\mu_R : X \times Y \to [0, 1]$により表される。これは、通常の部分集合であれば、特性関数$\chi_R : X \times Y \to \{0, 1\}$により特性づけられるが、このときの特性関数をメンバーシップ関数に置き換えた、すなわちファジィ化したものに他ならない[1]。またこのとき、ファジィ集合が構成される元の集合を、ファジィ集合の台集合と呼んでいる。

ここで、集合XおよびYは一般的には無限集合である。しかし、提案する手法においてはこれを有限集合で近似する。X、Yが実数の集合$\mathbb{R}$に等しい場合では、例えば、

$$s_j = \{s \mid s \in [s_j^l, s_j^r), s_j^l < s_j^r, s_j^l = s_{j-1}^r s_j^r = s_{j+1}^l\}, \tag{2}$$

$$d_i = \{d \mid d \in [d_i^l, d_i^r), d_i^l < d_i^r, d_i^l = d_{i-1}^r, d_i^r = d_{i+1}^l\} \tag{3}$$

のような実数区間の集合を考え、これらのうち有限個の集合を要素とする集合族$S = \{s_1, s_2, \cdots, s_m\}$、$D = \{d_1, d_2, \cdots d_n\}$のなす直積$S \times D = \{(s, d) \mid s \in S, d \in D\}$におけるファジィ集合をファジィ関係とする。X×Yはその要素数が無限個であるのに対し、S×Dの要素数は有限個である。

このようなファジィ関係は、mがSの要素数、nがDの要素数であることから、m×nのファジィ行列として次のように表わすことができる。

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} r_{12} \cdots r_{1m} \\ r_{21} r_{22} \cdots r_{2m} \\ \cdots \\ r_{n1} r_{n2} \cdots r_{nm} \end{bmatrix} \tag{4}$$

ただし、$r_{ij} = \mu_R()$.

以下この行列をファジィ関係行列と呼ぶ。

S上のファジィ集合aとファジィ関係Rとが与えられて、これらからD上のファジィ集合 bを求める方法は、aとRとの合成という演算が用いられる。

$$\mathrm{a}=[a_1,a_2,\cdots,a_m]^t \tag{5}$$

$$\mathrm{b}=[b_1,b_2,\cdots,b_n]^t \tag{6}$$

$$b_i=\max_{j=1}^{m}[r_{ij}\wedge a_j] \tag{7}$$

ただし、∧はmin演算を表わす。

2.2　非線形関数の近似

次のような非線形関数を近似する場合を考えよう。

$$y=f(x),(x\in R)\rightarrow(y\in R) \tag{8}$$

まず適当なメンバーシップ関数を用いてx上の区間におけるファジィ集合を得る。

$$a_j=\mu_j(x),j=1,2,\ldots,m \tag{9}$$

メンバーシップ関数としては次のような、三角形の形状のものを用いる。

$$\mu_j(x)=\begin{cases}(x-l_j)/(c_j-l_j), & l_j< x\le c_j\\(x-r_j)/(c_j-r_j), & c_j< x\le r_j\\0 & ,otherwise\end{cases} \tag{10}$$

このときのメンバーシップ関数のパラメータには、隣接する区間に対するメンバーシップ関数のパラメータとの間に、次のような制約を持つものとする。

$$c_j=l_{j+1} \tag{11}$$

$$r_j=c_{j+1} \tag{12}$$

このようなメンバーシップ関数により、xからファジィ集合 aを得る。得られたファジィ集合とファジィ関係Rを合成することで、ファジィ集合 bを得る。得られたファジィ集合bは、の値を表わすファジィ集合である。このファジィ集合を非ファジィ化し、 R上の値を得るために、各要素を次のように計算する。

$$y=\sum_{i=1}^{n}b_iY_i/\sum_{i=1}^{n}b_i \tag{13}$$

ここでY$_i$は、ファジィ集合 bの台集合であり、yと同様に実数の集合 Rの要素である。
本文では、ファジィ関係行列はm＝nであり、また、

$$Y_i=c_i \tag{14}$$

であるとする。

近似すべき関数のパラメータが、次のようにM変量の場合には、

$$y=f(x_1,x_2,\cdots,x_M) \tag{15}$$

$$(x_1\in \mathrm{R})\times(x_2\in \mathrm{R})\times\cdots\cdots\times(x_M\in \mathrm{R})\to(y\in \mathrm{R})$$

上述のメンバーシップ関数μを用いてまず以下のメンバーシップ値を得る。

$$a_i^v=\mu_i(x_v),i=1,2,\ldots,m,v=1,2,\ldots,M \tag{16}$$

これらのメンバーシップ値から、ファジィ関係と合成するファジィ集合 **a**の要素を次のように計算する。

$$a_j=a^1_{gm(j,1)}\wedge a^2_{gm(j,2)}\wedge\cdots\wedge a^{M-1}_{gm(j,M-1)}\wedge a^M_{gm(j,M)} \tag{17}$$

ただし、　$j=1,2,\cdots,m^M$,

また$g_m(j,v)$は、jをm進数に変換した数の、下位から数えてv番目の桁の数字を表わす。

2.3　質的データの扱い

非線形関数が、次のような場合を考えよう。

$$y=f(x,u),(x\in R)\times(u\in U)\to(y\in R) \tag{18}$$

ここでUは、以下のような集合である。

$$U=\{u_1,u_2,\cdots,u_C\} \tag{19}$$

またuが、集合Uの要素のうちのc番目の要素であるとき、uは次のような真理値から成るベクトルで表される。

$$\mathbf{u}=[\delta_{1c},\delta_{2c},\cdots,\delta_{Cc}]^t \tag{20}$$

ただし、δ_{ic}はクロネッカーのデルタ。

ベクトル**u**を用いて、ファジィ関係と合成するファジィ集合 **a**は次のように計算される。

$$a_j=a^x_{(j-1)\%m+1}\wedge u_{(j-1)/m+1} \tag{21}$$

ただし、j=1,2,…,m×Cであり、／は除算の商を、%は除算の余りを表わす。

また、

$$a_i^x=\mu_i(x),i=1,2,\ldots,m. \tag{22}$$

2.4　ファジィ関係行列の推定

ファジィ関係を用いた方法で非線形関数を近似するためには、ファジィ関係行列の値を何らかの方法で決定しなければならない。ここでは、ニューラルネットワーク等でよく用いられる学習法を、ファジィ関係に対して適用する方法を用いる[2)]。

近似すべき関数の入出力が、以下のようにN組与えられたとする。

$$(x_1,f(x_1)),(x_2,f(x_2)),\cdots,(x_N,f(x_N)), \tag{23}$$

これらの組において、ファジィ関係により近似された関数の出力yが、近似すべき関数の出力とどの程度一致するかを評価する関数として、

$$E=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}[y(x_k,\mathbf{R})-f(x_k)]^2 \tag{24}$$

を用いる。

R を次のように繰り返し変化させると、非線形関数を近似するように **R** が調整される。

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt}=-\varepsilon\frac{\partial E}{\partial \mathbf{R}} \tag{25}$$

ε は小さな正定数

ここで、上式の右辺の偏微分は以下のように計算される。

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{R}}=\sum_{k=1}^{N}\frac{\partial E}{\partial y_k}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial y_k}{\partial b_i^k}\frac{\partial b_i^k}{\partial r_{ij}} \tag{26}$$

さらに、上式の右辺の各偏微分は、それぞれ以下のように計算される。

$$\frac{\partial E}{\partial y_k}=[y(x_k,\mathbf{R})-f(x_k)] \tag{27}$$

$$\frac{\partial y_k}{\partial b_i^k}=\frac{1}{\sum_{l=1}^{n} b_l}[Y_i-y(x_k,\mathbf{R})] \tag{28}$$

$$\frac{\partial b_i^k}{\partial r_{ij}}=\frac{\partial}{\partial r_{ij}}\max_{j=1}^{m}[a_j(x)\wedge r_{ij}] \tag{29}$$

ここで、max演算、min演算の偏微分は、次の定義を用いる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\max_j(x_j)=\begin{cases}1 & ,x_i=\max_j(x_j)\\ 0 & ,otherwise\end{cases} \tag{30}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\min_j(x_j)=\begin{cases}1 & ,x_i=\min_j(x_j)\\ 0 & ,otherwise\end{cases} \tag{31}$$

2.5　ファジィ関係行列の初期値

上述の方法で、ファジィ関係行列を調整することができ、任意の関数を近似することができる。しかしそのためには、調整を始める時のファジィ関係行列の値、つまりファジィ関係行列の初期

値を適切に決めておく必要がある。ここでは、クリスプな（ファジィでない）集合がファジィ関係と合成される場合には、近似すべき関数の値と一致するようなファジィ関係を求め、それをファジィ関係行列の初期値とする。

近似すべき関数の入力パラメータがスカラーの場合のみについて説明する。データとメンバーシップ関数とから、

$$y_k^j=\begin{cases}x_k, a_j(x_k)\geq 0.5\\ 0\ \ ,otherwise\end{cases} \tag{32}$$

$$n(y_k^j)=\begin{cases}1, a_j(x_k)\geq 0.5\\ 0, otherwise\end{cases} \tag{33}$$

を求め、これらより、

$$\hat{y}_j=\begin{cases}\sum_{k=1}^{N} y_k^j / \sum_{k=1}^{N} n(y_k^j), & \sum_{k=1}^{N} n(y_k^j)\neq 0\\ 0 & ,otherwise\end{cases} \tag{34}$$

となるような値を求める。この値をメンバーシップ関数に与えて得られるファジィ集合を第ｊ列の列ベクトルとして持つようなファジィ関係行列を、その初期値とする。

3．ニューラルネットワークモデルを用いた非線形回帰関数の近似

前節の議論において、2項関係による関数の記述のファジィ化として、ファジィ関係を用いた関数について述べた。このように表される関数は、その理論的根拠からすればファジィ関係を用いることが妥当である。しかし、ファジィ関係でなくとも、多変量対多変量の任意の非線形変換を実現できるシステムであれば、その効果としては同じものが得られる。このような任意の非線形変換を、パラメータの自動調整により行うことの出来るシステムとして、階層型のニューラルネットワークが挙げられる。

4．ファジィ関係、ニューラルネットワークによる非線形自己回帰モデル

前節までにおいて議論してきた、ファジィ関係及びニューラルネットワークによる非線形関数を用いて、非線形自己回帰モデルを構成する。次数ｐの線形自己回帰モデルは、

$$x_t=\sum_{i=1}^{p}\theta_i x_{t-i}+\varepsilon_t \tag{35}$$

ただし

$$E[\varepsilon_t]=0,$$
$$E[\varepsilon_t\varepsilon_s]=\sigma^2\delta_{ts},$$

のように、過去のデータとパラメータとの線形式を用いた回帰モデルである。この線形式の代わりに、任意の関数 $f(\ )$ を用いて、

$$x_t=f(\mathbf{x}_{t-1},\theta)+\varepsilon_t \tag{36}$$

ただし、

$$\mathbf{x}_{t-1}=[x_{t-1},x_{t-2},\cdots,x_{t-p}]^t$$
$$\theta_{t-1}=[\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_p]^t$$

と記述する。この $f(\ )$ に、ファジィ関係またはニューラルネットワークによる非線形関数を用いる。ファジィ関係を用いた場合には、θ はファジィ関係行列 **R** で置き換えられ、またニューラルネットワークを用いた場合には θ はネットワークの重み係数などのパラメータで置き換えられる。

5．質的データを含む時系列による数値実験

ファジィ関係を用いた非線形自己回帰モデルを用いて、質的データと量的データの両方が観測されている時系列データの解析を行う。解析対象とするデータは、白血病細胞数と治療薬の投薬とから成る時系列である。このデータを用いてモデルの内部パラメータであるファジィ関係行列を推定する。

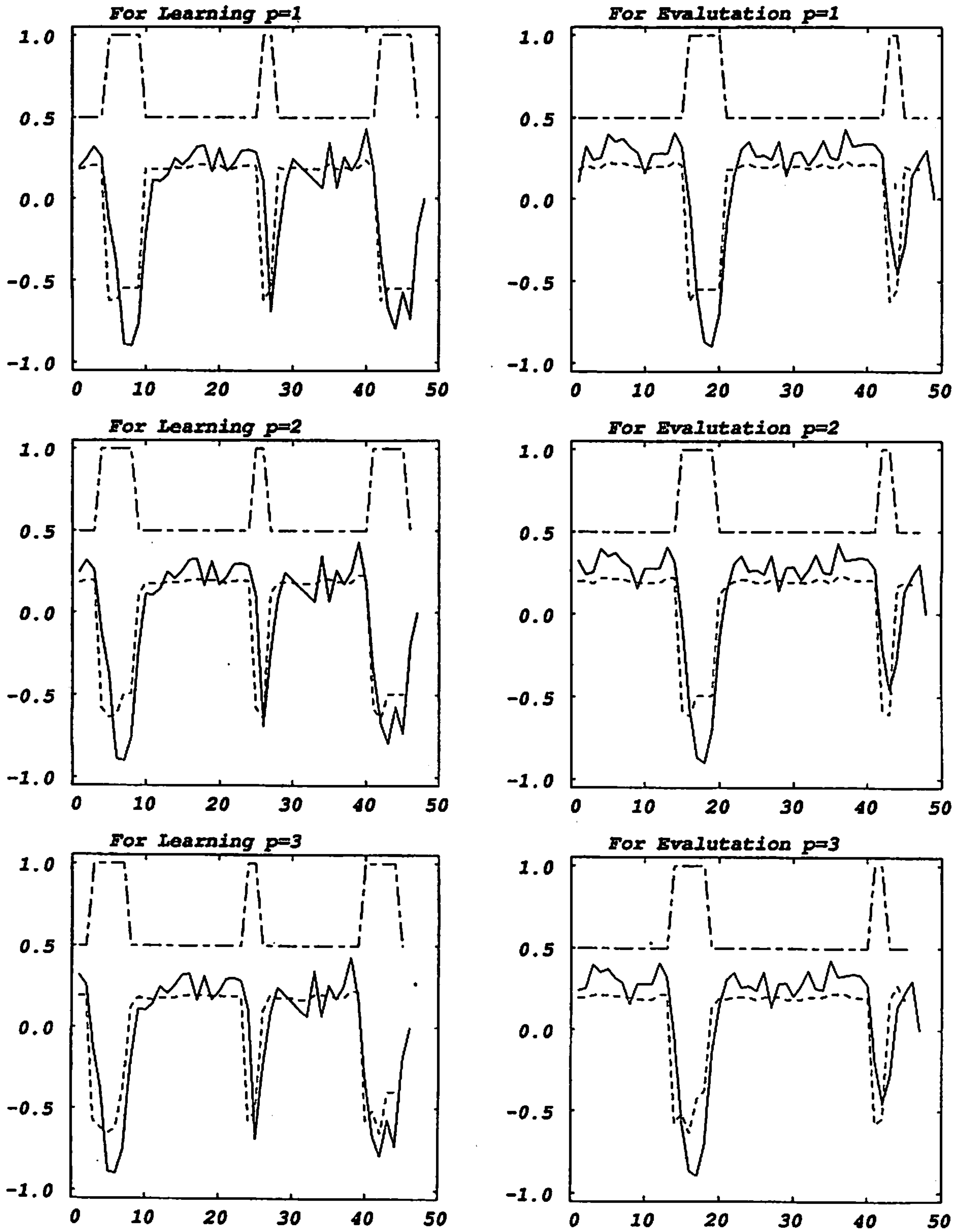
ここで扱うデータは、時刻 t における白血病細胞数を y とするとき、

$$x_t=\log_e(y_t/y_{t-1}) \tag{37}$$

により計算される x と、時刻t−1から t までの間に白血病細胞数を減少させる効果のある薬品を投与したか否かを表わす真理値とから成る系列を用いる。標本数は95時刻分あり、この間の欠落はない。95時刻分のうち、前半47時刻分をパラメータ推定用のデータとし、後半48時刻分をモデルの予測精度評価用のデータとして用いる。これらのデータをそれぞれ、Figure 1 (a)、(b)中に示した。図中の実線は式(37)の値を表し、１点鎖線は薬品の投薬の有無を {0.5,1.0} で示した。

Figure 1　ファジィ関係を用いた自己回帰モデルによる、投薬の有無のデータを用いた場合の白血病細胞数の1期先予測

(a)推定用データ　　(b)評価用データ



白血病細胞数のデータについて与えるメンバーシップ関数は、式(9)におけるm（メンバーシップ関数の数）を3とし、式(10)におけるパラメータをTable 1のように与えた。

j	1	2	3
ℓ_j	$-\infty$	-1.0	0.0
c_j	-1.0	0.0	1.0
r_j	0.0	1.0	∞

（$-\infty$, $+\infty$は，メンバーシップ関数の形が台形状であることを表わす）

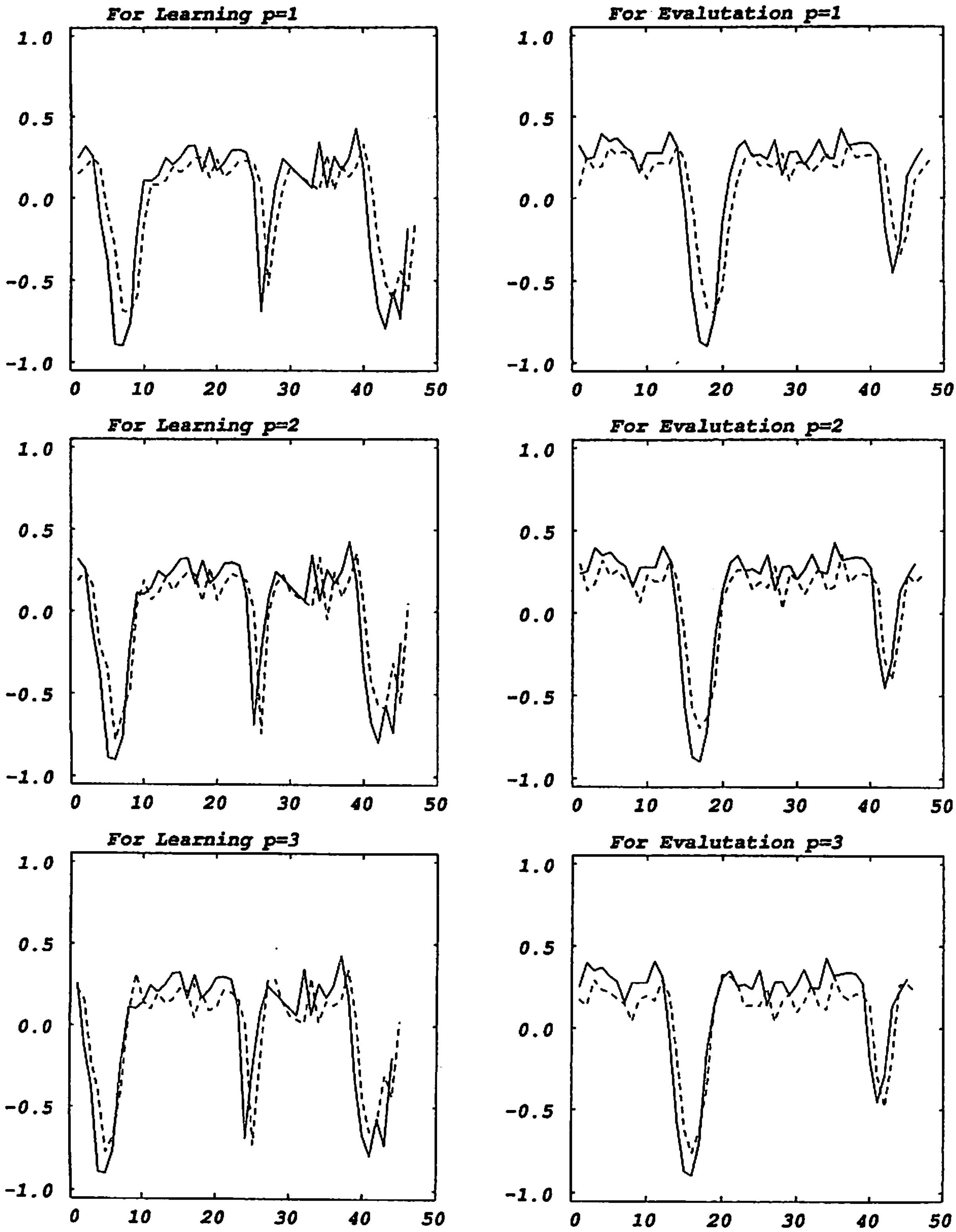
Table 1　白血病細胞数データに対して用いたメンバーシップ関数のパラメータ

パラメータ推定のための式(25)の繰り返し回数は、各次数においてそれぞれ100回とした。また同式の学習総数εの値は0.1とした。

このような条件で、ファジィ関係を用いた非線形自己回帰モデルについて、次数が1、2、及び3の場合それぞれについてパラメータを推定した。各次数について得られたパラメータにより、1時刻先の白血病細胞数に関する値（実線）を予測した結果をFigure 1中の破線でそれぞれ示した。予測精度の評価については、予測誤差の絶対値、及び、予測誤差の絶対値についての分散により行った。また比較のために、線形のARモデルにおける薬品の投与のデータを用いていない場合の予測の評価も行った。ARモデルによる予測の結果をFigure 2に示す。Figure 1と同様に、Figure 2中の実線はデータを、破線は1期先予測を示す。

Figure 2　線形自己回帰モデルによる、投薬も有無のデータを用いない場合の白血病細胞数の1期先予測

(a)推定用データ　　(b)評価用データ



ファジィ関係を用いた非線形自己回帰モデルと質的データを用いないＡＲモデルとの予測誤差の絶対値の平均及び分散を、前半、後半それぞれにおいて評価した値をTable 2 に示す。

データ属性	次数	ファジィ関係モデル 誤差の絶対値の平均	ファジィ関係モデル 誤差の絶対値の分散	ＡＲモデル 誤差の絶対値の平均	ＡＲモデル 誤差の絶対値の分散
推定用データ	1	0.1384	0.7910	0.1818	0.7722
	2	0.1406	0.6851	0.1763	0.7037
	3	0.1482	0.6843	0.1714	0.6906
評価用データ	1	0.1341	0.5912	0.1412	0.5478
	2	0.1401	0.5472	0.1320	0.4324
	3	0.1446	0.5464	0.1363	0.4125

Table 2　ファジィ関係モデル、ＡＲモデルによる白血病細胞数データの予測評価結果

6．考察

薬動力学において知られている、白血病細胞数とそれを減少させる薬品との関係から[5]、本文で提案したモデルによる近似について考察する。

まず、薬品を使用しない場合には、白血病細胞数は次の式に従って増加する。

$$\frac{dy_t}{dt}=\alpha y_t \tag{38}$$

ここでαは正の値の定数である。

また、白血病細胞数を減少させる効果のある薬品を投与した場合には、薬品の濃度をＤとするとき、

$$\frac{dy_t}{dy}=-\gamma D y_t \tag{39}$$

に従って細胞数が変化する。ここでγは正の値の定数である。

時刻t_0において投与した薬品の濃度Ｄは、時間と共に次のように減少する。

$$D=D_0\exp(-\theta(t-t_0)) \tag{40}$$

ただし、D_0は時刻t_0における薬品の濃度とする。

このようなモデルから生成されたデータを観測し、観測誤差を含んだ時系列を用いてモデリングを行ったと仮定して議論を進める。微分方程式(38)と(39)の解は、Dを時間によらず一定と考えた場合にはそれぞれ、

$$y_t=e^{\alpha t} \tag{41}$$

$$y_t=e^{-\gamma Dt} \tag{42}$$

である。

薬品を投与する前、及び、投与してから十分に時間の経った状況においては、上述の式(41)に従っていると近似的にみなせると考えられる。この場合には、式(37)より

$$x_t=\alpha \tag{43}$$

となり、時系列の量的データの値は時間によらず不変である。これは、Figure 1 中のファジィ関係モデルによる予測の結果とほぼ一致しているとみなせる。それに対して、Figure 2 中の質的データを用いないＡＲモデルによる予測では、時間によらず一定であるべき値が、観測データのランダムな動きに追従するような予測値となっていることがわかる。

次に、薬品を投与し続けている間には、式(41)、(42)の両方の効果があるので、式(37)より

$$x_t=\alpha-\gamma D \tag{44}$$

となり、この場合にも時系列の量的データの値は時間によらず不変である。予測の結果については、薬品投与中のデータ数が少ないために、明確なことは言えない。

また、Table 2 を見ると、質的データを用いないＡＲモデルにおいては誤差の平均値が次数とともに減少してゆくのに対し、ファジィ関係を用いた場合には次数1のときが最も小さな誤差となっている。推定用データと評価用データとの違いをみると、ファジィ関係モデルにおいては予測誤差はほぼ同じ値となっているが、ＡＲモデルの場合にはその違いがはっきりしている。これは、質的データを用いないＡＲモデルの場合には必ずしも良い推定値が得られるとは保証できないことを表していると考えられる。

7．おわりに

ファジィ関係による非線形関数を用いた自己回帰モデルを構成し、量的データと質的データの同時観測から成る時系列データを一括して処理する手法を提案した。この非線形自己回帰モデルを用いて、白血病細胞数と治療薬の投薬とから成る時系列データについて、モデルの内部パラメータを推定し、推定されたパラメータを用いて白血病細胞数の1期先予測を行った。ファジィ関係を用いたモデルの予測精度について、質的データを用いないＡＲモデルと比較を行った。また、薬動力学において知られている微分方程式との一致について考察し、薬品の効果が少ない場合には、ファジィ関係による自己回帰モデルは近似的に薬動力学と同じ予測を行っていることを確認した。また、質的データを用いたファジィ関係による自己回帰モデルの場合には、質的データを

用いないARモデルよりも、推定に用いたデータと推定に用いていないデータとの予測誤差に違いが少なく、将来のデータに対しても安定した予測が可能であることを確認した。

【参考文献】

1) E. Sanchez:Resolution of Composite Fuzzy Relation Equations,Information and Control,30,pp.38−48(1976).

2) N. Ikoma,K.Hirota,W.Pedrycz:Estimation of Fuzzy Relational Matrix by using Probabilistic Descent Method,submitted to International Journal of Fuzzy Sets and Systems.

3) 生駒、田村：質的データを含む時系列に対するファジィ関係を用いた統計モデル、第13回応用統計シンポジウム講演論文集、pp.88−95(1991).

4) T.Terano,et.al:Diagnosis of Engine Trouble by Fuzzy Logic,7−th IFAC world Congress,pp.1621−1628,Hlsinki(1978).

5) 北村、武川、森、山口：白血病化学療法過程の数理モデルによる解析、大阪大学BME研究会資料(1987)。