8自由度冗長マニピュレータの機構解析

HAMADA, Yusuke / 濵田, 裕介

(発行年 / Year)
2005-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)
2005-03-24

(学位名 / Degree Name)
修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

法政大学大学院　工学研究科　電気工学専攻

平成 16 年度　修士論文

8 自由度冗長マニピュレータの機構解析

On Structure Analysis of 8DOF Redundant Manipulators

小林尚登研究室　03R3232　　浜田　裕介

指導教授　　小林 尚登

Abstract

The purpose of this research is to examine the efficient work space of dual-arm robot. First, we analyze the structure of dual-arm robot, letting the elbow angle and the shoulder angle be in a constrained condition. Next, we examine the manipulability of dual-arm robot. On the base of this manipulability analysis, we define appropriate work space where the dual-arm robot execute tasks efficiently.

Keywords

Redundant Manipulators, Manipulability, Dual-Arm Robot

本論文の構成

本論文は，全体が6章から構成される．

第1章では，本研究の背景について述べる．作業を行う上で，ロボットと人間との違いについて説明する．また，本研究で扱うマニピュレータの概要を説明する．

第2章で順運動学について説明する．本研究で扱うマニピュレータをモデル化し，機構解析の第一段階である順運動学をどのように解いていくのかを示す．

第3章では位置制御に関する逆運動学について説明する．マニピュレータを機構解析する際に，位置制御と姿勢制御に分けて考えることができる．本研究で扱うマニピュレータは位置制御に関して冗長性を有している．そこで，本章では冗長マニピュレータに対して，肩角と肘角という拘束条件を付加して逆運動学を解いていく．

第4章では姿勢制御に関する逆運動学について説明する．3章で5軸までの逆運動学を求めたので，本章では残りの3軸について考察する．

第5章では操作性について検討する．4章までで基本的な機構解析は終了した．そこで，本章では本研究の目的である操作性について検討していく．

そして最後に，第6章で結論を述べる．

目 次

1 はじめに **1**

2 順運動学 **3**

2.1 モデル化 4

2.2 フレーム配置 5

2.3 リンク・パラメータの設定 6

2.4 座標変換行列 7

3 逆運動学 -位置制御- **11**

3.1 拘束条件 12

3.2 拘束条件 -肩角- 13

3.3 拘束条件 -肘角- 16

3.3.1 肘角回転中心 h の導出 18

3.3.2 hE の導出 19

3.3.3 肘角度 $\phi = 0$ の時の初期肘位置 E の導出 19

3.3.4 肘角度 ϕ の時の肘位置 E' の導出 20

3.4 各関節角の導出 23

3.4.1 θ_1 の導出 23

3.4.2 幾何学的解法による θ_5 の導出 24

3.4.3 θ_3 の導出 26

3.4.4 θ_2 の導出 27

3.4.5 θ_4 の導出 28

4 逆運動学　-姿勢制御- **29**
4.1 姿勢決定行列 30
4.2 各関節角の導出 32
4.2.1 θ_6の導出 32
4.2.2 θ_7の導出 33
4.2.3 θ_8の導出 33

5 操作性 **34**
5.1 可操作度 35

6 終わりに **40**

参考文献 **42**

図 目 次

1.1 8DOF Manipulator · 2

2.1 Coordinate model of the system · · · · · · · · · · · · · · · · 4
2.2 Coordinate allocation of the system · · · · · · · · · · · · · 5

3.1 The image of the shoulder angle · · · · · · · · · · · · · · · · 13
3.2 The definition of the shoulder angle · · · · · · · · · · · · · 14
3.3 The image of the elbow angle · · · · · · · · · · · · · · · · · 16
3.4 The definition of the elbow angle · · · · · · · · · · · · · · · 17
3.5 An elbow position and the elbow angle · · · · · · · · · · · 20
3.6 Examination of θ_5 · 24

4.1 The end-effetcor frame and the standard frame · · · · · · 30

5.1 Right-Arm Manipulability ($X \leq 0$) · · · · · · · · · · · · · · 37
5.2 Right-Arm Manipulability ($Y \geq 0$) · · · · · · · · · · · · · · 37
5.3 Right-Arm Manipulability ($Z \leq 0$) · · · · · · · · · · · · · · 38
5.4 Dual-Arm Manipulability ($X \leq 0$) · · · · · · · · · · · · · · 38
5.5 Dual-Arm Manipulability ($Y \geq 0$) · · · · · · · · · · · · · · 39
5.6 Dual-Arm Manipulability ($Z \leq 0$) · · · · · · · · · · · · · · 39

第 1 章 はじめに

人間は作業を行う時，特別な理由がない限り，体の中心で作業を行う．これは，人間が作業をする際には視覚情報が重要であり，また，体の中心での作業の方が，両手での協調作業が行いやすい為であろう．

では，近年研究されている人間型ロボットはどうだろうか．人間型ロボットは，その冗長性により多様で精巧な作業が可能である．それらの冗長性を活かすことで，人間のように体の中心で作業することなく，どの場所でも精巧な作業ができるのではないだろうか．では，具体的にはどのような場所で作業を行うようにすれば効率が良いのであろうか．

そこで本研究では，人間型ロボットの機構解析および操作性について考える．本研究では，本学にある安川電機製人間型双腕ロボットマニピュレータ (Fig.1.1) を扱う．この双腕マニピュレータは 2 本のアームとそれを支える架台からなっており，各アームは肩・肘に 2 自由度，手首に 3 自由度の計 7 自由度を有し，架台は回転の 1 自由度を有している冗長なマニピュレータである．

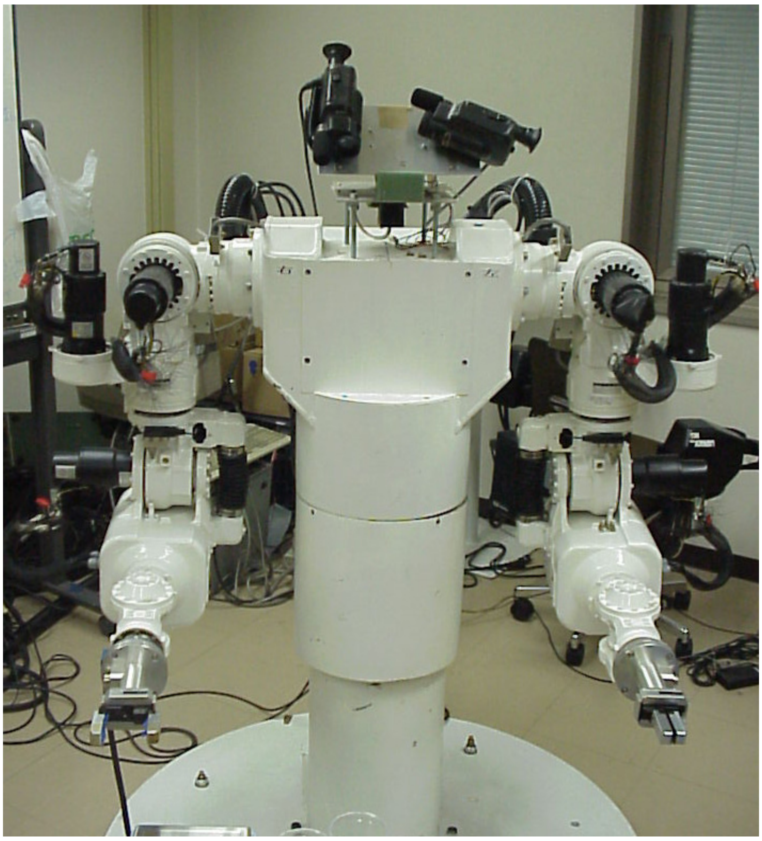

Fig 1.1 8DOF Manipulator

第 2 章 順運動学

先ず，順運動学について考察する．マニピュレータの順運動学では，機構の構成の違いによりフレーム間の位置と姿勢の関係がどのように異なるかを扱う．つまり，マニピュレータの台座に対する先端の位置と姿勢を関節変数の関数として求めることになる．

2.1 モデル化

双腕マニピュレータをモデル化したものを Fig.2.1に示す.

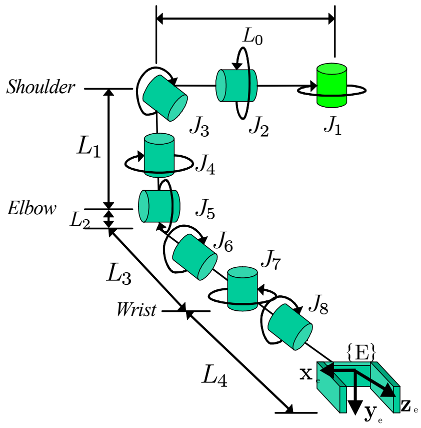

Fig 2.1 Coordinate model of the system

2.2　フレーム配置

個々のリンクとその隣のリンクとの相対的な位置関係を定義するために，Denavit-Hartenbergの表記法[1]を用いて個々のリンクに固定されたフレームを考えるとFig.2.2のように示される．

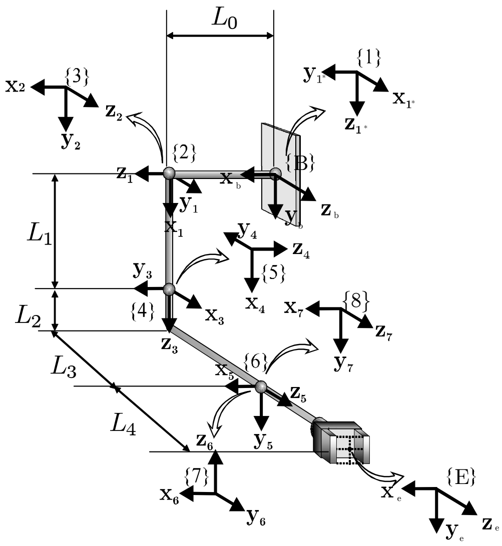

Fig 2.2 Coordinate allocation of the system

2.3　リンク・パラメータの設定

前述の方法でリンクを固定すれば，リンク・パラメータは次のように定義できる．

- a_i：$\hat{x}_i$に沿って測られる$\hat{z}_i$から$\hat{z}_{i+1}$までの距離
- α_i：$\hat{z}_i$と$\hat{z}_{i+1}$とが$\hat{x}_i$のまわりになす角
- d_i：$\hat{z}_i$に沿って測られる$\hat{x}_{i-1}$から$\hat{x}_i$までの距離
- θ_i：$\hat{x}_{i-1}$と$\hat{x}_i$とが$\hat{z}_i$のまわりになす角

上記の定義に従い，Fig.2.2から求めたリンク・パラメータを Table.2.1に示す．

Table 2.1 Link Parameter

i	α_{i-1}[rad]	a_{i-1}	d_i	θ_i[rad]
1	$-\pi/2$	0	0	$-\pi/2+\theta_1$
2	$-\pi/2$	0	L_0	$-\pi/2+\theta_2$
3	$-\pi/2$	0	0	$-\pi/2-\theta_3$
4	$-\pi/2$	0	L_1	$-\pi/2+\theta_4$
5	$+\pi/2$	0	0	$+\pi/2+\theta_5$
6	$+\pi/2$	L_2	L_3	$-\pi/2-\theta_6$
7	$+\pi/2$	0	0	$+\theta_7$
8	$-\pi/2$	0	0	$-\theta_8$
E	0	0	L_4	0

2.4 座標変換行列

フレーム {i} をフレーム {i-1} に対して定義する座標変換行列を${}^{i-1}_{i}T$とすれば，${}^{i-1}_{i}T$は式 (2.1) のようになる．[1]

Fig.2.2のようにリンクのフレームを定義して，Table.2.1のリンク・パラメータの値を式 (2.1) に代入し，式 (2.2) のように掛け合わせれば，基準フレーム {B} に対して定義するフレーム {E} の座標変換行列${}^{B}_{E}T$が導出できる．以上の方法により導出した座標変換行列${}^{B}_{E}T$を式 (2.3) に示す．

$${}^{i-1}_{i}T =$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{2.1}$$

$c\theta_i$，$s\theta_i$，$c\alpha_{i-1}$，$s\alpha_{i-1}$はそれぞれ$\cos\theta_i$，$\sin\theta_i$，$\cos\alpha_{i-1}$，$\sin\alpha_{i-1}$を表す．

$${}^{B}_{E}T = {}^{B}_{1}T\,{}^{1}_{2}T\,{}^{2}_{3}T\,{}^{3}_{4}T\,{}^{4}_{5}T\,{}^{5}_{6}T\,{}^{6}_{7}T\,{}^{7}_{8}T\,{}^{8}_{E}T \tag{2.2}$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{2.3}$$

式 (2.3) のそれぞれの行列要素は以下のようになる.

$$
\begin{aligned}
r_{11} &= c8(c7(-c6(-c4(c1c3-s1s2s3)+c2s1s4)-(c5(c3s1s2+c1s3)\\
&\quad -(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)s5)s6)+(c5(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)\\
&\quad +(c3s1s2+c1s3)s5)s7)+(-c6(c5(c3s1s2+c1s3)-(c2c4s1+(c1c3\\
&\quad -s1s2s3)s4)s5)+(-c4(c1c3-s1s2s3)+c2s1s4)s6)s8
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{12} &= -c8(-c6(c5(c3s1s2+c1s3)-(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)s5)\\
&\quad +(-c4(c1c3-s1s2s3)+c2s1s4)s6)+(c7(-c6(-c4(c1c3-s1s2s3)+c2s1s4)\\
&\quad -(c5(c3s1s2+c1s3)-(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)s5)s6)+(c5(c2c4s1\\
&\quad +(c1c3-s1s2s3)s4)+(c3s1s2+c1s3)s5)s7)s8
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{13} &= c7(c5(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)+(c3s1s2+c1s3)s5)-(-c6(-c4(c1c3\\
&\quad -s1s2s3)+c2s1s4)-(c5(c3s1s2+c1s3)-(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)s5)s6)s7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{21} &= c8(c7(-c6(c2c4s3-s2s4)-(c2c3c5-(-c4s2-c2s3s4)s5)s6)\\
&\quad +(c5(-c4s2-c2s3s4)+c2c3s5)s7)+(-c6(c2c3c5-(-c4s2-c2s3s4)s5)+\\
&\quad (c2c4s3-s2s4)s6)s8
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{22} &= -c8(-c6(c2c3c5-(-c4s2-c2s3s4)s5)+(c2c4s3-s2s4)s6)\\
&\quad +(c7(-c6(c2c4s3-s2s4)-(c2c3c5-(-c4s2-c2s3s4)s5)s6)\\
&\quad +(c5(-c4s2-c2s3s4)+c2c3s5)s7)s8
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{23} &= c7(c5(-c4s2-c2s3s4)+c2c3s5)-(-c6(c2c4s3-s2s4)\\
&\quad -(c2c3c5-(-c4s2-c2s3s4)s5)s6)s7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{31} &= c8(c7(-c6(-c4(-c3s1-c1s2s3)+c1c2s4)-(c5(c1c3s2-s1s3) \\
&\quad -(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4)s5)s6)+(c5(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4) \\
&\quad +(c1c3s2-s1s3)s5)s7)+(-c6(c5(c1c3s2-s1s3)-(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4)s5) \\
&\quad +(-c4(-c3s1-c1s2s3)+c1c2s4)s6)s8
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{32} &= -c8(-c6(c5(c1c3s2-s1s3)-(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4)s5) \\
&\quad +(-c4(-c3s1-c1s2s3)+c1c2s4)s6)+(c7(-c6(-c4(-c3s1-c1s2s3)+c1c2s4) \\
&\quad -(c5(c1c3s2-s1s3)-(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4)s5)s6)+ \\
&\quad (c5(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4)+(c1c3s2-s1s3)s5)s7)s8
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{33} &= c7(c5(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4)+(c1c3s2-s1s3)s5) \\
&\quad -(-c6(-c4(-c3s1-c1s2s3)+c1c2s4)-(c5(c1c3s2-s1s3) \\
&\quad -(c1c2c4+(-c3s1-c1s2s3)s4)s5)s6)s7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_x &= L0c1+L1(c3s1s2+c1s3)-L3(-c5(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4) \\
&\quad -(c3s1s2+c1s3)s5)+L2(c5(c3s1s2+c1s3)-(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)s5) \\
&\quad +L4(c7(c5(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)+(c3s1s2+c1s3)s5)-(-c6(-c4(c1c3 \\
&\quad -s1s2s3)+c2s1s4)-(c5(c3s1s2+c1s3)-(c2c4s1+(c1c3-s1s2s3)s4)s5)s6)s7)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_y &= L1c2c3-L3(-c5(-c4s2-c2s3s4)-c2c3s5)+L2(c2c3c5-(-c4s2-c2s3s4)s5) \\
&\quad +L4(c7(c5(-c4s2-c2s3s4)+c2c3s5)-(-c6(c2c4s3-s2s4) \\
&\quad -(c2c3c5-(-c4s2-c2s3s4)s5)s6)s7)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_z &= -L0s1 + L1(c1c3s2 - s1s3) - L3(-c5(c1c2c4 + (-c3s1 - c1s2s3)s4) \\
&\quad -(c1c3s2 - s1s3)s5) + L2(c5(c1c3s2 - s1s3) - (c1c2c4 + (-c3s1 - c1s2s3)s4)s5) \\
&\quad +L4(c7(c5(c1c2c4 + (-c3s1 - c1s2s3)s4) + (c1c3s2 - s1s3)s5) - (-c6(-c4(-c3s1 \\
&\quad -c1s2s3) + c1c2s4) - (c5(c1c3s2 - s1s3) - (c1c2c4 + (-c3s1 - c1s2s3)s4)s5)s6)s7)
\end{aligned}
$$

第 3 章 逆運動学　-位置制御-

順運動学ではマニピュレータの各関節角が与えられた時に，基準軸に対するマニピュレータの先端の位置と姿勢を求める問題を考えたが，逆運動学ではマニピュレータの手首の位置と先端の姿勢が与えられた時，それらを満足する関節角を求める問題を扱う．

本研究におけるマニピュレータの各軸の役割を考察すると J_1〜J_5軸までの位置制御に関する軸と，J_6〜J_8軸までの姿勢制御に関する軸に分類できる．そこで，先ず位置制御に関する逆運動学を解いていくことにする．

3.1　拘束条件

本研究で用いる双腕マニピュレータは位置制御に5軸を使用しており，冗長性を有している為，逆運動学を解く際には何らかの拘束条件が必要となる．そこで本研究では拘束条件に肘角 [2] という概念を導入した小林らの方法を用い，さらに肩角という概念を新たに定義して逆運動学を解くことにする．

3.2　拘束条件　-肩角-

双腕マニピュレータはFig.3.1のように，手首 (J_6, J_7, J_8)，肩 (J_2, J_3)，首 (J_1) で作る平面は先端位置姿勢を保ったまま首と手首を結ぶベクトル周りに回転することができる．そこで，この肩の回転角を拘束条件とする．この角度を肩角度と呼ぶことにし，J_1が $0(\theta_1 = 0)$ のアームの姿勢で肩角度を0[rad] として角度を定義する (Fig.3.2)．BW の中点を h' とし，$\angle Sh'S'$ を肩角度ψとする．

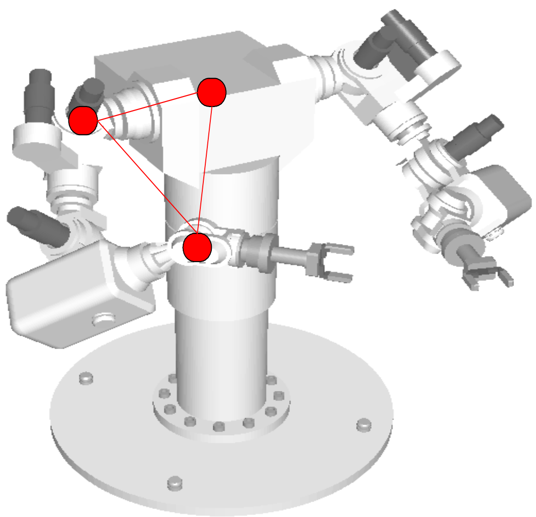

Fig 3.1 The image of the shoulder angle

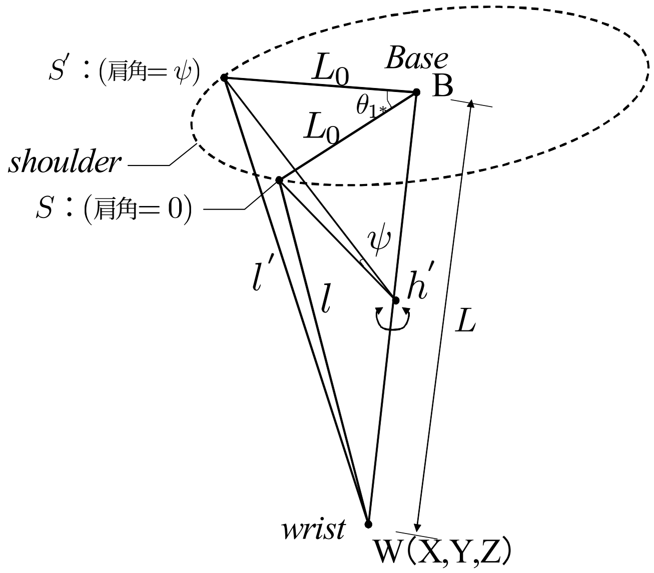

Fig 3.2 The definition of the shoulder angle

$\triangle \mathbf{SS'h'}$に注目し，余弦定理を用いると

$$(SS')^2 = (Sh')^2 + (S'h')^2 - 2(Sh')(S'h')\cos\psi \tag{3.1}$$

となる．ここで

$$\begin{aligned}
SS' &= \sqrt{(L_0 - L_0\cos\theta_1)^2 + {L_0}^2 \sin{\theta_1}^2} \\
Sh' &= \sqrt{\Big(-L_0 + \frac{X}{2}\Big)^2 + \frac{Y^2}{4} + \frac{Z^2}{4}} \\
S'h' &= \sqrt{\Big(\frac{X}{2} - L_0\cos\theta_1\Big)^2 + \frac{Y^2}{4} + \Big(\frac{Z}{2} + L_0\sin\theta_1\Big)^2}
\end{aligned}$$

である．

3.3　拘束条件　-肘角-

また，Fig.3.3のように手首(J_6, J_7, J_8)，肘(J_4, J_5)，肩(J_2, J_3)で作る平面は先端位置姿勢を保ったまま肩と手首を結ぶベクトル周りに回転することができる．そこで，この肘の回転角を拘束条件とする．この角度を肘角度と呼ぶことにし，J_4が$0(\theta_4 = 0)$のアームの姿勢で肘角度を$0[\mathrm{rad}]$として角度を定義する(Fig.3.4)．SWの中点をhとし，$\angle Eh'E'$を肩角度ϕとする．

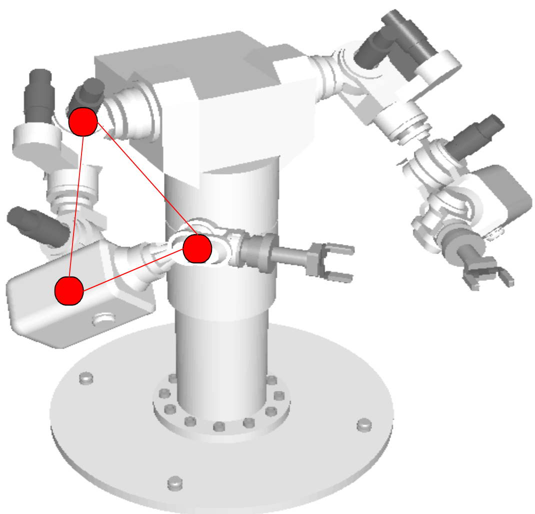

Fig 3.3 The image of the elbow angle

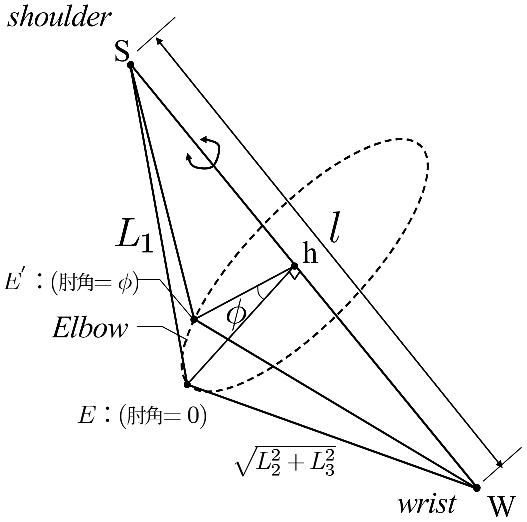

Fig 3.4 The definition of the elbow angle

3.3.1　肘角回転中心 h の導出

Fig.3.4のように, 肘位置 E から SW におろした垂線との交点を $h(X_h, Y_h, Z_h)$ とする．この肘の回転中心 h を求める．
△**SEW**で余弦定理を使用すると

$$\cos(\angle ESh) = \frac{-l_{ew}^2 + l^2 + {L_1}^2}{2L_1 l}$$

また，△**SEh** より

$$Sh = L_1 \cos(\angle ESh)$$

よって肘角回転中心hの座標は以下のようになる

$$\begin{aligned} X_h &= (X - X_S) \times \frac{Sh}{l} + X_S \\ Y_h &= (Y - Y_S) \times \frac{Sh}{l} + Y_S \\ Z_h &= (Z - Z_S) \times \frac{Sh}{l} + Z_S \end{aligned}$$

3.3.2 hEの導出

△**SEW**でヘロンの公式を用いる．

$$
\begin{aligned}
S &= \sqrt{s(s-L_1)\Big(s-l_{ew}\Big)(s-l)} \qquad (3.2)\\
s &= \frac{1}{2}\Big(L_1+l_{ew}+l\Big)
\end{aligned}
$$

ここで△**SEW**は$|\overrightarrow{SW}| \times |\overrightarrow{hE}| \div 2$でも求めることができる．よって

$$|\overrightarrow{hE}| = \frac{2S}{l} \qquad (3.3)$$

となり，式(3.2)，(3.3)より$|\overrightarrow{hE}|$が導出可能となる．

3.3.3 肘角度$\phi = 0$の時の初期肘位置Eの導出

SEについて検討

$L_1^2 = (X_E - X_S)^2 + (Y_E - Y_S)^2 + (Z_E - Z_S)^2$

$$= (X_E - L_0\cos\theta_1)^2 + Y_E^2 + (Z_E + L_0\sin\theta_1)^2 \qquad (3.4)$$

hEについて検討

$$|\overrightarrow{hE}|^2 = (X_E - X_h)^2 + (Y_E - Y_h)^2 + (Z_E - Z_h)^2 \qquad (3.5)$$

EWについて検討

$$L_2^2 + L_3^2 = (X - X_E)^2 + (Y - Y_E)^2 + (Z - Z_E)^2 \qquad (3.6)$$

式(3.4)，(3.5)，(3.6)の式より初期肘位置$E(X_E, Y_E, Z_E)$が導出可能となる．

3.3.4　肘角度ϕの時の肘位置E'の導出

肘角度をϕだけ動かした肘の位置E'について考える．Fig.3.5のように E と同じ方向に単位ベクトル$\overrightarrow{I_a}$と，$\overrightarrow{I_a}$に直角に$\overrightarrow{I_b}$を置く．

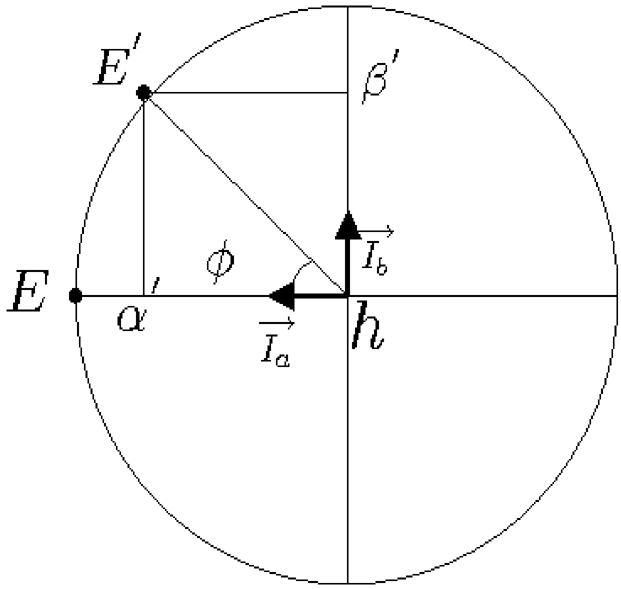

Fig 3.5 An elbow position and the elbow angle

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{I_a} &= \frac{\overrightarrow{hE}}{|\overrightarrow{hE}|} \\
&= \frac{(X_E - X_h, Y_E - Y_h, Z_E - Z_h)}{\sqrt{(X_E - X_h)^2 + (Y_E - Y_h)^2 + (Z_E - Z_h)^2}} \\
&= (X_{Ia}, Y_{Ia}, Z_{Ia})
\end{aligned}$$

$\overrightarrow{I_b}$は$\overrightarrow{SW}$と垂直かつ，$\overrightarrow{I_a}$と垂直なので外積をとり，単位ベクトルを考えると

$$\overrightarrow{I_b} = \frac{\overrightarrow{I_a} \times \overrightarrow{SW}}{|\overrightarrow{I_a} \times \overrightarrow{SW}|} \tag{3.7}$$

となる．ここで

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{SW} &= (X - L_0 \cos\theta_1, Y, Z + L_0 \sin\theta_1) \\
&= (X_{SW}, Y_{SW}, Z_{SW})
\end{aligned}$$

とすると式(3.7)は

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{I_b} &= \frac{(B, C, D)}{\sqrt{B^2 + C^2 + D^2}} \\
&= (X_{Ib}, Y_{Ib}, Z_{Ib})
\end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}
B &= Y_{Ia} Z_{SW} - Z_{Ia} Y_{SW} \\
C &= Z_{IA} X_{SW} - X_{Ia} Z_{SW} \\
D &= X_{Ia} Y_{SW} - Y_{Ia} X_{SW}
\end{aligned}$$

である．
$\overrightarrow{hE}$，$\overrightarrow{hE^{'}}$を

$$\overrightarrow{hE} = \alpha \overrightarrow{I_a} + \beta \overrightarrow{I_b} \tag{3.8}$$

$$\overrightarrow{hE^{'}} = \alpha^{'} \overrightarrow{I_a} + \beta^{'} \overrightarrow{I_b} \tag{3.9}$$

とあわらすと，内積は

$$\overrightarrow{hE} \cdot \overrightarrow{hE^{'}} = |\overrightarrow{hE}||\overrightarrow{hE^{'}}|\cos\phi \tag{3.10}$$

となる．
式(3.10)，(3.9) より (α,β)，$(\alpha^{'},\beta^{'})$ は以下のようになる．

$$(\alpha,\beta) \;=\; (|\overrightarrow{hE}|, 0) \tag{3.11}$$

$$(\alpha^{'},\beta^{'}) \;=\; (\alpha\cos\phi, \pm\alpha\sin\phi) \tag{3.12}$$

また，$\overrightarrow{hE^{'}}$ は

$$\overrightarrow{hE^{'}} = (X_E^{'} - X_h, Y_E^{'} - Y_h, Z_E^{'} - Z_h) \tag{3.13}$$

となる．また，$E^{'}$ は式(3.9)，(3.13) より以下のように表される．

$$E^{'} = \begin{bmatrix} \alpha^{'}\overrightarrow{X_{Ia}} + \beta^{'}\overrightarrow{X_{Ib}} + X_h \\ \alpha^{'}\overrightarrow{Y_{Ia}} + \beta^{'}\overrightarrow{Y_{Ib}} + Y_h \\ \alpha^{'}\overrightarrow{Z_{Ia}} + \beta^{'}\overrightarrow{Z_{Ib}} + Z_h \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

肘角$=\phi$の時の肘位置 $E^{'}$ は${}^B_4T$より

$$X_{E'} \;=\; \cos\theta_1(L_0 + L_1\sin\theta_3) + L_1\cos\theta_3\sin\theta_2\sin\theta_1 \tag{3.15}$$

$$Y_{E'} \;=\; L_1\cos\theta_2\cos\theta_3 \tag{3.16}$$

$$Z_{E'} \;=\; L_1\cos\theta_3\cos\theta_1\sin\theta_2 - (L_0 + L_1\sin\theta_3)\sin\theta_1 \tag{3.17}$$

となる．

3.4　各関節角の導出

前提条件として拘束条件である肘角度ϕ，肩角度ψ，そして手首位置$W(X, Y, Z)$が既知であるとして，位置制御に関する各関節角を導出する．

3.4.1　θ_1の導出

肩角度ψ，手首位置$W(X, Y, Z)$が既知であるのでθ_1は式 (3.1) より求められる．

3.4.2 幾何学的解法によるθ_5の導出

次にθ_5について考察する．前提条件に加えてθ_1が既知となる．θ_5はFig.3.6のように手首，肘，肩で作られる三角形に余弦定理を用いることにより幾何学的解法で求めることができる．

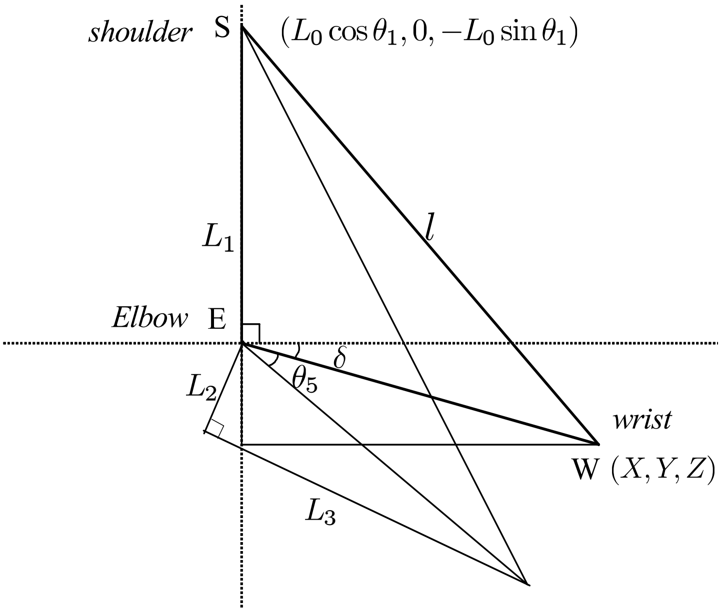

Fig 3.6 Examination of θ_5

先ず，△**SEW**に注目し，余弦定理を用いると

$$l^2 = L_1^2 + l_{ew}^2 - 2L_1 l_{ew}\cos(90 + \delta + \theta_5) \tag{3.18}$$

となる．式 (3.18) からθ_5を導出すると

$$\theta_5 = \arcsin\Big(\frac{l^2 - L_1^2 - l_{ew}^2}{2L_1 l_{ew}}\Big) - \delta \tag{3.19}$$

となる．ただし

$$\begin{aligned}
\delta &= \arctan\Big(\frac{L_2}{L_3}\Big) \\
l_{ew} &= \sqrt{L_2^2 + L_3^2} \\
l &= \sqrt{(X - L_0\cos\theta_1)^2 + Y^2 + (Z + L_0\sin\theta_1)^2}
\end{aligned}$$

である．

3.4.3　θ_3の導出

次にθ_3について考察する．前提条件に加えてθ_1, θ_5が既知となる．

式 (3.15)，(3.16) は次のように書き直すことが出来る．

$$\sin\theta_2 = \frac{X_{E'} - \cos\theta_1(L_0 + L_1\sin\theta_3)}{L_1\sin\theta_1\cos\theta_3} \tag{3.20}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{Y_{E'}}{L_1\cos\theta_3} \tag{3.21}$$

式 (3.20)，(3.21) を式 (3.17) に代入し $\sin\theta_3$について整理すると

$$\sin\theta_3 = -\frac{L_0 - X_{E'}\cos\theta_1 + Z_{E'}\sin\theta_1}{L_1}$$

となる．したがってθ_3は

$$\theta_3 = -\mathrm{arc}\sin\left(\frac{L_0 - X_{E'}\cos\theta_1 + Z_{E'}\sin\theta_1}{L_1}\right) \tag{3.22}$$

となる．

3.4.4　θ_2の導出

次にθ_2について考察する．前提条件に加えて$\theta_1, \theta_5, \theta_3$が既知となる．

式 (3.17) は次のように書き直すことが出来る．

$$\sin\theta_2 = \frac{Z_{E'} + \sin\theta_1(L_0 + L_1\sin\theta_3)}{L_1\cos\theta_3\cos\theta_1} \tag{3.23}$$

式 (3.21)，(3.23) よりθ_2は

$$\theta_2 = \mathrm{a}\tan 2(\sin\theta_2, \cos\theta_2) \tag{3.24}$$

となる．

3.4.5　θ_4の導出

次にθ_4について考察する．前提条件に加えて$\theta_1, \theta_5, \theta_3, \theta_2$が既知となる．

式 (2.3) より

$$\sin\theta_4 = (L_3\cos\theta_5 - L_2\sin\theta_5)\Big(\frac{-L_0 + X\cos\theta_1 - Z\sin\theta_1}{\cos\theta_3}$$

$$-\tan\theta_3(L_1 + L_2\cos\theta_5 + L_3\sin\theta_5)\Big) \tag{3.25}$$

式 (3.25) よりθ_4は

$$\theta_4 = \mathrm{a}\tan 2(\sin\theta_4, \sqrt{1-\sin^2\theta_4}) \tag{3.26}$$

となる．

第 4 章 逆運動学 -姿勢制御-

3 章までで位置制御に関する逆運動学は求められた．そこで，この章では姿勢制御に関する逆運動学を解いていくことにする．

本研究で用いる双腕マニピュレータは，先端の 3 軸が 1 点で交わっているので逆運動学を解析的に解くことができる．数値的に姿勢を記述する為に，姿勢決定行列を算出する必要がある．

4.1 姿勢決定行列

関節角$\theta_6, \theta_7, \theta_8$は，マニピュレータの姿勢を決定する部分に当たる．X-Y-Z固定角法[1]を用いて姿勢決定行列を導出していく．

姿勢を記述すべく手先効果器フレーム$E(X_e, Y_e, Z_e)$をFig.4.1のように既知の基準フレーム$0(X_0, Y_0, Z_0)$と一致させた状態から，X_0軸周りにZ_0軸周りにα回転(式(4.1))，Y_0軸周りにβ回転(式(4.2))，γ回転(式(4.3))させる．

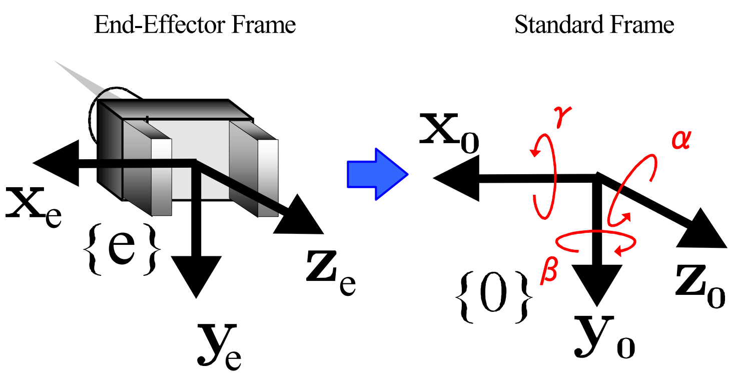

Fig 4.1 The end-effetcor frame and the standard frame

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

$$R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

$$R_X(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

これらの回転順序を考慮し，姿勢決定行列を導出すると式 (4.4) のようになる．

$R_Z(\alpha) \times R_Y(\beta) \times R_X(\gamma) =$

$$\begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

式 (4.4) の各要素は式 (2.3) における要素 r_{ij} に相当する．

4.2 各関節角の導出

既知情報を用いて姿勢制御に関する各関節角$\theta_6, \theta_7, \theta_8$を代数的に導出する.

4.2.1 θ_6の導出

先ず，3章で求めたθ_1〜θ_5を既知情報として算出した${}^B_4T^{-1}$と，式(4.4)との積を求める(式(4.5)).

$$
{}^B_4T^{-1} \times R_Z(\alpha) \times R_Y(\beta) \times R_X(\gamma) = {}^4_ET
$$

$$
{}^B_4T^{-1} \times \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \quad (4.5)
$$

次に，順運動学から${}^4_ET$を求める(式(4.6)).

$$
\begin{aligned}
{}^4_ET &= \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} s5s6 & c6c7s5 + c5s7 & -c5c7 + c6s5s7 \\ -c6 & c7s6 & s6s7 \\ c5s6 & c5c6c7 - s5s7 & c7s5 + c5c6s7 \end{bmatrix} \qquad (4.6)
\end{aligned}
$$

t_{11}とs_{11}の関係から$\sin\theta_6$が，t_{31}とs_{31}の関係から$\cos\theta_6$が導出される.
よってθ_6は式(4.7)で表される.

$$
\theta_6 = a\tan(\sin\theta_6, \cos\theta_6) \qquad (4.7)
$$

4.2.2　θ_7の導出

先ほど導出したθ_6を既知情報に追加して，新たに算出した${}^B_5T^{-1}$と，式(4.4)との積を求める(式(4.8)).

$${}^B_5T^{-1} \times R_Z(\alpha) \times R_Y(\beta) \times R_X(\gamma) = {}^5_ET$$

$${}^B_5T^{-1} \times \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

次に，順運動学から${}^5_ET$を求める(式(4.9)).

$$\begin{aligned} {}^5_ET &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -s6 & -c6c7 & -c6s7 \\ 0 & s7 & -c7 \\ c6 & -c7s6 & -s6s7 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.9}$$

式(4.8)と(4.9)の関係からθ_7, θ_8を導出する．
T_{11}とS_{11}の関係から$\sin\theta_7$が，T_{31}とS_{31}の関係から$\cos\theta_7$が導出される．
よってθ_7は式(4.10)で表される．

$$\theta_7 = a\tan(\sin\theta_7, \cos\theta_7) \tag{4.10}$$

4.2.3　θ_8の導出

T_{22}とS_{22}の関係から$\sin\theta_8$が，T_{23}とS_{23}の関係から$\cos\theta_8$が導出される．
よってθ_8は式(4.11)で表される．

$$\theta_8 = arc\tan(\sin\theta_8, \cos\theta_8) \tag{4.11}$$

第 5 章 操作性

効率が良い領域とは，指定された作業を行うのに十分な操作が可能である領域のことであり，効率が悪い領域とは，指定された作業を行うのに十分な操作が不可能である領域のことであると考えられる．これから行おうとする作業と比べて，その領域で十分な操作性が保証されていれば，その領域では十分な操作が可能となる．

マニピュレータの操作性の指標として可操作度 [4] を用いる方法が知られている．手首位置 (X, Y, Z) の可操作度が一定値以上であれば，そのマニピュレータの手先は一定の操作性が保証される．

5.1 可操作度

n 自由度を持つロボットアームを考え，その第 i 関節の関節変数を$\theta_i = 1, 2, \cdots, n$，アーム全体の姿勢を表す関節ベクトルを$\theta = [\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n]^T$ とする．また，手先効果器の位置及び姿勢を表す手先効果器状態ベクトルを$r = [r_1, r_2, ..., r_m]^T$，$(m \leq n)$ とし，その時のθと rの幾何学的関係は, $r = f(\theta)$ で与えられるとした時，ヤコビ行列は式 (5.1) で表される．

$$J(\theta) = df(\theta)/d\theta \tag{5.1}$$

これらのことを踏まえて，手首位置のヤコビ行列を考えると式 (5.2) のようになる．双腕マニピュレータの各リンク長は$L_0 = 397.5[mm], L_1 = 355.0[mm], L_2 = 150.0[mm], L_3 = 315.0[mm]$ とした．また，各軸の角度制限は$-90^\circ \leq \theta_1 \leq +90^\circ, -85^\circ \leq \theta_2 \leq +175^\circ, -5^\circ \leq \theta_3 \leq +185^\circ, -150^\circ \leq \theta_4 \leq +150^\circ, -80^\circ \leq \theta_5 \leq +80^\circ$ とした．

$$\begin{aligned} J(\theta) &= df(\theta)/d\theta \\ &= \begin{bmatrix} \partial X/\partial\theta_1 & \partial X/\partial\theta_2 & \partial X/\partial\theta_3 & \partial X/\partial\theta_4 & \partial X/\partial\theta_5 \\ \partial Y/\partial\theta_1 & \partial Y/\partial\theta_2 & \partial Y/\partial\theta_3 & \partial Y/\partial\theta_4 & \partial Y/\partial\theta_5 \\ \partial Z/\partial\theta_1 & \partial Z/\partial\theta_2 & \partial Z/\partial\theta_3 & \partial Z/\partial\theta_4 & \partial Z/\partial\theta_5 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5.2}$$

このときの X, Y, Zは順運動学から

$$\begin{aligned} X &= c1(L0 + c3s4(L3c5 - L2s5) + s3(L1 + L2c5 + L3s5)) + (c2c4(L3c5 - L2s5) \\ &\quad +s2(s3s4(-L3c5 + L2s5) + c3(L1 + L2c5 + L3s5)))s1 \\ Y &= c4s2(-L3c5 + L2s5) + c2(s3s4(-L3c5 + L2s5) + c3(L1 + L2c5 + L3s5)) \\ Z &= c1(c2c4(L3c5 - L2s5) + s2(s3s4(-L3c5 + L2s5) + c3(L1 + L2c5 + L3s5))) \\ &\quad -(L0 + c3s4(L3c5 - L2s5) + s3(L1 + L2c5 + L3s5))s1 \end{aligned}$$

となる．
また，この時の可操作度ωは式 (5.3) で表される．

$$\omega = \sqrt{det(J(\theta)J^T(\theta))} \tag{5.3}$$

式 (5.2) を用いて右腕の可操作度分布と双腕の可操作度分布を調べた．右腕，双腕とも見易さのため可操作度は 10^7 で除算している．

Fig.5.1〜5.3は右腕可操作度分布，Fig.5.4〜5.6は双腕協調可操作度分布である．

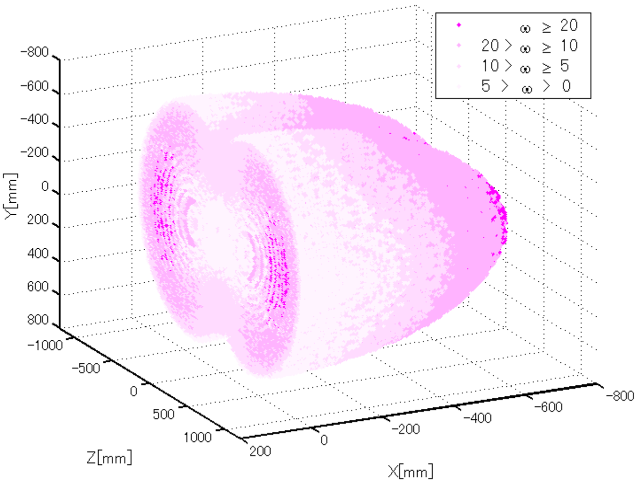

Fig 5.1 Right-Arm Manipulability (X≤ 0)

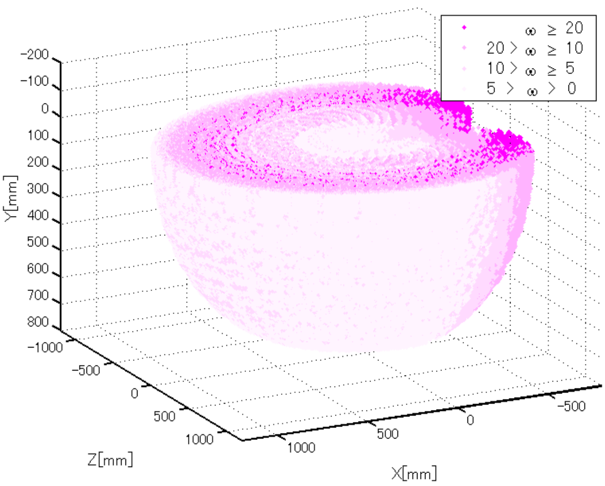

Fig 5.2 Right-Arm Manipulability (Y≥ 0)

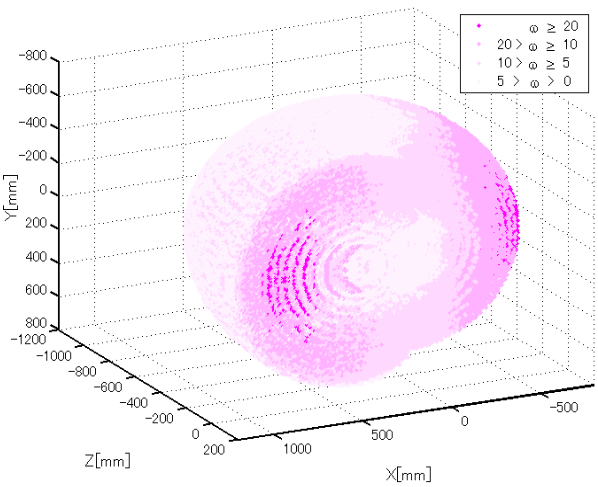

Fig 5.3 Right-Arm Manipulability (Z≤ 0)

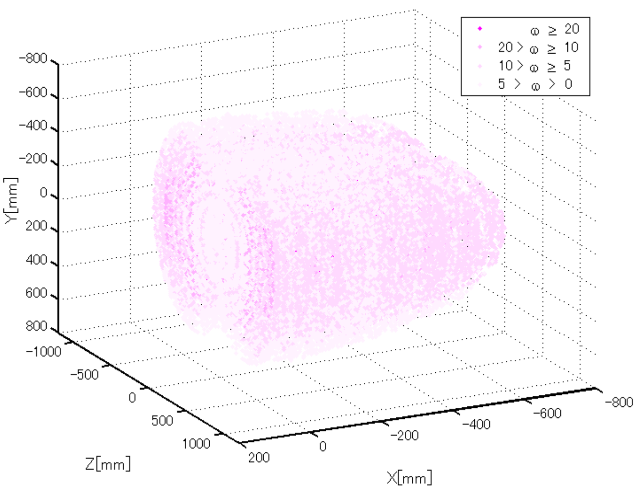

Fig 5.4 Dual-Arm Manipulability (X≤ 0)

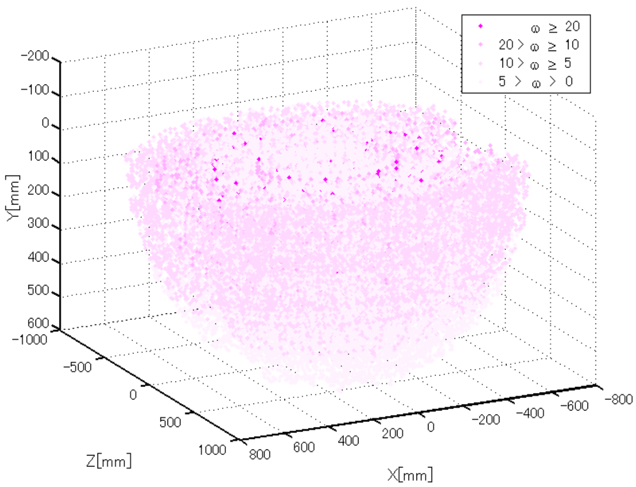

Fig 5.5 Dual-Arm Manipulability (Y$\geq$ 0)

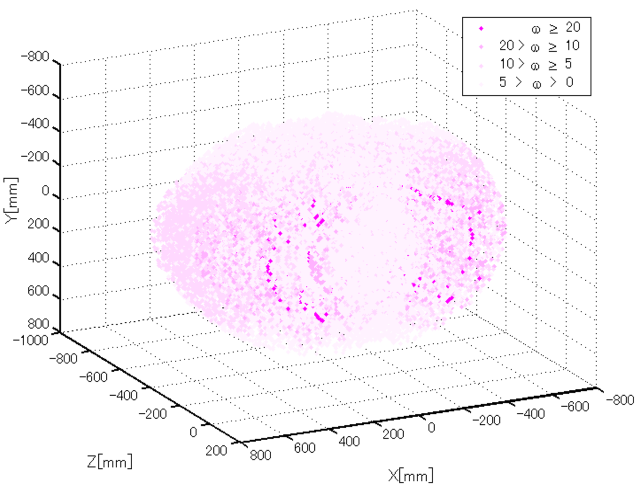

Fig 5.6 Dual-Arm Manipulability (Z$\leq$ 0)

第 6 章 終わりに

本論文では，双腕マニピュレータの機構を解析し，その操作性について検討した．マニピュレータの作業領域を決定する際には，精密さを重視するべきか，範囲を重視するべきか，など，その作業の特性とマニピュレータの可操作性を考慮して領域を選択するのが望ましい．

例えば，精密な作業を行う場合は，可操作度を重視した領域を選択し，精密さはあまり重視しないのならば，ある程度の可操作度が存在する広い領域を選択することで，作業効率が上がるだろう．

また，冗長マニピュレータには特異点が存在する．特異点は，それ自体を通過することが望ましくないだけでなく，その近傍においても関節角度が過大になることがあるので，それに近づく事も望ましくない．可操作度とは特異点からの距離を表す指標でもあるので，可操作度を考慮しながら軌道を考えることは，特異点を回避することにも繋がる．

謝辞

まず，小林尚登教授に感謝の意を申し上げます．教授には，研究の知識とアイデアを提供して頂いただけでなく，様々な面でご指導いただきました．

中村秀男先生には，予算の面において多大な労力を費やしていただき大変感謝しております．

また，3年間川端先生，稲垣先生，樹野先生, には大変お世話になりました．それぞれ正規の勤務地における活動がお忙しいにもかかわらず，わざわざ法政大学まで足を運んでいたき，われわれの研究について親身になって相談に乗っていただきありがとうございます．

最後に，本研究を共に励んできた先輩，同輩，ならびに後輩の皆様に対して，感謝の意を申し上げて本論文の結びとさせていただきます．

参考文献

[1] John.J.Craig　(三浦宏文，下山勲 訳)
”ロボティクス-機構・力学・制御-”　共立出版，(1991)

[2] 小林尚登，樹野淳也，松山新吾，小久保芳行
”人間型双腕マニピュレータの順運動学と逆運動学”　法政大学計算センター研究報告，Vol.9，pp.43-50，(1996)

[3] 梅木嘉道，高橋和幸，松村勇，樹野淳也，小林尚登
”人間型冗長マニピュレータの姿勢決定法”　法政大学計算センター研究報告，Vol.12，pp.25-32，(1999)

[4] 吉川恒夫
”ロボットアームの可操作度”　日本ロボット学会誌，Vol.2，No.1，pp63-67，(1984)

[5] 吉川恒夫
”冗長性を有するロボットの制御”　日本ロボット学会誌，Vol.2，No.6，pp587-592，(1984)

[6] 松野文俊，前田朋彦
”双腕型宇宙ロボットの最適軌道計画”　日本ロボット学会誌，Vol.12，No.7，pp1038-1042，(1994)

[7] 浅野都司
”人の腕形マニピュレータの姿勢を決定するための仮説について”
日本ロボット学会誌，Vol.12，No.1，pp91-98，(1994)