

直列型ステージを持つ在庫発注システムの解析

FUKUMA, Toshiko / YAMAMOTO, Masaaki / 山本, 正明 / 福馬, 敏子

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of the Technical College of Hosei University / 法政大学工学部研究集報

(巻 / Volume)

31

(開始ページ / Start Page)

27

(終了ページ / End Page)

34

(発行年 / Year)

1995-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00003821>

直列型ステージを持つ在庫発注システムの解析

福馬敏子*・山本正明**

The analysis of multi – stage inventory and ordering system

Toshiko Fukuma * and Masaaki Yamamoto **

Abstract

Inventory and ordering control system for three processes is studied in this paper using transmission function.

In order to operate the system successfully, it is important for production manager to know the dynamic behavior of that system. For such purpose a simulation method is known in general. However, the identifying and formulating the system are complicate.

In this paper, an experimental study is shown to give a transmission function of this system using ARMA model. The input of the system is demand and the outputs are order quantity for the next process and the level of inventory in the system. The process which has lead time is investigated also. The transmission function is estimated and analyzed for each stage and through series of stages.

It is found that the estimated ARMA coefficients are well fitted to the model and the relation between ARMA degree and processes are evident.

Key – words: Inventory and ordering control system, Transmission function, ARMA model.

§1 はじめに

生産活動を行うときには、生産される「物の流れ」が生じるが、これを管理するには、市場からの需要、その量に見合った生産量(発注量)、需要に対する在庫の状況などの要素が関わってくる。活動の内容が複雑になるに伴い、これらの要素を含むシステムとしての挙動を正確に把握することは難しい。筆者等は、シミュレーションによってMRP型とJIT型モデルを解析してきたが、より厳密に比較検討するには、システムを構造式として推定し言及することが望まれる。このため本研究では、在庫管理システムを伝達関数として表すことを試みた。この方法については、発注方式を中心に、

*経営工学科

基本的なモデルに対し伝達関数をZ変換により求め、需要と在庫量の分散比を代数的に解析した研究がある。しかし、生産活動が複雑になると計算量が膨大になり、解析には限界が生じる。そこで、本研究では、Z変換を有限時間整定応答型により求めることを考えた。従って、システムをARMAモデルとして記述することが可能となり、伝達関数を求めることができた。また多工程を含むシステムのARMA係数と推定次数の関係を求め、その有効性を確かめることができた。

§2 在庫，発注モデルの概要

市場からの需要があり、その量に応じた生産命令（発注）をだす。生産のステージは、内容が各々異なっており、それらを直列に接続した複数ステージ在庫発注システムを構成している。ここでは、需要に対して事前に対応しておくために、将来の需要量の予測量をあらかじめ計算しておき、これに基づいて発注量を決定する。ステージによっては、製品が納入されるまでのリードタイムの導入が可能である。

2.1 システムのモデル化

いま記号を次のように定義する。

- t : 生産期 ($t = 1, 2, \dots, n$)
- s : ステージ ($s = 1, 2, 3$)
- $D_s(t)$: t 期中の s ステージへの需要量
- $\hat{D}_s(t)$: t 期における s ステージへの予測需要量
- $O_s(t)$: t 期の s ステージへの発注量
- $I_s(t)$: t 期末の s ステージの在庫量
- S_s : s ステージの安全在庫量
- L_s : s ステージのリードタイム

いま、 t 期中の需要を $D(t)$ とする。生産量は需要に応じて計画され、システムの各ステージはこの計画をもとに生産活動を行う。ここで、需要は偶発的に発生するが、1期前に起きた需要に影響される時系列であるものとする。従って、需要量は平均 μ 標準偏差 σ の正規乱数を用い、それと自己相関係数 r を1期前の需要量に乗じた数を加えたものとした。

正規乱数を $\{x_t\}$ とすると

$$D(t) = x_t + rx_{t-1} + r^2x_{t-2} + \dots = rD(t-1) + x_t \quad \dots(1)$$

と表される。

2.2.1 ステージ1, 2 (リードタイム無し)

ステージへの発注命令は直ちに伝わり生産されるので、ステージ1, 2のリードタイムは0である。よって、ステージ1, 2の需要量 $D_i(t)$ は次式で表され、予測需要量, 発注量, 在庫量が決まる。需要予測は一次指数平滑法を用いて行い、指数平滑係数は α とした。

$$\begin{aligned} D_1(t) &= \alpha D_1(t) + (1 - \alpha) D_1(t) \\ O_1(t) &= D_1(t-1) - I_1(t-1) + S_1 \\ I_1(t) &= I_1(t-1) + O_1(t) - D_1(t) \end{aligned} \quad \dots(2)$$

ここで、出力である $O_1(t)$ は直列に接続されたステージ2への入力 $D_2(t)$ となる。リードタイムは0である。

2.2.2 ステージ3 (リードタイムが存在する)

ステージ2の出力である $O_2(t)$ がステージ3の入力となる。ステージ3では生産されるまでに一定の期数(リードタイム= L)がかかる。

$$\begin{aligned} D_3(t) &= O_2(t) \\ D_3(t) &= \alpha D_3(t) + (1 - \alpha) D_3(t) \\ O_3(t) &= D_3(t-1) - \delta \{I_3(t-1) + O_3(t-1) - D_3(t)\} \\ I_3(t) &= I_3(t-1) + O_3(t-L_3) - D_3(t) \end{aligned} \quad \dots(3)$$

2.3 有限時間整定応答型⁽²⁾による伝達関数

z 変換を用いて需要量を入力とし、出力量を発注量と在庫量とした伝達関数を求める。ステージ1, 2の式に対し z 変換を施すと次のようになり、

$$\begin{aligned} D(z) &= \alpha D(z) + (1 - \alpha) z^{-1} D(z) \\ O(z) &= z^{-1} D(z) - z^{-1} I(z) + S \\ I(z) &= z^{-1} I(z) + z^{-1} O(z) - D(z) \end{aligned} \quad \dots(4)$$

ステージ1, 2における需要量と発注量の伝達関数は

$$H(z) = \frac{O(z)}{D(z)} = \frac{(1 + \alpha)z^{-1} - z^{-2}}{1 - (1 - \alpha)z^{-1}} \quad \dots(5)$$

となる。

全ステージの伝達関数は各ステージの構造モデルによって決まってくる。本研究では、ステージ1とステージ2の直列系とリードタイムのあるステージを持つ在庫、発注システムである。

この結合関係は伝達関数を用いて表すと Fig. 1 になる。

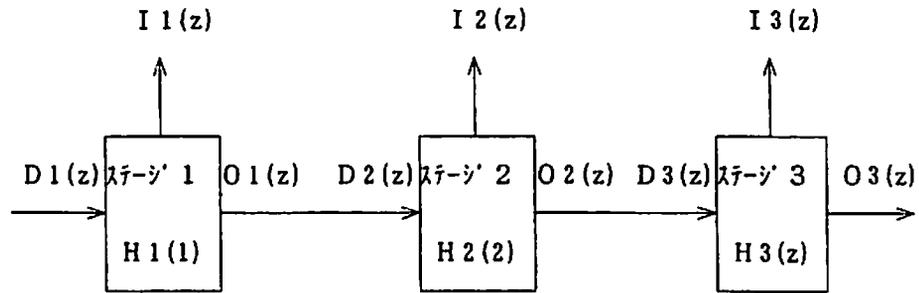


Fig. 1 複数ステージの直列結合関係

§3 在庫，発注システムの時系列モデルについて

在庫，発注システムを未知として，そのモデル構造を推定することを考える。いま，Fig. 2 に示すように需要量 x_t 及び出荷量 y_t は観測できる離散的な時系列データとする。

$x_t, y_t : t = 0, 1, \dots, N, N$ は製品の数

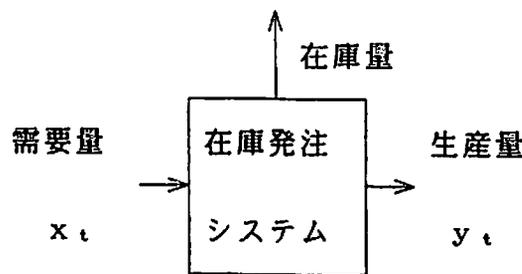


Fig. 2 在庫発注システムの推定

3.1 ARMA モデルによる推定

システムのモデル構造を自己回帰移動平均 (ARMA) モデルで表す。

在庫，発注量 $\{y_t\}$ と需要量 $\{x_t\}$ の関係が

$$\underbrace{y_t + \sum_{i=1}^p b_i y_{t-i}}_{\text{在庫, 発注量}} = \underbrace{x_t + \sum_{i=1}^q a_i x_{t-i}}_{\text{需要量}}, \quad \dots(6)$$

で表されるとき，これは (p, q) 自己回帰移動平均モデル (ARMA) と考えることができる。

$$\text{ただし, } x_t \text{ は, } E\{x_t\} = 0, \quad E\{x_t x_{t-k}\} = \begin{cases} \sigma_x^2 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

となる性質をもつ(正規性白色雑音系列)。

また, (6)式を時間推移作用素 z で表すと

$$B(z) y_t = A(z) x_t \quad \dots(7)$$

$\underbrace{\hspace{2em}} \quad \underbrace{\hspace{2em}}$
 在庫, 発注量 需要量

となる。

ただし,

$$B(z) = 1 + \sum_{i=1}^q b_i z^{-i}, \quad A(z) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i z^{-i}$$

である。また, (7)式の両辺を z 変換すると

$$B(z) Y(z) = A(z) X(z) \quad \dots(8)$$

となり, 需要量と出荷量の伝達関数 $H(z)$ は

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{A(z)}{B(z)} \quad \dots(9)$$

となる。

3.2 ARMAモデルの係数の推定

生産命令の実測値 $\{y_t\}$ から, ARMAモデルの係数を推定する。ARMAモデルの次数 (p, q) が与えられている場合, 係数の推定値 a_i, b_i は, t 時点の生産命令, 在庫量の実測値とARMAモデルから得られた予測値の誤差の2乗和を最小にすることで計算できる。

§4 実験と結果

複数ステージを持つ発注在庫システムの推定構造式を未知として考えARMAモデルによる推定を次の条件のもとに行った。この結果から得られた各々のARMA係数の実験値をTable.3に示す。

4.1 需要時系列

市場からの需要時系列は平均 $\mu = 40$ 、標準偏差 $\sigma = 10$ の正規乱数に自己相関係数 $r = 0.5$ を(1)式に用いて得た。また、 δ は0.6とした。実験は150期間で行い、過渡応答を除去するため前半の50期間を省き後半の100期間を使用した。

4.2 ARMA次数と推定誤差

需要 $D(t)$ と在庫量 $I(t)$ 、発注量 $O(t)$ の関係をARMAモデルで表す場合、次数をどのように定めるかが重要である。ステージ1と2、ステージ3のそれぞれの在庫量、発注量の関係から推定誤差が最小となる次数を求めた。さらに、ステージ1と2を直列に連結した場合と、ステージ3を加えて連結した場合についても、推定誤差が最小となる次数を求めた (Table.1) (Fig.3) (Fig.4)。Table.1の中で*のついた次数以上でARMAモデルの係数を設定すれば、実用的な有限時間整定応答型による伝達関数が求められることがわかる。

Table 1

在庫量の実現値と伝達関数より得られた推定値の標準誤差

工程	ARMA係数			
	次数(2,2)	次数(3,3)	次数(4,4)	次数(5,5)
第1	0.44694 *	0.42975 *	0.42032 *	0.42234
第1, 2	8.84701 *	0.44698 *	0.43547 *	0.43155
第1, 2, 3	18.50563	11.88483 *	1.34446 *	0.94434

発注量の実現値と伝達関数より得られた推定値の標準誤差

生産命令 工程	ARMA係数			
	次数(2,2)	次数(3,3)	次数(4,4)	次数(5,5)
第1	1.18503 *	0.37706 *	0.31069 *	0.30368
第1, 2	11.37063 *	1.83316 *	0.55342 *	0.49139
第1, 2, 3	-	11.88483 *	1.15757 *	0.56608

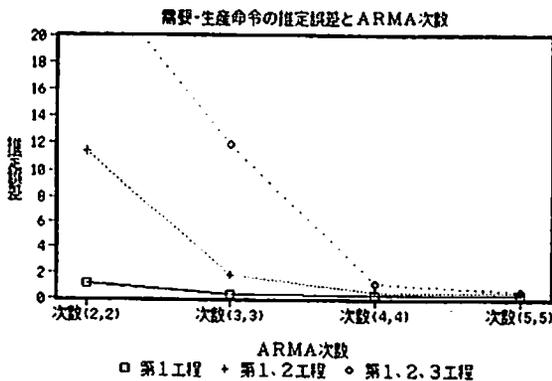


Fig. 3

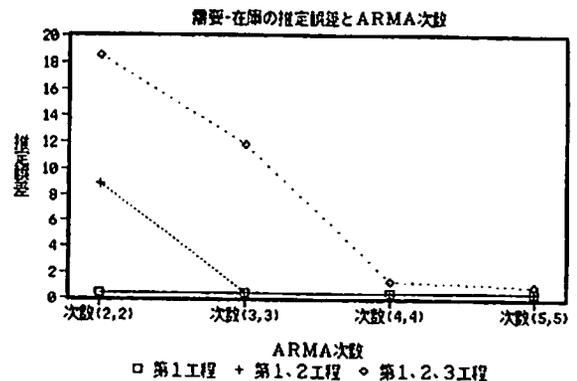


Fig. 4

4.3 ARMAモデルの推定結果

推定誤差が最小となる次数を用いて、システムのARMA係数を求めた。Table.2に示すようにステージ1, 2の推定結果は、ARMA次数(2, 2)で求め、ステージ3の推定結果は、ARMA次数(3, 3)で求めた。また、在庫量、発注量の両者ともステージ1, 2を連結した場合の係数はARMA次数(3, 3)、ステージ1, 2, 3を連結した場合の係数は、ARMA次数(6, 6)で求めた(Table.3)。

Table 2

需要-在庫量のARMA係数							
	a0	a1	a2	a3	b1	b2	b3
工程1	7.0415	-1.0035	1.0065		0.7804	0.0012	
工程3	5.7657	-0.9996	0.3125	0.6905	0.5779	0.7550	-0.4664

需要-生産命令のARMA係数							
	a0	a1	a2	a3	b1	b2	b3
工程1	-4.8956	0.0014	1.2215		-0.0339	-0.0531	
工程3	-0.4481	0.7348	-0.3317	-0.2067	0.5171	0.7361	-0.4373

Table 3

需要-在庫量のARMA係数											
	a0	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4		
工程1	7.0415	-1.0035	1.0065			0.7804	0.0012				
工程1.2	18.3965	-1.0015	0.2225	0.7363		0.4631	0.0128	0.0093			
工程1.2.3	4.9746	-0.0410	0.0985	-1.5794	1.5051	1.1307	0.0422	-0.4629	0.1890		

需要-生産命令のARMA係数											
	a0	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4		
工程1	-4.8956	0.0014	1.2215			-0.0339	-0.0531				
工程1.2	9.7007	-0.0111	-0.0139	1.5141		-0.0719	-0.0510	-0.0985			
工程1.2.3	1.0344	0.0137	-0.0274	1.1226	-0.9226	0.7981	0.4874	-0.6041	0.1613		

4.4 実現値と推定結果の波形比較

システムの構造式から求まる需要量の実現値の波形とARMAモデルの推定結果から求められる推定値の波形を、ステージ1, 2, 3を直列に連結した場合で比較した。

Fig. 5はステージ1への需要量を入力した場合の、ステージ3からの在庫の出力量と推定量の波形比較で、ARMA次数は(4, 4)である。また、Fig. 6はステージ1への需要量を入力した場合の、ステージ3からの発注の出力量と推定量の波形比較で、ARMA次数は(4, 4)である。ARMAモデルによる推定結果が極めて実現値に近いことがわかる。

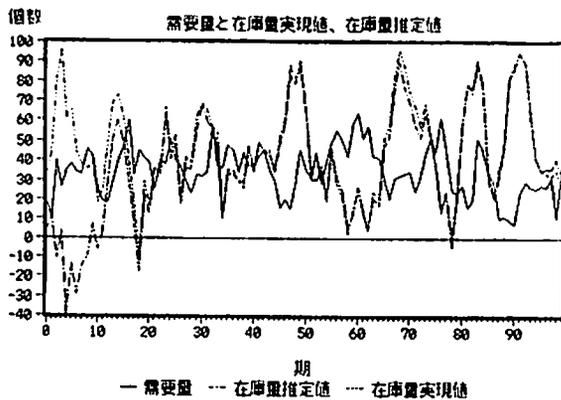


Fig. 5

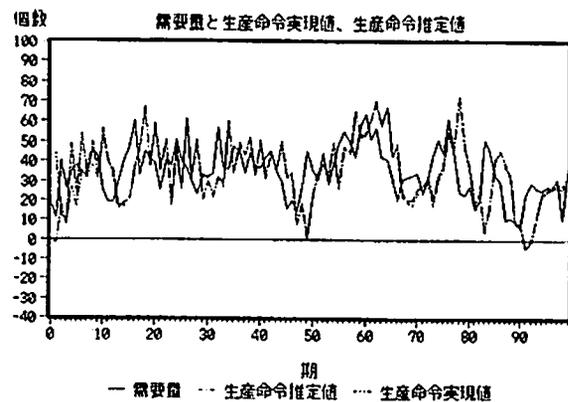


Fig. 6

§5 結 論

直列に連結した多工程在庫，発注管理システムに対してARMAモデルを適用することにより，実用的な有限時間整定応答型伝達関数が求められることがわかった。また4.4に示したように，需要量（入力）と在庫，発注量（出力）における，実現値と伝達関数によって求めた推定値がほぼ一致していることがわかった。従って，システムの構造式がはっきり求まらないような場合でもARMAモデルの推定により精度の高い伝達関数を求めることができると言える。

本研究におけるシステムではステージ3でリードタイムを持たせて，期数の遅れを伴うように設定したが，この工程では伝達関数の分母の項に遅れの影響が及ぶことがわかった。これは，ARMAモデルが，出力値をフィードバックして再度入力するモデルであることから明らかである。

今後は，各ステージが非線形になった場合の複数ステージを持つシステムや，より現実的なシステムについて検討を加えたい。

参 考 文 献

- (1) 平川保博；星野供二；片山博.“2段階生産システムにおける押し引き混成型指示方式の特性解析”. 日本経営工学学会.43 (2).78-84 (1992).
- (2) 増淵正美.“自動制御基礎理論”.コロナ社1994
- (3) 片山博；十代田三知男；村松林太郎.“複数の移動平均型需要系列を伴う定期発注システムの解析”. 日本経営工学会誌.39 (4).218-225 (1988)
- (4) 俵信彦；増井忠幸；鈴木晴久.“Z変換によるG型定期発注方式の解析—定期発注方式の研究—”.日本経営工学会誌.41 (4).275-282 (1990)
- (5) 高橋勝彦.“生産在庫システムにおける在庫量変動のシミュレーション解析”.日本経営工学会誌.42 (1).15-22 (1991)
- (6) 郭慧絹；福馬敏子；山本正明.“A Simulation Study of JIT Production System.” Proceedings of conf. of APORS (1992) p.53-60