不規則時系列の解析プログラム：次元解析と予測

KANOU, Manabu / HIROOKA, Hajime / 広岡, 一 / 加納, 学

(出版者 / Publisher)
法政大学工学部
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学工学部研究集報 / 法政大学工学部研究集報
(巻 / Volume)
33
(開始ページ / Start Page)
25
(終了ページ / End Page)
29
(発行年 / Year)
1997-03
(URL)
https://doi.org/10.15002/00003801

不規則時系列の解析プログラム：次元解析と予測

加納　学・広岡　一

A program for analysis of irregular time-series : Dimension and forecast.

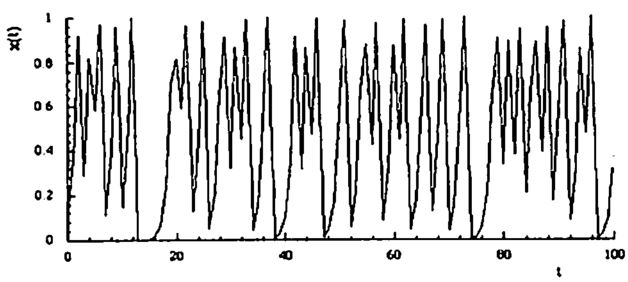
M. Kanou and H. Hirooka

Abstract

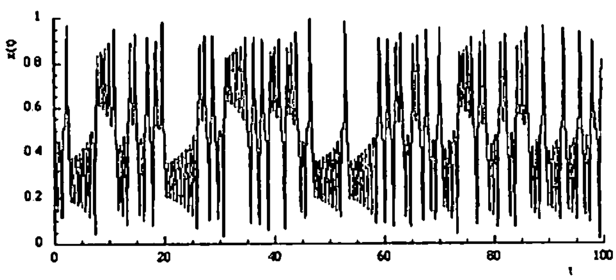
A computer program for analysis of irregular time-series is presented, with determination of the correlatin dimension and forecating possibility. This could provide a methold to distinguish the deterministic (chaotic) irregular time-series from the non-determinic ones. The applicatin to EGG data is also studied.

1）は　じ　め　に

我々がこのプログラムで扱おうとしていることはFig. 1に見るような一般に不規則時系列と呼ばれているものの情報処理に関してである。このような時系列の情報処理には従来パワースペクトルなどの解析法が用いられてきた。この時系列がどのような周期、どれだけ多くの周期を含んでいるのか、それともまったくランダムでホワイトノイズ、あるいは、1/f ノイズか、などの構造的分類処理が行われてきた。このような不規則な時系列データは気候、地震、生物個体数などの自然現象、交通量、電力あるいは水道需要量、株価あるは通貨変動などの社会現象、そして心電図、脳波などわれわれの生命現象などいたるところに見られる。多くの分野で現象の複雑性に直面し、伝統的な理論での理解が困難な現状において、このようなデータをいかに解析し、それらの現象をモデル化し、予測していくかは科学のみならず、工学、社会科学、経済、生態学など分野を問わず緊急の課題である。複雑性の



[Fig. 1]



[Fig. 2]

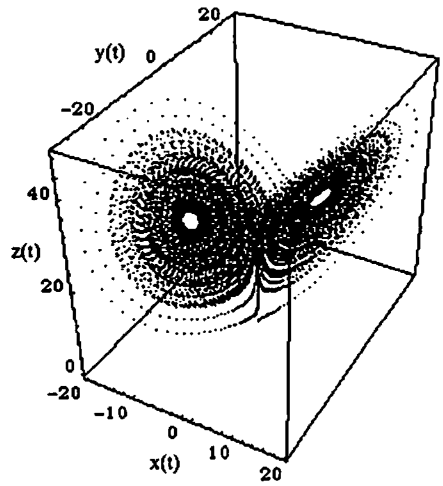
科学において重要なのは、たんなるモデルの創出でなく、観測されるデータをいかに解析し、不規則さから構造を検出し定量化するかである。

不規則な時系列の解析に新しいパラダイムを与えたのはカオスの研究である。例えば、生物の個体数の変動を表すのによく用いられてきたロジスティック写像

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \qquad (1 \leqq a \leqq 4) \quad (1)$$

のような1次元差分方程式や大気の対流の簡単なモデルとしてLorenzによる

$$\left.\begin{aligned} dx/dt &= -\sigma x + \sigma y \\ dy/dt &= -xz + yx - y \\ dz/dt &= xy - bz \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

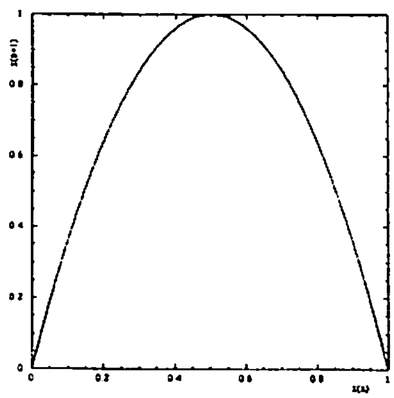


[Fig. 3]

のような3変数の微分方程式系のように決定論的な式でもFig. 1、Fig. 2のように不規則な時間変化を生じる。

この決定論的な法則による不規則な時間発展はカオスとよばれ、限られた系に特異な性質ではなく、非線形な系には普遍的な現象である。不規則性は確率的のみならず決定論的でもありうる。この新しいパラダイムは時系列の不規則さからいかに情報を検出し、測定するかに関しても新しい発展を与えつつある。

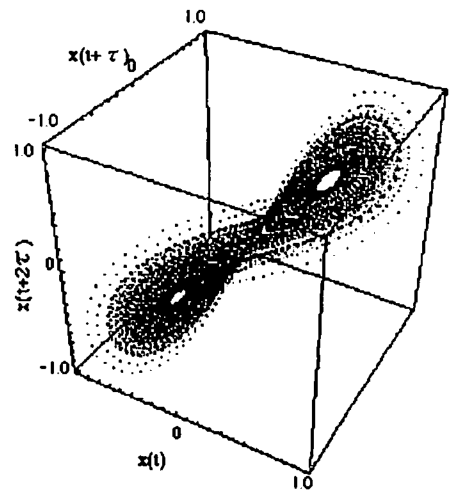
ここでは不規則時系列のフラクタル次元解析、それによる予測可能性についての検討、その心電図への応用を述べる。



[Fig. 4]

2）アトラクター次元

一般にシステムはいくつかの要素が相互作用し、状態が変化する。例えば(2)式であらわされるようなシステムではX、Y、Zの3変数がこの微分方程式にしたがって時間とともにシステムの状態が変わる。すなわちシステムの状態はこの変数の数（次元）だけの直交座標系（状態空間）を用いて表わされる。Lorenz系ではX、Y、Zを直交座標にとれば、この系の変化はFig. 3のようになる。



[Fig. 5]

これはローレンツアトラクターとして最近ではよく知

られている。この系の定常状態における不規則性はこのアトラクター(一般にストレンジアトラクターという）上の不規則な運動によっている。対象とするシステムが何次元空間のアトラクターを持つかを知ることは、そのシステムの情報処理にとって基本的な役割を与える。しかし観測からえられるデータは一般に Fig. 2 のように状態空間のある変数（またはそれらの関数）の１次元的情報である。

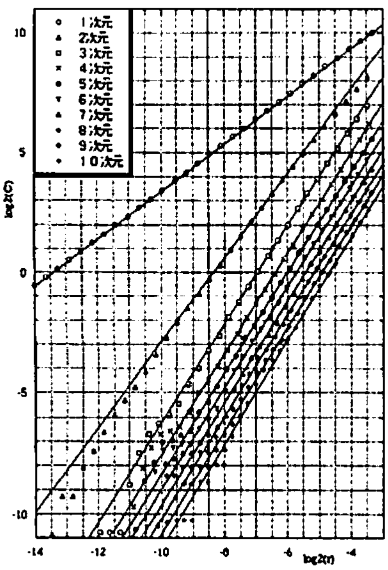
不規則時系列から状態空間におけるアトラクターを再構成する方法として、埋め込み次元 n を変えて、

$$X_t=(x_t, x_{t+\tau}, \cdots, x_{t+(n-1)\tau}) \tag{3}$$

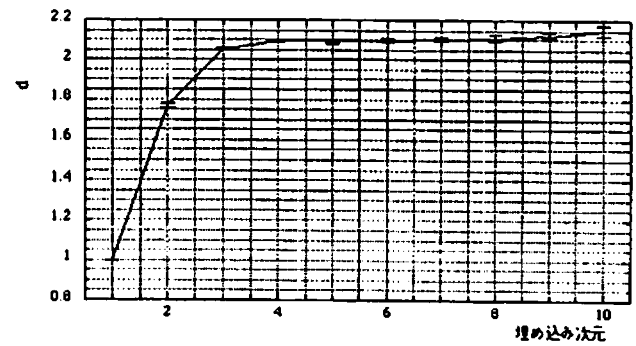
のように、遅れ時間ベクトルが用いられる。ここで　τ が遅れ時間である。Fig. 1 、2 の不規則時系列から２次元、３次元空間への埋め込みが Fig. 4 、5 である。各系に対するアトラクターが再構成される。微分方程式のような時間が連続な系では、離散化、および遅れ時間の選択が問題となる。

一般にアトラクターの次元を知るためには、この遅れ時間ベクトルから各点の距離 r の近傍にある点の個数平均（相関積分）$C(r)$ をもちいて次元 d は $C(r) \propto r^d$ で得られる（相関次元)。ローレンツ系に対する場合が Fig. 6 、7 である。

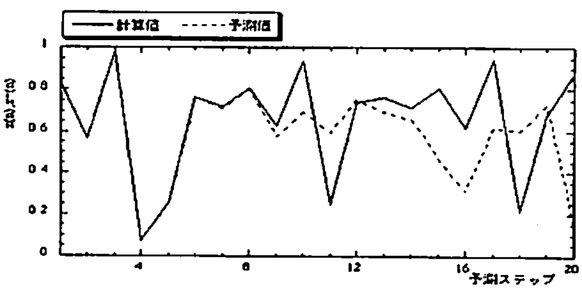
Fig. 6 で各埋め込み次元 n に対する $\log r - \log C(r)$ のグラフの傾きが与えられる。Fig. 7 は埋め



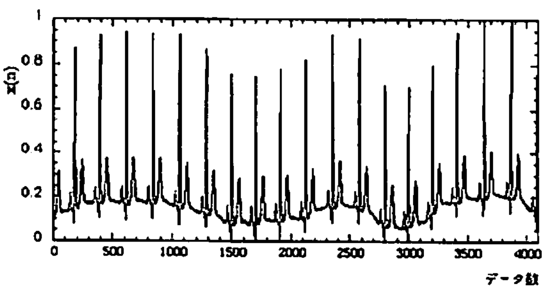
[Fig. 6]



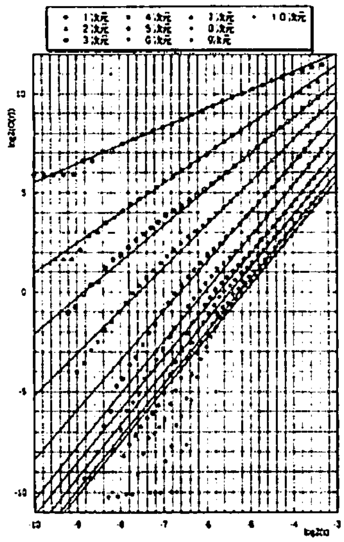
[Fig. 7]



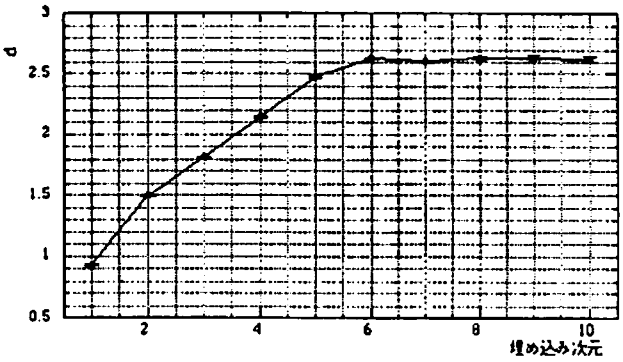
[Fig. 8]



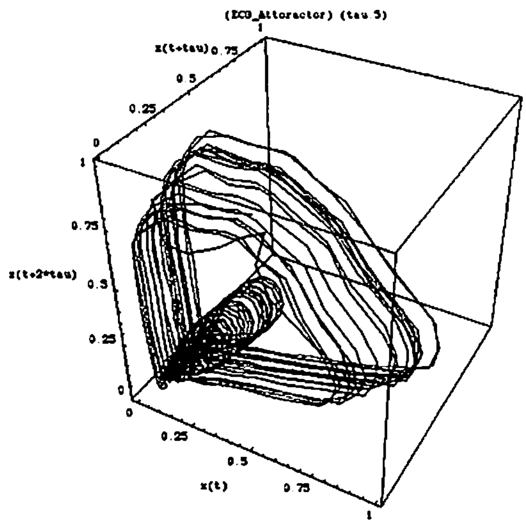
[Fig. 9]



[Fig.10]



[Fig.11]



[Fig.12]

込み次元ｎとこの傾きの変化を与えている。ローレンツ系のアトラクターの次元～2.1（フラクタル次元）がえられる。ここでは遅れ時間ｔ＝0.25（時系列の相関がなくなる時間）としている。時間の連続系では遅れ時間として相関のなくなる程度をとればよいことがわかる。

ホワイトノイズのような確率的にランダムなときには埋め込み次元に比例して傾きは大きくなる。このようにして決定論的法則によるかノイズかを区別しうる。しかしアトラクターの境界の影響や必要な時系列の個数（ここでの次元解析には4096点を用いた。）など次元解析には今後の問題がある。また最近の研究では色ノイズも低次元を与えるという結果もあり、不規則時系列の次元が求められても決定論的アトラクターによるものとの断定は難しい。以下ではこれに対して予測可能性を用いることを提案している。

3）不規則時系列の予測

カオス的時系列に対しても、得られた時系列を用いてその後の時間発展を短期間であれば予測することが出来る。カオスの特徴である指数的軌道分離が長時間の予測を困難にする。この予測のためには、次元解析で得られたアトラクターの次元より大きい埋め込み次元を用いることが必要である。ここではこのような次元に埋め込まれた時間遅れベクトルを用い、予測子とその近傍の点からグラムシュミットの直交系を作り、最適な線形関係をもとめることで予測点を求めることを行った。

Fig. 8 はロジスティック写像について、n＝4096の時系列を用いて、その後の時間発展の予測（点線）を示している。実線は実際に(1)式からの計算によるものであり８ステップ程度まで一致していることがわかる。決定論的であればこの程度の期間は予測可能である。ノイズの場合にはこのような予測性がなくなる。予測可能性から不規則時系列が決定論的ダイナミックによるものかノイズかの区別が出来る。

ここでの不規則時系列解析の応用として Fig. 9 のような心電図への解析を行った。仰臥位で250Hzでサンプリングされている。この時系列で $\tau=25$ として上に述べた次元解析の結果が Fig.10、11である。

この波形に対する次元としては2.7程度になる。これを $(x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau))$ の３次元空間に描くと Fig.12のようになる。心電図の次元解析にはまた心拍の間隔のような離散的時系列も用いられる。R－R 間隔を時系列にとると仰臥時では.7 次元程度に、運動時ではより低次元になる。心拍の立ち上がりには特有なメカニズムがあると考えられる。

最後に心電図のデータの提供やそれに関する文献などいろいろ協力を頂いた北大工学部　生体計測工学分野大学院生　伊藤隆博君をはじめ研究室の皆様に感謝して、報告とする。