

粉体層や生体試料への円すい体の挿入について

TAKAMI, Akira / Sasano, Mutuoi / 高見, 昭 / 笹野, 睦雄

(出版者 / Publisher)

法政大学工学部

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学工学部研究集報 / 法政大学工学部研究集報

(巻 / Volume)

39

(開始ページ / Start Page)

35

(終了ページ / End Page)

38

(発行年 / Year)

2003-03

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00003769>

粉体層や生体試料への円すい体の挿入について

ON PENETRATING OF CIRCULAR CONE INTO POWDER MASS AND/OR BIOLOGICAL SAMPLE

笹野睦雄*, 高見昭**

Mutuo SASANO and Akira TAKAMI

This report summarizes the experimental results of the penetrating of the circular cone into the powder mass and/or the biological sample. We introduce new equation that shows relation between the penetrating depth and penetrating force. The equation agreed approximately with the experimental results.

Key Words : Penetrating, Circular cone, Powder mass, Biological sample

1. はしがき

棒を粉体層へ鉛直に挿入する場合の挿入深さと力との関係の測定について、その理論的考察[1]を既に行った。また月面土壌への貫入試験[2]に注目し、粉体層へ円すい体を挿入する場合の基礎的考察[3,4]も行った。本研究では先端が円すい体になっている杭を粉体層へ挿入する場合について述べる。粉体層内においてある仮定のもとに挿入の深さと力との関係式を導き、それと実測値についての検討をした。

また、生体試料の力学的性質を測る方法の1つに原子間力顕微鏡(AFM)を用いたものがある。この方法ではAFMのカンチレバーの探針は円すい体になっていて、生体試料に円すい体を挿入する現象となる。これについては報告例を解析して生体試料の変形の検討をした。

2. 理論

(1) 粉体層についての理論

杭を粉体層へ挿入する場合の粉体層内部についての仮定をする。

- A1) 粉体内部でランキンの法則が成立する。
- A2) 粉体圧はヤンセンの圧力に従う。
- A3) 杭の挿入による粉体の移動は水平方向とする。

まず、杭の先端の円すい体部分のみが図1に示すように粉体層に挿入された場合について考える。円すい体を粉体へ挿入していくとき、円すい体の表面は円すいの半頂角だけ傾斜していて、それに接した粉体面を滑りながら鉛直下方に移動する。このときその周囲の粉体は圧縮されながら水平方向に移動するとする。したがって、そ

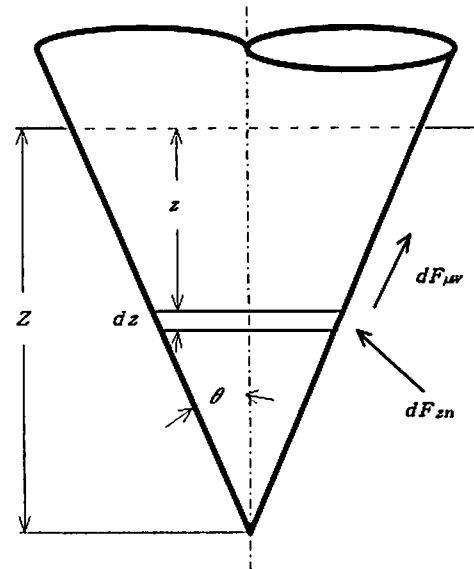


図1 粉体への円すいの挿入

の円すい体部分の表面が粉体から受ける力は次の2つが考えられる。

① F_{zn} : 円すい体の傾斜表面に垂直に働く粉体の圧縮と移動による抗力で、それは粉体内の圧力 P_{zn} に比例するとする。ここで P_{zn} は深さ z における粉体の鉛直圧力 P_{zv} と水平圧力 P_{zh} とのそれぞれの円すい体の表面に垂直な成分の和である。

② F_{μ} : 円すい体の表面と粉体との摩擦力である。この力には前述の F_{zn} と円すい体表面と粉体との間の摩擦係数 μ が作用する。

そこで図1に示すように粉体の表面から深さ z における幅 dz のベルト状の円すい体表面部分の面積は、円

* システム制御工学科

** 元山聡学園短期大学

すい体の先端の深さを Z 、また円すい体の半頂角を θ とすれば $2\pi(Z-z)(dz/\cos\theta)\tan\theta$ となる。そしてそれが受ける上述の2つの力を dF_{zn} および $dF_{\mu w}$ とすればそれらは以下の通りである。

いま P_{zn} は k をランキンの係数とすれば、

$$P_{zn} = P_{zv} \sin\theta + P_{zh} \cos\theta = P_{zv} (\sin\theta + k \cos\theta) \quad (1)$$

である。すると dF_{zn} は上述のように P_{zn} に比例するとして、その比例定数を粉体の圧縮および移動に要する抗力係数 G とすれば

$$dF_{zn} = 2\pi G P_{zn} (Z-z) \tan\theta \cdot dz / \cos\theta \quad (2)$$

である。

また円すい体表面が接する粉体から受ける摩擦力は、

$$dF_{\mu w} = \mu_w dF_{zn} \quad (3)$$

である。ここに μ_w は円すい体表面と粉体との摩擦係数とする。

ところで円すい体を粉体へ鉛直に挿入するのに要する鉛直方向の力は、式(2)と式(3)とに示す力それぞれの鉛直成分の和と考えられるので、その力 dF_1 は

$$dF_1 = dF_{zn} \sin\theta + dF_{\mu w} \cos\theta = A_\theta P_{zv} (Z-z) dz \quad (4)$$

となる。ここに A_θ は次の通りとする。

$$A_\theta = 2\pi G \tan\theta (\tan\theta + \mu_w) (\sin\theta + k \cos\theta) \quad (5)$$

したがって円すい体が粉体中へ Z だけ挿入されたときに粉体中の表面全体が受ける鉛直方向の力 F_1 は

$$F_1 = \int_0^Z dF_1 = A_\theta \int_0^Z P_{zv} (Z-z) dz \quad (6)$$

となり、この力が円すい体を Z まで挿入するのに要する力となる。ただし一般に P_{zv} はヤンセンの圧力に従い、深さ z の関数と考えられる。

つぎに図2のように先端が円すい体になっている杭を円すい体部分以上に挿入した場合を考える。このときは杭の挿入力は円すい体部分が受ける力と円柱部分が受ける摩擦力との合力になる。

まず円すい体部分が粉体から受ける力 F_1 は図2から分かる積分範囲を式(6)に適用すれば、

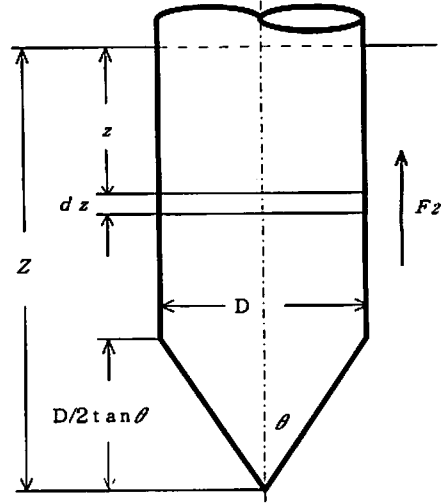


図2 粉体への杭の挿入

$$F_1 = A_\theta \int_{Z-D/2\tan\theta}^Z P_{zv} (Z-z) dz \quad (7)$$

であり、ここに D は杭の円柱部分の直径である。

つぎに円柱部分の側壁と粉体との摩擦力 F_2 はその壁面に垂直に働く水平方向の粉体圧 $P_{zh} = k P_{zv}$ が作用して深さ Z まで挿入された場合は、

$$F_2 = \pi \mu_w k D \int_0^{Z-D/2\tan\theta} P_{zv} dz \quad (8)$$

であり、この力の方向は鉛直である。

したがって杭が粉体中へ Z だけ挿入されたときに杭全体が受ける鉛直方向の力 F は、式(7)と式(8)との和になり、杭の挿入力は

$$F = F_1 + F_2 \quad (9)$$

となる。

(2) 生体試料についての理論

ここで扱う生体試料は赤血球として、そのモデルは外皮膜内に液体が入っているものを想定した。AFM のカンチレバーの探針は円すい体でその先端は半球状になっている。いまこの半球部を弾性体の生体試料に挿入する場合を考える。深さ Z まで挿入するのに要する力 F は、

$$F = \frac{4}{3} \frac{E}{1-\nu^2} R^{1/2} Z^{3/2} \quad (10)$$

となる[5]。ここに E は生体試料のヤング率、 ν は生体試料のポアソン比、 R は半球部の半径とする。したがって半球部分を挿入するのに要する力 F_R は

$$F_R = \frac{4}{3} \frac{E}{1-\nu^2} R^2 \quad (11)$$

である。

つぎに探針が半球部(深さ R)を過ぎて挿入されると、円すい体の側面が生体試料に接してくる。このとき、生体試料の外皮膜は引っ張られてこれに接している円すい体の側表面積に比例した抵抗力があると考えられる。したがって生体試料の外皮膜の単位面積あたりの抵抗力を T とすれば、深さ Z まで挿入された場合の挿入力 F は

$$F = F_R + \frac{\pi T}{\sin \theta} \left\{ \frac{\tan^2 \theta}{\cos \theta} \left(Z + \frac{1 - \tan \theta}{\tan \theta} R \right)^2 - R^2 \right\} \quad (12)$$

となる。ここに θ は円すい体の半頂角である。

3. 実験結果および考察

(1) 粉体層についての実験結果及び考察

実験に用いた杭の挿入装置はパルスモータで駆動する鉛直方向に移動する移動ステージにフォースゲージを固定し、それにロッドを介して杭が取り付けられている。移動ステージの移動速度は 2.55mm, 移動範囲は 150mm である。またフォースゲージは測定範囲が 200N, そして精度は 0.5% FS である。粉粒体はこの移動ステージの下方に固定してある直径 200mm, 深さ約 200mm の円筒容器内に充填されている。

まず円すい体を挿入した場合の実測例を図 3 に示す。グラフは砂(豊浦標準砂), またはガラスビーズ(1mm ϕ)の粉体層へ底面の直径が 5cm の真ちゅう製の円すい体を挿入した場合の挿入深さと挿入力との関係である。ここにグラフの縦、横軸とも対数目盛りであり、パラメータは円すいの半頂角 θ である。砂とガラスビーズは共に挿入力 F と挿入の深さ Z との関係は対数目盛りで直線の関係になり、その近似直線(実線は砂、点線はガラスビーズ)の傾きは約 3 である。このことは式(6)の結果が $F_1 = K Z^3$ (ここに K は係数) であると考えられる。実際に粉体内の鉛直方向の圧力 P_{zv} はあまり深くない場合に $P_{zv} = \rho g z$ (ここに ρ は粉体の嵩密度, g は重力の加速度)と近似できるので、式(6)は $F_1 = (A_0 / 6) Z^3$ となり理論式の妥当性が分かる。また、グラフのそれぞれの Z と F_1 との関係から式(6)の係数 A_0 を求め、そしてこの A_0 の値と円すいの半頂角 θ やそれぞれの粉体資料の物性値を用いると式(5)から式(2)で仮定した抵抗力係数 G を求めることができる。 $\theta = 15^\circ$ と 30° の場合に抵抗力係数 G は砂が約 5, ガラスビーズが約 2 の一定値となり、これらの角度の円すい体を挿入していく場合はその周囲の

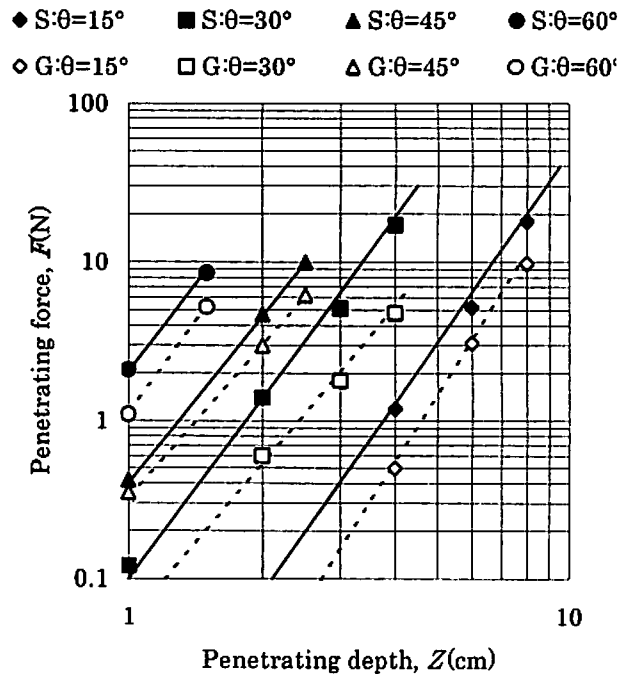


図 3 粉体への円すい体の挿入測定例

粉体は仮定した通りほぼ同様の状態で圧縮されて移動するものと考えられる。そして抵抗力係数 G が大きいほど粉体の圧縮や移動に大きい力を要すると考えられ、この実験の場合も砂はガラスビーズより大きくなってこれらの物性からも妥当性が分かる。しかし $\theta = 45^\circ$ および 60° の場合は G の値が数倍になり、さらに一定値にはならない。この場合は円すい体の半頂角 θ が大きいので、その表面と粉体との摩擦力が粉体内部の摩擦力より大きくなり、円すい体を挿入するときの粉体の圧縮移動は前述の場合とは異なっていると考えられる。すなわち粉体は円すい体の表面では滑らないでその表面に垂直な方向に圧縮され、粉体内部のせん断で移動していくと考えられる。

図 4 は杭をガラスビーズに挿入した場合の挿入深さと挿入力との関係である。杭は先端が円すい体で直径が 3cm の真ちゅう製を使用した。この結果を見ると、挿入の深さが杭の先端の円すい部分までは図 3 と同様に Z と F との関係は対数目盛りで傾きが 3 になっている。しかしそれ以上に杭を挿入するとその関係には杭の円柱部分の影響がでてくる。

(2) 生体試料についての考察

生体試料として赤血球(直径約 8 μ m)について AFM を用いてその弾性を測定した例[6]のデータを考察する。

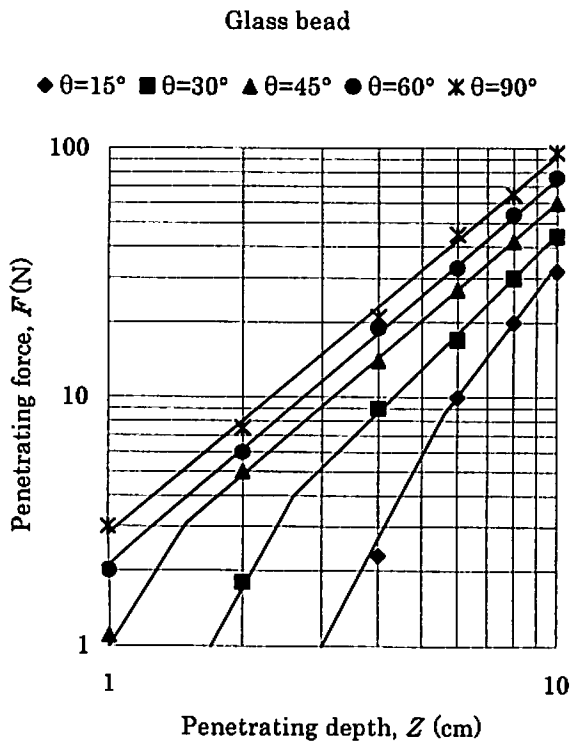


図 4 粉体への杭の挿入測定例

この例では生体試料を載せたテーブルの移動量と一端を固定したカンチレバーの他端(探針側)の移動量との関係を測定している。これより円すい体になっている探針を深さが数 100nm まで挿入するのに数 nN の力を要することが分かった。ただ赤血球の弾性に関する物性値が不明のため次のように挿入深さと力を規格化した。すなわち最大の挿入の深さを Z 、またそのときの力を F_z として、挿入深さは z/Z 、挿入力は F/F_z とする。このようにして例[6]で得られた結果(実験値: □マーク)と式(12)から求めた結果(計算値: 実線)とを図 5 に示す。これらの 2 つの結果はほぼ同じような傾向を示していて、これから理論式の妥当性が分かった。しかし一般に生物試料は粘弾性体と見られ、その変形は変形速度が影響すると考えられる。したがってこの測定例では時間の議論がなく定性的な結論になった。

4. まとめ

杭を粉体層へ挿入する場合と円すい体を生物試料に挿入する場合について仮定をおいた計算理論を考えた。

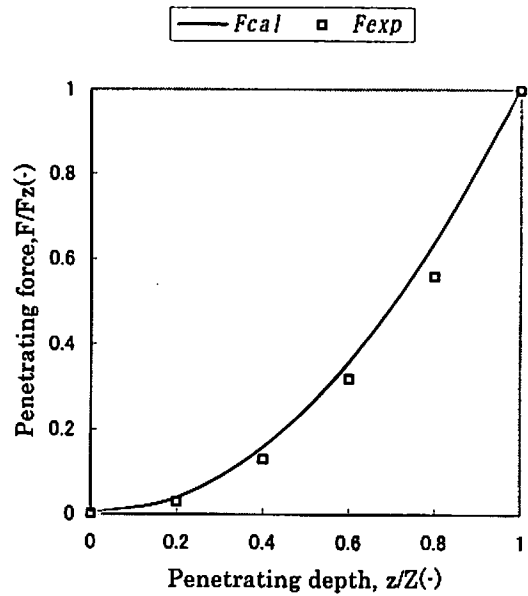


図 5 生体試料への円すい体の挿入測定例

現時点での理論と実測との比較は得られた曲線の類似性からほぼ妥当と考えられる。ただ定量的な検討はまだ十分でないので、仮定の正否、理論の誘導などを含めて実験との関連を更に考察する必要がある。

参考文献

- 1) 高見昭: 棒を粉体層へ挿入する場合の考察, 日本レオロジー学会誌, 11, pp.95-99, 1983
- 2) A.K.Leonovich, et al.: Investigations of Physical and Mechanical Properties of Lunar Soil Delivered by LUNA-16, Proc.Intern.Symposium Space Technology Science, 9, pp.39-45, 1971
- 3) 笹野睦雄, 高見昭: 円すいを粉体層へ挿入する場合の考察, 日本レオロジー学会第 27 年会講演要稿集, pp.25-26, 2000
- 4) 笹野睦雄, 高見昭: 粉体層への杭の挿入, 第 38 回粉体に関する討論会講演論文集, pp.252-255, 2000
- 5) H. H. ベズーホフ: 弾性・塑性論, (佐藤常三訳), 現代工学社, 1974
- 6) 川村友美: 原子間力顕微鏡を用いた赤血球の弾性解析と血液レオロジー学的検討, 慶應義塾大学大学院理工学研究科修士論文, 2000