

デフォルト確率モデルを用いた金利計算

松井, 浩平 / MATSUI, Kouhei

(発行年 / Year)

2008-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)

2008-03-24

(学位名 / Degree Name)

修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)

法政大学 (Hosei University)

法政大学大学院工学研究科システム工学専攻

2007 年度 修士論文

デフォルト確率モデルを用いた金利計算

指導教員 中村洋一

06R6211 松井 浩平
(経済工学研究室)

The 2007 Master's Thesis

Interest rate calculation using a default probability model

Supervisor Prof.Yoichi NAKAMURA

Graduate School of Hosei University
Faculty of Engineering
Specialty System Engineering
Economic engineering Laboratory

Kohei MATSUI

論文概要

本論文では、ファイナンシャル・デリバティブ・オプション理論を用いて、企業のデフォルト確率の推定を行い、算出された各デフォルト確率を元に銀行が企業へ融資する際の貸出金利を推定する。バリア・オプションの中の「ノックアウト・オプション」の手法を用い、実際のデータからパラメーター推定を行い、各企業のデフォルト確率に見合った金利の実証分析を行う。

Abstract

In this thesis, I estimated the default probability of a company by using one of the option theory of financial derivatives; the knock-out option. I also estimated interest rates to be charged taking the default probability in consideration. I estimated the parameters of the model by using the actual Japanese corporate data. Finally, I examined the usefulness of the interest rates corresponding to the default probability of each enterprise.

目次

1. 序論

- 1－1 研究の背景
- 1－2 本研究の目的

2. 先行研究

- 2－1 バランスシート・アプローチの考え方
- 2－2 誘導型アプローチの考え方

3. 本研究で用いるデフォルト確率推定モデル

- 3－1 バランスシート・アプローチ
- 3－2 ファースト・パッセージ・モデル
- 3－3 先行研究からの改善点

4. デフォルトの定義

- 4－1 一般的に用いられるデフォルトの定義
- 4－2 本研究におけるデフォルトの定義

5. デフォルト確率推定モデルの数学的展開

- 5－1 ノックアウト・オプション・アプローチによるデフォルト確率推定の定式化
- 5－2 モデルに使用する指標
- 5－3 パラメーターの推定

6. 金利計算

7. 分析企業一覧

8. 実証分析

- 8－1 分析利用データ
- 8－2 分析結果
- 8－3 考察
- 8－4 今後の課題

参考文献

謝辞

1. 序論

1-1 研究の背景

近年、本邦企業は 1990 年代初頭のバブル経済崩壊による保有資産の不良化と、過剰設備投資などにより企業収益の悪化が顕著に表面化し、経営体力の衰弱と企業活動の継続困難を理由に倒産や債務不履行（デフォルト）が相次いだ。2001 年、本邦企業の倒産件数は 19,164 件とバブル崩壊後最高となった。その後、経済は徐々に回復の兆しを見せ、倒産件数は、2005 年に 12,998 件まで逡減してきた。しかし、「いざなぎ景気を超える景気拡大」と言われた 2007 年の全国企業倒産件数（負債総額 1,000 万円以上）は前年比 6.3% 増の 1,4091 件、負債総額は同 4.1% 増の 5 兆 7 2 7 9 億円だった。倒産件数は 2 年連続で増加、負債総額は 7 年ぶりに増加した。その中でも、上場企業の倒産は前年比 4 件増の 6 件で、5 年ぶりに前年を上回った。

過去、日本の大手銀行は不良債権の処理に苦しんだ経験がある。その原因の一つに信用リスクの管理体制が整備されていないことが挙げられる。

社債市場では企業の信用リスクに見合うだけのプレミアムが要求されるが、銀行においても融資先企業に対しての適正なリスクプレミアムを算出するというクレジット評価方法の確立は、経営を続けていく上での最重要課題となっている。

こうした背景からも、デフォルトリスクを企業の実態に合わせて迅速かつ的確に計量・管理する必要性が高まっている。信用リスクの計量技術の分野においても、従来の専門家による定性的判断によるものから、モデル構築技術や金融工学を駆使したより高度な分析が求められるようになってきている。

1－2 本研究の目的

本邦金融機関では現在、信用リスク量の把握やリスク量に見合ったプライシング、あるいは部門別資本配賦などを行うための信用リスク管理体制の整備に注力している。こうした信用リスク管理体制整備で核となるのが、与信先のデフォルト率の推定である。デフォルト率を的確に推定することは、保有ポートフォリオのリスクを計量する場合やリスクに見合う適切なリターンを計算する場合の大前提である。したがって、デフォルト率推定の巧拙が、信用リスク管理体制整備が成功するか否かの鍵を握っていると言っても過言ではない。

本研究では、その本邦金融機関が行う信用リスク計算の手段の一つとして、オプション・アプローチの手法から、推定された各デフォルト率に見合った貸出金利を算出し、提案する。

2. 先行研究

信用リスクのモデル化には、大別して「バランスシート・アプローチ」と「誘導型アプローチ」がある。

2-1 バランスシート・アプローチの考え方

バランスシート・アプローチの考え方を最初に発表したのはロバート・マートンで、ブラック＝ショールズのオプション評価モデルが発表された直後の 1974 年に、オプション評価理論を用いて社債を評価する方法を提唱した (Merton[1974])。その後、1980 年代後半に、米国サンフランシスコに拠点を置く KMV コーポレーション (現在の Moody's KMV) が、マートンのアプローチを適用して企業の倒産確率を予測するサービスを始め、実務上大きな成功を収めている。

マートンのアプローチでは、企業価値がある水準 (負債額等) 以下に低下すると、デフォルトが起きる。オプション用語を用いると、企業価値が負債の額を下回ると、株主の立場から言えばアウト・オブ・ザ・マネーの状態になる。企業価値が負債の額を上回ればイン・ザ・マネーである。このように、株式を、企業資産と株式 (すなわちコール・オプション) の価値の差になる。そこで、ブラック＝ショールズのオプション評価公式を使って、株式と負債の価値を求めようというのが、マートンの着想である。

バランスシート・アプローチは、デフォルト・イベントの発生をモデル化するという発想に立っており、その際、企業の支払い能力をバランスシートの状態から定義する。直感的に表現すると、企業資産が負債との関係である水準以下に減価するとデフォルトが起きる、と考えるわけである。

2-1-1 バランスシート・アプローチの類型

バランスシート・アプローチには、前述のマートン・タイプないしは **KMV** タイプのモデル（クラシカル・モデルとも呼ばれる）と、ファースト・パッセージ・モデルの2種類がある。

クラシカル・モデルでは、負債の償還日に資産が負債を下回ればその企業はデフォルトすると考える。したがって、デフォルトのタイミングは償還日に限定され、その日にデフォルトが起こるかどうかを問題にする。つまりこのモデルでは、株式をヨーロピアン・コール・オプションと見ていることになる。一方、ファースト・パッセージ・モデルは、企業価値がある下限値まで低下すれば、その日がいつであってもデフォルトが起きると考える。最初に閾値を通過した時点デフォルトが起きると想定するモデルであるため、「ファースト・パッセージ」という用語が使われる。つまり、この場合は株式をヨーロピアン・オプションではなく、バリアー型（境界型）のオプションに見立てることになる。

企業は複数の負債を発行している場合が多く、現実の複雑な負債構造を正確にモデルに表現して数学的な解を求めるのは不可能に近い。したがって、信用リスクを内包する金融商品のプライシングに関しては、デフォルト時点が固定的なクラシカル・モデルよりも、いつでも企業にデフォルトが起こりうるとするファースト・パッセージ・モデルの方が、より現実的なモデルということができる。

2-1-2 ブラック＝ショールズ＝マートン・モデル

ブラック＝ショールズ＝マートン・モデル（**KMV** モデル）では、企業が額面 B 、償還日 T の割引債を1本だけ発行しているという単純化を行い、償還日 T に企業価値が社債の額面 B を下回ればデフォルトが起きると考える。したがって、企業価値 A_t の時間的経路の確立モデルを定めて、時点 T で企業価値が B を下回る確率を計算すれば、デフォルト確率が求められる。

2-1-3 ファースト・パッセージ・モデル

ファースト・パッセージ・モデルの場合は、閾値 m を想定して、時点を問わず企業価値 B をヒットしたタイミングで企業がデフォルトすると考える。

このモデルでも、企業価値 A_t の確率モデルとしてはブラック＝ショールズ＝マートン・モデルと同じ幾何ブラウン運動を想定しており、相違点は m という境界をヒットすればいつでもその時点でデフォルトするという定義となるということである。

2-2 誘導型アプローチの考え方

バランスシート・アプローチは、所与のバランスシートを前提に、企業が支払い能力を失いデフォルトするイベントを定式化して、企業のデフォルト確率を求める。一方、誘導型アプローチは、デフォルト確率の決まるメカニズムは問題にしないで、ブラックボックスとして扱う。これが、誘導型アプローチ (Reduced Form Approach) という名前の由来である。デフォルト確率を、外政的に、関数あるいは確率モデルの形で与えるので、Default Intensity Modeling Approach と呼ばれることもある。

2-2-1 ポアソン過程

偶発的に発生する火災などのイベントが時点 t までの何回発生したかを $N(t)$ で表す。初期時点ではイベントは未だ発生していないので、初期値 $N(0)$ は 0 である。つまり、 $N(t)$ は 0 から出発して、最初のイベントが起きると 1 になり、それからある時間の経過後にまたイベントが起きるとそのタイミングで 2 となる。もう一度イベントが起きると 3 になるという具合に、階段状に増えていく。このような確率過程を計数過程 (counting process) という。すなわち、 $N(t)$ は、イベント発生の累計発生回数を記録した時系列を表す確率過程である。この計数過程が、以下の 3 つの性質を満たす場合に、それをポアソン過程と呼ぶ。ポアソン過程は、計数過程の最も単純なモデルである。

第一の性質は、異なる期間のイベント発生回数の間に相関がないという性質で、「独立増分 (independent increments)」と呼ばれる。これは、今年 1 年間のイベントの発生回数が多い時には来年 1 年間も多くなるとか、逆に少なくなるといった、発生回数の時系列相関がないことを意味する。

第二の性質は、異なる期間におけるイベント発生回数の確立分布がどの期間についても同じという性質で、「定常増分 (stationary increments)」と呼ばれる。

第三の性質は、イベントの発生頻度に関するものである。具体的には

$$P(N(\Delta t)=1)=DP \times \Delta t + o(\Delta t), P(N(\Delta t)>1)=o(\Delta t) \quad (2,1)$$

と表される。つまり、ごく短い期間 Δt の間にイベントが 2 回以上起きる確率はほぼ 0 で、イベントが丁度 1 回起きる確率はほぼ $DP \times \Delta t$ で与えられる、という性質である。このとき、期間 Δt の間にイベントが 1 回も起きない確率は以下ようになる。

$$P(N(\Delta t)=0)=1 - DP \times \Delta t + o(\Delta t) \quad (2,2)$$

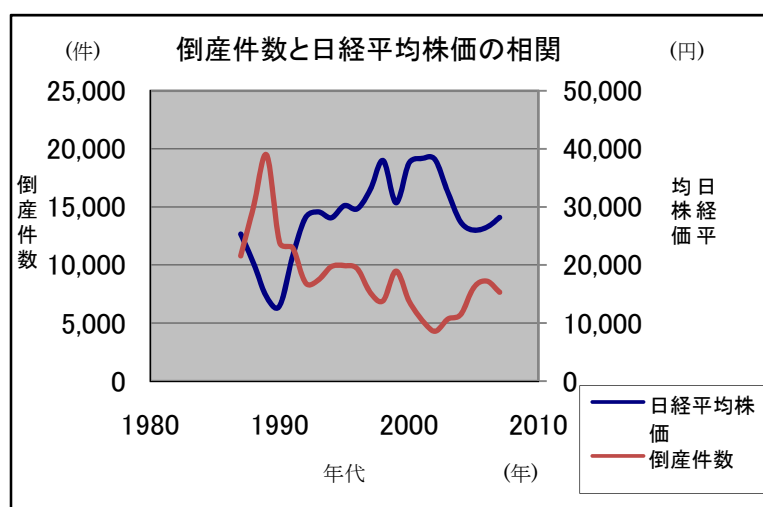
3. 本研究で用いるデフォルト確率推定モデル

3-1 バランスシート・アプローチ

ある企業のデフォルト確率（DP）に関連する情報としては、次の3つが挙げられる。それは財務諸表、株式の市場価格、企業の将来性とリスクに対する主観的な評価である。財務諸表は過去の記録を表すものである。一方、株式の価格は将来の見通しを織り込んだ情報であると言える。なぜならば価格とは投資家が考えるその企業の将来性により形成されるからである。投資家は市場価格を決定する上で、企業の将来性とリスクの主観的評価、財務諸表、他の市場価格、その他多くの情報を参照している。こうした情報は、投資家の分析を通して、その企業への投資意欲として表れる。市場価格はこうした投資家達の投資意欲によって形成されるものであるため、価格は多くの投資家の視点と予測が統合された結果であると考えられる。それゆえ、最も効果的なデフォルトの予測値は、市場価格と財務諸表の両方を利用するモデルから引き出される。これらを総合的に分析するとき、市場は完全に効率的であるとは仮定していない。だが、一般論としては市場よりも効率的なものはなく、継続的に市場よりもよいパフォーマンスをあげることは不可能であると考えられる。よってデフォルトリスクを算定するためには市場価格を利用することが望ましく、価格を考慮に入れることによりデフォルト予測力がより強化されるのである。

また、次の図からも、市場評価価値（日経平均株価）とデフォルト確率に相関があるとも予想される。

図表(3,1) 倒産件数と日経平均の相関図



これらの理由により、本研究でも市場価格と財務諸表の両方を利用するバランスシート・アプローチを用いる。

3-2 ファースト・パッセージ・モデル

先行研究でも説明されていたように、ヨーロピアン・オプション・アプローチでは、予め設定された時点 T に当該企業の資産価値が負債価値を下回る確率を求めている。この場合、時点 T 以前の資産価値と負債価値との関係は明示的には考慮されなかった。これに対し、本章で解説するノックアウト・オプション・アプローチでは、現時点 $t = 0$ から時点 T までの期間を通じて、資産価値が 1 回でも負債価値を下回ればデフォルトの発生とみなす。つまり、ノックアウト・オプション・アプローチでは、時点 T 以前の資産価値と負債価値との関係も考慮され、期間中のすべての時点でデフォルトか否かが判定されるような状況を想定する。上場企業のような市場の目に晒されている企業の場合は、格付機関、企業アナリスト、銀行や取引先等は、決算発表で明らかになるような離散的な財務状況だけではなく、断続的なモニタリングによって、リアルタイムの財務状況も推定・把握していると仮定することが可能であると思われる。その仮定が実際に正しいとすると、デフォルトを引き起こすようなイベント（大幅な格下げ、アナリスト評価による先行き見通し悪化懸念、銀行による流動与信引上げ、取引先からの取引停止勧告など）はいつでも発生し得るとみなすことが出来る。このため、ヨーロピアン・オプション・アプローチで仮定されているように、デフォルトか否かが判定される時点を予め設定することは適当でないとの考え方も成り立ち得よう。

このような理由から、本研究ではバランスシート・アプローチの中でも、ファースト・パッセージ・モデルを使ったデフォルト確率推定を用いる。

3-3 先行研究からの改善点

3-3-1 負債価値の期待収益率

先行研究では、負債価値の期待収益率を便宜上無リスクレートを用いて推定していた。これを、各企業の実態により近づけるため、各企業ごとの貸出金利 r_A を用いる。

3-3-2 デフォルト値

先行研究では、負債の償還日に資産が負債を下回ればその企業はデフォルトすると仮定しているが、本研究ではデフォルト・バー（以下DB）を定義し、より現実に沿った推定を行う。詳細は4章で後述する。

4 デフォルトの定義

4-1 一般的に用いられるデフォルトの定義

デフォルトとは企業の債務が実質的に支払不能状態に陥ることであり、日本において公募社債のデフォルト事例が少ないという現状において、法的な実施を伴う倒産（会社更生法、民事再生法などの法的整理）と、金融機関などのメインバンクに債権放棄・債務免除を申請した企業も事実上のデフォルトとする。以下では格付投資情報センター（R&I）が定義する「広義のデフォルト」を示す。

<広義のデフォルト>

（１）社債のデフォルト

（２）法的破綻

- ① 裁判所に破産を申請する
- ② 裁判所に会社更生法の適用を申請する
- ③ 裁判所に民事再生法の適用を申請する
- ④ 裁判所に特別清算の開始を申請する
- ⑤ 裁判所に商法による会社整理の適用を申請する
- ⑥ 1回目不渡り後に任意整理する
- ⑦ 2回目不渡りを出し、銀行取引停止処分を受ける
- ⑧ 不渡りを出さず内整理する（代表が倒産の事実を認めたとき）
- ⑨ 破綻処理としての国有化
- ⑩ 自主廃業

（３）債権放棄

- （４）救済合併あるいは主たる営業資産の譲渡（資産価値がない場合）
- （５）債務超過回避を目的とした資本注入
- （６）債務超過（その後、倒産回避のために金融支援を申請した場合）

4-2 本研究におけるデフォルトの定義

バランスシート・アプローチの先行研究では、企業の倒産・デフォルトを法律上の定義である「負債を現有資産の売却によっても返済できない」という債務超過になる確率として定義し、デフォルト確率を推定している。その理由は、資産価値が負債価値を下回っている状態では、資産を全て売却しても、負債の返済不可能だからである。ただ、一般的に企業がデフォルトを引き起こすのは、その資産価値が負債総額の簿価と等しくなった時点ではないことは明らかになっている。この時点でデフォルトを引き起こす企業も存在するが、この状態を経験した企業の多くがそれを乗り越えて存続し、債務を履行している。それは、負債の中に固定負債が含まれているため、流動的な資金繰りおこなう事で、債務不履行を回避することが可能であるからである。企業がデフォルトを引き起こす時点における資産価値は「デフォルト・バー」として表されるが、これは一般的には負債総額と流動負債額の間位置するものと考えられる。それゆえ、企業資産の市場価値からその企業のDBを引いたものが企業の正味価値を適切に表したものと考えられる。

$$\text{資産の市場価値} A_T - DB \quad (4,1)$$

本研究では、企業はこの正味価値がゼロになった時にデフォルトする、と定義する。これらの方法で推定されたデフォルト率から、各企業に見合った貸出金利を日経平均主要銘柄の各企業ごとに算出、提案する。

4－3 デフォルト・バー (DB)

DBは企業の負債額（簿価）より算出される、企業がデフォルトする時の資産市場価値のレベルとし、下記の式と定義する。流動負債と固定負債の関数により各社ごとに算出する。

$$DB = \text{流動負債} + \text{固定負債} \div 2 \quad (4,2)$$

これは、実際にあった過去の多くのデフォルト例から実証的に決定されたものである。ムーディーズ KMV の過去のデフォルトに対する実証では、企業がデフォルトした時には、DB は通常流動負債よりも大きいことがわかった。流動負債を超える分は、固定負債のほぼ半分であることが実証された。実際にこれには正当な理由がある。企業は、その信用上の問題が生じてくると負債を調整することが多い。特にローンの約定においては、一定の条件を満たせない場合にはすぐに一定額の返済をしなければいけないという条項や、貸し手が返済を要求できる権利を持つという条項があることが多い。更にはデフォルトすること自体に、法的なあるいはその他のコストがかかる。そのような要因をすべて考慮すると、過去の実際のデフォルト事例から導き出された DB が、単純に理論的に推定できる流動負債よりも大きいということに説明がつく。

5. デフォルト確率推定モデルの数学的展開

5-1 ノックアウト・オプション・アプローチによるデフォルト確率推定の定式化

時点 $t(0 \leq t \leq T)$ における原資産を S_t とおく。約定時($t=0$ とする)には、満期 T 、権利行使価格 K の他、ノックアウト値の水準 m を決めておく。今回の場合、ダウン・アンド・アウトのノックアウト・コール・オプションが対象となり、約定時から満期までの間に原資産価格がノックアウト値以下にならなかった場合には、満期時点の支払いは通常のコール・オプションと同じである。しかし、原資産価格が満期までに一度でもノックアウト値を下回ると、元のオプション契約が無効になる。このようなノックアウト・オプションの満期時点でのペイオフ KO_T は以下のように表すことができる。

$$KO_T = \begin{cases} \max(S_T - K, 0) & | (\min_{0 \leq t \leq T} (S_t) > m) \\ 0 & | (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (5,1)$$

S_T : T 時の株価(変数) K : 権利行使価格(一定) m : ノックアウト値の水準(一定)

次に原資産価値が以下のような確率微分方程式に従うと仮定する。

$$dS_t = \mu_S S_t dt + \sigma_S S_t dW_t \quad (5,2)$$

μ : 株価の期待収益率 σ : 株価のボラティリティ W_t : ウィーナー過程

ノックアウト・オプションの時点 $t(0 \leq t \leq T)$ での価格 $KO(S, t)_T$ は以下のように表せる。

$$KO(s, t) = S\Phi(d_1) - K \exp\{-r(T-t)\}\Phi(d_1 - \sigma_S \sqrt{T-t}) - S\left(\frac{S}{m}\right)^{-1-\frac{2r}{\sigma_S^2}}\Phi(d_2) \\ + K \exp\{-r(T-t)\}S\left(\frac{S}{m}\right)^{-1-\frac{2r}{\sigma_S^2}}\Phi(d_2 - \sigma_S \sqrt{T-t}) \quad (5,3)$$

$$\therefore d_1 = \frac{\log(S/K) + (r + \frac{\sigma_S^2}{2})(T-t)}{\sigma_S \sqrt{T-t}} \quad d_2 = \frac{\log(m^2/SK) + (r + \frac{\sigma_S^2}{2})(T-t)}{\sigma_S \sqrt{T-t}}$$

$\Phi(x)$: 標準正規分布の確率密度関数とする。

時点 t におけるノックアウト・オプションの価格 KO_t は以下ようになる。

$$KO_t = KO(S_t, t) \quad (5,4)$$

ここで企業の資産価値過程 $\{A_t\}$ が以下の確立微分方程式に従うと仮定する。

$$dA_t = \mu_A A_t dt + \sigma_A A_t dW_t, \quad (0 \leq t \leq T) \quad (5,5)$$

また現時点で資産価値 A_0 を既知とし、負債価値 $\{B_t\}$ は市場で観測できないため、一定値と仮定する。

$$B_t \equiv B_0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (5,6)$$

T は予め予想された将来の 1 時点である。

上記の設定のもと、ノックアウト・オプション・アプローチでは、デフォルトを「時点 T までの間に資産価値が負債価値以下に下落する事象」と定義する。負債価値を一定値 B_0 と仮定したので、デフォルト事象は、資産価値 A_0 の最小値を用いて「 $\min_{0 \leq t \leq T} A_t \leq B_0$ 」と表すことができる。ノック・アウト・オプション・アプローチにおけるデフォルト率 DP は、この事象が発生する確率であり、以下のように定義できる。

$$DP = (\min_{0 \leq t \leq T} A_t \leq B_0) \quad (5,7)$$

ここではまず、デフォルトしない確率、すなわち「 $\min_{0 \leq t \leq T} A_t > B_0$ 」となる確率を求める。

ブラウン運動に関して次のような表記を利用する。すなわち、定数 μ, σ ($\sigma > 0$) とウィナー過程 $\{W_t\}$ に対して、確率過程 $\{Z_t\}$ が以下の確立微分方程式に従うと仮定する。

$$dZ_t = \mu dt + \sigma dW_t \quad (5,8)$$

ここで $\{Z_t\}$ を (μ, σ^2) - ブラウン運動と表記する。

確率過程 $\{X_t\}$ を $\{X_t\}$ $X_t \equiv \log A_t$, ($0 \leq t \leq T$) と定義すると、伊藤のレンマより以下の式が成立する。

$$dX_t = (\mu_A - \sigma_A^2/2)dt + \sigma_A dW_t \quad (5,9)$$

上述の表現より $\{X_t\}$ は $(\mu_A - \sigma_A^2/2)$ - ブラウン運動であることがわかる。

また、対数関数の単調性より、最小値に関して以下の関数が成立する。

$$\min_{0 \leq t \leq T} X_t = \log \min_{0 \leq t \leq T} A_t \quad (5,10)$$

この X_t を用い、当該企業がデフォルトしないという事象を表すと以下ようになる。

$$\{\min_{0 \leq t \leq T} X_t > \log B_0\} \quad (5,11)$$

この事象に対する確率（すなわちデフォルトしない確率）は以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} P\left(\min_{0 \leq t \leq T} X_t > \log B_0\right) &= \Phi\left(-\frac{\log B_0 - \log A_0 - (\mu_A - \sigma_A^2/2)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) \\ &\quad - \exp\left\{-\frac{2\left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)(\log A_0 - \log B_0)}{\sigma^2}\right\} \Phi\left(-\frac{\log B_0 + \log A_0 - \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T - 2 \log B_0}{\sigma \sqrt{T}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\log(A_0/B_0) + \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) - (A_0/B_0)^{1-2\mu_A/\sigma_A^2} \Phi\left(-\frac{\log(A_0/B_0) - \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) \end{aligned} \quad (5,12)$$

したがって、デフォルトする確率は、1 から (5,12) 式で求めたデフォルトしない確率をひいて以下のように求める。

$$\begin{aligned} DP &= P(\min_{0 \leq t \leq T} X_t \leq \log B_0) \\ &= 1 - \Phi\left(-\frac{\log(A_0/B_0) + \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) + (A_0/B_0)^{1-2\mu_A/\sigma_A^2} \Phi\left(-\frac{\log(A_0/B_0) - \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) \end{aligned} \quad (5,13)$$

5－2 モデルに使用する指標

・ N : 観測データの数

・ t : デフォルト推定期間 ($t=0,1,2,\dots,T$)

・ S_i : 第 i 期間の平均株価 (月間平均株価) ($i=0,1,2,\dots,N$)

・ n : 発行済株式数

・ E_t : 市場資本価値

$$E_t = nS_t \quad (5,14)$$

・ B_t : 負債

$$B_t = \text{流動負債} + \text{固定負債} \quad (5,15)$$

・ DB : デフォルト・バー

$$DB = \text{流動負債} + \text{固定負債} / 2 \quad (5,16)$$

本研究では、デフォルトする水準を DB と定めているため、5章で定式化した負債 B を DB と置き換える。 DB は4－3で述べたように上記のように定義する。

・ A_t : 総資本価値

$$A_t = E_t + B_t \quad (5,17)$$

6－1で定式化した負債値を置き換えるため、それに合わせて資産価値 A_t も A'_t とする。 A' は以下のように定義する。

$$A'_t = A_t - \text{固定負債} / 2 \quad (5,18)$$

5-3 パラメーターの推定

5-3-1 資本期待収益率

μ_E : 資本期待収益率 (株式期待収益率)

資本期待収益率は、過去 1 年間の株価データから算出する。

u_i : $i-1$ から i 期間の期待収益率

1 期間の期待収益率を下記とする。

$$u_i = (S_i - S_{i-1}) / S_{i-1} \quad (5,19)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad (5,20)$$

これは期間 τ における資本収益率の期待値であるため、年換算すると期間 1 年における資本期待収益率 μ_E は以下のように与えられる。

$$\mu_E = \frac{\bar{u}}{\tau} \quad (5,21)$$

τ : データを引用した期間 (ただし、本研究では $\tau = 1$ (年))

5-3-2 資産期待収益率

μ_A : 資産期待収益率

資産期待収益率は、資本期待収益率と貸出金利 r_A を用いて下記のように定義する。

$$\mu_A = (E_0/A_0') \mu_E - (DB/A_0') r_A \quad (5,22)$$

5-3-3 資産ボラティリティ

σ_A : 資産ボラティリティ

(5,6)でも示したように、 $B_t \equiv B_0$ ($DB_t \equiv DB_0$) と仮定しているため、負債ボラティリティ σ_B は 0 となる。

そのため、資産ボラティリティは資本ボラティリティとイコールとおける。

よって、資産ボラティリティは資本期待収益率から推定する。

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_1^N (u_i - \bar{u})^2} \quad (5,23)$$

s : 標準偏差の不偏推定値

u_i の標準偏差は $\sigma \sqrt{\tau}$ であるので、不偏推定値 s は $\sigma \sqrt{\tau}$ の推定値となる。

したがって、年換算した標準偏差 σ_E は以下のように与えられる。

$$\sigma_E = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (5,24)$$

6. 金利計算

まず、推定期間中絶対にデフォルトしない、架空の優良企業 X を想定する。
また、銀行がその優良企業に対し融資すると仮定した場合、その貸出金利 r_x には現実で使用されている短期プライムレートを用いる。

企業 A に対し、銀行が I_0 を金利 r_A (最終利回り) で T 年間貸し出したときの期待値を $E(R_A)$ とし、架空のデフォルト確率 0 の企業 X に I_0 を投資したときの期待値を $E(R_x)$ とする。
それらの式は以下のように定義できる。

$$E(R_A) = I_0 \times (1+r_A)^T \times (1-DP) + I_0 \times g \times DP \quad (6,1)$$

g : デフォルトした場合の負債回収率($=DB/B_0$)

$$E(R_x) = I_0 \times (1+r_x)^T \quad (6,2)$$

銀行は、株主に対し最大の利益を追求する義務を負っているため、それぞれの期待値はイコールとおける。

ただし、計算方法が煩雑になることから、利息は元本とともに満期に返済されると仮定する。

4 章のデフォルト確率推定式の中で、変数は貸出金利 r_A とデフォルト確率 DP の 2 つだったため、上記の連立方程式と組み合わせることで、各企業の貸出金利とデフォルト確率を算出できる。

7. 分析企業一覧

日経平均主要銘柄 225 社のうち、データが採用できる以下の会社 83 社とする。

<食品>

2002 (株) 日清製粉グループ本社／2282 日本ハム (株)
2531 宝ホールディングス (株)／2801 キッコーマン (株)／2802 味の素 (株)
2914 日本たばこ産業 (株)

<繊維>

3105 日清紡績 (株)／3402 東レ (株)／3405 (株) クラレ

<化学工業>

4188 (株) 三菱ケミカルホールディングス／4005 住友化学 (株)
4021 日産化学工業 (株)／4063 信越化学工業 (株)／4208 宇部興産 (株)
4452 花王 (株)／3407 旭化成 (株)／4901 富士フイルムホールディングス (株)
4911 (株) 資生堂

<医薬品>

4503 アステラス製薬 (株)／4507 塩野義製薬 (株)／4523 エーザイ (株)
4568 第一三共 (株)

<石油>

5016 新日鉱ホールディングス (株)

<窯業>

5202 日本板硝子 (株)／5333 日本碍子 (株)

<鉄鋼業>

5401 新日本製鐵 (株)／5405 住友金属工業 (株)／5411 JFE ホールディングス (株)

<非鉄鋼業・金属製品>

5713 住友金属鉱山 (株)／5802 住友電気工業 (株)／5901 東洋製罐 (株)

<機械>

6301 (株) 小松製作所／6472 NTN (株)／5631 (株) 日本製鋼所

<電気機器>

6503 三菱電機 (株)／6752 松下電器産業 (株)／6753 シャープ (株)

6758 ソニー (株)／6762 TDK (株)／6767 ミツミ電機 (株)

6770 アルプス電気 (株)／6902 (株) デンソー／6991 松下電工 (株)

6971 京セラ (株)／6954 ファナック (株)

<自動車・自動車部品>

7203 トヨタ自動車 (株)／7267 本田技研工業 (株)

<精密機器>

4543 テルモ (株)／7731 (株) ニコン／7733 オリンパス (株)

4902 コニカミノルタホールディングス (株)／7752 (株) リコー

7762 シチズンホールディングス (株)

<その他製造業>

7951 ヤマハ (株)

<鉱業>

1605 国際石油開発帝石ホールディングス (株)

<商社>

8031 三井物産 (株)／8058 三菱商事 (株)

<小売業>

9983 (株) ファーストリテイリング／3382 (株) セブン&アイ・ホールディングス

<不動産>

8802 三菱地所 (株)

<鉄道・バス>

9001 東武鉄道 (株)／9005 東京急行電鉄 (株)／9007 小田急電鉄 (株)

9008 京王電鉄 (株)／9020 東日本旅客鉄道 (株)／9021 西日本旅客鉄道 (株)

<陸運>

9064 ヤマトホールディングス（株）

<海運>

9101 日本郵船（株）／9104 （株）商船三井／9107 川崎汽船（株）

<空運>

9202 全日本空輸（株）／9205 （株）日本航空

<通信>

9613 （株）エヌ・ティ・ティ・データ／9432 日本電信電話（株）

9437 （株）エヌ・ティ・ティ・ドコモ／9433 KDDI（株）

<電力>

9503 関西電力（株）

<ガス>

9531 東京瓦斯（株）／9532 大阪瓦斯（株）

<サービス業>

9602 東宝（株）／9735 セコム（株）／4689 ヤフー（株）／9766 コナミ（株）

8. 実証分析

8-1 分析利用データ

計算時点：2008/01/31

財務諸表：2006 年度単体決算

短期プライムレート：各銀行の最多採用金利（日本銀行 HP 参照）

株価データ期間：2007/01/01～2008/01/31（日経 needs financial quest HP 参照）

推定期間：5 年

（1 年間で推定を行ったところ、ほとんどの企業がデフォルト確率 0 となり、貸出金利に差が生まれなかった。これは、東京証券取引場一部に上場している企業の、過去の事例から鑑みても、推定するまでもなく周知の事実であると考えられる。そのため本研究では、推定期間を 5 年とし、5 年間の貸出金利を推定、比較する。）

8-2 分析結果

8-2-1 結果一覧

図表(8,1) 推定結果企業一覧

業界	企業名	本研究 DP	先行研究 DP	金利
食品	日清製粉グループ	0.000%	0.000%	1.8750%
食品	日本ハム	1.401%	10.993%	1.9528%
食品	宝 HD	0.000%	0.288%	1.8750%
食品	キッコーマン	0.003%	0.124%	1.8752%
食品	味の素	0.021%	1.686%	1.8762%
食品	日本たばこ産業	0.000%	0.000%	1.8750%
繊維	日清紡	0.432%	3.331%	1.9058%
繊維	東レ	0.048%	5.832%	1.8788%
繊維	クラレ	0.000%	0.000%	1.8750%
化学工業	三菱 HD	0.011%	0.008%	1.8752%
化学工業	住友化学	0.076%	1.606%	1.8799%
化学工業	日産化学工業	0.001%	0.007%	1.8750%
化学工業	信越化学工業	0.002%	0.002%	1.8750%
化学工業	宇部興産	0.711%	6.865%	1.9195%

化学工業	花王	0.000%	0.000%	1.8750%
化学工業	旭化成	0.038%	1.154%	1.8778%
化学工業	富士フイルム HD	0.000%	0.000%	1.8750%
化学工業	資生堂	0.000%	0.000%	1.8750%
医薬品	アステラス	0.000%	0.000%	1.8750%
医薬品	塩野義	0.000%	0.000%	1.8750%
医薬品	エーザイ	0.000%	0.000%	1.8750%
医薬品	第一三共	0.000%	0.000%	1.8750%
石油	新日鉱 HD	0.828%	5.439%	1.8750%
窯業	日本板硝子	4.842%	19.821%	2.2507%
窯業	日本ガイシ	0.010%	0.079%	1.8757%
鉄鋼業	新日本製鉄	0.248%	2.240%	1.8919%
鉄鋼業	住友金属工業	1.141%	3.958%	1.9427%
鉄鋼業	JFE HD	0.010%	0.397%	1.8759%
非鉄金属・金属製品	住友金属鉱山	2.668%	4.371%	2.0040%
非鉄金属・金属製品	住友電気工業	0.000%	0.001%	1.8750%
非鉄金属・金属製品	東洋製缶	0.000%	0.000%	1.8750%
機械	コマツ	0.021%	0.040%	1.8758%
機械	NTN	13.312%	54.321%	1.9072%
機械	日本製鋼所	0.187%	0.325%	1.8820%
電気機器	三菱電機	5.579%	11.682%	2.1894%
電気機器	松下電器産業	0.271%	0.236%	1.8837%
電気機器	シャープ	0.874%	1.325%	1.9100%
電気機器	ソニー	0.000%	0.005%	1.8750%
電気機器	TDK	0.825%	1.175%	1.9023%
電気機器	ミツミ電気	3.770%	4.322%	1.9959%
電気機器	アルプス電気	1.464%	3.995%	1.9479%
電気機器	デンソー	0.141%	0.682%	1.8821%
電気機器	松下電工	0.343%	1.887%	1.8943%
電気機器	京セラ	0.003%	0.305%	1.8752%
電気機器	ファナック	0.000%	0.000%	1.8750%
自動車	トヨタ	4.056%	21.733%	2.0381%
自動車	本田技研工業	0.891%	1.569%	1.9041%
精密機器	テルモ	0.000%	0.000%	1.8750%
精密機器	ニコン	0.014%	0.042%	1.8756%
精密機器	オリンパス	0.000%	0.000%	1.8750%

精密機器	コニカミノルタ HD	0.000%	0.009%	1.8750%
精密機器	リコー	5.923%	9.505%	2.1309%
精密機器	シチズン HD	0.000%	0.000%	1.8750%
その他製造業	ヤマハ	0.000%	0.001%	1.8750%
鉱業	国際石油開発帝石 HD	0.000%	0.000%	1.8750%
商社	三井物産	8.516%	27.857%	2.5274%
商社	三菱商事	4.353%	19.476%	2.1927%
小売業	ファーストリテーリング	0.000%	0.000%	1.8750%
小売業	セブン & アイ HD	0.000%	0.000%	1.8750%
不動産	三菱地所	1.780%	43.682%	2.0369%
鉄道・バス	東武鉄道	0.898%	78.315%	1.9561%
鉄道・バス	東京急行電鉄	0.985%	26.840%	1.9592%
鉄道・バス	小田急電鉄	3.462%	53.156%	2.1867%
鉄道・バス	京王電鉄	0.474%	101.944%	1.9119%
鉄道・バス	東日本旅客鉄道	0.000%	1.121%	1.8750%
鉄道・バス	西日本旅客鉄道	0.001%	7.286%	1.8751%
陸運	ヤマト HD	0.000%	0.000%	1.8750%
海運	日本郵船	1.955%	15.208%	2.0238%
海運	商船三井	0.264%	0.496%	1.8856%
海運	川崎汽船	2.099%	6.305%	2.0102%
空運	全日空	0.002%	19.980%	1.8751%
空運	日本航空	0.000%	1.573%	1.8750%
通信	NTTdata	0.167%	11.427%	1.8860%
通信	日本電信電話	0.000%	0.157%	1.8750%
通信	Docomo	0.000%	0.000%	1.8750%
通信	KDDI	0.005%	0.036%	1.8753%
電力	関西電力	1.310%	107.946%	2.0014%
ガス	東京ガス	0.170%	100.345%	1.8886%
ガス	大阪ガス	0.000%	0.029%	1.8750%
サービス業	東宝	0.000%	0.000%	1.8750%
サービス業	セコム	0.000%	0.000%	1.8750%
サービス業	ヤフー	0.000%	0.000%	1.8750%
サービス業	コナミ	0.000%	0.000%	1.8750%

1社あたりの平均 DP

本研究 …約 0.92%

先行研究…約 9.70%

DP<0.001%の企業数 (⇔貸出金利=短期プライムレート 1.875%)

本研究…33 社 (分析企業の約 39.6%)

先行研究…24 社 (分析企業の約 28.9%)

1社あたりの平均金利

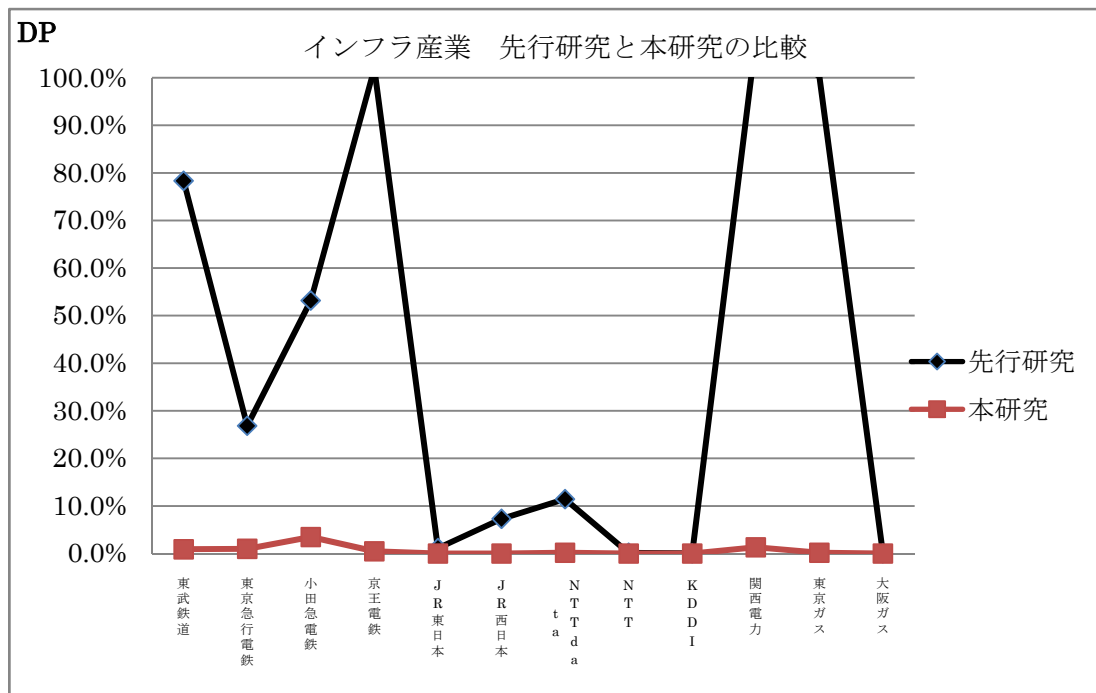
約 1.92%

8-2-2 先行研究との DP 比較

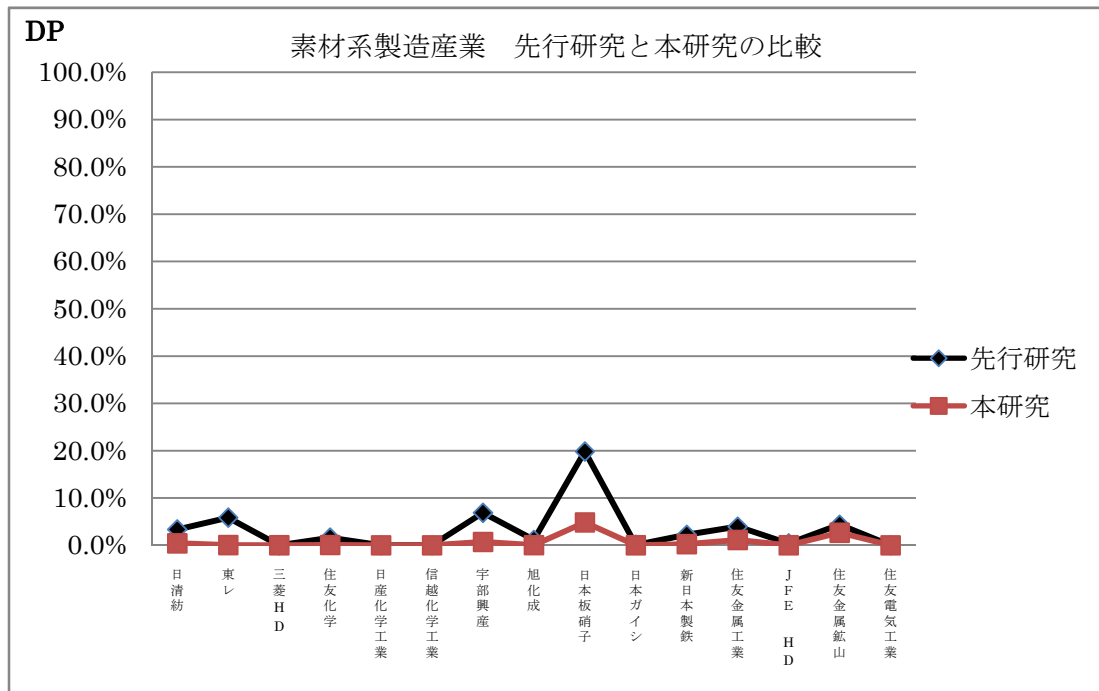
本研究と先行研究の DP が共に 0.001%未満になった企業 24 社を、分析した全企業から除き、DP が異なった残りの企業 59 社を比較する。

ただ、企業が多数あるため参照のしやすさを考慮し、インフラ・加工系製造・素材系製造・非製造の 4 産業別で比較する。

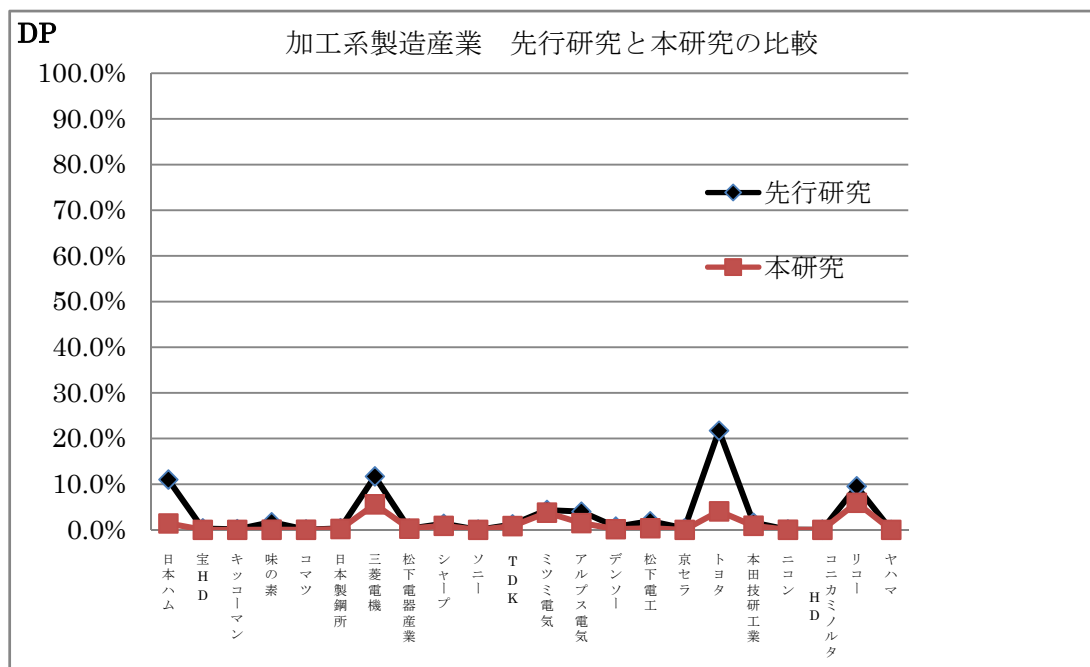
図表(8,2) インフラ産業における先行研究と本研究の DP 比較



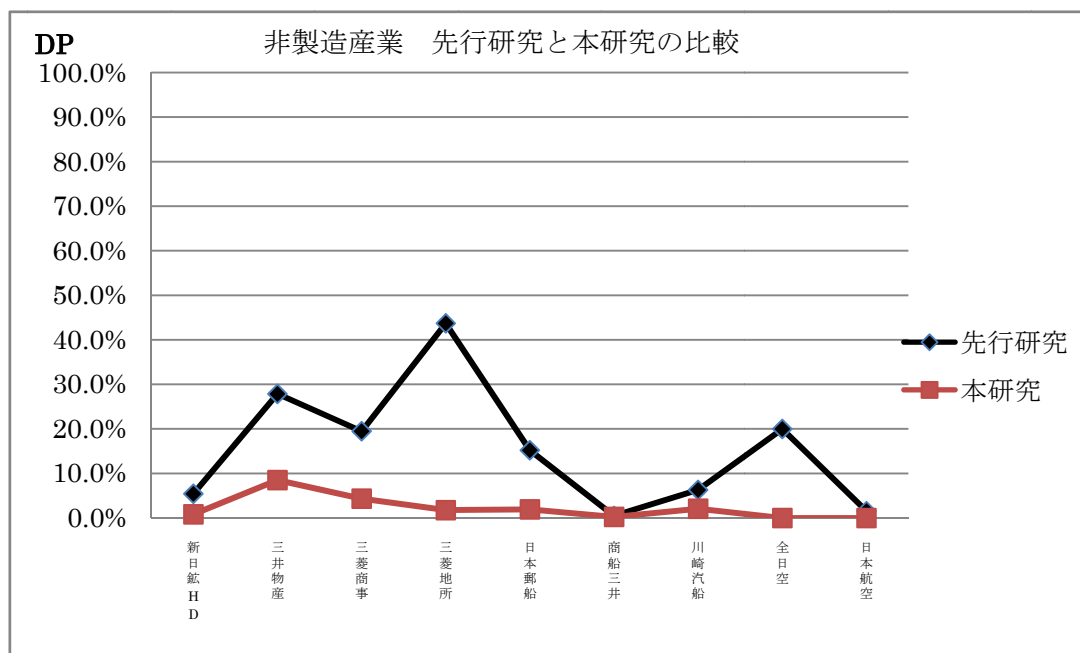
図表(8,3) 素材系製造産業における先行研究と本研究の DP 比較



図表(8,4) 加工系製造産業における先行研究と本研究の DP 比較

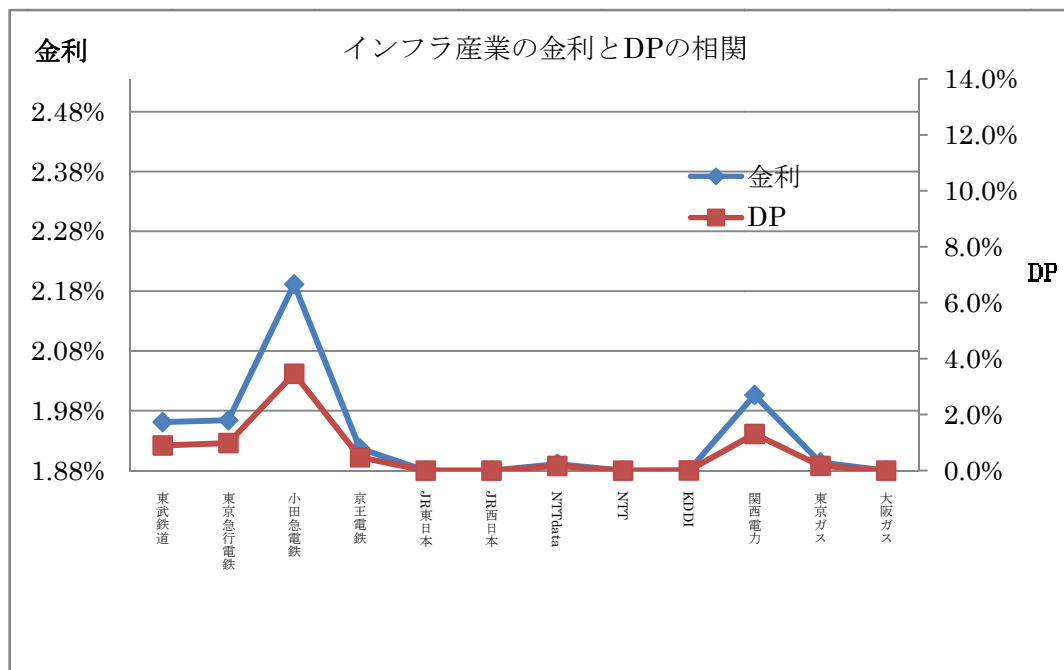


図表(8,5) 非製造産業における先行研究と本研究の DP 比較

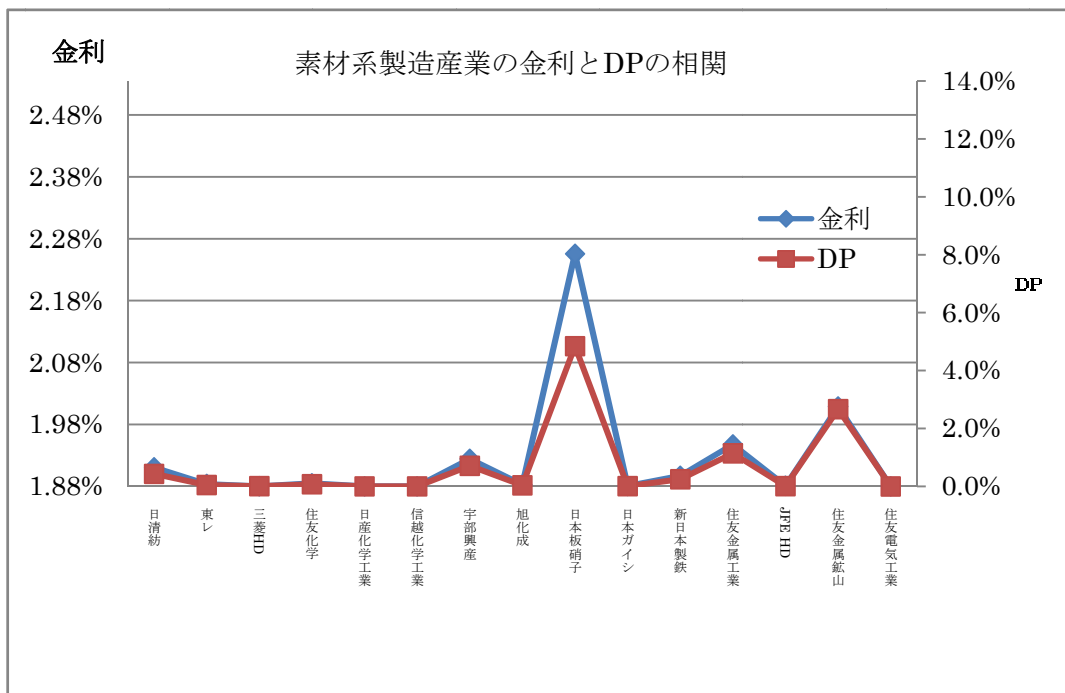


本研究の DP が 0.001%以上と算出された企業を下記にグラフ化する。

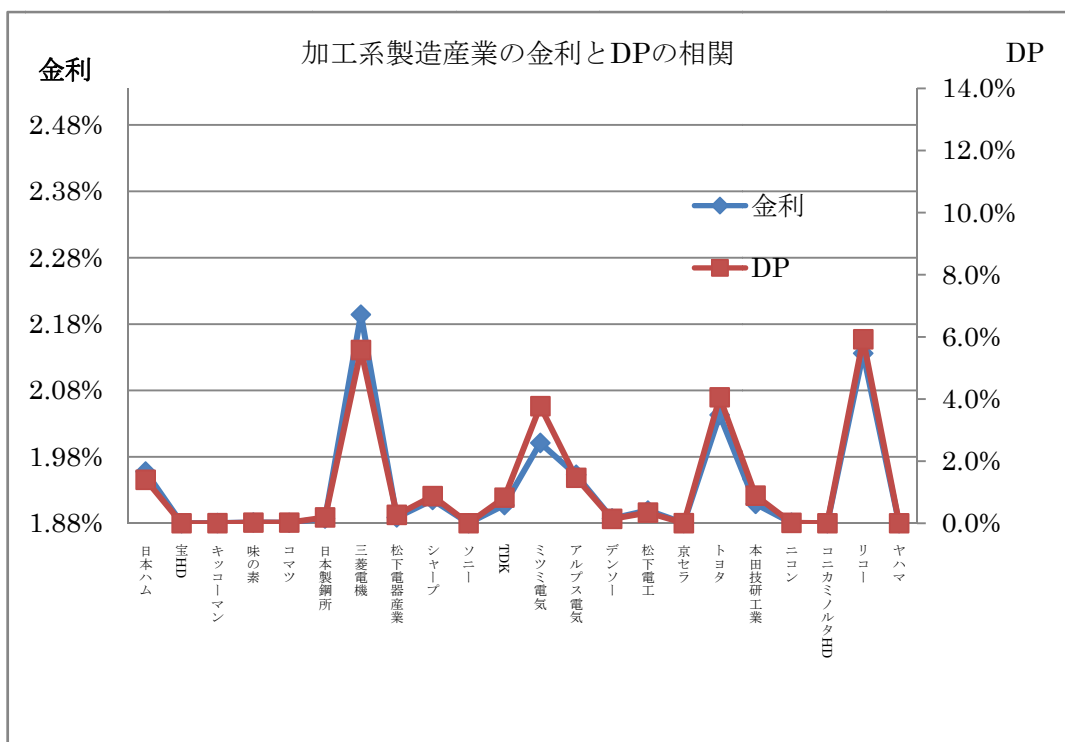
図表(8,6) インフラ産業の DP と金利



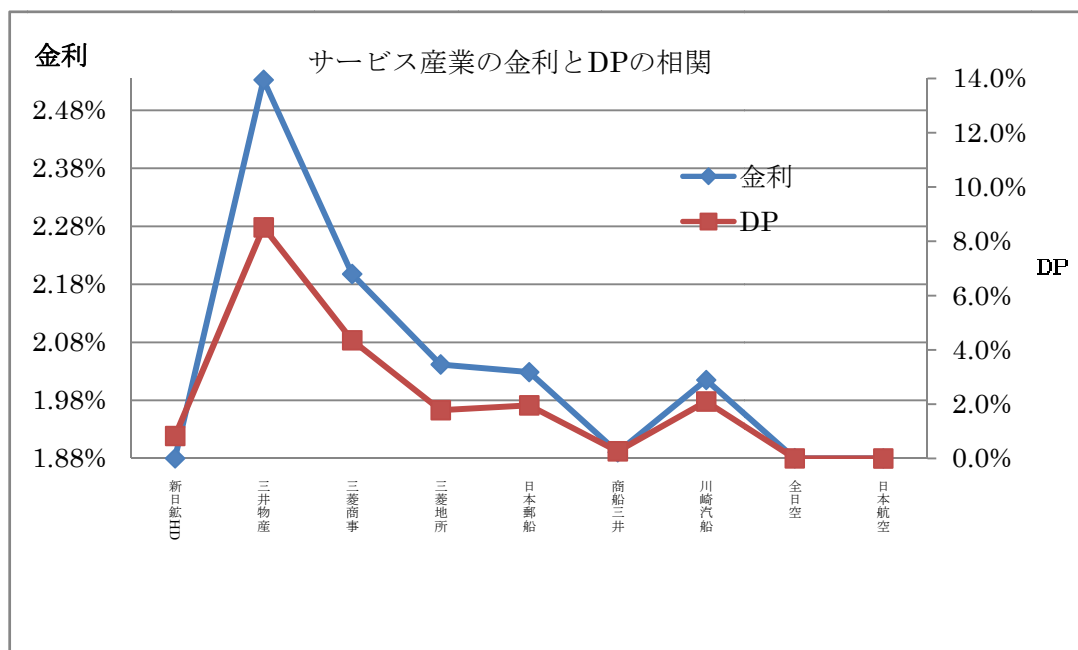
図表(8,7) 素材系製造産業の DP と金利



図表(8,8) 加工系製造産業の DP と金利



図表(8,9) 非製造産業の DP と金利



8-3 考察

8-3-1 推定されたDPの妥当性

本研究では、データが手に入りやすい東証一部に上場している企業で分析を行った。その結果一社あたりの平均 DP は約 0.92% となった。この研究手法が絶対的な確率を推定するのに有用であるかは、関心の対象が確率であるため判断することはできない。ただ、有効性を検討する一つの目安として過去の事例と比較してみる。過去 5 年間の、東証一部上場企業の倒産件数は 10 社であった。単純に、現在の東証一部上場企業数 1750 社

(2008/01/31 現在) でこの倒産件数を除すると、デフォルトした企業は全体の約 1.75% となる。このことから、実験結果は現実と大きく乖離していないと言える。ただ、実験結果の平均 DP のほうが低くなった理由としては、デフォルト時の負債回収率を過剰に見積もったことが原因であると予想される。本研究では、計算の煩雑さを回避するために、便宜上負債回収額をデフォルト時に残った資産額 (DB 相当) と仮定した。しかし現実には、企業がデフォルトした場合、破産申請や資産売却等に多くの諸経費が発生する。この諸経費を考慮しなかったため、デフォルトしたとき不良債権額が低く見積もられ、DP を低く推定した原因の一つであると考えられる。

8-3-2 DP=0と推定された企業

分析企業の約40%がDP=0と推定された。その中でもの会社全てがDP=0となった業界は、医薬品とサービス業の2業界となった。本研究では業界ごとの特徴は一切考慮せず、市場評価・財務諸表だけを元にDPを推測した。しかし、2007年で倒産件数が多かった業界のうちの一つがサービス産業であった。推定範囲は2008/01からの今後5年間であり、2007年の推定ではないが、現在の市場動向はサービス産業を敬遠しているのが現状である。このことから、市場評価だけではなく業界ごとの個別の特徴も推定には考慮する必要があると考えられる。

逆に他業界に比べ突起したDP（あるいは貸出金利）が算出された業界はなかった。

8-3-3 先行研究とのDP比較

本研究と先行研究のデフォルト確率を比較したところ、先述したとおり先行研究は約9.70%であり、本研究の平均DPは約0.92%となった。過去5年間の実数値は約1.75%であることから、推定された数値がより実態に沿った結果に改善されたと言える。この原因は、DBという、より現実的なデフォルトラインを採用したことが考えられる。

8-3-4 算出された貸出金利の妥当性

算出された金利については、実際に各企業の貸出金利が公表されていないため、現実と照らし合わせた比較はできないが、一般的に企業への貸出金利は1.875%（短期プライムレート）から3.5%の間と予想されており、推定金利も現実とあった妥当なものであると考えられる。しかし、本研究では東証一部の40%がDP=0と推定されたが、この40%の企業が、5年間短期プライムレートで融資を受けるというのは現実的ではない。

8-4 今後の課題

多くの企業のデフォルト率は低く算出されたため、それぞれの企業間で大きな金利差を推定できなかった。今後は、東京証券取引所一部に比べて、デフォルト率が低い新興市場や、もしデータが手に入るのであれば未上場企業の推定をしたほうが、貸出金利の差別を顕著に推定できるものと考えられる。

また、データにおいても1年間の月間平均株価を用いたが、より詳細なデータを採用した方が、より詳しく推定できる。6章で定義した、企業がデフォルトした場合の負債回収率 g についても、本研究では破産手続きに要する費用等を考慮せず、デフォルトした場合は残りの資産（DB相当額）すべてを、不良債権返済にあてることができると想定した。これらの諸費用は、企業の資産現実的には、破産申請にも費用がかかるため、このことを考慮した推定式を定式化したほうが、より現実にとった結果が得られるものとする。

先行研究よりも現実的なDPが算出されたが、本研究ではパラメーターを1パターンしか使わなかった。この研究手法が絶対的な確率を推定するのに有用であるかは、関心の対象が確率であるため判断することはできないが、いくつかの方法でパラメーターを推定し、実験、比較することで、オプションモデルを用いた最適なデフォルト推定方法が見つけられると考える。

参考文献

- ・ John. C. hull 「Option, Futures, and Other Derivatives Fifth Edition」, 2003
- ・ Moody's KMV Company (KMV) 「デフォルトリスクのモデル化」, 2002
- ・ 安藤啓・丸茂幸平 「ノックアウト・オプション・アプローチを用いたデフォルト率の
推定方法—ヨーロピアン・オプション・アプローチとの比較分析—」
- ・ 小林孝雄「信用リスク・モデル化のアプローチ」, 2003
- ・ 酒井義隆「オプション・アプローチによるデフォルト確率推定についての実証分析」,
法政大学大学院システム工学専攻修士論文, 2004
- ・ 会社四季報（2007-08年） 東洋経済新聞社
- ・ 日本銀行 HP
- ・ 東京証券取引所 HP
- ・ 日経 needs financial quest HP
- ・ 帝国データバンク HP
- ・ 東京商工リサーチ HP
- ・ 格付投資情報センター（R&I）HP
- ・ Bloomberg HP

謝辞

学士・修士課程の6年間、指導教員として終始重要なご指導を賜りました中村洋一教授、加藤豊教授、ならびに法政大学工学部経営工学科の先生方に心から御礼申し上げます。また、本論文作成にあたり、貴重な助言をしてくれた同研究室の坂本寛君、中嶋康文君、皆川悦子さん、また金融工学研究室の修士2年の山田敬一郎君をはじめ、同大学院システム工学専攻の同輩の皆様にも深く感謝いたします。

中村洋一教授には適切かつ論理的な教えをいただき、本論文を深くすることができました。

ここに深く感謝の意を表す次第であります。