法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-09

技術と設備投資：ヴィンテジモデルからのアプローチ

YAGINUMA, Hisashi / 柳沼, 寿

(出版者 / Publisher)
法政大学経営学会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
The Hosei journal of business / 経営志林
(巻 / Volume)
32
(号 / Number)
4
(開始ページ / Start Page)
191
(終了ページ / End Page)
196
(発行年 / Year)
1996-01-30
(URL)
https://doi.org/10.15002/00003537

Hosei University Repository

〔研究ノート〕

技術と設備投資：ヴィンテジモデルからのアプローチ

柳沼　寿

1．はじめに

近年の技術変化のマクロ的経済効果に関する実証分析は，総要素生産性（Total Factor Productivity or TFP）に対するR&D投資の収益率ないしは知識ストックに対する弾力性の測定，あるいはトランスログ型の生産関数ないしは費用関数の推計による技術と資本・労働・エネルギーなどとの代替の弾力性の測定がほとんどである(注1)。それらのほとんどは，技術は全ての生産要素に平等に体化される，あるいは全く体化されない（「非体化」された技術進歩），との前提に立っている。しかしながら，半導体・通信・コンピューターなどの例をみてもわかるとおり，新しい技術は財（特に資本財）に明らかに体化している。従って，技術の変化が投資を通してどのように顕現化するかが重要であるにもかかわらず，そのプロセスが示されていなかった。一方，新古典派理論やq理論に基づく投資関数の議論においては，技術との関わりが全くないままである。本稿は両者をつなぐことを念頭に置き，技術が資本に体化される，という立場から技術変化と設備投資との関係をヴィンテジモデルを出発点として導き出す。従来重視されなかった除却あるいは更新投資に関して新たな議論を提起し，技術変化の影響を含んだ設備投資関数を実証可能な形で展開するのが以下の目的である。

2．ヴィンテジモデル

経済における基本的な生産要素と生産物との関係は，生産関数として表現される。技術が資本に体化される，という前提に立つと，各期に投資される資本財は同じ量であっても技術レベルが異なり，同一の財として扱うことが出来ない。ヴィンテジモデルは，この点を処理できるよう工夫された生産関数で，Johansen（1959），Solow（1960）らにより展開された。

まず，ヴィンテジvの資本K_vとそれに割り当てられる労働L_vから生産物Q_vが生み出される関係をCobb＝Douglas型生産関数によって次のように表す（以下の展開については若杉隆平（1986）を参照）。

$$Q_v(t) = A_v(t)\{e^{\gamma v}\}\{L_v(t)\}^{\alpha}\{K_v(t)\}^{1-\alpha} \qquad (1)$$

$e^{\gamma v}$は，時点vにおける技術水準を表している。$K_v(t)$は次の式で表されるように，投資された後ヴィンテジの経過に伴う減耗がδの率で発生するとしよう。

$$K_v(t) = I_v e^{-\delta(t-v)} \qquad (2)$$

また，$A_v(t)$はヴィンテジと共に技術的効率が変化することを表し，その低下率をθとすると，以下のように表すことが出来る。

$$A_v(t) = Ae^{-\theta(t-v)} \qquad (3)$$

労働力は限界生産力と実質賃金（w／p）が等しくなるように設定されるとすれば，$L_v(t)$は次式のように表される。

$$L_v(t) = [\alpha pA/w]^{1/(1-\alpha)} I_v e^{av} e^{-bt} \qquad (4)$$

ただし，$a = \delta + (\theta+\gamma)/(1-a)$

$b = \delta + \theta/(1-a)$

以上から，$Q_v(t)$は次のように求められる。

$$Q_v(t) = A[\alpha pA/w]^{\alpha/(1-\alpha)} I_v e^{av} e^{-bt} \qquad (5)$$

経済全体の生産物Q(t)は，全ての$Q_v(t)$をvについて合計したものだから，（5）式を用いて最終的に（6）のように表すことが出来る。

Hosei University Repository

$$Q(t) = \int^t Q_v(t)dv$$
$$= A\{L(t)\}^{\alpha}\{e^{-bt}J(t)\}^{1-\alpha} \qquad (6)$$

ここに，$L(t) = \int^t L_v(t)dv$，

$J(t) = \int^t I_v e^{av}dv$ である。ここで注意すべき事は，J(t) である。これは，効率単位ではかった資本ストックというべきもので，単純に物理的に残存している過去の投資を累計した通常の資本ストック $K(t)(=\int^t I_v dv)$ とは異なる意味を持っている。過去の投資 I_v を e^{av} で評価した加重値である。いいかえれば，v 時点の投資の価値は t = 0 時点における投資と比べて，資本減耗（δ）・生産効率低下（θ）が生じておらず，かつ技術水準が高まっている分（γ）だけ大きく評価されているのである。

3．設備投資の決定

企業の投資決定は，D. W. Jorgenson（1963）に従って次のように考えよう。企業は，（6）式で表される生産活動から生じる利潤を最大化するような最適資本ストック J^* 求め，それと実際に保有している資本ストックとの差を埋めるようにフローの投資を行うとする。

まず，効率単位ではかった資本ストック J を，離散型で表現することとし，さらに各時点における技術 T(v) と減耗・効率低下の結果現時点で有効に機能している部分を表す関数 $\phi(v)$ を用いて一般的な形として次のように書く(注2)。

$$J(t) \equiv \Sigma_{v=0}^{t} T(v)\, I(v)\phi(t-v) \qquad (7)$$

これは，t = 0 時点を基準に技術および減耗を調整した値である。

他方，通常の実質ベースで図った資本ストック K は次のように表される。

$$K(t) \equiv \Sigma_{v=0}^{t} I(v)\phi(v) \qquad (8)$$

この K を J によって表現すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}
&= \{J(t)-[T(t-1)\,I(t-1)\phi(1) \\
&\quad +T(t-2)\,I(t-2)\phi(2)+\cdots]\} \\
&\qquad \{\phi(t)/(T(t)\phi(0))\} \\
&\quad +\{J(t)-T(t)\,I(t)-[T(t-2)\,I(t-2) \\
&\qquad \phi(2)+\cdots]\}\{\phi(t-1)/(T(t-1) \\
&\qquad \phi(1))\}+\{J(t)-T(t)\,I(t) \\
&\quad -T(t-1)\,I(t-1)\phi(1) \\
&\quad -[T(t-3)\,I(t-3)\phi(3)+\cdots]\} \\
&\qquad \{\phi(t-2)/(T(t-2)\phi(2)\} \\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\quad +\{J(t)-T(t)\,I(t)-\cdots-T(t-i+1) \\
&\qquad I(t-i+1)\phi(i-1)-[T(t-i-1) \\
&\qquad I(t-i-1)\phi(i+1)+\cdots]\} \\
&\qquad \{\phi(t-i)/(t-i)\phi(i))\} \\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\quad +\{J(t)-T(t)\,I(t)-\cdots-T(1)I(1) \\
&\qquad \phi(t)\}\{\phi(0)/(T(0)\phi(t))\} \qquad (9)
\end{aligned}$$

逆に J を K によって表現したものが次式である。

$$\begin{aligned}
J(t) &= \{K(t)-[I(t-1)\phi(t-1) \\
&\quad +I(t-2)\phi(t-2)+\cdots]\} \\
&\qquad \{T(t)\phi(t)/\phi(0)\} \\
&\quad +\{K(t)-I(t)-[I(t-2)\phi(t-2) \\
&\quad +\cdots]\}\{T(t-1)\phi(t-1)/\phi(1)\} \\
&\quad +\{K(t)-I(t)-I(t-1)\phi(t-1) \\
&\quad -[I(t-3)\phi(t-3)+\cdots]\} \\
&\qquad \{T(t-2)\phi(t-2)/\phi(2)\} \\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\quad +\{K(t)-I(t)-\cdots-I(t-i+1) \\
&\qquad \phi(t-i+1)-[I(t-i-1) \\
&\qquad \phi(t-i-1)+\cdots]\} \\
&\qquad \{T(t-i)\phi(t-i)/\phi(i)\} \\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\quad +\{K(t)-I(t)-\cdots-I(1)\phi(1)\} \\
&\qquad \{T(0)\phi(0)/\phi(t)\} \qquad (10)
\end{aligned}$$

（9），（10）から次の二つの関係式が得られる。

$$\partial K(t)/\partial J(t) = \Sigma_{i=0}^{t}\phi(t-i)/(T(t-i)\phi(i))$$
$$\partial J(t)/\partial K(t) = \Sigma_{i=0}^{t} T(t-i)\,\phi(t-i)/\phi(i)$$

企業の利潤は次のように定義できる。

$$\pi = p(t)Q(t)-c(t)K(t)-w(t)L(t) \quad (11)$$

ここに，p(t) は生産物価格，c(t) は資本コスト，w(t) は賃金である。資本に関する費用と

Hosei University Repository

して cJ ではなく cK が用いられているのは，同じ1単位の資本Kについて資本コスト c(t) がかかるものの，効率単位で図った資本は $\Sigma T(v) I(v) \phi(t-v)$ であるので，実質コスト負担は c／T と軽減されることが考慮されている。

企業は（11）で定義された利潤を最大化するように最適な J^* を選択する。従って，次式が成立する。

$$\begin{aligned}\partial\pi/\partial J &= (1-\alpha)pQ/J - c\partial K/\partial J \\ &= (1-\alpha)pQ/J - c\{\Sigma_{i=0}^{t}\phi(t-i)/(T(t-i)\phi(i))\} \\ &= (1-\alpha)pQ/J - c^- = 0 \qquad (12)\end{aligned}$$

これより，$J^* = (1-\alpha)p(t)Q(t)/c^-(t)$ が得られ，企業の設備投資Iは，調整費用関数Gを用いて次式によって決定されることになる。

$$\begin{aligned}&T(t)I(t) - T(t-m)^-D(t) \\ &= G[(1-\alpha)p(t)Q(t)/c^-(t) - J(t-1)] \\ &\qquad G' > 0 \qquad G'' < 0 \qquad (13)\end{aligned}$$

調整費用関数は通常 $\Psi = G^{-1}$ として表されるが，ここでは逆関数の形を用い，調整速度という形で表現されている。D(t) は効率単位で図られた資本ストックの除却（償却も含む）である。また，$T(t-m)^-$ は除却されるストックの平均的技術水準を表す指標で，次の（14）式の最初の等式によって定義される。（13）式が通常の Jorgenson タイプの投資関数と違うのは，企業が最適にしようとしているのが効率単位ではかったストックであり，従って投資も効率を考慮して決められる，ということである。

ところで（13）式によって決まるのは $T(t)I(t) - T(t-m)^-D(t)$ であって，新規粗投資 I(t) は，当期の除却 D(t) が決まらないと確定しない。除却についてはこれまで，非常に単純に前期末のKの一定割合として処理することがほとんどであった。しかしながら，朱保華（1995）も指摘するように，この想定は特殊な状況においてのみしかあてはまらない。ここでは最適除却 D^* を，前期末の効率単位で図ったストックに新たに行われる当期の投資をつけ加えた結果，最適ストック J^* を超える部分，と定義する。いいかえれば，現実に行われる投資をみて，J^* を達成できるように最適な除却が決定される，ということであり，純投資が直ちに最適ストックまで調整できない場合でも，Dの調整により最適なストック J^* に到達できることになる(注3)(注4)。このようないわば「2段階」の意志決定に従う結果，D^* は次のように決められる。

$$\begin{aligned}T(t-m)^-D(t)^* &\equiv \Sigma_{v=v0}^{t-n} T(v)I(v)\phi(v)^{-1} \\ &= T(t)I(t) + J(t-1) - J^* \qquad (14)\end{aligned}$$

これにより，当期の最適除却は新規投資の増大と共に増えること，前期の効率単位でのストックが大きければ増えること，最適ストックが増えれば減少すること，技術進歩があれば増加することがわかる。しかしながら，実際の除却には様々な費用がかかり，直ちに（14）で決まるレベルを実行できない。除却に伴う調整費用関数Hを考慮して実際の除却 D(t) は次のようにかける。

$$\begin{aligned}T(t-m)^-D(t) &= H[T(t)I(t) - (J^* - J(t-1))] \\ &\qquad H' > 0 \qquad H'' < 0 \qquad (15)\end{aligned}$$

以上で，企業が実行する純投資と除却が定式化された。粗投資 I(t) は（13）式，（15）式から次のように定められる。

$$\begin{aligned}I(t) = &\{G[J^* - J(t-1)]\}/T(t) + H[T(t)I(t) \\ &- \{J^* - J(t-1)\}]/T(t) \qquad (16)\end{aligned}$$

（16）式は，I(t) について明示的に解くことは出来ないが，J^*，J(t−1)，T(t)，等の影響を次のように調べることができる。

$$\partial I(t)/\partial J^* = (G'/T(t) - H'/T(t))/(1-H')$$

上式の符号は純投資の調整速度と除却の調整速度に依存するが，除却の限界的調整速度が1より小（$H' < 1$），かつ純投資の調整速度より小（$H' < G$）であれば，粗投資は最適ストックの増加関数となる。除却に伴う調整費用は通常新規投資の調整費用より高いと想定できるので上式の符号はプラスと考えてよい。

Hosei University Repository

$$\partial I(t)/\partial J(t-1) = (H'/T(t)-G'/T(t))/(1-H')$$

これは，$\partial I(t)/\partial J^{*}$ の符号と逆であり，J^{*} の影響がプラスなら，マイナスの値を取る。以上の2つの性質は，通常のストック調整原理が成立していることを示す。

$$\partial I(t)/\partial T(t) = \{H'TI-(TI-T^{-}D)+T(G'-H')\partial J^{*}/\partial T\}/\{T^{2}(1-H')\}$$

ここでも符号は一意的に定まらないが，新規投資に伴う更新投資が純投資より大きければ（$H'TI > TI-T^{-}D$），技術の上昇は投資にプラスの効果をもたらす。

これらの関係式を用いると，粗投資への影響を考慮した除却Dに対する影響を求めることが出来る。

$$\partial D(t)/\partial J^{*} = (H'/t)\{(G'-H')/(1-H')-T/T^{-}\}$$

一般的に符号は確定しないが，J^{*} の影響が除却に対するよりも純投資に対してより強く出る場合にはプラス，逆の場合はマイナスとなる。

$$\partial D(T)/\partial J(t-1) = (H'/T)\{(H'-G')/(1-H')+T/T^{-}\}$$

この符号はプラスとなり，通常のモデルのように，既存のストックが増えると除却も増える関係となっている。

$$\partial D(t)/\partial T = H'[\{H'TI-(TI-T^{-}D)+T(G'-H')\partial J^{*}/\partial T\}/\{T^{2}(1-H')\}+I/T^{-}\}$$

粗投資に対する技術の影響がプラスであれば，除却に対してもプラスの効果をもたらし，技術進歩に伴い除却が増大するという関係が導ける(注5)。

4．技術の定式化

次に技術について考えよう。「技術水準」という言葉があるように，技術とはある時点におけるストック概念であり，企業はそのストックから生じる「技術サービスフロー」を活動の中に取り入れている，と理解すべきものである。従来の実証分析，例えば生産関数の中に技術進歩を示すインデックスを取り入れようとする分析，では「技術水準」として時間が直接取り入れられることが多い。時間を技術水準の代理変数として用いることは，技術水準が定差的に増大すると仮定していることになる。しかし，様々な産業技術や研究開発活動の成果はむしろ非線形なパターンで発生しているというべきであり(注5)，その蓄積である技術水準も定差的に動くとは思われない。

これに対して，総要素生産性（Total Factor Productivity, TFP）は，次の式で示されるように各時点における資本と労働の「合成財」の生産性を求めているという点で，技術水準の指標としてより好ましい性質を持っているといえる。

$$TFP(t) = Q(t)/[L(t)^{\alpha}K(t)^{1-\alpha}] \qquad (17)$$

上記のモデルにおける技術 T(t) は「今期の技術」であるので，TFP(t) の変化分を対応させることが出来るかも知れない。実際の導出にあたっては，次のように TFP の変化率を求めるのが通例である。変化分は特定時点の値を任意にセットして算出すればよい。

$$\begin{aligned} d\ln TFP(t)/dt &= d\ln Q(t)-\alpha \ln L(t)-(1-\alpha)\ln K(t) \\ &= d\ln Q(t)-SL\ln L(t)-(1-SL)\ln K(t) \qquad (18) \end{aligned}$$

SL：労働分配率

ただし，(18) 式のように表せるためには，もとになる生産関数が Cobb＝Douglas 型であり，技術進歩として「非体化型」を想定していること，導出過程において競争的な要素市場を仮定していること，が必要である。生産関数のタイプについては実証上からも受け入れ可能であるが，「非体化」と「競争的要素市場」の仮定は大きな問題である。しかも，dlnTFP／dt から得られる技術の変化分は，「技術水準の変化分」であり，本稿のモデルで想定されているような，「今期新たに生じた技術」とは概念的に異なるものである。その理由は，技術水準の変動が次式のようなプロセスに従うと考えられるからである。

Hosei University Repository

$$dA/dt = T(t) - \delta(A(t)) \qquad (19)$$

すなわち，技術水準Aは，新たに登場する技術Tから当期に陳腐化する技術$\delta(A)$を控除した分だけ上昇するのである。従って，「技術の変化分」（dA／dT）は「新たに登場する技術」（T）とは陳腐化する分（$\delta(A)$）だけ異なるはずである。

以上を考慮すると，TFPの変化をTの代理指標とするにはかなり問題がある，ということになる。そこで，直接的に観察できないTに関して，柳沼他（1982）のデータにみられるように，過去の研究開発活動Eのラグ分布として表現することが出来よう。

$$T(t) = T(E(t-1),\ E(t-2),\ \cdots\cdots) \qquad (20)$$

ここに，Eは研究開発活動であるが，具体的には研究開発投資を用いることが出来る。もちろん，全ての研究開発投資が，本稿で想定されているように資本に体化する研究であるというのは問題である。しかし，近似としてTFPを使うよりは問題が少ないのではないか，と考えられるのである。

T(t)は過去の研究開発投資に依存するので，当期において，設備投資と異なり，研究開発投資は外生的に決められていることになる。

いま，$T(t) = (1+g_T(t))\,T(t-1)$とすれば，Tは変化率$g_T$によっても表しうる。

（20）式を変化率の形式によって記せば次のようになる。

$$g_T(t) = g_T[g_E(t-1),\ g_E(t-2),\ \cdots\cdots] \qquad (21)$$

こうして，技術を過去の研究開発投資のラグ分布として表現し，実証可能な形に展開できたことになる。そこで，gTのIに対する効果は次のようになる。

$$\begin{aligned}\partial I(t)/\partial g_T(t) &= (\partial I(t)/\partial T(t))(\partial T(t)/\partial g_T(t)) \\ &= \{H'TI-(TI-T^{-}D)\}/\{T^2(1-H')\}\,T(t-1)\end{aligned}$$

6．実証分析用モデル

これまでの検討から，実証用の設備投資関数は，次のように整理することが出来る。（13）式は粗投資I(t)について明示的に解くことが出来ない。従って実証分析用の設備投資関数も一般形として定式化することになる。技術の表現に応じて二つの基本形を想定しうるが，それらは次のようにいずれも非常に単純な形に縮約される。

$$\begin{aligned}I(t) &= I\{Q(t)/(c(t)/p(t),\ K(t-1);\ E(t-1),\ E(t-2),\ \cdots\cdots\} \\ I(t) &= I\{Q(t)/(c(t)/p(t),\ K(t-1);\ g_E(t-1),\ g_E(t-2),\ \cdots\cdots\}\end{aligned}$$

これらの式に縮約する過程で，全ての変数の過去の値はKを除き既決であり，パラメーター化していることはいうまでもない。

留意すべき点は，最適ストックの投資に対する影響がT(t)が大きくなるにつれ小さくなること（$\partial(\partial I/\partial J^{*})/\partial T < 0$），前期のストックの影響もTが大きくなるにつれて小さくなること（$\partial(\partial I/\partial K(t-1))/\partial T < 0$），そして技術の影響もTあるいは$g_T$の増加につれて低下すること（$\partial(\partial I/\partial T)/\partial T < 0$），の3点である。従って，各変数の影響を示す係数の中に，技術の変化の効果を織り込む必要がある。

7．おわりに

本稿では，技術進歩が設備投資に及ぼす影響を明示的に扱うため，ヴィンテジモデルを出発点として，企業の利潤最大化行動，純投資と除却に関する調整費用関数，を用いて粗投資を決定する投資関数を導出した。

特に除却について，最適除却額を設定して，それに対して現実の除却が調整していく，という定式化をしたところが目新しい。

理論モデルとしてはかなり複雑な形を取っているが，最適ストックと現実のストックの影響についてはJorgenson等が導出した従来の設備投資関数と基本的に同じであることが確認された。

技術に関しては，粗投資に対して促進的に作用する可能性が高いこと，また除却に対しても促進

Hosei University Repository

的に作用することがわかった。さらに，最適ストックおよび現実のストックが粗投資に及ぼす効果が，技術と共に逓減すること，技術が粗投資に対して及ぼす効果も逓減的であること，が導き出されたことは興味深い。

実証用の投資関数としては非常に単純な形で整理されたが，技術の影響が各変数のパラメーターの中に入らざるを得ない点が新しい点である。

最後に，本稿のモデルの改良点について触れておこう。

まず，モデルの定式化に関して，調整費用関数を費用として直接織り込んで利潤最大化をする方が望ましい，ということがいえる。設備投資の決定部分がアドホックになっている，というJorgensonモデルへの批判が本稿の場合にもあてはまる。

次に除却決定メカニズムとして本稿におけるような最適除却の決定と調整費用関数の組み合わせによる「2段階調整」メカニズムが適切かどうか，ということである。最適除却を実際の投資が与えられた後，最適ストックへの調整項目として処理しているが，これも最適化行動から導き出す方が理論的にも望ましい。先にあげた朱保華（1995）における試みでは新規投資との関係が考慮されておらず，今後の展開が望まれる。

以　上

〈注〉

注1．最近の実証分析に関する包括的な研究としては，例えばJ. R. Norsworthy & S. L. Jang（1992）が，また理論的サーベイと自らの実証を含めた研究としては朱保華（1995）がある。

注2．こうした表現の形は，若杉隆平（1986）によればNelson（1964）にみられる。

注3．逆に，除却を決めた後最適粗投資を決める，という考え方もあるが，その場合には，純投資の調整関数と粗投資の調整関数が必要となり，モデルとしては不自然になりすぎる。従ってここでは，純投資の調整費用関数と，除却の調整費用関数とを用いていることになる。

注4．朱保華（1995）は，更新投資に関するモデルの中で，本稿におけると同様の資本に体化されたヒックス中立的技術進歩率の上昇が更新期間を短縮することを明らかにしている。なお，興味深い点として，ヒックス中立的技術進歩率が生産物価格低下率と一致すること，賃金および資本の維持費用の上昇が更新期間の短縮をもたらすことも指摘している。資本の維持費用の効果については，本稿のモデルでも c(t) の上昇が J^* を引き下げるルートを通じて除却に影響することはいえるが，その符号は確定的ではない。

注5．例えば，柳沼他（1982）における研究開発プロジェクトの完了までの期間別分布では，全体的に単峰型の分布をしていることがわかっている。

参考文献

1．L. Johansen (1959), "Substitution versus Fixed Productin Coefficients in the Theory of Economic Growth : A Synthesis" Econometrica Vol.27

2．D. W. Jorgenson (1963), "Capital Theory and Investment Behavior" American Economic Review Vol.53

3．R. R. Nelson (1964), "Aggregate Production Functions and Medium-Range Growth Projections" American Economic Review Vol.54

4．J. R. Norsworthy & S. L. Jang (1992) Empirical Measurement and Analysis of Productivity and Technological Change North-Holland

5．R. Solow (1960), "Investment and Technical Progress" in K. Arrow, S. Karlin and P. Suppes (ed.) Mathematical Methods in the Social Sciences Stanford Press

6．若杉隆平「技術革新と研究開発の経済分析」東洋経済新報社　1986

7．柳沼他「研究開発投資の経済的効果」日本開発銀行設備投資研究所「経済経営研究」昭和57年7月

8．朱保華「投資関数の理論」九州大学出版会　1995