

都市人口と順位との関係

鈴木, 武

(出版者 / Publisher)

法政大学経営学会

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

経営志林 / The Hosei journal of business

(巻 / Volume)

34

(号 / Number)

4

(開始ページ / Start Page)

105

(終了ページ / End Page)

118

(発行年 / Year)

1998-01-30

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00003442>

都市人口と順位との関係

鈴木 武

都市人口の大きさとその順位の関係について、その積が一定値になるという、ジップの法則が成り立つのではないかと考えられている。〔Ⅰ〕では、P. クルグマンのモデルを用いて、それを日本の都市データで検証した。その結果、ジップの法則が成り立つ範囲と、成り立たない範囲があることが判った。クルグマンのモデルを再解釈することによって、計測結果を統合的に理解しようとしている。

〔Ⅱ〕では、都市人口と順位の間になぜベキ乗則の関係があるのかを、中心地理論を用いて導こうとしている。その結果、直線上で中心地理論を組み立てる場合と、平面上で組み立てる場合とでは、結論が違ふことが判った。

〔Ⅲ〕では、日本の都市データを用いて、〔Ⅱ〕で得られた関係を検証している。そこから、都市順位の中の範囲で直線上の中心地理論が成り立ち、どの範囲で平面上の中心地理論が成り立つかを検討している。

〔Ⅰ〕都市に関するジップの法則

1. クルグマンの考え方

都市人口とその順位との間には対数線形に近い関係があると考えられている。すなわち、ある地域における都市を人口の大きさ順に並べる。都市人口の順位を N 、その人口を S とする。そのさい

$$\log(N) = a - b \log(S) \quad (1)$$

が成り立つ。さらに驚くことに、 $b = 1$ に非常に近い。これはジップの法則 (Zipf's law) と呼ばれている。⁽¹⁾ その法則の都市における適用であり、

各国の都市データについてジップの法則に近い関係が計測されている。⁽²⁾

Krugman [1996a] および Krugman [1996b] では、ハーバート・サイモンの所説を用いて $b = 1$ という現象を説明している。⁽³⁾

あるひとまとまりの人口群が都市に加わるとしよう。そのさい、その人口群が新しい都市を形成する確率を π 、既存の都市に加わる確率を $1 - \pi$ であるとする。さらに、既存のどの都市に追加されるかは、それぞれの都市人口の大きさに比例した確率で生起するものと仮定する。

人口群を単位として計測した人口を S とする。また、人口が S 以上である都市の数を N とする。もし都市人口がベキ乗則に従っていれば

$$N = kS^{-b}$$

である。この式を S で微分する。 S における N の密度、すなわち人口が S である都市数を n とすると

$$n = \frac{dN}{dS} = -b k S^{-b-1}$$

になる。 n の S に関する弾力性は

$$\frac{dn}{dS} \frac{S}{n} = -b - 1$$

である。

すべての都市をあわせた地域全体の人口を P とする。また、人口が S の都市数を n_S とする。新たに人口群がひとつ加わるとする。もし人口が $(S-1)$ である都市に加われば、 n_S は 1 多くなる。また、人口が S である都市に加われば、 n_S は 1 少なくなる。従って、新たな人口群がひとつ加わって全人口 P が変化するとき、都市数 n_S の変化は、期待値では

$$\frac{dn_s}{dP} = (1-\pi) \left(n_{s-1} \frac{S-1}{P} - n_s \frac{S}{P} \right)$$

になる。

横軸を人口、縦軸を都市数とする分布を考える。この分布が時間経過とともに定常状態へ近づいていくと仮定する。人口が S である都市数の密度は

$$\frac{n_s}{P}$$

である。新たに人口群が加わって全人口 P が変化するとき、人口 S の都市数密度の変化は、期待値では

$$\begin{aligned} \frac{d(n_s/P)}{dP} &= \frac{dn_s}{dP} \frac{1}{P} - n_s \frac{1}{P^2} \\ &= \frac{1}{P^2} [(1-\pi)n_{s-1}(S-1) \\ &\quad - (1-\pi)n_s S - n_s] \end{aligned}$$

である。

もし都市数分布が時間経過とともに定常状態に近づくならば、長期には都市数密度の変化の期待値はゼロになる。従って

$$\frac{n_s}{n_{s-1}} = \frac{(1-\pi)(S-1)}{(1-\pi)S+1} \quad (2)$$

が成り立つ。変形すると

$$\frac{n_s - n_{s-1}}{n_{s-1}} = \frac{\pi - 2}{(1-\pi)S + 1}$$

左辺は近似的に

$$\frac{n_s - n_{s-1}}{n_{s-1}} = \frac{dn/dS}{n}$$

としてよいであろう。従って、人口 S における都市数 n の弾力性は

$$\frac{dn}{dS} \frac{S}{n} = \frac{\pi - 2}{1 - \pi}$$

と近似される。

ベキ乗則の仮定から導き出された弾力性とあわせると

$$b = \frac{1}{1-\pi} \quad (3)$$

となる。新たな人口群が新しい都市を形成する確率 π はほとんどゼロに近いので

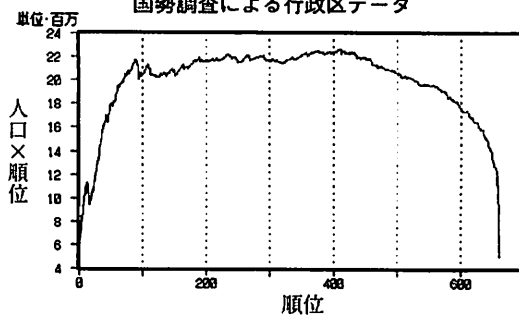
$$b = 1$$

が近似的に成り立つ。

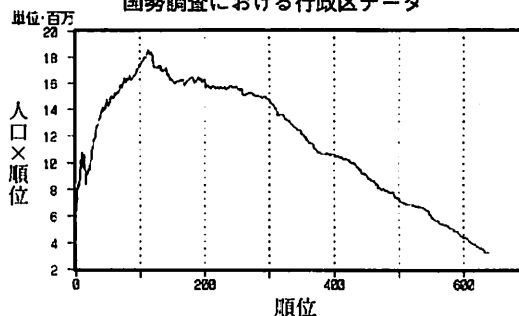
2. 日本の都市におけるジップの法則の検証

図1は、1995年10月1日の国勢調査をもとに、人口×順位の値をグラフにしたものである。そのうち、(a)は市部のデータであり、全国で市は661あった。(b)は市部のうち人口集中地区を対象としたデータであり、639あった。(c)は建設省都市局監修による『都市計画年報(平成6年)』から、都市計画区域のうち人口集中地区を対象としたデータで、701あった。(a)および(b)は行政区を対象にしており、(c)は行政区をまたがって、ひとつの圏域を作っているものを対象にしている。

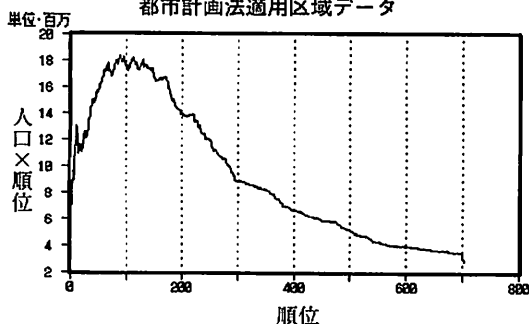
図1
(a) 1995年 市部
国勢調査による行政区データ



(b) 1995年 人口集中地区
国勢調査における行政区データ



(c) 1995年 都市圏における人口集中地区
都市計画法適用区域データ



グラフから言えることは、人口×順位の値が一定であるのは、(a)では順位 90~400、(b)では減少傾向があるが、しいて言えば順位 150~300、(c)では順位 70~150である。

3種類のグラフに共通して言えることは、人口×順位の値のグラフが4区分されることである。(1) 順位1~13前後までの値が上昇している部分、(2) いったん値が低下して、順位15あたりから順位90前後までの値が上昇している部分、(3) データによって順位が異なるが、ほぼ一定の値をとる部分、(4) 値が減少している部分、である。

表1に、(1)式における係数bについて、1995年の3種類のデータで4区分にして推定した結果を記載した。区分(3)では人口×順位の値が一定に近いので、係数bの推定値は1に近い。しかし、人口の大きい区分(1)および(2)に該当する市部のデータでは、係数bは1より大きく、とくに区分(2)ではかなり大きい。また、人口

(表1) $\log(N) = a - b \log(S)$ の推定値
1995年における3つのデータによる比較

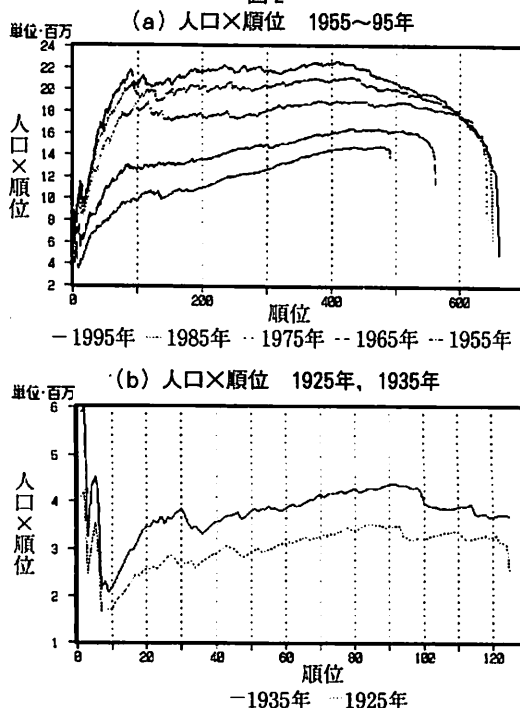
区分	(a) 市 部		(b) 人口集中地区		(c) 都 市 圏	
	人口の順位	係数bの推定値	人口の順位	係数bの推定値	人口の順位	係数bの推定値
(1)	1~13	1.23	1~14	1.17	1~13	1.28
(2)	14~89	1.87	15~113	1.53	14~69	1.49
(3)	90~400	1.06	150~300	0.88	70~150	0.98
(4)	400~600	0.64	300~500	0.44	150~600	0.47

の小さい(4)に該当する市部のデータでは、係数bは1より小さい。

係数bの推定に3種類のデータを用いたが、それぞれの各区分がカバーする順位は少しずつ異なっている。しかし、それを除けば推定値は同じような傾向をとると言ってよい。過去の調査では人口集中地区という概念がないのもあるので、種類(a)の市部データのみで比較することにしよう。

図2は、1925年から1995年までの10年間隔の市部データを用い、人口×順位の値についてグラフを描いたものである。似たような傾向のグラフは、1925年と1935年、1955年と1965年、1975年~1995年である。時期で言えば、戦前期、戦後から高度成長期まで、高度成長期後から現在まで、である。表2は、人口×順位の値に応じて各年のデータを4区分して係数bを求めたものである。

図2



(表2) $\log(N) = a - b \log(S)$ の推定値
1925年～1995年市部データによる比較

区分	人口の 順位	係数 b の推定値		人口の 順位	係数 b の推定値							
		1925年	1935年		1955年	1965年	1970年	1975年	1980年	1985年	1990年	1995年
(1)	1～9	0.67	0.65	1～13	0.82	0.92	1.02	1.08	1.14	1.16	1.21	1.23
(2)	10～30	1.62	1.87	15～90	1.65	1.70	1.76	1.81	1.86	1.91	1.88	1.91
(3)	35～90	1.34	1.34	100～400	1.38	1.21	1.04	1.04	1.05	1.06	1.04	1.07
(4)	90～120	0.84	0.59	400～600	—	—	—	0.88	0.79	0.72	0.67	0.64

推定結果から言えることは、区分(1)の大規模都市では、係数bの推定値が1より小さい値から、時間経過とともに1より大きくなってきたことである。これは、以前は東京・大阪という二極が中心で、他の都市は東京・大阪の人口とかなりの差があった。ところが、近年になると東京のみの一極になった。また、大阪を除けば他の都市もそれなりの大都市になり、人口倍率でみると東京との差が縮まってきたからである。区分(2)の中規模都市では、時間経過とともに係数bが大きくなってきている。区分(3)の小規模都市では、係数bが1より大きかったのが、1に近づいてきている。そのような意味で、区分(3)ではジップの法則が成り立ってきている。区分(4)の零細都市では、係数bは1より小さかったが、

近年さらに小さくなってきている。

3. クルグマン仮説による解釈

日本のデータでは、なぜ小規模都市でしかジップの法則が成り立たないのだろうか。それを考えるために、市と人口の推移をみよう。表3は、係数bの推定に用いた区分に対応する人口数であり、各区分のうち最大および最小の人口をもつ市の規模を表している。これに基づいて、人口規模を3万人～5万人、5～10、10～20、20～30、30～50、50～80、80万人以上と区切って、表4を作成した。表4のうち、1955年、1975年、1995年を図3のグラフに表した。

(表3) 4区分に該当する市部の人口

区分	人口の 順位	人 口 (万人)									
		1975年		1980年		1985年		1990年		1995年	
		最小	最大	最小	最大	最小	最大	最小	最大	最小	最大
(1)	1～13	66	865	75	835	79	835	83	816	84	788
(2)	15～90	20	55	22	55	23	57	24	59	24	63
(3)	100～400	5	18	5	19	5	19	5	20	6	21
(4)	400～600	3	5	3	5	3	5	3	5	3	6

(表4) 人口規模別の市および人口数

市の数

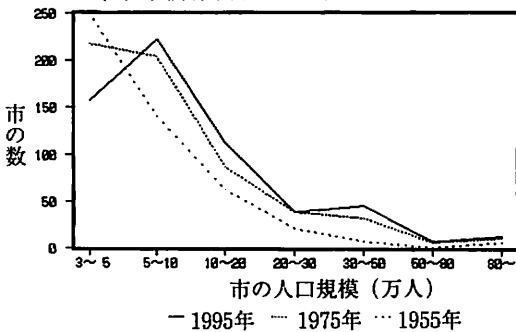
人口規模 (万人)	1955年	1965年	1970年	1975年	1980年	1985年	1990年	1995年
3～5	250	236	216	218	198	179	165	157
5～10	140	167	176	204	206	217	219	222
10～20	63	77	72	87	96	105	106	113
20～30	21	27	42	39	42	39	38	39
30～50	7	15	21	32	36	39	44	45
50～80	1	4	5	6	7	8	7	7
80～	6	8	11	11	12	12	14	13
計	488	534	543	597	597	599	593	596

人口数

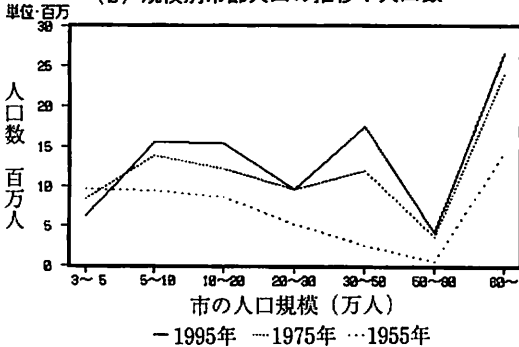
人口規模 (万人)	1955年	1965年	1970年	1975年	1980年	1985年	1990年	1995年
3~5	9,653,541	9,192,310	8,416,321	8,453,958	7,764,244	7,018,877	6,487,020	6,200,667
5~10	9,402,579	11,254,777	12,012,359	13,797,490	14,062,426	14,831,155	15,244,334	15,483,192
10~20	8,652,265	10,922,451	10,262,439	12,208,522	12,965,353	14,299,613	14,564,514	15,395,323
20~30	5,190,705	6,416,497	10,078,277	9,578,700	10,345,162	9,697,330	9,259,619	9,647,979
30~50	2,577,001	5,581,907	7,890,482	11,994,660	13,708,907	14,852,068	16,848,590	17,520,869
50~80	544,312	2,549,951	2,735,299	3,609,521	4,033,293	4,670,386	3,827,539	4,216,735
80~	14,180,276	20,252,588	24,220,741	24,117,116	25,007,834	25,701,057	27,851,196	26,657,712
計	50,200,679	66,170,481	75,615,918	83,759,967	87,887,219	91,070,486	94,082,812	95,122,477

図3

(a) 規模別市部人口の推移：市の数



(b) 規模別市部人口の推移：人口数



表とグラフから読みとれることは、時間経過とともに人口が中規模および大規模都市へ移動し、零細都市の数やその人口数が減少していることである。

この事実とクルグマンの仮説とを照合すると、問題点は(2)式にある。(2)式では、都市数分布が時間経過とともに定常状態に近づくと考え、長期には都市数密度の変化の期待値がゼロになると仮定している。この仮定が事実とは一致しない。そこで、時間経過とともに規模の大きい都市の数

および人口数が増加し、規模の小さい都市の数や人口数が減少すると想定し、(2)式を書き直そう。

人口 S が大きい都市の数 n_s は、全人口 P が増加すると多くなると想定しているので

$$\frac{d(n_s/P)}{dP} > 0$$

になる。従って

$$\frac{n_s}{n_{s-1}} < \frac{(1-\pi)(S-1)}{(1-\pi)S+1}$$

が成り立つ。変形すると(3)式に対応するところは

$$b > \frac{1}{1-\pi}$$

になる。

よって、人口が大きい都市では係数 b の値は1より大きくなる。また、都市数そのものも多くなると想定しているため、新たに追加される人口群が既存都市以外の新しい都市を形成する確率 π も大きくなる。それゆえ、 S が大きくなると b は増加し、また、 π の増加にともない b は増加する。

逆に、人口が小さい都市の数は減少すると想定しているため、不等号が反対になり、

$$b < \frac{1}{1-\pi}$$

になる。従って、 S が小さくなると b は減少し、また、 π の減少にともない b は減少する。極端なケースでは、 π がマイナスになることも考えられる。すなわち、既存の都市が消滅してしまうケースであるが、そのような場合には係数 b は1よりも小さくなると考えられる。

表2の結果を以上述べた推論で解釈しよう。区

分(1)の大規模都市および区分(2)の中規模都市では市や人口数が増加しているの、係数 b は1より大きい。とくに人口30~50万人の中規模都市ではその増加が大きいので、係数 b の値もかなり大きな値になっている。区分(4)の零細都市では逆に市や人口数が減少しているの、係数 b は1より小さくなっている。区分(3)の小規模都市では市や人口数が少し増加しているが、比較的一定に近く、係数 b も1に近い。この区分でジップの法則が成り立っている。

4. クルグマン仮説解釈の検証

クルグマン仮説の解釈を検証するために、表2における係数 b の推定値に対応するデータを作成しよう。そこで、区分(1)~(4)で用いている順位が同じである1975年から1995年を対象にして、人口規模別の市および人口数の変化割合を表4に基づいて計算した。それが表5である。変化割合は%表示であり、各年の数値は10年前の数値との差を当該年の合計数値で割って求めた。

(表5) 人口規模別の市および人口数の変化割合

市の数		(単位: %)				
人口規模区分	人口規模(万人)	1975年	1980年	1985年	1990年	1995年
(1)	80~	0.5	0.2	0.2	0.3	0.2
(2)	20~80	5.2	2.8	1.5	0.7	0.8
(3)	5~20	7.9	9.8	5.2	3.9	2.2
(4)	3~5	-3.0	-3.0	-6.5	-5.6	-3.7

人口数						
人口規模区分	人口規模(万人)	1975年	1980年	1985年	1990年	1995年
(1)	80~	4.6	0.9	1.7	3.0	1.0
(2)	20~80	12.7	8.4	4.4	2.0	2.3
(3)	5~20	4.6	5.4	3.4	3.0	1.8
(4)	3~5	-0.9	-0.7	-1.6	-1.4	-0.9

各年の数値は、10年前の数値との差を、当該年の合計数値で割って求めた。

表5における市の数の変化割合が π に相当する。これを \dot{N} と書こう。また、人口数の変化割合が $\frac{d(n_s/P)}{dP}$ に相当する。これを \dot{S} と書く。

1975年から1995年までの20組のデータに基づいて回帰計算を行った。その結果は

$$b = 0.973 - 0.017\dot{N} + 0.093\dot{S}$$

(9.2) (-0.6) (2.8)
 $R^2 = 0.422$, 自由度修正 $R^2 = 0.354$,
 F 値 = 6.20
 カッコ内は t 値

である。

説明変数 \dot{S} については符号がプラスで理論どおりであり、 t 値も2.8と有意であり、説明変数として効いている。しかし、説明変数 \dot{N} については符号がマイナスで理論どおりでもないし、 t 値も小さい。決定係数0.422が全体の説明として有

効かどうかは、 F 検定をすればわかる。

\dot{N} および \dot{S} の係数が0であると仮定したときの仮説検定は、検定量が自由度(17, 2)の F 分布に従う。上側5%点は3.59であり、上側1%点は6.11である。従って、係数が0であるという仮説を棄却できる。

ここで説明変数として効いていない \dot{N} を除外して \dot{S} だけで説明してみよう。

$$b = 0.996 + 0.074\dot{S}$$

(10.3) (3.5)
 $R^2 = 0.410$, 自由度修正 $R^2 = 0.377$,
 F 値 = 12.49

である。

自由度(18, 1)の F 分布の上側5%点は4.41、上側1%点は8.29である。説明変数が \dot{S} だけの場合には、符号も理論どおりであり、よく説明され

ていると言える。

定数項の推定値は0.996であり、1に非常に近い。定数項が1であると仮定したときに得られる t 値は-0.038であり、定数項が1であることを棄却できない。従って、都市数分布が定常状態になれば、係数 b は1になることが言える。

以上のことをまとめると、ベキ乗則の係数 b が1に近いのか、1から上下するかは都市数分布が定常状態に近いのか、定常状態から離れているかに依存する、と言えるであろう。その意味で、都市数分布の密度の変化を表す変数は、係数 b の説明に有意である。また、新たな都市が形成される確率 π は0に近いと想定しているの、説明変数としては有意にはならない。

これらのことから、大筋としてクルグマン仮説の妥当性が言えるであろう。

〔Ⅱ〕中心地理論

最近、都市生成の理論がクルグマンや藤田昌久らによって、盛んに研究されている。例えば、Fujita [1989], Krugman [1993], Fujita and Krugman [1995] が挙げられる。これらで展開されているモデルの特徴は、規模の経済と輸送費用との相互作用により内生的に生じる空間集積を論じる点にある。本稿では、このモデルについては論じない。

1. 中心地理論とは⁽⁴⁾

従来からある都市モデルとしては、「中心地理論」がある。これは Christaller [1933] によって提起され、Lösch [1940] によって体系化された。

このモデルの特徴は、すべての都市に平等に同程度の都市機能があるのではなく、都市機能が階層構造をなしていると想定することである。その要因として、土地面積や利用可能な水資源という自然的・地理的条件が作用していることに加え、社会的・経済的条件が挙げられている。すなわち、すべての都市が平等に同程度の都市機能を有することは経済的ではないし、また、人びとが都市に

求めるものはきわめて多様であり、すべての都市がそれらの要求をすべて満たすように機能を備えることは不可能だからである。

人間の生活には、日・週・月・年という時間単位を周期とするリズムがあり、それによって、地理的移動も異なってくる。このような人びとの欲望の多様性により、また、交通の発達程度に応じて都市機能の集中・分散が生じ、大・中・小の都市が生じる。このような都市機能の分布や都市の階層的構造を分析する理論として中心地理論が提起された。

中心地理論では、ほとんどの商品が何らかの市場センターで販売され、各市場センターはその商品の性質に応じて異なる大きさの市場圏をもつ、と想定している。市場圏が商品によってその大きさが異なるのは、消費者が最小費用で商品を購入しようとするからである。購入頻度の高い商品は近所で買い物し、頻度の少ない商品は遠距離でもかまわないであろう。しかし、遠出をする場合には買い物だけではなく、映画を見るときか、いくつかの用事を同時に行おうとするかもしれない。このようにして、ある市場ではもっぱら近距離にいる消費者を吸収するが、他の市場センターではより広い地域の消費者を対象とし、多様な商品を供給するようになる。さまざま異なる市場が存在すると想定されるが、それぞれの市場圏のセンターとして機能する性質を中心性と呼び、その立地点を中心地と呼ぶ。

中心地の階層を考えると、もっとも狭い市場圏は、食料品や雑貨などの日用品を買い物する程度の範囲であろう。ついで、衣料品や家具などの少し購買頻度が落ちる商品を買物する市場圏になるだろう。さらに、専門品を買物する範囲、あるいは、卸売りセンターとして機能するような市場圏というように、次第に広い範囲になってくると考えられる。

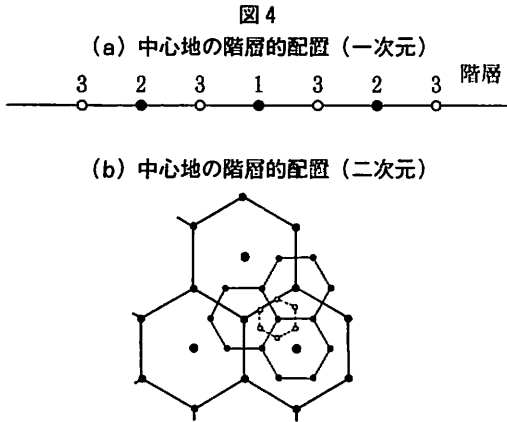
このような階層性は商品の売買だけではなく、管理機能についてもみられる。東京のような大都会は、全国的な管理を行う中枢管理機能が集積し、政令指定都市といわれるような各地域の大都市には、その地域を管理する機能が存在する。一般に、各階層の中心地は、その周辺のひとつ下のレベルの中心地を支配下におくという形態をとっている

と想定される。市場圏と同様に、各中心地ごとに管理支配権が形成されていると考えられる。

このような市場圏や管理の勢力圏がさまざまに重複し分布する結果、各中心地はそれらの機能の集積に応じた人口規模になるはずである。

以上をまとめると、(1) 各中心地の人口はその市場圏の人口に比例する、(2) 各階層の中心地はそれぞれひとつ下のレベルに属する階層の中心地を一定数だけ従える、といえる。

現実にはあり得ないが、理論的には、直線上に配置される中心地が考えられるので、それを図4(a)に示す。また、平面上に配置される中心地を図4(b)で示そう。



2. 中心地理論に対するクルグマンの批判とモデル構築⁽⁵⁾

Krugman [1996a] は、中心地理論について次のように述べている。中心地理論は、農村部に商品を供給するモデルとして使われ始めたが、それが都市部のビジネス中心街に対しても適用されてきた。クリスタラーは、そのような中心地が階層を形成すると主張し、その証拠を提示した。レッシュは、輸送費用が最小化されるならば、中心地の配置は六角形の入れ子構造になるはずであると指摘した。

しかし、中心地理論は経済学者の道具としては使われてこなかった。その理由は、この理論が経済モデルになっていないからである。レッシュは六角形の格子が効率的であることを示したが、それが市場競争のプロセスから創発されることを示

さなかった。また、クリスタラーは階層構造が妥当であることを示唆したが、個人の行動がどのようにしてそのような階層を形成するのかについては説明しなかった。そのような意味で、経済学的な説明にはなっていなかったのである。

従って、中心地理論とは因果関係を持つモデルではない。それは、われわれの概念とデータを組織立てて整理する方法として考えるのが妥当であり、その意味で分類方法であると言ってよい。分類方法は、物理学や生物学においては洞察の基礎をなすものとして役立つてきた。そのようにみると、中心地理論は都市の分類方法として有益な試みである。しかし、分類方法は結論へ至るひとつの過程に過ぎないのであり、「何であるか」は説明できても、「なぜそうなるか」は説明できない。

Krugman [1996a] は、ミクロ経済学的な基礎からいかにして中心地理論が導出できるのかについて、モデルを示した。そのモデルについて本稿では論じないが、「中心地理論の本質は、限られた立地に生産が集中するインセンティブを生み出す規模の経済性と、顧客の近くで生産するために立地を分散させるインセンティブを生み出す輸送費用との間のトレードオフにある」と記述している。⁽⁶⁾ ただし、クルグマンのモデルは一次元上に配置された立地で組み立てられており、そのモデルをもとにシミュレーションした結果から結論を述べている。レッシュが述べた平面上における六角形の入れ子構造については、「優れた数学者なら、亀甲状の市場構造が二次元でも創発することを示せるはずであると確信している」と述べている。⁽⁶⁾

3. 中心地理論による都市人口の大きさとその順位の関係

中心地理論は都市の分類方法に過ぎないと言えるが、それをミクロ経済学的に基礎づけることも可能であるようにみえる。従って、この理論を用いて都市人口の大きさとその順位の間を論じてもよいであろう。

はじめに、直線上に都市が立地するケースについて考えよう。都市が階層構造になっていると想定するので、その階層を R とする。 $R = 1$ が一

番大きな中心地であり、 $R = 2$ が次のレベルに位置する中心地、 $R = 3, R = 4, \dots$ となるに従って、より低いレベルの中心地になるとする。

都市数は、 $R = 1$ では1つであり、 $R = 2$ では2つ、 $R = 3$ では4つである。 R のケースでは、都市数は 2^{R-1} になる。従って、都市人口の大きさの順位 N は、各階層のうち一番人口の小さい都市の順位で言えば、 $R = 1$ では $N = 1$ 、 $R = 2$ では $N = 3$ 、 $R = 3$ では $N = 7$ となり、 R では $N = 2^R - 1$ になる。

ここで、階層 R に属する都市の人口を S とし、その間にベキ乗則

$$S = cR^{-\beta}$$

が成り立つとする。さらに、

$$N = 2^R - 1$$

である。これから S と N の関係を求めると

$$\log(S) = \alpha - \beta \log(\log(N+1)) \quad (4)$$

になる。ここで、 $\alpha = \log c + \beta \log(\log 2)$ である。

次に、平面上に都市が立地するケースをみよう。都市人口の大きさの順位は、 $R = 1$ では $N = 1$ 、 $R = 2$ では $N = 1 \times 6 + 1$ 、 $R = 3$ では $N = (1+2+3) \times 6 + 1$ となり、 R では $N = 6(R-1)(2R-3) + 1$ となる。従って

$$R = 1.25 + \sqrt{\frac{N-0.25}{12}}$$

である。この式は近似的に

$$R - 1.25 = \sqrt{\frac{N}{12}}$$

と表現できる。さらに、都市階層と人口との間に次式のようなベキ乗則を仮定する。

$$S = c(R - 1.25)^{-2\beta}$$

ただし、 $R > 1.25$ とする。

このベキ乗則はかなり恣意的に見えるかもしれない。しかし、これは単にベキ乗則が都市階層の少し低いレベルから当てはまるのであって、一番大きい都市階層には当てはまらないことを述べているに過ぎない。

階層と順位の関係、および階層と人口とのベキ

乗則を用いると、

$$\log(S) = \alpha - \beta \log(N) \quad (5)$$

になる。ここで、 $\alpha = \log c + \beta \log 2$ である。

この関係式は、(1)式で述べた人口と順位に関するベキ乗則と同じである。ただし、ここでは通常表現のように順位の対数を左辺にするのではなく、人口の対数を左辺にして表現した。

すなわち、都市階層とその人口との間にベキ乗則を仮定するとき、平面上に立地する中心地理論からは、人口とその順位に関してベキ乗則が得られる。しかし、直線上に立地する中心地理論からは、そのような関係は得られない。

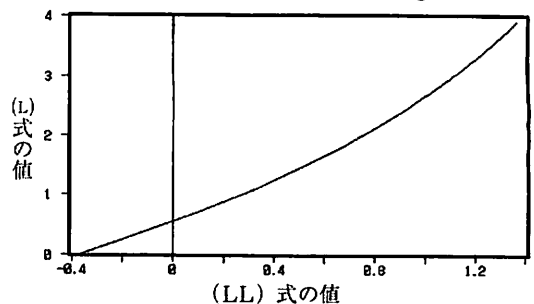
[III] 日本の都市における中心地理論の検証

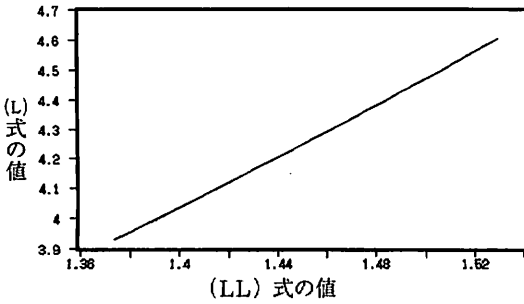
1. 大規模都市

日本の都市データに対して、(4)式および(5)式を当てはめてみよう。(1)式とは逆に $\log(S)$ を左辺にしているのは、 $\log(S)$ が $\log(N)$ と $\log(\log(N+1))$ のどちらでより多く説明されるかをみるためである。ここで、(4)式を(LL)式と呼び、(5)式を(L)式と呼ぼう。

(LL)式と(L)式のどちらのモデルを採用するかを検討するさい、順位 N の範囲によっては、両式はほとんど変わらないものであることに気をつけなければならない。図5では、 N が1~50の範囲と、51~100の範囲について、(LL)式および(L)式の値をプロットしてみた。

図5
(a) (LL)式と(L)式の値の関係
順位 N が1~50のとき



(b) (LL) 式と (L) 式の値の関係
順位 N が50~100のとき

両式の値の決定係数 R^2 は、 $N = 1 \sim 50$ のときには0.9714であり、 $N = 50 \sim 100$ のときには0.9996である。 N が大きな値から始まるときには、両式の値はほとんど直線関係になっている。従って、 N の起点を1にして両式を比較する必要がある。

図6(a)は1995年の市部データを用いて回帰したときに得られたシュバルツのベイズ情報量基準 (BIC: Schwarz Bayes Information Criterion) をグラフにしたものである。BICはモデルの適合度を表す統計量であり、

$$BIC = T \log \hat{\sigma}_k^2 + K \log T$$

と表される。ここで、 T はサンプル数、 K は説明変数の数、 $\hat{\sigma}_k^2$ は説明変数が K 個である場合の誤差項の分散推定値である。BICが小さいほど適合度がよい。

図6
(a) (LL) 式, (L) 式で求めた BIC
1995年市部データ

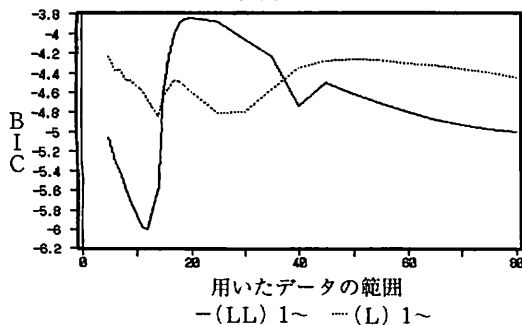
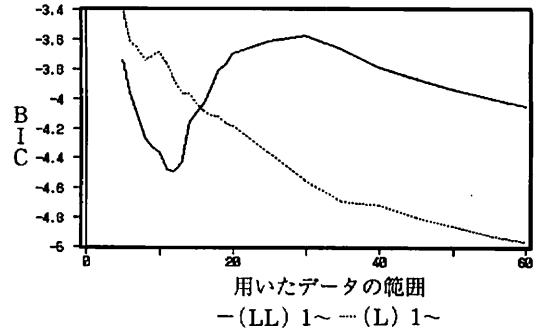
(b) (LL) 式, (L) 式で求めた BIC
1995年都市計画データ

図6(a)で“(LL) 1 ~”と記号を付せられた実線は、順位1から横軸で表されている順位までのデータを用いて、(LL) 式を計算したときの BIC の大きさを表している。この実線は横軸12のところでは-6と一番低い値をとっている。ということは、順位1の東京23区から順位12の仙台までの12個のデータを用いて回帰したときに、BICが一番小さくなることを表している。ちなみに順位1から順位12までの都市と人口を列挙しておこう。東京23区 (788万人)、横浜 (328)、大阪 (248)、名古屋 (173)、神戸 (149)、京都 (140)、福岡 (123)、川崎 (118)、広島 (108)、北九州 (102)、仙台 (94) である。

“(L) 1 ~”と記号を付せられた破線は、順位1から横軸で表されている順位までのデータを用いて (L) 式を計算したときの BIC の大きさを表している。

(LL) 式と (L) 式の BIC を比較すると、順位が14位までは (LL) 式の方が小さく適合度がよい。ただし、(LL) 式においては、順位13から順位20にかけて極端に適合度が悪化している。順位20以下では再び (LL) 式の BIC は小さくなる。

以上の結果から想定されることは、人口100万人以上の政令指定都市と言われる大規模都市は、(LL) 式の方が (L) 式よりも適合度がよく、日本列島を一次元の線に見立てて配列されている、ということである。

行政区のデータではなく、都市圏のデータでも検証してみよう。図6(b)は1995年の都市計画区域のうち人口集中地区データを用いて回帰したときに得られた BIC をグラフにしたものである。(LL) 式では順位12までのデータを用いたときが

BICが一番低く適合度が高い。また、(L)式は対象にする順位を広げるとBICがより小さくなり適合度を増す。順位16のところではBICは(L)式の方が(LL)式よりも小さくなる。ちなみに順位12までの都市圏を列挙すると、東京(816万人)、横浜(308)、大阪(262)、名古屋(239)、札幌圏(173)、阪神間(153)、京都(150)、福岡(136)、神戸(136)、広島圏(131)、川崎(116)、仙塩広域(99)である。

よって、都市圏の集中地区データを用いても、大規模な都市圏は日本列島を線に見立てて配列されている、といえる。

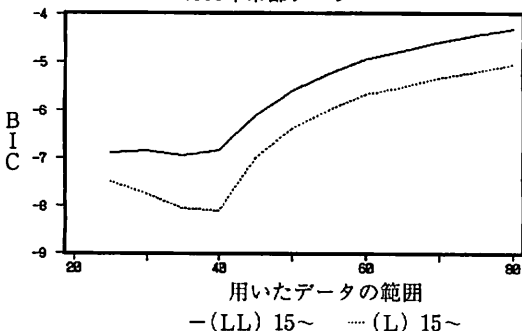
2. 中小規模都市

順位15以下の中規模都市についてみよう。図7(a)で“(LL) 15~”という記号は、順位15から横軸で表されている順位までのデータを用いて(LL)式のBICを計算しグラフに表したものである。また、“(L) 15~”は(L)式のBICを表している。ただし、 N の値は順位15を1、順位16を2、順位17を3、……としている。

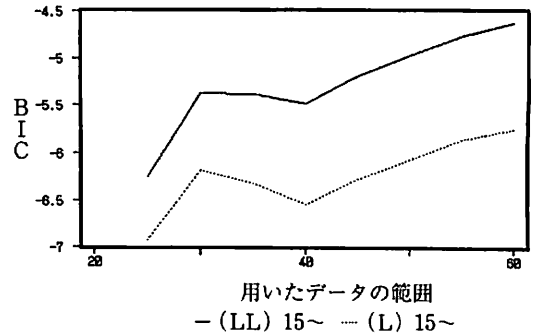
このグラフから言えることは、順位15から並べた中規模都市では、(L)式の方が(LL)式よりもBICが小さく適合度が高い。

同様に、都市計画区域の人口集中地区データを用いてBICのグラフを描いたのが、図7(b)である。ここでも(L)式の方が(LL)式よりもBICが小さく適合度のよいことが言える。従って、中規模都市では日本列島を2次元の面に見立てて都市が配置されている、といえよう。

図7
(a) (LL)式, (L)式で求めたBIC
1995年市部データ



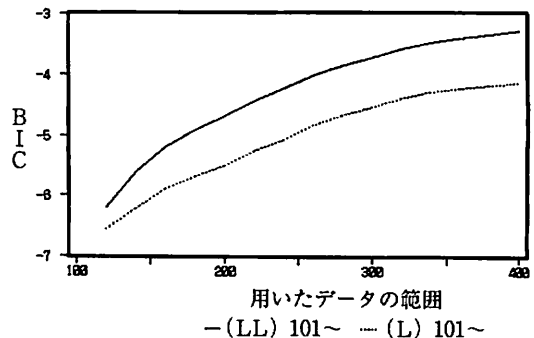
(b) (LL)式, (L)式で求めたBIC
1995年都市計画データ



小規模都市については図8で、零細都市については図9でBICを描いている。それぞれ(a)が市部データ、(b)が都市計画区域の人口集中市区データである。これらのグラフから言えることは、小規模都市および零細都市でも、(L)式の方が(LL)式よりも適合度が高い、ということである。

結論として、大規模都市は日本列島を線に見立てて配置されており、それ以下の小さな都市は面に見立てて配置されている、ということである。

図8
(a) (LL)式, (L)式で求めたBIC
1995年市部データ



(b) (LL)式, (L)式で求めたBIC
1995年都市計画データ

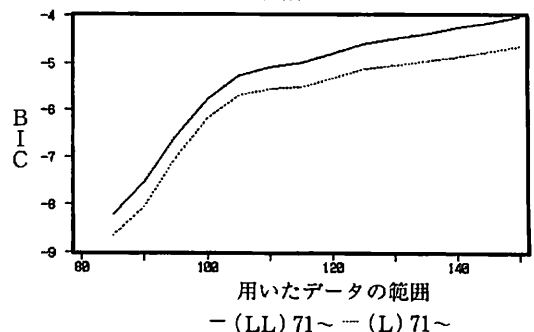
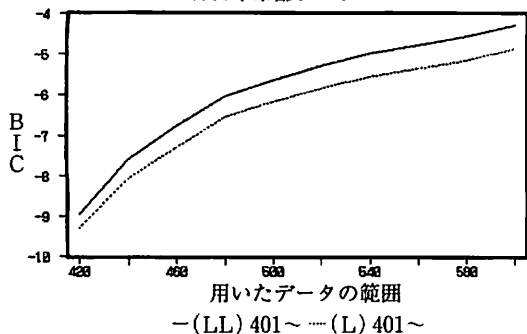
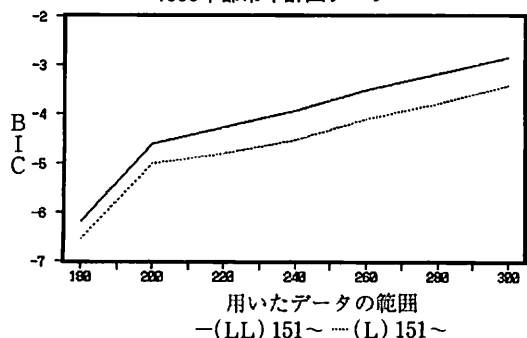


図9
(a) (LL) 式, (L) 式で求めた BIC
1995年市部データ



(b) (LL) 式, (L) 式で求めた BIC
1995年都市年計画データ



3. 大規模都市配置の経年変化

図10に、順位1から横軸で表されている順位までのデータを用いて計測したBICのグラフを、1925年から1995年まで10年間隔で示している。

大規模都市は日本列島を線に見立てて配置されており、それ以下の小さな都市は面に見立てて配置されていると考えられる。それゆえ、図6(a)の“(LL) 1~”のグラフでは、大規模都市から中規模都市へ変化する順位15~順位20にかけて、BICの値が急速に大きくなり、適合度が減少している。

経年変化をみよう。戦前の1925年、1935年では、順位1~6のデータを用いて計測したときに、BICが最小になる。従って、順位6までの都市が日本列島を線に見立てて配置されていた。これらの都市は1935年では、東京(589万人)、大阪(299)、名古屋(108)、京都(107)、神戸(90)、横浜(70)であった。順位7は広島(31)であり、これは中規模都市に分類される。

一次元上に配置される中心地理論では、都市階層のレベル R と、そのレベルの都市の順位 N との関係は $N = 2^R - 1$ である。従って、順位6ということは、都市階層レベル2.3までが線上に配置されていたことになる。

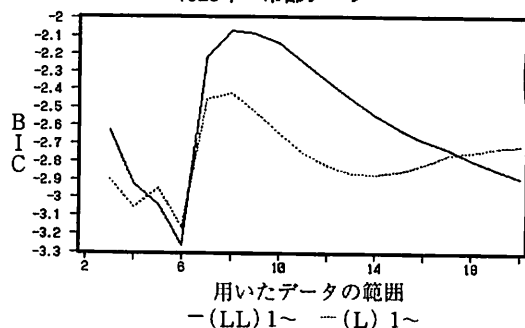
戦後1955年でも、順位6までが大規模都市として配置されていた。順位1は東京(697)であり、順位6は神戸(98)であった。順位7は中規模都市になる福岡(54)である。戦前と比較すると、各都市の人口が大きくなっていった。この傾向は1965年以降も続き、線上看見して配置される都市数も1965年には10に、1975年以降は12に拡大した。従って、階層レベルは1965年では3.2に、1975年以降は3.5に拡大した。

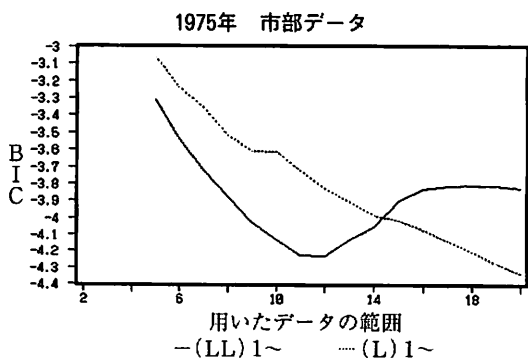
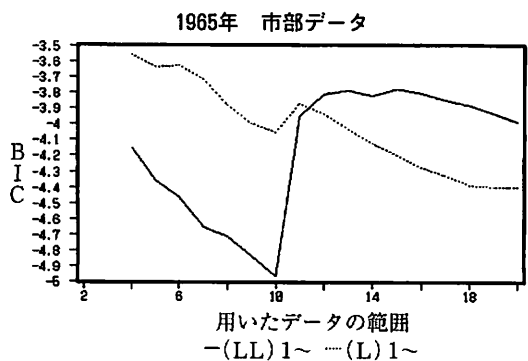
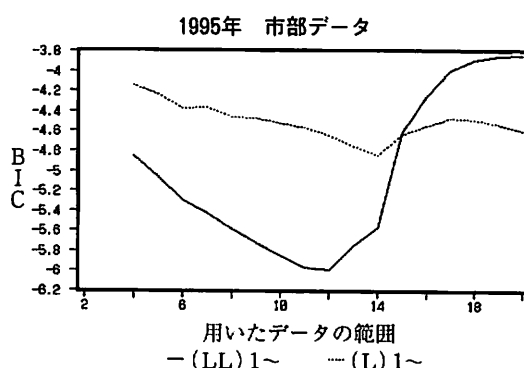
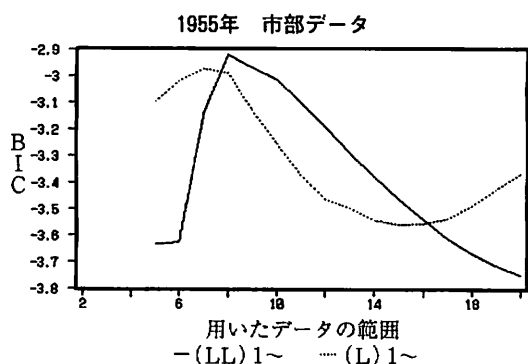
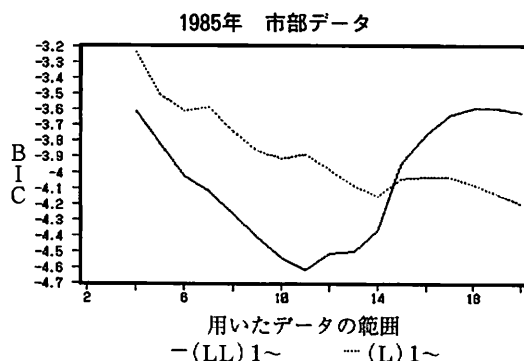
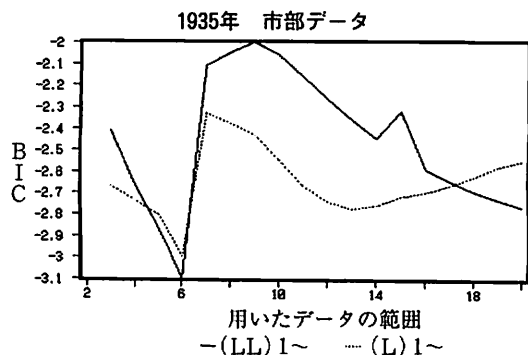
大規模都市と中規模都市の境界をみよう。1935年では人口70万人の横浜が大規模都市に、人口31万人の広島が中規模都市に分類される。1955年では98万人の神戸が大規模都市に、45万人の川崎が中規模都市になる。1965年は明確でないが、1975年以降は100万人までが線上看見される大規模都市であり、順位1から順位10~12までである。また、面上に配置される中規模都市は順位18~20以下であり、人口は50万人以下が基準になった。

50万人から100万人までの都市は、線上看見して配置されるのか、面上に見立てて配置されるのかの中間形態になる。従って、(LL)式の適合度を表すBICはこの間に急速に悪化している。

戦前は、大規模都市と中規模都市との境界は明確であった。1955年に境界にある中間形態の都市が1つ現れた。1965以降、中間形態の都市は増加し、1975年、1985年、1995年には数都市が中間形態になった。

図10
1925年 市部データ





〔Ⅳ〕結論と今後の課題

〔Ⅰ〕では、都市人口とその順位との間にはベキ乗則の関係があり、しかもベキ乗係数 b が1に近いのではないかとというジップの法則を検討した。その結果得られたことは、小規模都市においてはベキ乗係数が1に近いことが言えるが、大規模・中規模都市においては1よりも大きいこと、零細都市においては1よりも小さいことが計測された。その結果をクルグマン仮説を用いて理論的に裏付けてみた。そこで残した問題点は、都市人口と順位との間に、どうしてベキ乗則の関係が成り立つのかということであった。

〔Ⅱ〕では中心地理論を用いて、都市人口と順位の間にはベキ乗則の関係があることを導こうとした。そこで、中心地理論で用いられる都市階層のレベルとその人口の間にはベキ乗則の関係があると仮定した。その結果、平面上に配置される中心地理論からは、都市人口と順位の間にはベキ乗則の関係が導き出された。しかし、直線上に配置される中心地理論からは、その関係は導かれなかった。日本の都市データを用いて計測してみると、大規模都市は線上に配置された中心地理論に従い、中

規模都市以下では面上に配置された中心地理論に従っていることが判った。

残された問題点は、都市階層のレベルとその人口との間にベキ乗則の関係がある、ということの説明する理論である。

〔注〕

- (1) 語の頻度とその順位との関係について、その積がほぼ一定の値になることを、コンドンが1928年に『サイエンス』誌に掲載した論文「語彙の統計学」で明らかにした。その後、アメリカの心理学者であるジップがシェークスピア、ジョイス、エリオットの作品を用いて、語の頻度と順位との積がほぼ一定の値となることを確かめて、ジップの法則と呼ばれるようになった。V. Belevitch [1956] はエントロピーという情報量を用いて、文字の出現確率から計算したコストに対し、その単位当たり情報量を最大にするという条件で、語の頻度とその順位との積が一定になることを証明した。
- (2) 各国の都市データで $b = 1$ に近いことを計測した論文として、Rosen and Resnick [1980] が挙げられる。
- (3) Krugman [1996a] (訳書pp.142) では、「ハーバート・サイモンが、都市の規模分布はベキ乗則に従うという驚くべき事実を解説した成長理論をみることにしよう」と記述している。そのアイデアに基づいて、クルグマンが都市順位と人口のジップの法則を導いている。しかし、クルグマンがしていることは、ベキ乗則に従うときに $b = 1$ になることを導いたことであり、ベキ乗則そのものを導いてはいない。
- (4) この節の説明は、山田浩之 [1980] 「2.2 都市の階層構造」を参照した。
- (5) この節の説明は、Krugman [1996a] 訳書第1章のうち「中心地理論」および第8章のうち「中心地モデル」を参照した。
- (6) Krugman [1996a] 訳書pp.141に記載されている。

〔参考文献〕

- (1) Belevitch, V. [1956] "Langage des Mach-

ines et Langage Humain", Office de Publicité, Pruxelles (佐々木宗雄訳『機械の言葉と人間の言葉』みすず書房, 1968)

- (2) Christaller, W. [1933] "Central Places in Southern Germany", Jena: Frischer, English translation by C. W. Baskin, London, Prentice-Hall, 1966 (江沢譲爾訳『都市の立地と発展』大明堂, 1969)
- (3) Krugman, P. [1993] "First Nature, Second Nature and Metropolitan Location", *Journal of Regional Science*, Vol. 33, pp. 129-144.
- (4) Krugman, P. [1996a] "The Self-Organizing Economy", Blackwell, Cambridge, MA. (北村行伸・妹尾美起訳『自己組織化の経済学』東洋経済新報社, 1997)
- (5) Krugman, P. [1996b] "Confronting the Mystery of Urban Hierachy", *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 10, pp. 399-418.
- (6) Fujita M. [1989] "Urban Economic Theory: Land Use and City Size", Cambridge University Press.
- (7) Fujita M and P. Krugman [1995] "When Is the Economy Monocentric? von Thuen and Chamberlin Unified", *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 25, pp. 505-528.
- (8) Lösch, A. [1940] "The Economics of Location", Jena: Frischer, English translation, New Haven, Conn.: Yale University Press, 1954.
- (9) Rosen, K. T. and M. Resnick [1980] "The Size Distribution of Cities: An Examination of the Pareto Law and Primacy", *Journal of Urban Economics* Vol. 8, pp. 165-186.
- (10) 山田浩之 [1980] 『都市の経済分析』東洋経済新報社