二地点間の交通量モデル

鈴木, 武

(出版者 / Publisher)
法政大学経営学会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
経営志林 / The Hosei journal of business
(巻 / Volume)
31
(号 / Number)
1
(開始ページ / Start Page)
39
(終了ページ / End Page)
52
(発行年 / Year)
1994-04-30
(URL)
https://doi.org/10.15002/00003406

二地点間の交通量モデル

鈴木　武

[I]はじめに

1．本稿の構成

本稿では，二地点間の交通量を考察する。そのさい，二地点間の通行により得られる便益と，負担すべき費用との差である社会厚生を考える。その社会厚生を最大化するという基準で行動する場合に得られる均衡状態を『社会的均衡』と呼ぶことにする。

ある利用者が二地点間を通行しようとする場合，その利用者が参入することによって混雑が増し，所要時間が増加することが想定される。所要時間はその二地点を利用する全員に等しく増加する。従って，社会厚生を最大化するという基準では，所要時間増加分の全員合計だけ，最後に参入した利用者に負担させるべきである。しかし実際には，それを負担させる仕組みがない。それゆえ，個々の利用者は他の利用者に及ぼす所要時間の増加ということを考慮に入れないで行動する。このような状態で得られる均衡を，『主体的均衡』と呼ぶことにする。

多くの場合，道路建設や道路維持費用も，利用者に直接支払わせることはない。すなわち価格はゼロである。このような状態を『価格ゼロ均衡』と呼ぶ。

本稿では，二地点間のルートが単一の場合と複数の場合について，各均衡状態を考察する。そのさい交通量，混雑度，各ルートへの交通量配分比率，所要時間を求める。複数ルートの場合には，各ルートの加重平均を用いてそれぞれの変量を表現すると，単一ルートのケースと同じになる。ここでは複数ルートについては，2ルートの場合しか記述していない。しかし，3ルート以上についても同様に得られる。

始めにモデルの前提を述べた後，〔 II 〕で単一ルート・モデル，〔 III 〕で複数ルート・モデルのうち社会的均衡を，〔 IV 〕で主体的均衡，〔 V 〕で価格ゼロ均衡を記述する。最後に記号の一覧を載せた。

2．モデルの前提

ある二地点があり，それを結ぶルートが複数ある。ある単位期間において，その二地点を通行することにより得られる便益の高い順から，利用者を並べる。ある便益 p を指定したとき，その大きさ以上の便益が得られる交通量を y とする。これの逆関数をとり，通常の需要関数の形で表現する。すなわち

$$p = D(y)$$

その二地点を通過するには，ある時間がかかる。得られる便益の大きさは，当然，その所要時間をカバーしたものである。それを明示的に表現するために，その二地点を通過するさいに最低限許容できる所要時間を $\bar{t}$ とする。また，単位時間当たりの機会費用は w であるとする。それらは各利用者に共通であると仮定する。

最低限許容できる所要時間も考慮に入れた場合の便益を P とする。従って，便益関数は

$$P = w\bar{t} + D(y)$$

と表現される。

二地点間を通行するために必要な費用を考えよう。これは各ルートごとに異なるであろう。従って，それぞれに考える必要がある。ここでは第 i ルートについて記述する。

まず道路建設をしなければならない。その投資累計を K_i とする。単位期間に第 i ルートの利用者全体に課せられる負担は，そのレンタルコスト

になる。借入利子率，減価償却率等を含めた資本の割引率を r とする。従って，単位期間当たりのレンタルコストは rK_i となる。

道路維持のための費用（M_i）も必要である。それは第 i ルートの交通量に依存する。すなわち

$$M_i = M_i(y_i)$$

さらに二地点間を通行するための時間も費用として明示的に表現しよう。所要時間（t_i）は交通量の大きさと，道幅等の走行の容易さに依存する。走行の容易さは，道路建設投資に比例すると考える。ただし本稿では，道路建設投資はある水準に固定されているとする。従って

$$t_i = t_i(y_i)$$

所要時間は渋滞が発生していないときには，どの交通量の大きさでも変わらないと想定してよい。渋滞が発生しない最大限の交通量を y_i^* とし，『無渋滞最大交通量』あるいは『無渋滞交通量』とよぶ。そのときの所要時間を t_i^* とし，『無渋滞所要時間』とよぶ。渋滞が発生すると，所要時間は交通量の増加により逓増すると考えられる。従って

$$\begin{aligned} t_i &= t_i(y_i) & &: y_i > y_i^* \\ &= t_i^* & &: y_i \leq y_i^* \end{aligned}$$

ただし

$$\frac{\partial t_i}{\partial y_i} > 0$$

$$t_i(y_i^*) = t_i^*$$

ここで，第 i ルートの混雑度を

$$\delta_i = \frac{y_i - y_i^*}{y_i^*}$$

と定義する。すなわち，無渋滞交通量を基準にして，それを超える交通量の割合を『混雑度』とする。

［Ⅱ］単一ルート・モデル

1．便益関数

二地点間のルートが1つしかないケースを考えよう。このルートの無渋滞所要時間を t^* とする。利用者が最低限許容できる所要時間は無渋滞所要時間に一致すると想定してよい。従って，所要時間も考慮に入れた便益は

$$P = wt^* + D(y)$$

無渋滞交通量を y^* とする。D(y) を y^* のまわりで1次近似すると，便益関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} P &= wt^* + D(y) \\ &= wt^* + D(y^*) + (y - y^*)\,D'(y^*) \\ &= wt^* + p^* - \frac{1}{s}(y - y^*) \\ &= wt^* + p^* - \frac{1}{s}\,\delta\, y^* \end{aligned}$$

ここで

$$p^* = D(y^*)$$

$$s = -\frac{1}{D'(y^*)}$$

$$\delta = \frac{y - y^*}{y^*}$$

である。p^* は無渋滞交通量を実現させるための価格であり，『無渋滞価格』とよぶ。s は無渋滞交通量において料金が1単位課されたときに減少する交通量であり，δ は無渋滞交通量を基準にした『混雑度』である。

便益関数は二地点間交通量の需要関数とみなしてよい。

2．費用関数

総費用関数は

$$\begin{aligned} TC(y) &= wt(y)y + M(y) + rK & &: y > y^* \\ &= wt^*y + M(y) + rK & &: y \leq y^* \end{aligned}$$

平均費用関数は

$$\begin{aligned} AC(y) &= wt(y) + \frac{M(y)}{y} + \frac{rK}{y} & &: y > y^* \\ &= wt^* + \frac{M(y)}{y} + \frac{rK}{y} & &: y \leq y^* \end{aligned}$$

限界費用関数は

$$MC(y) = wt(y) + wy\frac{dt}{dy} + \frac{dM}{dy} \quad : y > y^*$$

$$= wt^* + \frac{dM}{dy} \quad : y \leq y^*$$

二地点間交通量の供給関数については，いくつかのケースを想定できる。まず効率的な資源配分の立場から考えれば，便益から費用を引いた社会的厚生が最大になるように交通量を決定する必要がある。その場合には，限界費用関数が供給関数になる。従って，便益関数と限界費用関数が等しくなるような交通量を求めればよい。この状態を『社会的均衡』とよぶ。

限界費用関数を供給関数とみなすときの難点は，各利用者が他の利用者のことを考慮して行動しているかという点にある。すなわち，限界費用関数の右辺第2項は，交通量が1台追加されたときに，すべての利用者が被る所要時間増加の合計費用である。この費用を最後に追加的に利用する1台に負担させることができれば問題はないが，実際にはできない。従って，供給関数は

$$P = wt(y) + \frac{dM}{dy} \quad : y > y^*$$

$$= wt^* + \frac{dM}{dy} \quad : y \leq y^*$$

この供給関数と便益関数とが等しくなるような交通量の状態を『主体的均衡』とよぶ。

実際多くの場合には，道路維持費用も利用者に課されないケースが普通である。従って，供給関数は

$$P = wt(y) \quad : y > y^*$$

$$= wt^* \quad : y \leq y^*$$

この供給関数と便益関数とが等しくなるような交通量の状態を『価格ゼロ均衡』とよぶ。

3．価格ゼロ均衡

価格ゼロにおける需給均衡状態の交通量は

$$wt^* + D(y) = wt(y)$$

y^* のまわりで1次近似をする。

$$wt^* + D(y^*) + (y - y^*)D'(y^*)$$

$$= w\left(t(y^*) + (y - y^*)t'(y^*)\right)$$

これを変形して，

$$p^* + (y - y^*)D'(y^*) = w(y - y^*)t'(y^*)$$

$$(y - y^*)\left(wt'(y^*) + \frac{1}{s}\right) = p^*$$

$$y - y^* = \frac{sp^*}{swt'(y^*) + 1}$$

$$y = y^* + \frac{sp^*y^*}{swy^*t'(y^*) + y^*}$$

ここで，価格がゼロであり，かつ渋滞がないときの交通需要量を考える。それを y^{max} とし，『最大交通需要量』とよぶ。$y^e = sp^*$ とおく。y^e は『最大超過交通量』である。すなわち，需要関数が直線で近似できるとした場合に，最大交通需要量から無渋滞交通量を引いた大きさになるからである。よって

$$y^{max} = y^* + y^e$$

$t^c = y^*t'(y^*)$ とする。これは，無渋滞交通量において1台追加することにより増加する所要時間の全車合計分であり，『限界所要時間合計』とよぶ。$p^c = wt^c$ とする。これは限界所要時間合計を貨幣換算した金額であり，『限界機会費用合計』とよぶ。さらに $y^c = sp^c = swy^*t'(y^*)$ とおく。これは，無渋滞交通量において限界機会費用合計だけ料金が課せられるとした場合に減少する交通需要量であり，『限界機会交通量』とよぶ。

価格ゼロのときの均衡交通量を y^f とする。従って

$$y^f = \frac{y^* + y^e + y^c}{y^* + y^c}y^*$$

$$= \frac{y^{max} + y^c}{y^* + y^c}y^*$$

この場合，最大交通需要量が無渋滞交通量より大きいと想定している。無渋滞交通量より小さい場合は

$$y^{\sharp} = y^{max}$$

であり，トリビアルなので，扱わない。

混雑度は

$$\delta^{\sharp} = \frac{y^c}{y^* + y^c}$$

これはさらに

$$\begin{aligned}
\delta^{\sharp} &= \frac{y^c}{y^*} \cdot \frac{y^*}{y^* + y^c} \\
&= \frac{y^c}{y^*} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{y^c}{y^*}} \\
&= \frac{y^c}{y^*} \cdot \frac{1}{1 + \left.\dfrac{-wdt}{dp}\right|_{y^*}} \\
&= \gamma \frac{y^c}{y^*}
\end{aligned}$$

ただし

$$\gamma = \frac{1}{1 + \left.\dfrac{-wdt}{dp}\right|_{y^*}} \qquad ; 0 < \gamma < 1$$

であり，これを「価格－所要時間コスト調整係数」とよぶ。

混雑度は最大超過交通量を無渋滞交通量で割った値にはならない。最大超過交通量は価格ゼロで，かつ渋滞のないときに，無渋滞交通量を超える大きさだからである。実際には，無渋滞交通量を超えたときから渋滞が発生しており，それによる所要時間コストが増加している。価格がゼロであっても，その分だけ交通需要量は減少する。従って，混雑度もその分小さくなる。その影響が限界機会交通量，あるいは調整係数で表現されている。

所要時間は

$$\begin{aligned}
t^{\sharp} &= t^* + (y^{\sharp} - y^*)\,t'(y^*) \\
&= t^* + \delta^{\sharp} y^* t'(y^*) \\
&= t^* + \delta^{\sharp} t^c
\end{aligned}$$

これは次のように解釈することができる。渋滞により所要時間が増加するが，その増加分は限界所要時間合計に混雑度を掛けた大きさである。

所要時間を

$$\begin{aligned}
t^{\sharp} &= t^* - y^* t'(y^*) + y^{\sharp} t'(y^*) \\
&= (t^* - t^c) + b y^{\sharp} \\
&= t^0 + b y^{\sharp}
\end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}
b &= t'(y^*) \\
t^0 &= t^* - t^c
\end{aligned}$$

と表現してもよい。

bは『限界所要時間』であり，無渋滞交通量において1台追加することにより増加する所要時間である。t^0 は交通量に依存しない『固定時間費用』であり，無渋滞所要時間から限界所要時間合計を引いた値である。$by^{\sharp}$ は交通量に依存する『可変時間費用』である。所要時間は固定時間費用に，1台追加されるごとに限界所要時間の大きさを加算していくことによって求められる。

価格は

$$\begin{aligned}
p^{\sharp} &= P^{\sharp} - wt^{\sharp} \\
&= \left(wt^* + p^* - \frac{1}{s}\delta^{\sharp} y^*\right) - w(t^* + \delta^{\sharp} t^c) \\
&= p^* - \delta^{\sharp}\left(\frac{1}{s} y^* + wt^c\right) \\
&= p^* - \frac{p^*}{y^* + y^c}(y^* + swt^c) \\
&= p^* - p^* \\
&= 0
\end{aligned}$$

価格ゼロのケースであるから当然の結果である。

以上の結果をまとめると，価格ゼロケースでは，無渋滞交通量より $\delta^{\sharp}$ 倍多い交通量が発生し，そのため所要時間が無渋滞所要時間より，限界所要時間合計の $\delta^{\sharp}$ 倍多くかかる。

4．社会的均衡

供給関数として限界費用関数を想定する。従って，均衡状態における交通量は

$$wt^* + D(y) = wt(y) + wyt'(y) + M'(y)$$

を満たす。ここで限界道路維持費用は一定とする。すなわち

$$M'(y) = m$$

y^*のまわりで1次近似をする。

$$wt^* + D(y^*) + (y - y^*) D'(y^*)$$
$$= w\Big(t(y^*) + (y - y^*)\, t'(y^*)\Big) + wyt'(y) + m$$

これを変形して,

$$p^* + (y - y^*) D'(y^*)$$
$$= w\,(y - y^*)\, t'(y^*) + wyt'(y) + m$$

$$(y - y^*)\left(w\,(t'(y^*) + t'(y)) + \frac{1}{s}\right)$$
$$= p^* - wy^* t'(y) - m$$

$$y - y^* = \frac{sp^* - swy^* t'(y) - sm}{swt'(y^*) + swt'(y) + 1}$$

$$y = y^* + \frac{sp^* - swy^* t'(y) - sm}{swy^* t'(y^*) + swy^* t'(y) + y^*}\, y^*$$

ここで, $y^e = sp^*$, $y^c = swy^* t'(y^*)$, $y^y = swy^* t'(y)$, $y^m = sm$ とおく。また, $t'(y)$ を定数として処理する。

$p^y = wy^* t'(y)$ とする。これは, 交通量 y において1台追加されたときに増加する所要時間を機会費用に換算し, 無渋滞交通量で合計した金額である。これを『交通量 y における限界機会費用』とよぶ。$y^y = sp^y$ とする。これは, 交通量 y における限界機会費用を課さられたときに減少する交通量であり,『交通量 y における限界機会交通量』とよぶ。$y^m = sm$ とする。これは, 無渋滞交通量において道路維持費用が料金加算されたときに減少する交通量であり,『道路維持費用機会交通量』とよぶ。

社会厚生を最大化する交通量を y^σ とおく。

$$y^\sigma = \frac{y^* + y^e + y^c - y^m}{y^* + y^c + y^y}\, y^*$$
$$= \frac{y^{max} + y^c - y^m}{y^* + y^c + y^y}\, y^*$$

混雑度は

$$\delta^\sigma = \frac{y^e - y^y - y^m}{y^* + y^c + y^y}$$

ここで $p^* > p^y + m$ ならば, 混雑度はゼロより大きい。すなわち, 社会厚生を最大化する交通量において, 1台追加するときにかかる所要時間コストと道路維持費用の合計が, 無渋滞価格よりも小さいときである。もし逆の不等式が成り立つとすると, 混雑度はゼロになる。

所要時間は

$$t^\sigma = t^* + \delta^\sigma t^c$$

価格は

$$p^\sigma = P^\sigma - wt^\sigma$$
$$= \left(wt^* + p^* - \frac{1}{s}\delta^\sigma y^*\right) - w(t^* + \delta^\sigma t^c)$$
$$= p^* - \delta^\sigma\left(\frac{1}{s} y^* + wt^c\right)$$
$$= p^* - \frac{p^* - p^y - m}{y^* + y^c + y^y}(y^* + swt^c)$$
$$= \frac{p^* y^y + (p^y + m)(y^* + y^c)}{y^* + y^c + y^y}$$
$$= p^* \frac{y^y}{y^* + y^c + y^y} + (p^y + m)\frac{y^* + y^c}{y^* + y^c + y^y}$$

である。従って, 均衡価格は無渋滞価格 p^* と $(p^y + m)$ の内分点である。

いま需要関数が直線であり, 限界道路維持費用がゼロであるケースを想定しよう。この場合, $y^m = 0$, $y^y = y^c$ である。社会厚生を最大化する交通量は

$$y^\sigma = \frac{y^{max} + y^c}{y^* + 2y^c}\, y^*$$

混雑度は

$$\delta^\sigma = \frac{y^e - y^c}{y^* + 2y^c}$$

価格は

$$p^\sigma = p^* \frac{y^c}{y^* + 2y^c} + p^c \frac{y^* + y^c}{y^* + 2y^c}$$

従って, 均衡価格は無渋滞価格と限界機会費用合

計との内分点である。混雑度がゼロより大きい場合には $p^* > p^c$ であるので，均衡価格は無渋滞価格よりは低い値である限界機会費用合計に近い。

5．主体的均衡

主体的均衡では，各利用者は他の利用者のことを考慮して行動することはないと想定する。従って，最後に参入した1台により，すべての利用者が被る所要時間の増加費用を，その追加的な利用者は考慮しない。すなわち

$$wy\frac{\partial t}{\partial y} = 0$$

よって，均衡状態における交通量は

$$wt^* + D(y) = wt(y) + M'(y)$$

を満たす。ここで限界道路維持費用は一定で，m とする。

y^* のまわりで1次近似をする。

$$wt^* + D(y^*) + (y - y^*)D'(y^*)$$
$$= w\Big(t(y^*) + (y - y^*)t'(y^*)\Big) + m$$

これを変形すると

$$y = y^* + \frac{sp^* - sm}{swy^*t'(y^*) + y^*}y^*$$

主体的均衡における交通量を y^π とおく。

$$y^\pi = \frac{y^* + y^e + y^c - y^m}{y^* + y^c}y^*$$

$$= \frac{y^{max} + y^c - y^m}{y^* + y^c}y^*$$

混雑度は

$$\delta^\pi = \frac{y^e - y^m}{y^* + y^c}$$

ここで $p^* > m$ ならば，混雑度はゼロより大きい。すなわち，限界道路維持費用が無渋滞価格よりも小さいときである。もし逆の不等式が成り立つとすると，混雑度はゼロになる。

所要時間は

$$t^\pi = t^* + \delta^\pi t^c$$

価格は

$$p^\pi = P^\pi - wt^\pi$$
$$= \left(wt^* + p^* - \frac{1}{s}\delta^\pi y^*\right) - w(t^* + \delta^\pi t^c)$$
$$= p^* - \delta^\pi\left(\frac{1}{s}y^* + wt^c\right)$$
$$= p^* - \frac{p^* - m}{y^* + y^c}(y^* + swt^c)$$
$$= m$$

である。従って，均衡価格は限界道路維持費用 m である。

6．各均衡状態の比較

各均衡における交通量を比較しよう。

$$y^\sigma = \frac{y^{max} + y^c - y^m}{y^* + y^c + y^y}y^*$$

$$y^\pi = \frac{y^{max} + y^c - y^m}{y^* + y^c}y^*$$

$$y^\phi = \frac{y^{max} + y^c}{y^* + y^c}y^*$$

従って，交通量の大きさの順序は

$$y^\sigma < y^\pi < y^\phi$$

混雑度は

$$\delta^\sigma = \frac{y^e - y^y - y^m}{y^* + y^c + y^y}$$

$$\delta^\pi = \frac{y^e - y^m}{y^* + y^c}$$

$$\delta^\phi = \frac{y^e}{y^* + y^c}$$

従って，混雑度の大きさの順序は

$$\delta^\sigma < \delta^\pi < \delta^\phi$$

いま需要関数が直線であると仮定した場合，$y^y = y^c$ である。そのとき，社会的均衡を基準として，それを超える交通量を考えよう。主体的均衡における混雑の度合いは

$$\frac{y^{\pi}-y^{\sigma}}{y^{\sigma}}=\frac{y^{c}}{y^{*}+y^{c}}$$
$$=\frac{wt^{c}}{1+wt^{c}}$$

ここで，wt^c は限界所要時間合計を金額に換算した大きさである。

価格は

$$p^{\sigma}=p^{*}\frac{y^{y}}{y^{*}+y^{c}+y^{y}}+(p^{y}+m)\frac{y^{*}+y^{c}}{y^{*}+y^{c}+y^{y}}$$
$$p^{\pi}=m$$
$$p^{\phi}=0$$

従って，価格の大きさの順序は

$$p^{*}>p^{\sigma}>p^{\pi}>p^{\phi}=0$$

所要時間は

$$t^{\sigma}=t^{*}+\delta^{\sigma}t^{c}$$
$$t^{\pi}=t^{*}+\delta^{\pi}t^{c}$$
$$t^{\phi}=t^{*}+\delta^{\phi}t^{c}$$

従って，所要時間の大きさの順序は

$$t^{\sigma}<t^{\pi}<t^{\phi}$$

[Ⅲ] 複数ルート・モデル：社会厚生最大化の場合

1．便益・費用関数

二地点間に2つのルートがある場合を考察しよう。3つ以上ルートがある場合についても，以下の議論は当てはまる。

二地点間の交通量を y とし，そのうちルート1には y_1，ルート2には y_2 の交通量が配分されるとする。割合はそれぞれ α_1，α_2 である。すなわち

$$y=y_1+y_2$$
$$\alpha_1+\alpha_2=1$$

所要時間関数を次のように特定化する。

ルート1

$$\begin{aligned}
t_1&=t_1(y_1)\\
&=t_1(y_1^*)+(y_1-y_1^*)\,t_1'(y_1^*)\\
&=(t_1^*-b_1y_1^*)+b_1y_1 && :y_1>y_1^*\\
&=t_1^* && :y_1\leq y_1^*
\end{aligned}$$

ルート2

$$\begin{aligned}
t_2&=t_2(y_2)\\
&=t_2(y_2^*)+(y_2-y_2^*)\,t_2'(y_2^*)\\
&=(t_2^*-b_2y_2^*)+b_2y_2 && :y_2>y_2^*\\
&=t_2^* && :y_2\leq y_2^*
\end{aligned}$$

ただし，$b_1=t_1'(y_1^*)$，$b_2=t_2'(y_2^*)$ であり，各ルートにおける限界所要時間である。

二地点間を通行するとき，所要時間に関し，すべての利用者に共通のある一定時間 $\bar{t}$ があり，この時間はかかってもよいと思っていると想定する。従って，交通量 y のときの便益の合計Bは

$$B(y)=wy\bar{t}+\int_0^y D(\psi)d\psi$$

費用合計Cは

$$C(y)=\left(wt_1(y_1)y_1+M_1(y_1)+rK_1\right)$$
$$+\left(wt_2(y_2)y_2+M_2(y_2)+rK_2\right)$$

便益合計から費用合計を引いた社会厚生関数 π は

$$\pi(y)=B(y)-C(y)$$

である。

ここで制約付き最大化問題を解くために，ラグランジュ乗数法を用いる。

$$L=wy\bar{t}+\int_0^y D(\psi)d\psi-\Big(wt_1(\alpha_1y)\alpha_1y$$
$$+M_1(\alpha_1y)+rK_1\Big)-\Big(wt_2(\alpha_2y)\alpha_2y$$
$$+M_2(\alpha_2y)+rK_2\Big)+\lambda(\alpha_1+\alpha_2-1)$$

とおく。Lを y，α_1，α_2 でそれぞれ偏微分して，ゼロとする。

y で偏微分して

$$\frac{\partial L}{\partial y}=w\bar{t}+D(y)-\Big(wt_1\alpha_1$$
$$+w\alpha_1y\frac{\partial t_1}{\partial y_1}\alpha_1+\alpha_1\frac{\partial M_1}{\partial y_1}\Big)$$

$$-\left(wt_2\alpha_2 + w\alpha_2 y\frac{\partial t_2}{\partial y_2}\alpha_2 + \alpha_2\frac{\partial M_2}{\partial y_2}\right) = 0$$

従って

$$w\bar{t} + D(y) = \alpha_1\left(wt_1 + wy_1\frac{\partial t_1}{\partial y_1} + \frac{\partial M_1}{\partial y_1}\right) + \alpha_2\left(wt_2 + wy_2\frac{\partial t_2}{\partial y_2} + \frac{\partial M_2}{\partial y_2}\right)$$

α_1 で偏微分して

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_1} = -\left(wt_1 y + w\alpha_1 y\frac{\partial t_1}{\partial y_1}y + \frac{\partial M_1}{\partial y_1}y\right) + \lambda = 0$$

α_2 で偏微分して

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_2} = -\left(wt_2 y + w\alpha_2 y\frac{\partial t_2}{\partial y_2}y + \frac{\partial M_2}{\partial y_2}y\right) + \lambda = 0$$

従って

$$w\bar{t} + D(y) = wt_1 + wy_1\frac{\partial t_1}{\partial y_1} + \frac{\partial M_1}{\partial y_1} = wt_2 + wy_2\frac{\partial t_2}{\partial y_2} + \frac{\partial M_2}{\partial y_2}$$

すなわち，社会厚生を最大にする交通量および各ルートへの配分比率は，各ルートの限界費用が等しく，かつ，それが限界便益に等しい状態において達成される。

2．ルート間配分比率

ルート間の最適配分の条件は

$$t_1 + y_1\frac{\partial t_1}{\partial y_1} + \frac{1}{w}\frac{\partial M_1}{\partial y_1} = t_2 + y_2\frac{\partial t_2}{\partial y_2} + \frac{1}{w}\frac{\partial M_2}{\partial y_2}$$

である。ここで限界道路維持費用は一定とする。すなわち

$$\frac{\partial M_1}{\partial y_1} = m_1$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial y_2} = m_2$$

従って

$$(t_1^* - b_1 y_1^*) + 2b_1\alpha_1 y + \frac{1}{w}m_1 = (t_2^* - b_2 y_2^*) + 2b_2\alpha_2 y + \frac{1}{w}m_2$$

社会厚生を最大化するときの交通量を y^o，配分比率をそれぞれ α_1^o，α_2^o とする。上式を解いて

$$\alpha_1^o = \frac{b_2}{b_1 + b_2} + \frac{a_2 - a_1}{2y^o(b_1 + b_2)} = \frac{c_1}{c_1 + c_2} + \frac{c_1(a - a_1)}{2y^o}$$

$$\alpha_2^o = \frac{b_1}{b_1 + b_2} + \frac{a_1 - a_2}{2y^o(b_1 + b_2)} = \frac{c_2}{c_1 + c_2} + \frac{c_2(a - a_2)}{2y^o}$$

ここで

$$t_i^0 = t_i^* - b_i y_i^*$$

$$a_i = t_i^0 + \frac{1}{w}m_i$$

$$c_i = \frac{1}{b_i}$$

$$t^0 = \frac{t_1^0 c_1 + t_2^0 c_2}{c_1 + c_2}$$

$$m = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2}{c_1 + c_2}$$

$$a = \frac{a_1 c_1 + a_2 c_2}{c_1 + c_2} = t^0 + \frac{1}{w}m$$

である。

b_i はルート i の限界所要時間である。すなわち，

無渋滞交通量において1台追加することにより増加する所要時間である。この値が大きい場合には，そのルートの道路幅が狭く，すぐに混雑して所要時間が増加してしまうと想定される。逆に，この値が小さい場合には，道路幅が大きく，混雑の増加が少ない。従って，この逆数 c_i は道路幅の大きさとみなしてよい。

t_i^0 はルート i における『固定時間費用』である。この値に限界道路維持費用を時間に換算した値を加えたのが a_i になる。これを『固定時間換算費用』とよぶ。$b_i y_i$ は交通量に依存するルート i の『可変時間費用』である。

a は各ルートの固定時間換算費用の加重平均である。従って，$a - a_i$ は，ルート i における固定時間換算費用の平均からの乖離になる。その差だけルート i の距離が平均より短いと想定してよい。$c_i(a-a_i)$ は，ルート i における平均からの距離の短さに道路幅を掛けたものである。従って，ルート i を利用するよう誘引される交通量とみなされる。それを全体の交通量の2倍（$2y^*$）で割って，その分だけ配分比率が基準である道路幅の比率から乖離することになる。

3．交通量

社会厚生を最大化する交通量を求めるためには

$$w\bar{t} + D(y) = wt_1 + wy_1\frac{\partial t_1}{\partial y_1} + \frac{\partial M_1}{\partial y_1}$$

を解けばよい。

$$w\bar{t} + \left(p^* + \frac{1}{s}y^*\right) - \frac{1}{s}y$$

$$= w\Big((t_1^* - b_1 y_1^*) + 2b_1\alpha_1 y\Big) + m_1$$

$$\left(2b_1\alpha_1 + \frac{1}{sw}\right)y$$

$$= \frac{1}{w}\left(p^* + \frac{1}{s}y^*\right) + \bar{t} - t_1^* + b_1 y_1^* - \frac{1}{w}m_1$$

$$\left(\frac{2b_1b_2}{b_1+b_2} + \frac{1}{sw}\right)y + \frac{b_1(a_2-a_1)}{b_1+b_2}$$

$$= \frac{1}{w}\left(p^* + \frac{1}{s}y^*\right) + \bar{t} - t_1^* + b_1 y_1^* - \frac{1}{w}m_1$$

$$\left(\frac{2b_1b_2sw}{b_1+b_2} + 1\right)y$$

$$= sp^* + y^* + sw(\bar{t} - t_1^*) + swb_1y_1^* - sm_1$$

$$+ \frac{swb_1}{b_1+b_2}\Big(t_1^* - b_1y_1^* + \frac{1}{w}m_1 - t_2^*$$

$$+ b_2y_2^* - \frac{1}{w}m_2\Big)$$

$$\left(\frac{2b_1b_2sw}{b_1+b_2} + 1\right)y$$

$$= sp^* + y^* + \frac{b_1b_2}{b_1+b_2}sw(y_1^* + y_2^*)$$

$$- s\frac{b_2m_1 + b_1m_2}{b_1+b_2} + sw\left(\bar{t} - \frac{b_2t_1^* + b_1t_2^*}{b_1+b_2}\right)$$

$$\left(\frac{2b_1b_2sw}{b_1+b_2} + 1\right)y$$

$$= sp^* + y^* + \frac{b_1b_2}{b_1+b_2}sw(y_1^* + y_2^*)$$

$$- s\frac{c_1m_1 + c_2m_2}{c_1+c_2} + sw\left(\bar{t} - \frac{c_1t_1^* + c_2t_2^*}{c_1+c_2}\right)$$

ここで

$$y^* = y_1^* + y_2^*$$

$$t'(y^*) = \frac{b_1b_2}{b_1+b_2}$$

$$t^* = \frac{c_1t_1^* + c_2t_2^*}{c_1+c_2}$$

$$m = \frac{c_1m_1 + c_2m_2}{c_1+c_2}$$

とおく。ここで，$t'(y^*)$ は $t'(y_1^*)$ と $t'(y_2^*)$ の調和平均の $\frac{1}{2}$ 倍である。また，t^*，m は道路幅をウェイトにする加重平均である。

$$y = \frac{y^* + sp^* + swy^*t'(y^*) - sm + sw(\bar{t} - t^*)}{y^* + 2swy^*t'(y^*)}y^*$$

さらに

$$y^e = sp^*$$
$$y^{max} = y^* + y^e$$
$$y^c = swy^* t'(y^*)$$
$$y^m = sm$$
$$y^t = sw(\bar{t} - t^*)$$

とおく。

社会厚生を最大化する交通量を y^σ とすると，

$$y^\sigma = \frac{y^* + y^e + y^c - y^m + y^t}{y^* + 2y^c} y^*$$
$$= \frac{y^{max} + y^c - y^m + y^t}{y^* + 2y^c} y^*$$

混雑度は

$$\delta^\sigma = \frac{y^e - y^c - y^m + y^t}{y^* + 2y^c}$$

ここで，最低限許容できる所要時間 $\bar{t}$ が，各ルートの無渋滞所要時間の加重平均である t^* に等しいとする。そのとき $y^t = 0$ となるので，混雑度は

$$\delta^\sigma = \frac{y^e - y^c - y^m}{y^* + 2y^c}$$

と表現される。これは単一ルート・モデルにおいて，$y^y = y^c$ と置いたときの混雑度に等しい。

従って，単一ルート・モデルと複数ルート・モデルの解は同一の式で表現される。ただし，無渋滞交通量における限界所要時間は各ルートの調和平均をルート数で割った値を，無渋滞所要時間および限界道路維持費用は各ルートの道路幅による加重平均を用いる。

各ルートの交通量は

$$y_1^\sigma = \alpha_1^\sigma y^\sigma$$
$$= \frac{c_1}{c_1 + c_2}(\delta^\sigma + 1) y^* + \frac{c_1(a - a_1)}{2y_1^*}$$

$$y_2^\sigma = \alpha_2^\sigma y^\sigma$$
$$= \frac{c_2}{c_1 + c_2}(\delta^\sigma + 1) y^* + \frac{c_1(a - a_2)}{2y_2^*}$$

各ルートの混雑度については，社会的均衡の場合だけでなく，主体的均衡や価格ゼロ均衡の場合についても，以下のことが言える。

$$\delta_1 = \alpha_1(\delta + 1)\frac{y^*}{y_1^*} - 1$$

$$\delta_2 = \alpha_2(\delta + 1)\frac{y^*}{y_2^*} - 1$$

となる。従って，全体の混雑度との関係は

$$\delta = \delta_1 \frac{y_1^*}{y^*} + \delta_2 \frac{y_2^*}{y^*}$$

である。

もし y_1^* と y_2^* の比が交通量配分比率の α_1，α_2 に等しいならば

$$\delta = \delta_1 = \delta_2$$

また，y_1^* と y_2^* の比が

$$\frac{y_1^*}{y_2^*} > \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

ならば

$$\delta_1 < \delta < \delta_2$$

となる。

4．所要時間

ルート1の所要時間は

$$t_1^\sigma = t_1^* - b_1 y_1^* + b_1 \alpha_1^\sigma y^\sigma$$

$$= t_1^* - b_1 y_1^* + \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} y^\sigma + \frac{1}{2}(a - a_1)$$

$$= y^\sigma t'(y^*) + \frac{1}{2}(t^0 + t_1^0) + \frac{1}{2w}(m - m_1)$$

同様に，ルート2の所要時間は

$$t_2^\sigma = y^\sigma t'(y^*) + \frac{1}{2}(t^0 + t_2^0) + \frac{1}{2w}(m - m_2)$$

ルート i の所要時間は固定時間費用である t_i^0 と可変時間費用の $b_i \alpha_i^\sigma y^\sigma$ の和として表現される。ここで配分比率 α を用いないで表現すれば，最後の式になる。すなわち，ルート i の所要時間は全ルートの可変時間費用 $y^\sigma t'(y^*)$ に，ルート i 用

に修正された固定時間費用$\frac{1}{2}(t^0+t_i^0)$を加え，限界道路維持費用の影響$\frac{1}{2w}(m-m_i)$を加味したものである。

2ルート間の所要時間の差は

$$t_1^e-t_2^e=\frac{1}{2}(t_1^0-t_2^0)-\frac{1}{2w}(m_1-m_2)$$
$$=\frac{1}{2}\left((t_1^*-t_2^*)-(b_1y_1^*-b_2y_2^*)-\frac{1}{w}(m_1-m_2)\right)$$

各ルートの所要時間については，社会的均衡の場合だけでなく，主体的均衡や価格ゼロ均衡の場合についても，以下のことが言える。

$$t_1=t_1^*+\delta_1b_1y_1^*$$
$$=t_1^*+\delta_1t_1^c$$

$$t_2=t_2^*+\delta_2b_2y_2^*$$
$$=t_2^*+\delta_2t_2^c$$

ここで各ルートの加重平均を次のように定義する。

$$t=\frac{c_1t_1+c_2t_2}{c_1+c_2}$$

$$t^*=\frac{c_1t_1^*+c_2t_2^*}{c_1+c_2}$$

$$t^c=\frac{c_1t_1^c+c_2t_2^c}{c_1+c_2}$$
$$=\frac{y^*}{c_1+c_2}$$
$$=y^*t'(y^*)$$

従って

$$t=t^*+\frac{c_1\delta_1t_1^c+c_2\delta_2t_2^c}{c_1+c_2}$$
$$=t^*+\left(\delta_1\frac{y_1^*}{y^*}+\delta_2\frac{y_2^*}{y^*}\right)\frac{y^*}{c_1+c_2}$$
$$=t^*+\delta t^c$$

となる。すなわち，各ルートの所要時間は，無渋滞所要時間に限界所要時間合計の混雑度倍の時間を加えたものになる。この関係が全ルートを集計したときにも成り立つことが言える。この場合，全ルートの無渋滞所要時間および限界所要時間合計は，それぞれ各ルートの道路幅による加重平均であり，全ルートの混雑度は，各ルートの無渋滞交通量による加重平均である。

[Ⅳ] 複数ルート・モデル：主体的均衡の場合

1．ルート間配分比率

主体的均衡では，各ルートを通行する利用者が他の利用者のことを考慮して行動することはないと想定する。従って，交通量が1台追加されたときに，すべての利用者が被る所要時間増加の合計費用を，その追加的な利用者は考慮しない。すなわち

$$wy_1\frac{\partial t_1}{\partial y_1}=wy_2\frac{\partial t_2}{\partial y_2}=0$$

である。よって，需要均衡式は

$$w\bar{t}+D(y)=wt_1+\frac{\partial M_1}{\partial y_1}$$
$$=wt_2+\frac{\partial M_2}{\partial y_2}$$

ルート間配分比率は

$$t_1+\frac{1}{w}\frac{\partial M_1}{\partial y_1}=t_2+\frac{1}{w}\frac{\partial M_2}{\partial y_2}$$

を解けばよい。すなわち

$$(t_1^*-b_1y_1^*)+b_1\alpha_1y+\frac{1}{w}m_1$$
$$=(t_2^*-b_2y_2^*)+b_2\alpha_2y+\frac{1}{w}m_2$$

主体的均衡における交通量をy^π，配分比率をそれぞれα_1^π，α_2^πとする。よって

$$\alpha_1^\pi=\frac{b_2}{b_1+b_2}+\frac{a_2-a_1}{y^\pi(b_1+b_2)}$$
$$=\frac{c_1}{c_1+c_2}+\frac{c_1(a-a_1)}{y^\pi}$$

$$\alpha_2^\pi = \frac{b_1}{b_1+b_2} + \frac{a_1 - a_2}{y^\pi(b_1+b_2)}$$
$$= \frac{c_2}{c_1+c_2} + \frac{c_2(a-a_2)}{y^\pi}$$

2．交通量

主体的均衡の交通量を求めるためには

$$w\bar{t} + D(y) = wt_1 + \frac{\partial M_1}{\partial y_1}$$

を解けばよい。

$$w\bar{t} + \left(p^* + \frac{1}{s}y^*\right) - \frac{1}{s}y$$
$$= w\Big((t_1^* - b_1y_1^*) + b_1\alpha_1 y\Big) + m_1$$

変形して

$$\left(\frac{b_1b_2sw}{b_1+b_2} + 1\right)y$$
$$= sp^* + y^* + \frac{b_1b_2}{b_1+b_2}sw(y_1^* + y_2^*)$$
$$-s\frac{c_1m_1 + c_2m_2}{c_1+c_2} + sw\left(\bar{t} - \frac{c_1t_1^* + c_2t_2^*}{c_1+c_2}\right)$$

従って

$$y = \frac{y^* + sp^* + swy^*t'(y^*) - sm + sw(\bar{t} - t^*)}{y^* + swy^*t'(y^*)}y^*$$

主体的均衡の交通量を y^π とすると，

$$y^\pi = \frac{y^* + y^e + y^c - y^m + y^t}{y^* + y^c}y^*$$
$$= \frac{y^{max} + y^c - y^m + y^t}{y^* + y^c}y^*$$

である。

混雑度は

$$\delta^\pi = \frac{y^c - y^m + y^t}{y^* + y^c}$$

各ルートの交通量は

$$y_1^\pi = \alpha_1^\pi y^\pi$$
$$= \frac{c_1}{c_1+c_2}(\delta^\pi + 1)y^* + \frac{c_1(a-a_1)}{y_1^*}$$

$$y_2^\pi = \alpha_2^\pi y^\pi$$
$$= \frac{c_2}{c_1+c_2}(\delta^\pi + 1)y^* + \frac{c_1(a-a_2)}{y_2^*}$$

3．所要時間

ルート1の所要時間は

$$t_1^\pi = t_1^* - b_1y_1^* + b_1\alpha_1^\pi y^\pi$$
$$= t_1^* - b_1y_1^* + \frac{b_1b_2}{b_1+b_2}y^\pi + (a - a_1)$$
$$= y^\pi t'(y^*) + t^0 + \frac{1}{w}(m - m_1)$$

同様に，ルート2の所要時間は

$$t_2^\pi = y^\pi t'(y^*) + t^0 + \frac{1}{w}(m - m_2)$$

ルートiの所要時間は固定時間費用である t_i^0 と可変時間費用の $b_i\alpha_i^\pi y^\pi$ の和として表現される。ここで配分比率 α を用いないで表現すれば，最後の式になる。すなわち，ルートiの所要時間は全ルートの可変時間費用 $y^\pi t'(y^*)$ に，固定時間費用のルート平均 t^0 を加え，限界道路維持費用の影響 $\frac{1}{w}(m - m_i)$ を加味したものである。

2ルート間の所要時間の差は

$$t_1^\pi - t_2^\pi = \frac{1}{w}(m_2 - m_1)$$

従って，もしルート間の限界道路維持費用に差がなければ，各ルートにおける所要時間は等しい。

4．2つの均衡の比較

主体的均衡と社会的均衡の状態を比較しよう。交通量は

$$y^\sigma = \frac{y^{max} + y^c - y^m + y^t}{y^* + 2y^c}y^*$$

$$y^\pi = \frac{y_{max} + y^c - y^m + y^t}{y^* + y^c}y^*$$

従って，社会厚生を最大化する行動に比べ，他者

のことを考慮しない主体的行動の場合の方が，交通量が多くなる。両者の差は限界機会交通量 y^c に依存する。限界機会交通量が大きいほど，差は大きくなる。

混雑度の差は

$$\delta^{\pi} - \delta^{\sigma} = \frac{y^e - y^m + y^t}{y^* + y^c} - \frac{y^e - y^c - y^m + y^t}{y^* + 2y^c}$$

$$= \frac{y^c(y^* + y^e + y^c - y^m + y^t)}{(y^* + y^c)(y^* + 2y^c)}$$

従って，主体的均衡の方が社会的均衡の場合より，混雑度が大きい。

所要時間を比較しよう。各ルートを平均した所要時間は

$$t = t^* + \delta t^c$$

である。よって，2つの均衡の平均所要時間の差は

$$t^{\pi} - t^{\sigma} = (\delta^{\pi} - \delta^{\sigma})t^c$$

従って，主体的均衡の方が社会的均衡の場合より，平均所要時間が長い。その差は限界所要時間合計に混雑度の差を乗じた大きさになる。

ルート i の所要時間の差は

$$t_i^{\pi} - t_i^{\sigma} = (y^{\pi} - y^{\sigma})t'(y^*) + \frac{1}{2}(t^0 - t_i^0) + \frac{1}{2w}(m - m_i)$$

配分比率を比較するために，次式を計算しよう。

$$\frac{2y^{\sigma}}{y^{\pi}} = 2\frac{y^{max} + y^c - y^m + y^t}{y^* + 2y^c}\frac{y^* + y^c}{y^{max} + y^c - y^m + y^t}$$

$$= \frac{2y^* + 2y^c}{y^* + 2y^c}$$

$$> 1$$

従って，

$$2y^{\sigma} > y^{\pi}$$

どちらの均衡においても，道路幅に比例して交通量が配分されるという基準は変わらないが，そこからのズレは主体的均衡の方が大きい。すなわち，社会厚生を最大化する行動に比べ，他者のことを考慮しない主体的行動においては，ルートの距離が平均より短いところに，より多くの交通量が集まることになる。それによって，主体的均衡の場合には，各ルートの所要時間は均一になる。また，各ルートを平均した所要時間は主体的均衡の方が社会的均衡の場合より長くなる。

[Ｖ]複数ルート・モデル：価格ゼロの場合

主体的均衡のうち，とくに道路維持費用がゼロの場合を考えよう。この場合の均衡状態は

$$w\bar{t} + D(y) = wt_1$$
$$= wt_2$$

で表現される。従って

$$t_1 = t_2$$

であり，各ルートの所要時間は等しい。

配分比率を求めるために，

$$(t_1^* - b_1y_1^*) + b_1\alpha_1 y = (t_2^* - b_2y_2^*) + b_2\alpha_2 y$$

を解く。価格ゼロにおける配分比率をそれぞれ α_1^{ϕ}，α_2^{ϕ} とする。

$$\alpha_1^{\phi} = \frac{b_2}{b_1 + b_2} + \frac{t_2^0 - t_1^0}{y^{\phi}(b_1 + b_2)}$$

$$= \frac{c_1}{c_1 + c_2} + \frac{c_1(t^0 - t_1^0)}{y^{\pi}}$$

$$\alpha_2^{\phi} = \frac{b_1}{b_1 + b_2} + \frac{t_1^0 - t_2^0}{y^{\phi}(b_1 + b_2)}$$

$$= \frac{c_2}{c_1 + c_2} + \frac{c_2(t^0 - t_2^0)}{y^{\phi}}$$

価格ゼロの交通量を y^{ϕ} とすると，

$$y^{\phi} = \frac{y^* + y^e + y^c + y^t}{y^* + y^c}y^*$$

$$= \frac{y^{max} + y^c + y^t}{y^* + y^c}y^*$$

である。

混雑度は

$$\delta^{\phi} = \frac{y^e + y^t}{y^* + y^c}$$

各ルートの交通量は

$$y_1^\phi = \alpha_1^\phi y^\phi$$
$$= \frac{c_1}{c_1 + c_2}(\delta^\phi + 1)y^* + \frac{c_1(t^0 - t_1^0)}{y_1^*}$$
$$y_2^\phi = \alpha_2^\phi y^\phi$$
$$= \frac{c_2}{c_1 + c_2}(\delta^\phi + 1)y^* + \frac{c_1(t^0 - t_2^0)}{y_2^*}$$

所要時間は，ルート1の場合

$$t_1^\phi = t_1^* - b_1 y_1^* + b_1 \alpha_1^\phi y^\phi$$
$$= t_1^* - b_1 y_1^* + \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} y^\phi + (t^0 - t_1^0)$$
$$= y^\phi t'(y^*) + t^0$$
$$= y^\phi t'(y^*) + t^* - t^c$$

同様に，ルート2の場合には

$$t_2^\phi = y^\phi t'(y^*) + t^* - t^c$$

各ルートの所要時間は等しい。それは固定時間費用である t_i^0 と可変時間費用の $b_i \alpha_i^\phi y^\phi$ の和として表現される。ここで配分比率 α を用いないで表現すれば，最後の式になる。すなわち，各ルートの所要時間は全ルートの可変時間費用 $y^\phi t'(y^*)$ に，固定時間費用のルート平均 t^0 を加えたものである。

〔記号の定義〕

y^*：無渋滞最大交通量，あるいは無渋滞交通量。

t^*：無渋滞所要時間。

p^*：無渋滞価格。ここで $p^* = D(y^*)$

$s = -\dfrac{1}{D'(y^*)}$：無渋滞交通量において料金が1単位課されたときに減少する交通量。

$t^c = y^* t'(y^*)$：限界所要時間合計。無渋滞交通量において，1台追加することにより増加する所要時間の全車合計分。

$p^c = wt^c$：限界機会費用合計。限界所要時間合計を貨幣換算した金額。

$y^c = sp^c$：限界機会交通量。無渋滞交通量において，限界機会費用だけ料金が課されるとした場合に減少する交通需要量。

$p^y = wy^* t'(y)$：交通量 y において1台追加されたときに増加する所要時間を機会費用に換算し，無渋滞最大交通量で合計した金額。

$y^y = sp^y$：交通量 y における限界機会交通量。交通量 y における限界機会費用を課されたときに減少する交通量。

$y^m = sm$：道路維持費用機会交通量。無渋滞交通量において，道路維持費用が料金加算されたときに減少する交通量。

$y^s = sp^*$：最大超過交通量。

$y^{max} = y^* + y^s$：最大交通需要量。価格がゼロで，渋滞がない場合の交通需要量。

y^e：社会厚生最大化のときの交通量。

t^e：社会厚生最大化のときの所要時間。

δ^e：社会厚生最大化のときの混雑度。

p^e：社会厚生最大化のときの価格。

y^r：主体的均衡における交通量。

t^r：主体的均衡における所要時間。

p^r：主体的均衡における価格。

δ^r：主体的均衡における混雑度。

y^ϕ：価格ゼロのときの交通量。

t^ϕ：価格ゼロのときの所要時間。

$p^\phi = 0$：価格ゼロのときの価格。

δ^ϕ：価格ゼロのときの混雑度。

〔参考文献〕

（1） 鈴木武「二地点交通量のルート間配分モデル」経営志林　第30巻第1号，1993年4月

（2） 鈴木武「交通渋滞における混雑度モデル」経営志林　第30巻第3号，1993年10月