交通渋滞における混雑度モデル

鈴木, 武

(出版者 / Publisher)
法政大学経営学会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
経営志林 / The Hosei journal of business
(巻 / Volume)
30
(号 / Number)
3
(開始ページ / Start Page)
47
(終了ページ / End Page)
57
(発行年 / Year)
1993-10-30
(URL)
https://doi.org/10.15002/00003395

〔論　文〕

交通渋滞における混雑度モデル

鈴木　　武

〔Ⅰ〕はじめに

1．道路サービス

道路という財をミクロ経済学的に考えてみよう。まず，供給量についてである。ある道路区間サービスの供給量は，単位時間に可能な通過交通量と想定すればよい。これは物理的に測定でき，一定であるとみなしてよい。それに対し需要量は，ある単位時間に通過しようと意図する交通量である。従って，経済学的にはレントの問題である。ただし，通常のレントとは違って，需要曲線は価格に対応して，需要量が決まってくるものではない。

通常，道路は公共財とみなされている。道路使用料はタダであり，価格はゼロである。それでは，道路の需要曲線において，価格に対応するものは何であろうか？ 渋滞がないときに，この道路区間を通過する時間は，物理的に計測されるであろう。渋滞により，その時間よりも多く要した時間が，コストとして考えられる。すなわち，価格の代わりに，渋滞による時間コストの増加分が縦軸にくる。その時間コストに対応して，需要量が，決まってくる。それが需要曲線と想定される。

ある道路区間において，価格ゼロに対する交通需要量（最大需要量）が供給量を下回るときには，交通渋滞の問題は発生しない。渋滞が発生するのは，最大需要量が供給量を上回るときに起こる。この場合，通常の価格メカニズムであれば，需要量が供給量に一致するように，適切な価格が設定される。すなわち，均衡状態においては，ある通行料が決定され，渋滞は発生しない。

問題は価格がゼロである点にある。需要者は通行料という価格の代わりに，渋滞による時間コストという価格を支払っていることになる。従って，最大交通量が供給量を上回るときには，必ず渋滞が発生する。もし渋滞を発生させないようにしようとするならば，渋滞によって発生する時間コストに相当する金額を徴収する必要がある。各ドライバーは時間コストを正確に貨幣に換算できるであろうか？ 正確に換算できないまでも，大まかには換算できるであろう。各人は，単位時間あたり幾ら収入があるかという，機会費用を知っていると想定してよい。

トラック輸送のように，道路を利用する以外に代替的な手段が殆どない場合には，道路を利用する価値は高い。また，需要は非弾力的である。従って，価格がゼロであっても，ゼロでなくても道路を利用するであろう。それに対し，乗用車でドライブする人のように他の代替手段がある場合には，道路を利用する価値はさほど高くない。また，需要も弾力的である。それゆえ，価格が高ければ，道路を利用しないで，他の代替手段を利用する。しかし，価格がゼロであれば，逆に道路を多く利用するであろう。従って，価格がゼロに近いほど，渋滞はますますひどくなる。

本稿では，価格を機会費用を用いて所要時間に換算し，縦軸を時間にする需要関数を考える。それを『時間軸需要関数』と呼ぶことにする。同時に『時間軸供給関数』も想定し，均衡状態を求める。そのさい，渋滞が発生し，所要時間が増加する状態を中心に考察する。また，混雑度がどのような関係で定まるかも記述する。

2．本稿の構成

〔Ⅱ〕では，すべての需要者が同一の機会費用を持っている場合について，需給均衡状態を導く。ここで得られる結論は，機会費用の異なる複数の需要グループのケースに対しても，機会費用を加重して一つにすれば，成立する。

はじめに，道路サービスに対し通常の需要・供給関数を想定する。ついで，所要時間を価格の代わりに用いる時間軸需要・供給関数を述べる。そして，時間軸需給均衡式を1次近似式で解くことにする。そのさい，均衡状態を混雑度という概念を用いて表わす。混雑度の表現については，相対価格と需要の価格弾力性を用いる場合と，交通量を用いる場合の，2つのケースを述べる。

〔Ⅲ〕では，需要者を機会費用が異なる2つのグループに分類し，需要均衡状態を導く。内容はⅡで述べたと同様に，需要・供給関数，時間軸需要・供給関数，および混雑度の表現である。ただしⅢでは，機会費用の異なる需要者グループ間でのシェアーや混雑度の関係も述べる。また，価格がゼロのとき，均衡状態では，いずれのグループにおいても交通量が多くなり，混雑度が大きくなることを示す。

機会費用が異なる3需要グループ以上のケースについて，本稿では記述しない。しかし，2需要グループと本質的な議論は変わらない。

〔Ⅱ〕単一需要グループの需給均衡モデル

1．需要・供給関数

あるルートについて，単位時間における交通量がどのように決定されるか，考察しよう。まず需要関数である。そのルートを通過するための使用料，すなわち価格をpとする。また，その価格における交通需要量をyとする。そのとき，需要関数は

$$p=D(y)$$

と表せる。ただし，

$$\frac{dy}{dp}<0$$

が成り立つとする。ここで，ある価格pに対する需要量yは，渋滞がないと想定した場合に意図される交通量であることに，注意しよう。

供給関数は価格に関係なく一定であり，

$$y=y^*$$

とする。ここでy^*は，そのルートにおいて，渋滞を引き起こさないで通行できる，単位時間における最大交通量である。これを『最適交通量』と呼ぼう。需要関数と供給関数が交わるところで，均衡価格p^*が決まる。これを『最適価格』と呼ぶ。

価格がゼロであるときの需要量を$\overline{y}$とする。すなわち，

$$\overline{y}=D^{-1}(0)$$

である。$\overline{y}$は渋滞がないと想定されるときに意図される交通量であり，価格がゼロのときに実際に通行する交通量とは，必ずしも一致しない。

もし$y^*>\overline{y}$ならば，渋滞はない。このとき，均衡状態では

$$y=\overline{y}$$
$$p=0$$

である。また，$y^*\leq\overline{y}$ならば，均衡状態では

$$y=y^*$$
$$p=p^*=D(y^*)$$

である。

2．時間軸需要・供給関数

上記の均衡状態では，どちらのケースにおいても渋滞は生じていない。しかし一般的には，道路の通行に対し料金が課せられることはない。すなわち，価格は常にゼロであるケースが普通である。そのとき，$y^*\leq\overline{y}$のケースで，均衡状態における交通量はどうなるであろうか？　これを考えるためには，価格に相当するものが何であるか，考察する必要がある。

価格ゼロの時の需要量が最適交通量を超えているならば，渋滞が発生する。それによって，通行する時間は長くなる。その分だけ需要者にとっては，コストが発生している。すなわち，渋滞時間が価格に相当するものと考えられる。問題は，需要者である各ドライバーが時間コストを正確に貨幣に換算できるかどうか，である。正確に換算できないまでも，大まかには換算できるであろう。各人は，単位時間あたり幾ら収入があるかという，

機会費用を知っていると想定してよい。

いま，すべての需要者にとって，機会費用が同一であるケースを考えよう。単位時間当たりの機会費用を k とする。時間が t であるとき，貨幣に換算した金額 m は

$$m=kt$$

である。

渋滞がないときに，そのルートを通過するために要する時間は一定であり，t^* とする。これを『最適所要時間』と呼ぶ。もし価格が p ならば，通過時間コストに価格を加えた負担を貨幣に換算すれば，kt^*+p になる。この負担をすべて時間に換算すれば，その時間 t は

$$kt=kt^*+p$$

と表現される。すなわち，

$$t=t^*+\frac{1}{k}p$$

である。

ここで価格の代わりに，時間を縦軸にした需要関数 $D_t(y)$ を考えよう。それを本稿では，『時間軸需要関数』と呼ぶことにする。それは

$$\begin{aligned} t&=D_t(y)\\ &=t^*+\frac{1}{k}D(y) \end{aligned}$$

と表せる。

次に，価格の代わりに時間を縦軸にした『時間軸供給関数』を求めよう。それを $S_t(y)$ とする。最低必要な所要時間は t^* であるから，

$$\begin{aligned} &t=S_t(y) && \text{if}\quad y>y^*\\ &t=t^* && \text{if}\quad y\leq y^* \end{aligned}$$

と表せる。ただし，

$$\frac{dS_t}{dy}>0$$

である。

従って，$y^*\leq\overline{y}$ のケースにおける時間軸需要，供給の均衡状態は，

$$D_t(y)=S_t(y)$$

を解けばよい。すなわち，

$$t^*+\frac{1}{k}D(y)=S_t(y)$$

を満たす状態である。これを『時間軸需給均衡式』と呼ぼう。

$y^*>\overline{y}$ のケースでは

$$\begin{aligned} y&=\overline{y}\\ t&=t^*\\ p&=0 \end{aligned}$$

となる。

3．価格と弾力性による混雑度の表現

ここでは，時間軸需給均衡式の近似解を求める。$D(y)$ を y^* のまわりでテーラー展開した式は

$$\begin{aligned} D(y)=D(y^*)&+(y-y^*)\frac{D'(y^*)}{1!}\\ &+(y-y^*)^2\frac{D''(y^*)}{2!}+\cdots\\ &+(y-y^*)^{n-1}\frac{D^{(n-1)}(y^*)}{(n-1)!}\\ &+(y-y^*)^n\frac{D^{(n)}(\varepsilon)}{n!} \end{aligned}$$

ただし

$$\varepsilon=y^*+\theta(y-y^*),\quad 0<\theta<1$$

である。同様に，$S_t(y)$ を y^* のまわりでテーラー展開した式を求めることができる。

$D(y)$ および $S_t(y)$ の1次近似式を時間軸需給均衡式に代入しよう。

$$\begin{aligned} &t^*+\frac{1}{k}\{D(y^*)+(y-y^*)D'(y^*)\}\\ &=S_t(y^*)+(y-y^*)S_t'(y^*) \end{aligned}$$

ここで $D(y^*)=p^*$，$S_t(y^*)=t^*$ であるから，

$$p^*+(y-y^*)D'(y^*)=k(y-y^*)S_t'(y^*)$$

となる。上式を混雑度という概念を用いて，以下に解こう。

y における需要の価格弾力性を ξ とすると，

$$\xi = -\frac{dy}{dp}\frac{p}{y}$$

である。従って，

$$D'(y) = -\frac{p}{\xi y}$$

と表せる。y^* における価格弾力性を ξ^*，超過交通量を $z=y-y^*$ とおき，上式を整理すると，

$$p^* = \frac{z}{y^*}\left(y^* k S_t'(y^*) + \frac{p^*}{\xi^*}\right)$$

となる。

混雑度を δ とし，超過交通量を最適交通量で割った値とする。

$$\frac{1}{\delta} = \frac{y^*}{z}$$
$$= \frac{y^* k S_t'(y^*)}{p^*} + \frac{1}{\xi^*}$$

である。

$$p^c = y^* k S_t'(y^*)$$

とおく。p^c は，最適交通量において 1 台追加することにより増加する所要時間の全車合計分を，機会費用で貨幣に換算した金額である。これを「限界所要時間コスト」と呼ぼう。ここで

$$\tilde{p} = \frac{p^*}{p^c}$$

とおく。$\tilde{p}$ は，最適価格の限界所要時間コストに対する相対価格である。混雑度は

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\tilde{p}} + \frac{1}{\xi^*}$$

と表現される。

混雑度 δ の値は，相対価格 $\tilde{p}$ および需要の価格弾力性 ξ^* よりも小さい。また，需要曲線が弾力的になるに従って，混雑度は相対価格の値に近づく。反対に，非弾力的になるにつれて，混雑度はゼロに近づく。同様に，相対価格の値が大きくなるに従って，混雑度は弾力性の値に近づき，相対価格の値が小さくなるにつれて，混雑度はゼロに近づく。言い換えれば，単位時間当たりの機会費用が小さければ，混雑度は大きくなり，逆に，機会費用が大きければ，混雑度はゼロに近くなる。

4．交通量による混雑度の表現

需要関数の逆関数を

$$y = D^{-1}(p)$$

とする。これを価格ゼロのまわりでテーラー展開し，1 次近似をとると，

$$y = D^{-1}(0) + p D^{-1\prime}(0)$$
$$= \bar{y} - sp$$

となる。ただし $D^{-1}(0) = \bar{y}$，$D^{-1\prime}(0) = -s$ とおく。$\bar{y}$ は最大需要量であり，s は価格がゼロから 1 単位増加したときの交通需要の減少分である。よって，需要関数は

$$p = \frac{\bar{y} - y}{s}$$

と近似される。$y^* \leq \bar{y}$ のとき，均衡状態における交通量は y^* であるので，均衡価格は

$$p^* = \frac{\bar{y} - y^*}{s}$$

である。また，$y^* > \bar{y}$ のときには，交通量は $\bar{y}$ になるので，価格はゼロになる。

時間軸需要関数は

$$t = t^* + \frac{1}{k} D(y)$$

であるので，この逆関数は

$$y = D^{-1}(k(t - t^*))$$

となる。t^*のまわりで 1 次近似をとると

$$y = D^{-1}(0) + k(t - t^*)\ D^{-1\prime}(0)$$
$$= \bar{y} - sk(t - t^*)$$

である。従って，時間軸需要関数は

$$t = t^* + \frac{\bar{y} - y}{sk}$$

と近似される。

時間軸供給関数を y^* のまわりで1次近似をとると

$$S_t(y)=S_t(y^*)+(y-y^*)S_t'(y^*)$$
$$=t^*+(y-y^*)S_t'(y^*)$$

である。従って，時間軸需給均衡式は

$$t^*+\frac{\overline{y}-y}{sk}=t^*+(y-y^*)S_t'(y^*)$$

と表現される。変形すると

$$y=\frac{\overline{y}+skS_t'(y^*)\ y^*}{1+skS_t'(y^*)}$$

ここで $p^c=y^*kS_t'(y^*)$ とおくと，

$$y=\frac{\overline{y}+sp^c}{y^*+sp^c}y^*$$

さらに $y^c=sp^c$ とおけば

$$y=\frac{\overline{y}+y^c}{y^*+y^c}y^*$$

である。y^c は，最適交通量において，1台追加することにより増加する所要時間の全車合計分を，機会費用で貨幣換算した金額だけ料金が課されるとした場合に，減少する交通需要量である。これを『限界機会交通量』と呼ぼう。

所要時間は

$$t=t^*+\frac{\overline{y}-y^*}{y^*+y^c}y^*S_t'(y^*)$$

である。

混雑度は

$$\delta=\frac{y}{y^*}-1$$
$$=\frac{\overline{y}+y^c}{y^*+y^c}-1$$
$$=\frac{\overline{y}-y^*}{y^*+y^c}$$
$$=\frac{y^e}{y^*+y^c}$$

ただし $y^e=\overline{y}-y^*$ とおく。y^e は最大超過交通量である。

混雑度は，最大超過需要量を最適交通量プラス限界機会交通量で除した値として表現できる。ここで単位時間当たりの機会費用 k が小さければ，混雑度は最大超過交通量を最適交通量で除した値 y^e/y^* に近づく。また機会費用が大きければ，混雑度はゼロに近づく。

上式をさらに変形すると

$$y=\overline{y}-\delta y^c$$

となる。

以上をまとめると，通行料が課されないときの均衡状態は

$$y=\frac{\overline{y}+y^c}{y^*+y^c}y^*$$

$$t=t^*+\frac{\overline{y}-y^*}{y^*+y^c}y^*S_t'(y^*)$$

$$p=0$$

である。

5．時間軸供給関数の特定化

時間軸供給関数について，単位時間当たりの通過台数・距離は等しいと仮定しよう。そのとき，対象としているルートの距離をl，通過台数をy，通過時間をtとすると，

$$\frac{ly}{t}=\frac{ly^*}{t^*}$$

である。従って，時間軸供給関数は

$$t=\frac{t^*}{y^*}y$$

と特定化される。このとき，

$$S_t'(y^*)=\frac{t^*}{y^*}$$

$$p^c=kt^*$$

である。従って，均衡状態は

$$y=\frac{\overline{y}+y^c}{y^*+y^c}y^*$$

$$y=\frac{\overline{y}+y^c}{y^*+y^c}t^*$$

となる。

6．1次式需要関数のケース

需要関数を

$$p=a-\frac{1}{s}y$$

とする。供給関数は

$$y=y^*$$

であり，$y^*<\overline{y}$ のケースでは，図1のようになる。需要均衡価格は p^* に決まる。

時間軸の関数に直すと，需要関数は

$$t=t^*+\frac{a}{k}-\frac{1}{sk}y \qquad \text{if} \quad t\geq t^*$$

$$y=\overline{y} \qquad \text{if} \quad t<t^*$$

となる。

時間軸供給関数について，単位時間当たりの通過台数・距離は等しいと想定する。従って，時間軸供給関数は

$$t=\frac{t^*}{y^*}y \qquad \text{if} \quad y>y^*$$

$$t=t^* \qquad \text{if} \quad y\leq y^*$$

と表せる。

時間軸需要・供給関数は図2のようになる。時間軸需給均衡式は

$$t^*+\frac{a}{k}-\frac{1}{sk}y=\frac{t^*}{y^*}y$$

である。これを解くと

$$y=\frac{skt^*+as}{skt^*+y^*}y^*$$

$$t=\frac{skt^*+as}{skt^*+y^*}t^*$$

となる。ここで

$$\frac{skt^*+as}{skt^*+y^*}=\delta+1$$

になる。というのは，

$$\frac{1}{\delta}=\frac{p^c}{p^*}+\frac{1}{\xi^*}$$

に

$$p^c=y^*kS_t'(y^*)$$
$$=y^*k\frac{t^*}{y^*}$$
$$=kt^*$$

$$\xi^*=s\frac{p^*}{y^*}$$

$$p^*=a-\frac{1}{s}y^*$$

を代入して求めると

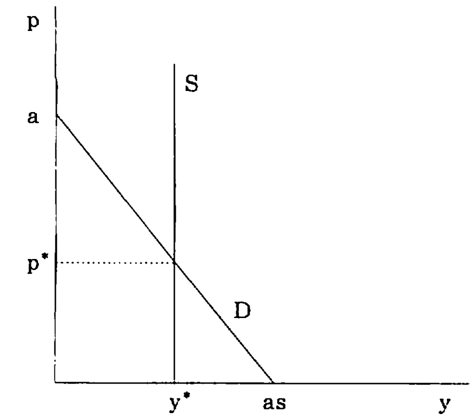
$$\delta=\frac{as-y^*}{skt^*+y^*}$$

となるからである。

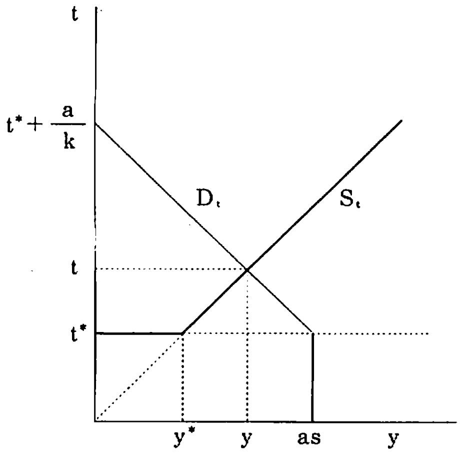
最大超過交通量を $y^e=\overline{y}-y^*$ とおく。また，$y^c=skt^*$ とおく。これは最適交通量において，1台追加することにより増加する所要時間の全車合計分を，貨幣に換算した金額だけ料金が課されるとした場合に，減少する交通需要量である。実際には料金が課されないので，その分だけ最適交通量が増加したと解釈できる。$as=\overline{y}$ であるので，混雑度は

$$\delta=\frac{y^e}{y^*+y^c}$$

と表せる。



（図１．需要・供給関数）



（図２．時間軸需要・供給関数）

〔Ⅲ〕２需要グループの需給均衡モデル

１．需要・供給関数

需要関数の異なるグループが２つあるケースを考えよう。それぞれの需要関数を

（Ｉ）$p=D_1(y),\quad D_1'(y)<0$

（Ⅱ）$p=D_2(y),\quad D_2'(y)<0$

とする。２つの関数を合成した需要関数 $D(y)$ を求めよう。それぞれの逆関数を

（Ｉ）$y=D_1^{-1}(p)$

（Ⅱ）$y=D_2^{-1}(p)$

とすると，合成需要関数は

$$y=D_1^{-1}(p)+D_2^{-1}(p)$$

と表現される。

厳密に言えば，合成された需要関数は次のようになる。

$D_1(0)>D_2(0)$ の場合には，

$$\begin{aligned} y&=D_1^{-1}(p)+D_2^{-1}(p) && \text{if } 0\leq p\leq D_2(0)\\ p&=D_1(y) && \text{if } D_2(0)<p\leq D_1(0)\end{aligned}$$

$D_1(0)\leq D_2(0)$ の場合には，

$$\begin{aligned} y&=D_1^{-1}(p)+D_2^{-1}(p) && \text{if } 0\leq p\leq D_1(0)\\ p&=D_2(y) && \text{if } D_1(0)<p\leq D_2(0)\end{aligned}$$

である。

ここで，合成需要関数の価格ゼロのまわりの１次近似式を求めよう。需要関数の逆関数はそれぞれ

（Ｉ）$y=D_1^{-1}(0)+pD_1^{-1\prime}(0)=\overline{y}_1-s_1p$

（Ⅱ）$y=D_2^{-1}(0)+pD_2^{-1\prime}(0)=\overline{y}_2-s_2p$

と近似される。ただし，

$$D_i^{-1}(0)=\overline{y}_i,\quad D_i^{-1\prime}(0)=-s_i$$

である。$\overline{y}_i$ は i グループにおける最大交通需要量であり，s_i は価格ゼロから１単位増加したときの交通需要の減少量である。合成需要関数は

$$y=\overline{y}_1+\overline{y}_2-(s_1+s_2)p$$

すなわち

$$p=\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y}{s_1+s_2}$$

となる。

供給関数は $y=y^*$ であるから，均衡状態では

$$y=y^*$$
$$p=p^*=\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y^*}{s_1+s_2}$$
$$t=t^*$$

である。また，各グループの交通量は

$$y_1^*=\overline{y}_1-s_1p^*$$

$$y_2^*=\overline{y}_2-s_2p^*$$

となる。

全体の交通量に占める各グループのシェアーをα_1^*, α_2^*とおく。各グループのシェアーはそれぞれの最大交通量が大きいほど高くなる。また，価格が1単位増加したときの交通需要の減少量が小さいほど高くなる。

2．時間軸需要・供給関数

時間軸需要関数を合成した式を求めよう。各グループ内では単位時間当たり機会費用は同一であり，それぞれk_1，k_2とする。各グループの時間軸需要関数は

$$(\mathrm{I})\ t=t^*+\frac{1}{k_1}D_1(y)$$

$$(\mathrm{II})\ t=t^*+\frac{1}{k_2}D_2(y)$$

である。それぞれの逆関数は

$$(\mathrm{I})\ y=D_1^{-1}(k_1(t-t^*))$$

$$(\mathrm{II})\ y=D_2^{-1}(k_2(t-t^*))$$

となる。従って，合成時間軸需要関数は

$$y=D_1^{-1}(k_1(t-t^*))+D_2^{-1}(k_2(t-t^*))$$

である。

ここで，t^*のまわりの1次近似式を求めよう。それぞれの逆関数は

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\ y&=D_1^{-1}(0)+k_1(t-t^*)D_1^{-1\prime}(0)\\&=\overline{y}_1-s_1k_1(t-t^*)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\mathrm{II})\ y&=D_2^{-1}(0)+k_2(t-t^*)D_2^{-1\prime}(0)\\&=\overline{y}_2-s_2k_2(t-t^*)\end{aligned}$$

と近似される。従って，合成時間軸需要関数は

$$y=\overline{y}_1+\overline{y}_2-(s_1k_1+s_2k_2)\ (t-t^*)$$

である。よって，

$$t=t^*+\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y}{s_1k_1+s_2k_2}$$

が求めるものとなる。

1次近似式の場合，合成需要関数と単位時間当たり機会費用を整理すると，

$$\begin{aligned}D(y)&=\frac{D_1^{-1}(0)+D_2^{-1}(0)-y}{D_1^{-1\prime}(0)+D_2^{-1\prime}(0)}\\&=\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y}{s_1+s_2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k&=\frac{D_1^{-1\prime}(0)k_1+D_2^{-1\prime}(0)k_2}{D_1^{-1\prime}(0)+D_2^{-1\prime}(0)}\\&=\frac{s_1k_1+s_2k_2}{s_1+s_2}\end{aligned}$$

となる。

3．交通量による混雑度の表現

混雑度を求めよう。II－3節で見たように，1次近似式では

$$\frac{1}{\delta}=\frac{y^*kS_t'(y^*)}{p^*}+\frac{1}{\xi^*}$$

が成り立つ。ここに

$$k=\frac{s_1k_1+s_2k_2}{s_1+s_2}$$

$$\xi^*=-\frac{p^*}{y^*D'(y^*)}$$

を代入すると

$$\frac{1}{\delta}=\frac{(s_1k_1+s_2k_2)y^*S_t'(y^*)-(s_1+s_2)y^*D'(y^*)}{(s_1+s_2)\ p^*}$$

となる。1次近似式では

$$D'(y^*)=-\frac{1}{s_1+s_2}$$

が成り立つ。また，

$$p^*=\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y^*}{s_1+s_2}$$

である。この2つの式を上式に代入し，整理すると

$$\delta=\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y^*}{y^*+(s_1k_1+s_2k_2)y^*S_t'(y^*)}$$

となる。

最大超過交通量を $y^e=\overline{y}_1+\overline{y}_2-y^*$ とおく。また，$y_i^c=s_ik_iy^*S_t'(y^*)$ とおく。y_i^c は，最適交通量において1台追加したときに増加する所要時間の全車合計分を，iグループの機会費用で貨幣換算し，その分価格が上昇したとき減少するiグループの交通需要量である。これを「iグループ限界機会交通量」と呼ぼう。さらに $y^c=y_1^c+y_2^c$ とおく。これは所要時間の変化による全グループの交通量の変化分である。これを限界機会交通量と呼ぶ。従って，混雑度は

$$\delta=\frac{y^e}{y^*+y^c}$$

と表現される。混雑度は最大超過需要量を，最適交通量プラス限界機会交通量で除した値として，表現できる。

ここで需要者を，トラック輸送のように道路を利用する以外に代替的な手段がほとんどないグループと，乗用車でドライブする人のように他の代替手段があるグループとに分類しよう。前者の場合，他の代替手段がないので，道路を利用する価値は高い。すなわち，kの値は大きい。それに対し，需要は非弾力的であるので，sの値はかなり小さい。従って，skは小さな値に止まるであろう。後者の場合には，前者の場合とは逆に，需要は弾力的である。従ってsの値は大きいであろう。しかし，道路を利用する価値はさほど高くない。よって，kは小さな値に止まる。すなわち，skの値はやはり小さな値に止まるであろう。いずれのグループにおいても，skは小さな値に止まるであろう。

上述した混雑度の式において，どのグループにおいてもskは小さな値に止まるであろうから，分母は y^* の値に近い。従って，混雑度は最大超過需要量を最適需要量で除した値に近い。すなわち，価値がゼロに近いほど，渋滞はますますひどくなる。

4．全体の混雑度とグループ内混雑度の関係

I－6節で求めたように，均衡交通量は混雑率を使って

$$y=\overline{y}-\delta y^c$$

と表現される。ここで

$$\overline{y}=\overline{y}_1+\overline{y}_2$$

$$y^c=(s_1k_1+s_2k_2)y^*S_t'$$

である。これを均衡交通量の式に代入すると

$$t^*+\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y}{s_1k_1+s_2k_2}=t^*+\delta y^*S_t'$$

と変形される。左辺は均衡所要時間である。各グループの所要時間は，すべて均衡所要時間に一致する。1次近似式の場合，第iグループの所要時間は

$$t=t^*+\frac{\overline{y}_i-y_i}{s_ik_i}$$

である。これを上式の左辺に代入し，整理すれば

$$\begin{aligned}y_i&=\overline{y}_i-\delta s_ik_iy^*S_t'\\&=\overline{y}_i-\delta y_i^c\end{aligned}$$

となる。

各グループ内の混雑度を δ_1，δ_2 とする。すなわち

$$\delta_i=\frac{y_i-y_i^*}{y_i^*}$$

と定義する。このとき全体の混雑度は

$$\delta=\alpha_1^*\delta_1+\alpha_2^*\delta_2$$

になる。というのは

$$\begin{aligned}\delta&=\frac{y_1+y_2-y^*}{y^*}\\&=\frac{(\delta_1+1)y_1^*+(\delta_2+1)y_2^*-y^*}{y^*}\\&=\delta_1\frac{y_1^*}{y^*}+\delta_2\frac{y_2^*}{y^*}\end{aligned}$$

と変形できるからである。

5．グループ内混雑度間の関係

時間軸需給均衡の場合に，各グループの交通量のシェアーをα_1，α_2とする。

$$\alpha_i=\frac{y_i}{y}$$
$$=\frac{(\delta_i+1)y_i^*}{(\delta+1)y^*}$$
$$=\frac{\delta_i+1}{\delta+1}\alpha_i^*$$

従って，$\delta_i>\delta$ であるならば，$\alpha_i>\alpha_i^*$となる。すなわち，グループ内混雑度が全体の混雑度より大きければ，そのグループの交通量シェアーは，最適価格の場合よりも，価格ゼロの場合の方が大きい。

グループ内混雑度については，次のことが成り立つ。

$$\delta_1>\delta_2$$

であるための必要十分条件は

$$a_1+p_1^*<a_2+p_2^*$$

ただし，

$$a_i=\frac{\overline{y}_i}{s_i}$$

である。a_iは，iグループの需要者がゼロになってしまう価格の近似解である。これを「iグループ禁止価格」と呼ぼう。

上述の関係は，以下のようにして導くことができる。

$$\delta_i=\frac{y_i-y_i^*}{y_i^*}$$
$$=\frac{s_ip^*-\delta s_ip_i^*}{\overline{y}_i-s_ip^*}$$

である。ここで

$$\delta=\frac{(s_1+s_2)p^*}{y^*+s_1p_1^*+s_2p_2^*}$$

$$p^*=\frac{\overline{y}_1+\overline{y}_2-y^*}{s_1+s_2}$$

を用いて，上式を変形していくと，結論の式が得られる。

従って，禁止価格プラス限界所要時間コストが大きい需要グループは，グループ内混雑度が小さい。また，この逆も言える。

6．1次式需要関数のケース

需要関数が1次式で表現される場合についてみよう。それぞれ

$$(\mathrm{I})\quad p=a_1-\frac{1}{s_1}y$$

$$(\mathrm{II})\quad p=a_2-\frac{1}{s_2}y$$

と表される。いま$s_1<s_2$とする。ここでs_iは，価格が1単位増加したときの交通需要の減少量である。$a_1>a_2$（図3）と，$a_1<a_2$（図4）のケースに分けて，2グループの需要曲線を合成してみよう。直線（Ⅰ＋Ⅱ）の式はどちらのケースでも同じで，

$$p=\frac{a_1s_1+a_2s_2}{s_1+s_2}-\frac{1}{s_1+s_2}y$$

となる。供給曲線は

$$y=y^*$$

である。これが直線（Ⅰ＋Ⅱ）と交わるならば，均衡価格は

$$p^*=\frac{a_1s_1+a_2s_2}{s_1+s_2}-\frac{1}{s_1+s_2}y^*$$

となる。そのとき，各グループの交通量は

$$y_1=(a_1-a_2)\frac{s_1s_2}{s_1+s_2}+\frac{s_1}{s_1+s_2}y^*$$

$$y_2=(a_2-a_1)\frac{s_1s_2}{s_1+s_2}+\frac{s_2}{s_1+s_2}y^*$$

である。従って，a，sの大きいグループの方が，交通量は大きくなる。

$a_1 > a_2$ の場合，$y^* < s_1(a_1 - a_2)$ ならばⅠグループのみとなり，

$$y_1 = y^*$$
$$y_2 = 0$$

$a_1 < a_2$ の場合，$y^* < s_2(a_2 - a_1)$ ならばⅡグループのみとなり，

$$y_1 = 0$$
$$y_2 = y^*$$

である。

時間軸需要・供給関数に書き換えよう。各グループの単位時間当たり機会費用を k_1，k_2 とする。すなわち

$$(\text{I})\ p = k_1 t$$
$$(\text{II})\ p = k_2 t$$

である。それぞれの時間軸需要関数は

$$(\text{I})\ t = t^* + \frac{a_1}{k_1} - \frac{1}{s_1 k_1} y$$

$$(\text{II})\ t = t^* + \frac{a_2}{k_2} - \frac{1}{s_2 k_2} y$$

である。従って，合成された時間軸需要関数（Ⅰ＋Ⅱ）は

$$t = t^* + \frac{a_1 s_1 + a_2 s_2}{s_1 k_1 + s_2 k_2} - \frac{1}{s_1 k_1 + s_2 k_2} y$$

となる。時間軸供給関数は，単位時間当たり通過台数・距離が等しいという仮定をいれて

$$t = \frac{t^*}{y^*} y$$

とする。

従って，時間軸需要・供給が均衡する交通量および所要時間は

$$y = \frac{(s_1 k_1 + s_2 k_2) t^* + (a_1 s_1 + a_2 s_2)}{(s_1 k_1 + s_2 k_2) t^* + y^*} y^*$$

$$t = \frac{(s_1 k_1 + s_2 k_2) t^* + (a_1 s_1 + a_2 s_2)}{(s_1 k_1 + s_2 k_2) t^* + y^*} t^*$$

である。ここで右辺の係数に当たる部分を変形すると

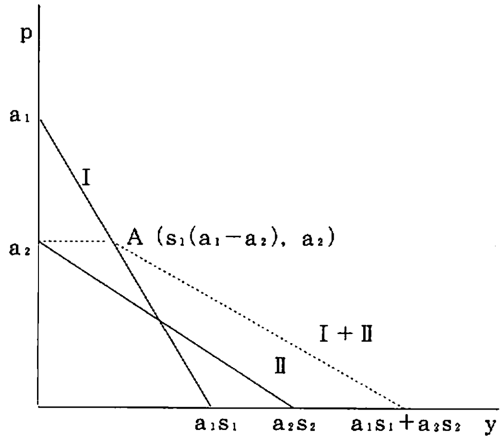
$$\frac{(s_1 k_1 + s_2 k_2) t^* + (a_1 s_1 + a_2 s_2)}{(s_1 k_1 + s_2 k_2) t^* + y^*}$$
$$= \frac{(a_1 s_1 + a_2 s_2) - y^*}{(s_1 k_1 + s_2 k_2) t^* + y^*} + 1$$
$$= \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 - y^*}{y^* + y^c} + 1$$
$$= \delta + 1$$

である。従って

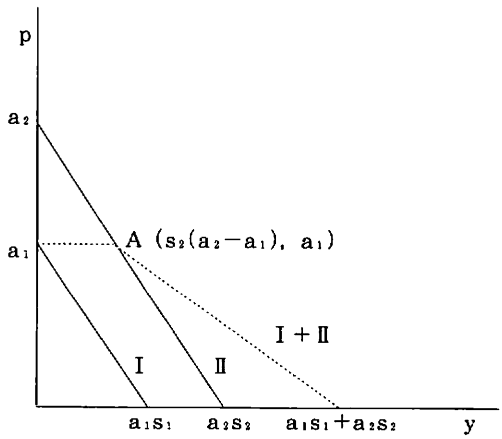
$$y = (\delta + 1) y^*$$

$$t = (\delta + 1) t^*$$

となっている。



（図3．2グループの合成需要関数 $s_1 < s_2$，$a_1 > a_2$ のケース）



（図4．2グループの合成需要関数 $s_1 < s_2$，$a_1 < a_2$ のケース）