租税累進度の計測法

TOYODA, Takashi / 豊田, 敬

(出版者 / Publisher)
法政大学経営学会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
The Hosei journal of business / 経営志林
(巻 / Volume)
28
(号 / Number)
4
(開始ページ / Start Page)
117
(終了ページ / End Page)
126
(発行年 / Year)
1992-01-30
(URL)
https://doi.org/10.15002/00003362

租税累進度の計測法

豊田　　敬

1. はじめに

税制改革が行われる場合，それによって税負担がどのように変化するのかということが大きな論点の一つとなる。どういう階層の負担が増えるのか。負担が減るのはどの階層か。負担率でみるとどう変わるのか。税制改革に伴って政府予算も変化するとすれば，政府の提供する便益も変わるはずである。それなら，受益も考慮したネットの負担・負担率は最終的にどうなるのか。総合的にみて，税制はより累進的になるのか，あるいは逆進性を強めることになるのか。等々，経済的な側面に限っても，論点はとどまるところがない。

この論考では，「より累進的」とか「逆進性を強める」という表現，つまり累進度（累進の度合・程度）が正確には如何なる概念に基づいていて，何を意味するのか，そしてそれはどのように計測されるのか，といったテーマを扱う。実証研究の手順でいえば，このテーマは，分析対象としている個人ないし世帯の所得分布（所得階層別の個人分布ないし世帯分布）のデータと分析対象としている税に関する税負担分布（所得階層別の税負担額ないし税負担率）のデータとを得た後，それを，どのように評価し，どのように要約するかというところで関わりをもつ。したがって，税制改革の時だけでなく，一般に，所得階層別の税負担構造を分析する際には，常に直面するテーマであるといってよい。

以下の構成は次のとおり。第2節では，累進度の概念を垂直的公平の観点から考察し，唯一絶対の指標や計測法はないということを示す。第3節では，税率の変化率や税の所得弾力性で累進度を測るという考え方の局所指標（local measure）を3つ挙げる。それは，平均税率累進度（*ARP*），税負担累進度（*TLP*），残余所得累進度（*RIP*）の3つであり，初期の代表的論文 Musgrave and Thin (1948) で取り上げられた指標である。

第4節では，所得分布の不平等度の変化によって累進度を計測しようという考え方にたつ要約指標（summary measure）2つを挙げる。その一つは，実証研究でしばしば使われる再分配係数ϕであり，他の一つは，Kakwani (1977) が提案したのを標準化した指標λである。この2つは，いずれもジニ係数を適用したものであるが，いかなる意味の累進度を測っているのか曖昧である等，いくつかの難点をもっている。

しかしながら，これらの難点を解消させるような解釈は可能である。その事実を指摘することによって，再分配係数ϕと指標λの意味と限界を明確にするのが，この論考の主要目的である。具体的には，再分配係数ϕと指標λとの関係を明示して（第6節），このλとϕがそれぞれ，税負担累進度，残余所得累進度として解釈できるという事実を示す（第7節）ことがそれにあたる。

第6，7節での議論を展開するためには，ローレンツ曲線とジニ係数を，データの形式に対応させて，正確に記述しなければならない。第5節は，そのための解説であり，従来の説明の仕方とは幾分異なった記述になっている。

2. 累進度と垂直的公平

累進税や逆進税の定義は単純かつ明解であり，特に疑念が呈せられることはない。

いま，税負担能力（担税力）を表す指標（たとえば課税標準となる所得）をX，このXの各値に対応する税負担額を$T=T(X)$とする。税率を担税力指標の関数として$t=t(X)$で表せば，
$t=t(X)=T/X=t(X)/X$。

このとき，担税力指標のXが大きくなると，税

率 $t(X)$ が上昇するというのが累進税であり，X が大きくなると，逆に税率 $t(X)$ が減少するというのが逆進説である。そして，税率 $t(X)$ が一定の水準で固定していれば，比例税である。Tとして何を対象とするか，また何をXにとるかによって多少事情の変わることがあるが，定義の基本はすべてこれに帰着される。

累進・逆進・比例の3区分はこの定義に従えばよく，疑問の生じる余地はない。それでは，累進性の度合あるいは逆進性の度合はどのような概念に基づいて，どのように定義されるのか。これについては，いくつかの形式的な定義が提示されている。ただし，累進度は如何なる概念に基づいて定義されるべきかという点は，経済理論からの有効な指針がないため，現状では不明確なままである。

経済理論からの有効な指針が得られないという事情は，累進度を垂直的公平の度合に関連させて考えると理解しやすい。ここでは，比較対照の意味で，水平的公平の観点も取り上げることにし，まず水平的公平について述べ、次に垂直的公平について述べることにする。

水平的公平と垂直的公平については良く知られている。うるさいことを言わなければ次の如くになろう。担税力に基づく課税において，水平的公平とは，担税力の等しい人は等しく負担することであり，垂直的公平とは，担税力の大きい人は多く負担することである。

いま，世帯ベースを単位とした状況を対象にしているとし，各世帯の分析対象の税負担額と適切な担税力指標のデータが得られたとしよう。この2変数データを直交座標にプロットすれば，図1の如くになる。水平的公平は図を垂直方向（縦軸方向）に眺めることに対応し，他方，垂直的公平は図を水平方向（横軸方向）に眺めることに対応する。これを説明しよう。

水平的公平の意味を考えれば，図1（a）において，データが横軸の小区間ΔXで縦軸方向に広く散らばるとき，この担税力の辺りでは水平的公平からの乖離が大きい，と判定されることは直ちに了解できるであろう。つまり，水平的公平は，図を垂直方向に眺めて考察することに対応する。

そして，小区間ΔXにおける水平的公平度（水平的公平の程度）は，当該区間に含まれる世帯グループの，税負担額の不平等度で計測することができる。もちろん，その不平等度の値が小さいほど，水平的公平度は大きいことになる。

もし，担税力の全区間にわたる水平的公平度を一つの数値で表現したければ，各小区間ごとの税負担額の不平等度をウェイト付けして集計できる不平等尺度を利用すればよい。具体的には，一般化エントロピークラスの尺度がその候補として挙げられよう。以上要するに，水平的公平度については，適切なデータさえ得られれば，概念的にも実際の計測にも実質的には特に問題はない。

もう一方の垂直的公平については，次のように考える（図1（b）を参照)。まず，担税力を小区間に分割し，各小区間ごとの平均担税力と平均税負担額を算出する。この平均を図にプロットし，直線補完する。このようにして得られた平均税負

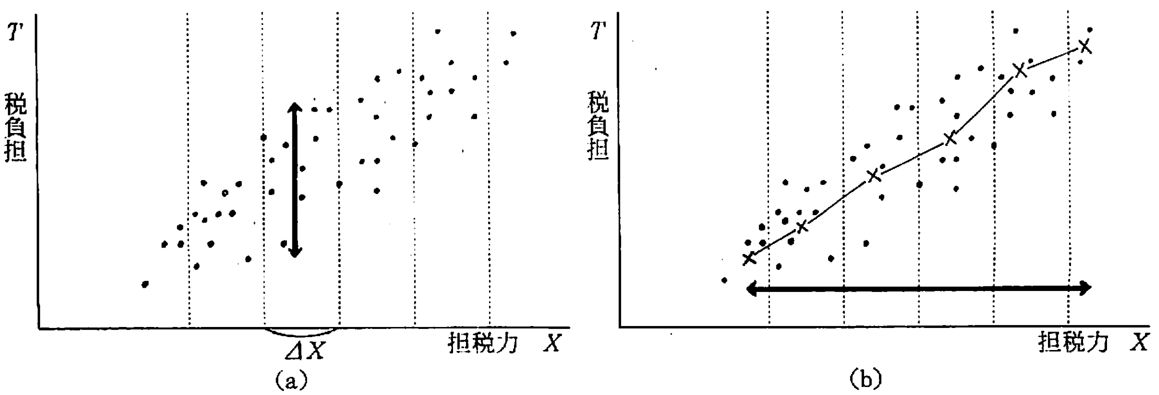


図1　水平的公平と垂直的公平

担曲線の傾きがプラスになっていれば，上で述べた意味で垂直的公平である。つまり，垂直的公平は，平均曲線を水平方向（横軸方向）に眺めて考察することに対応する。

それでは，垂直的公平度（垂直的公平の程度）はどのように考えたらよいのであろうか。垂直的公平についての上の記述では，平均税負担曲線の傾きが正ならば垂直的公平，そうでなければ垂直的公平でない，という二分法しか適用できない。従来，垂直的公平の基準として均等犠牲ルールが挙げられてきたが，均等犠牲ルールでは実証研究に役立つような指針は導出できそうもない。要するに，垂直的公平度に関して，実際の計測に役立つガイドラインは，標準的経済理論の道具箱の中にはないということである。

累進度は，基本的には垂直的公平度と関連する概念であり，また実際，関連させて理解する方が論点ははっきりする。ところが，現実には垂直的公平度については，頼るべき経済理論がない。結局のところ，累進税，逆進税，比例税の定義と同様に形式的なものにならざるをえないということになるのである。

3．局所指標

この節以降，用語を簡単にするために，前節の担税力指標Xを課税前所得あるいは単に所得と呼び，Xの関数としてみた税負担額$T=T(X)$を租税関数と呼ぶことにする。また，一般に$X>0$とし，考察対象のXの範囲では，租税関数は，$T(X)>0$，$T(X)<X$，そして，適当な回数だけ微分可能であるとする。いうまでもなく，税率もXの関数である：

$$t=t(X)=T(X)/X。$$

税率$t(X)$が所得Xの（狭義）単調増加関数であるか，（狭義）単調減少関数であるか，定数であるかによって，その税制は累進税，逆進税，比例税になるわけであった。そうすると，累進度ないし逆進度は，税率$t=t(X)$とか租税関数$T=T(X)$についての“変化率の類”の概念で定義すればよいということになる。なお，以下では，逆進度はマイナスの累進度として扱われるので，用語を累進度に統一する。逆進度という用語は今後いっさい使わない。

真っ先に思い浮かぶのは，税率の変化率で累進度を測るという考え方である。これは平均税率累進度（average rate progression, ARP）と呼ばれる。微分を使えば，

$$ARP=\frac{d(t(X))}{dX}=\frac{d}{dX}\left(\frac{T(X)}{X}\right)$$
$$=\frac{1}{X}\left(\frac{dT(X)}{dX}-t(X)\right)。$$

次に挙げられるのは，所得が1パーセント変化したときの税負担額のパーセント変化で累進度を測るという考え方である。これは税負担累進度（liability progression, TLP）と呼ばれる。微分で表記すれば，

$$TLP=\frac{dT(X)}{dX}\cdot\frac{X}{T(X)}=\frac{1}{t(X)}\cdot\frac{dT(X)}{dX}。$$

この税負担累進度TLPは，税負担額Tの所得Xに関する弾力性に他ならない。

もう一つは，（課税前）所得が1パーセント変化したときの課税後所得のパーセント変化で累進度を測るという考え方である。これは残余所得累進度（residual income progression, RIP）と呼ばれる。微分で表せば，

$$RIP=\frac{dY}{dX}\cdot\frac{X}{Y}$$
$$=\left(1-\frac{dT(X)}{dX}\right)/(1-t(X))。$$

ただし，Yは課税後所得で，$Y=X-T$。

この残余所得累進度RIPは，課税後所得Yの（課税前）所得Xに関する弾力性である。

これらはいずれも局所概念（微分）に基づいていて，所得Xの関数である。そのため，局所指標（local measure）と総称される。なお，

$$d^2T(X)/dX^2$$

で定義される指標で，限界税率累進度（marginal rate progression, MRP）と呼ばれるものもあるが，この論考に関してはあまり意味がないので，これ以上触れない。

ARP, TLP, RIPの間には次の関係式が成り立つことは直ちに分かる。

$$ARP=\frac{t(X)}{X}(TLP-1)$$

$$=\frac{(1-t(X))}{X}(1-RIP)。$$

ARPは，その定義から分かるとおり，$ARP>0$のとき累進税，$ARP=0$のとき比例税，そして$ARP<0$のとき逆進税であり，ARPの値が大きいほど累進度は大きいとされる。TLPは，すぐ上の式から分かるとおり，$TLP>1$のとき累進税，$TLP=1$のとき比例税，そして$TLP<1$のとき逆進税であり，TLPの値が大きいほど累進度は大きいとされる。最後のRIPは，逆に，$RIP<1$のとき累進税，$RIP=1$のとき比例税，そして$RIP>1$のとき逆進税であり，RIPの値が小さいほど累進度は大きいとされる。TLP，RIPともに弾力性であり，したがって無名数であって，その値が1のとき比例税であるというわけであるから，それぞれ，$TLP-1$，$1-RIP$としておけば，値0の比例税を基準にして，その値が大きいほど累進度が大きいという指標になる。

以上に述べた局所指標は，少なくとも何を測っているかについては明確であり，租税関数$T(X)$が特定化されれば，各所得水準Xの値に応じて，それぞれの累進度を求めることができる。実証研究の場合であれば，適切なデータが得られ，租税関数$T(X)$がうまく推定されれば，あとはたとえば，課税前所得分布の適当な各分位点における，これら累進度の値を算出しておけばよいということになろう。

4．要約指標

累進税には所得分配を平等化する機能，つまり所得再分配機能がある。課税前と課税後の所得分布のローレンツ曲線を，それぞれL_XとL_Yとすれば，累進税の場合，図2（a）のようになり，課税後の所得分布は課税前の所得分布より平等になる。

そうだとすれば，課税前と課税後の所得分布を対比して，その不平等度の減少具合をみることで累進度を測ることができるはずである。この考え方に沿った指標としてよく知られているのは，不平等尺度としてジニ係数を用いたものである。

課税前と課税後の所得分布のジニ係数を，それぞれG_X，G_Yで表せば，この指標ϕは次のように定義される：

$$\phi=\frac{G_X-G_Y}{G_X}=1-\frac{G_Y}{G_X}。$$

このϕは，日本では特に再分配係数と呼ばれている。

再分配係数ϕを導いた発想法をもう少し押し進めると，次のような考え方に基づく指標も提示することができる。

累進税のもとで所得分布が平等化するのは，税負担額の分布が不平等だからである。つまり，累進税は，課税前所得分布よりも不平等な税負担分布を課すことによって，課税後所得分布を課税前

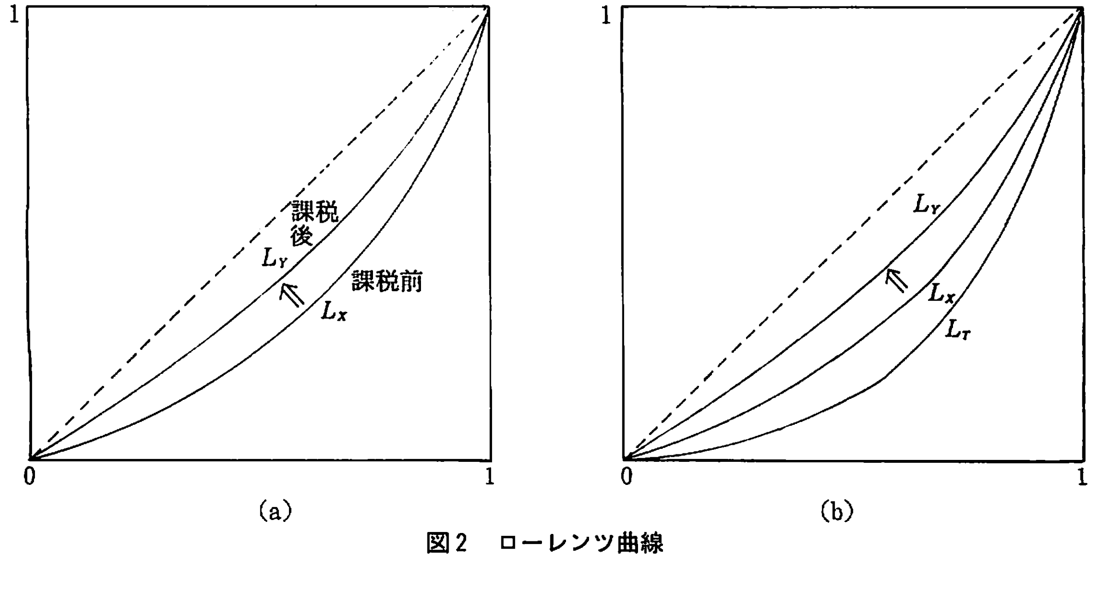


図2　ローレンツ曲線

所得分布より平等にする（図2（b）を参照)。したがって，税負担分布が課税前所得分布と較べてどれだけ不平等になっているかをみることで累進度を測ることができるはずである。この考え方に従った指標をλ，税負担分布のジニ係数をG_Tで表せば，

$$\lambda=\frac{G_T-G_X}{G_X}=\frac{G_T}{G_X}-1。$$

比例税の場合,課税前と課税後の所得分布の不平等度は同じであり，税負担分布の不平等は課税前所得分布の不平等度と等しいはずである。そうすると，比例税の場合，$G_X=G_Y=G_T$が成立ち，$\phi=0$，$\lambda=0$となる。そして累進税のとき，$\phi>0$，$\lambda>0$となり，値が大きいほど累進度はより大きいということになる。

この節で取り上げた以上の2つの指標ϕ，λはともに，所得や税負担の分布が与えられれば，それに対して1つの数値が定まるというタイプになっている。そのため，このタイプの指標は総称して，要約指標（summary measure）または大域指標(global measure）と呼ばれている。

不平等度の変化に基礎を置くこの種の要約指標は一応もっともらしい。そのため，特に再分配係数ϕは，実証研究では結果を要約して評価する指標としてよく使われる。「白書」の類でも使われるほどである。ところが，この種の指標には，基本的な点で重大な欠陥がある。以下それを列挙しよう。

まず第一は，この種の指標は無数に作ることができて，特に上述の指標ϕやλでなければならないという根拠はない，という点である。ジニ係数はポピュラーではあるが，あくまでも無数にある不平等尺度の一つにすぎない。そして，ジニ係数を他の不平等尺度に置き換えていけないという理由はない。遺憾ながら，これまでのところ，なぜ指標ϕ（やλ）が選ばれるかについては，ほとんど議論がなされていないのである。

第二に，この種の要約指標は，いずれも租税関数を意識して提案されたものではないので，租税関数との関係がはっきりせず，そのために第3節で取り上げた局所指標との関連がつかない，という欠陥を有する。つまり，不平等度の変化に基づいて定義されているために，いかなる意味の累進度を測っているのかという点がかえって不明確になっているわけである。

第三は，不平等尺度であるジニ係数の比率をとって比較することに意味があるのか，という点である。これは，ジニ係数の値が半分になったから不平等度は半分に減少したと言って構わないのか，ということで，測定のレベルにかかわる問題である。

通常，ジニ係数で不平等度を計測して比較する場合，その計測値の大小によって不平等度を順序づけるというやり方で，ジニ係数を利用する。つまり，ジニ係数を順序尺度（ordinal scale）として使っているわけである。ところが，上の指標のϕやλはジニ係数の比率をとってその値を比較している。ジニ係数で測った不平等度について，それが2倍であるとか，1／2であるとか言うことが意味をもち，比率尺度（ratio scale）とみなしてよいのであれば問題はない。しかし，不平等度を間隔尺度（interval scale）や比率尺度として意味づけるにはかなりの無理が伴う。したがって，たとえば再分配係数ϕを使ったこれまでの実証研究の結果は，根拠のない計測から得られた結果と断定されても反論のしようがない状況にあるのである。

5．ジニ係数とローレンツ曲線

ジニ係数は様々な形の式で表現することができる。ここでは，ジニ係数を相対平均差として定義することから始め，平均差が共分散の形式で表現できるということを示す。その後でローレンツ曲線について解説し，ローレンツ曲線とジニ係数との関係について述べる。

課税前の所得分布（課税前所得の世帯分布ないし個人分布）が，相対度数の形式にグループ分けされたデータとして，次で与えられたとする。

階級（平均）値	X_1, X_2, $\cdots$, X_i, $\cdots$, X_n
相対度数	f_1, f_2, $\cdots$, f_i, $\cdots$, f_n

このデータは，課税前所得を標識にして階層化（グループ分け）してあるから，当然ながら$0<X_1<X_2<\cdots<X_i<\cdots<X_n$である。

累積相対度数は

$F_i = f_1 + f_2 + \cdots + f_i, \quad i = 0, 1, \cdots, n$

ただし，$F_0 = 0$，$F_n = 1$

であり，平均所得は$\bar{X} = \Sigma X_i f_i$である。なお，グループ分けされていないナマのデータの場合は，

$f_i = 1/n, \quad i = 1, 2, \cdots, n$

とすればよい。ついでにいえば，この節のX_iを所得と呼んでいるが，これは便宜上の呼称である。実際はどんな（非負の）変数でもかまわない。

ジニ係数（丁寧にいえば，ジニの集中係数）は，平均差と平均の2倍との比率として定義される。ジニ係数をG，平均差をΔで表せば，

$$G = \frac{\Delta}{2\bar{X}} 。$$

ここで言う平均差Δは，すべての対（X_i，X_j），i，$j = 1, 2, \cdots, n$ の距離 $|X_i - X_j|$ の平均である：

① $\Delta = \Sigma_i \Sigma_j |X_i - X_j| f_i f_j$。

平均差Δは次の形に書き表すことができる：

② $\Delta = 2\Sigma (F_i + F_{i-1})(X_i - \bar{X}) f_i$。

つまり，平均差Δは所得X_iと所得の累積相対度数から作られる数（$F_i + F_{i-1}$）との共分散の2倍に等しい。

ジニ係数$G = (\Delta/2\bar{X})$は，この②式を使うと

③ $G = \Sigma (F_i + F_{i-1})((X_i/\bar{X}) - 1) f_i$

なる形に書き表される。

平均差の定義①の特徴は，分散などの散らばりの尺度と異なって，基準値からの偏差形式をとらないという点にあるということが時に強調して述べられる。しかし，②式によれば，所得はその平均からの偏差（$X_i - \bar{X}$）で測られるという形になっている。したがって，基準値からの偏差形式をとらない点を，平均差の特徴として挙げるのは，一面的な見方といわざるを得ない。

ナマのデータの場合，$F_i = i/n$であるから，②式は

$$\Delta = 2\Sigma\left(\frac{i}{n} + \frac{i-1}{n}\right)(X_i - \bar{X}) \cdot \frac{1}{n}$$

$$= \frac{4}{n}\Sigma (i/n)(X_i - \bar{X})$$

となる。つまり，平均差は所得X_iと相対順位（累積相対度数）i/nとの共分散の4倍に等しい。

平均差の定義の①式から②式を導出する計算は次のとおりである。

$$\Delta = 2\sum_{i \geq j} (X_i - X_j) f_i f_j$$

$$= 2\left[\sum_{i=1}^{n} X_i f_i \left(\sum_{j=1}^{i} f_j\right) - \sum_{j=1}^{n} X_j f_j \left(\sum_{i=j}^{n} f_i\right)\right]$$

$$= 2\left[\sum_{i=1}^{n} X_i f_i F_i - \sum_{j=1}^{n} X_j f_j (1 - F_{j-1})\right]$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n} X_i f_i (F_i + F_{i-1} - 1)$$

$$= 2\left[\sum_{i=1}^{n} (F_i + F_{i-1}) X_i f_i - \bar{X}\right]$$

ここで

④ $\Sigma (F_i + F_{i-1}) f_i$
$= \Sigma (F_i + F_{i-1})(F_i - F_{i-1})$
$= \Sigma (F_i^2 - F_{i-1}^2) = F_n^2 - F_0^2$
$= 1$

であることに留意すると，

$$\Delta = 2\Sigma (F_i + F_{i-1})(X_i - \bar{X}) f_i$$

すなわち，②式を得た。

さて，ローレンツ曲線の方へ話を移そう。第i番目の階級の所得シェアをs_iで表す：

$s_i = (X_i f_i)/\bar{X}, \quad i = 1, 2, \cdots, n$。

累積所得シェアは

$S_i = s_1 + s_2 + \cdots + s_i, \quad i = 0, 1, \cdots, n$

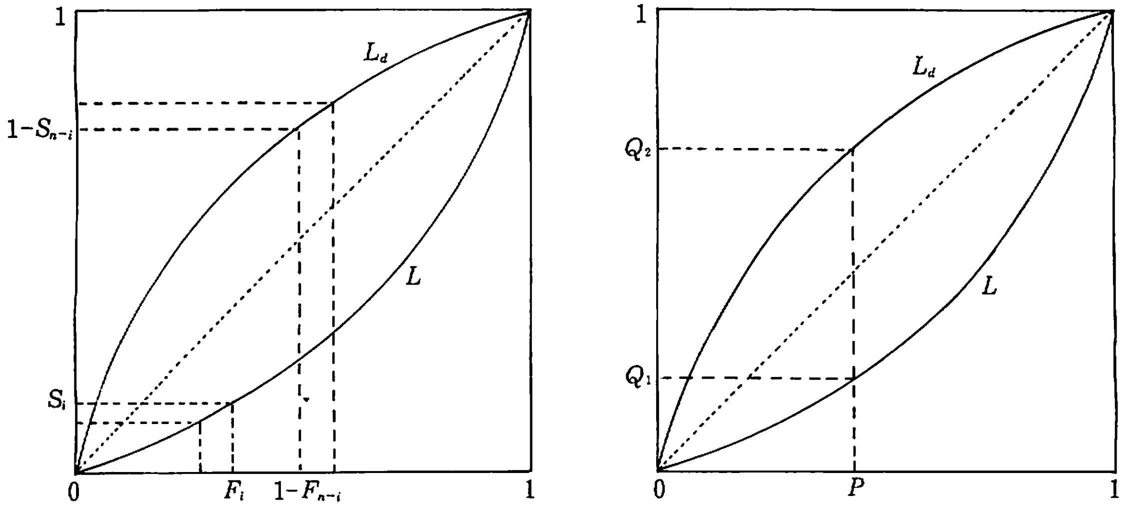
ただし，$S_0 = 0$，$S_n = 1$

である。

このとき，ローレンツ曲線Lは$n+1$個の累積和の座標点(F_i, S_i)を，$i = 0$，$i = 1$，…，$i = n$の順序に逐次直線補完した曲線として定義される（図3（a）を参照)。$F_0 = S_0 = 0$，$F_n = S_n = 1$，そして$0 < X_1 < X_2 < \cdots < X_n$であるから，ローレンツ曲線は点（0, 0）と（1, 1）を結ぶ，下に凸で単調増加の曲線になる。

ローレンツ曲線による格差・不平等度の比較の意味を分かりやすく説明するために，今度は上からの累積和のグラフL_dを考える。このL_dは座標点$(1 - F_{n-i}, 1 - S_{n-i})$を$i = 0$，$i = 1$，…，$i = n$の順序に逐次直線補完した曲線であって，点（0, 0）と点（1, 1）を結ぶ，上に凸の右上がりの曲線になる（図3（a）を参照)。この曲線L_dは，先のローレンツ曲線Lを，点（0.5, 0.5）を中心にして180度回転したものであって，これもまたローレンツ曲線である。

図3（b）に記入してあるQ_1，Q_2は，それぞれ



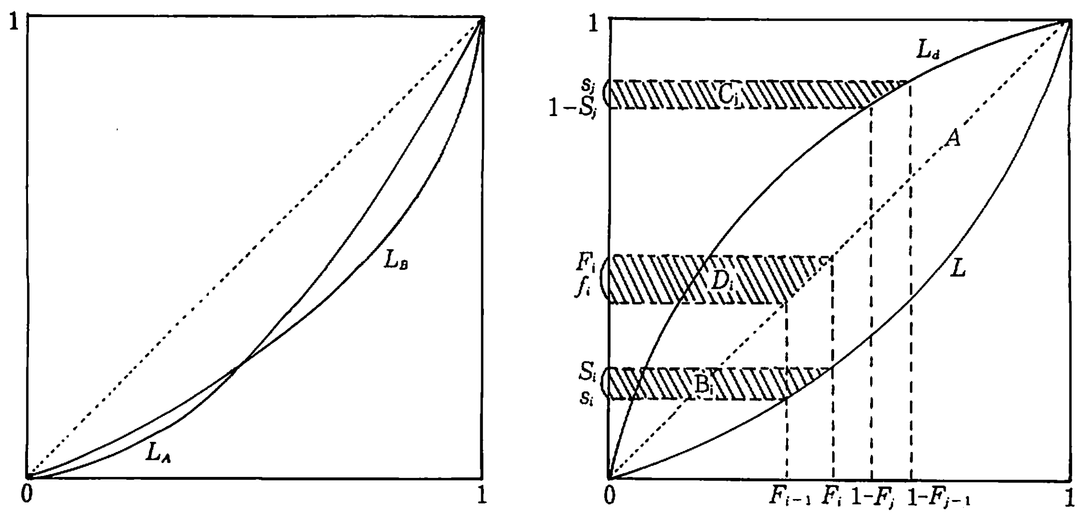
(a)　　　(b)

図3　ローレンツ曲線

- 下位から100P%までの階層の所得シェアが100Q_1%
- 上位から100P%までの階層の所得シェアが100Q_2%

を意味する。したがって，上位階層の占める所得シェアが大きいほど，そして下位階層の占める所得シェアが小さいほど，2つのローレンツ曲線LとL_dとで囲まれた凸レンズ状の部分は厚くふくらむ。よって，ローレンツ曲線で所得分布の格差が拡大したとか不平等度が大きくなったというのは，「どのパーセント点（分位点）においても，その点より上位階層の占める所得シェアがより大きくなった」，あるいは同じことであるが，「どのパーセント点（分位点）においても，その点より下位階層の占める所得シェアがより小さくなった」という基準で判定していることになる。

ところで，直ちに分かることであるが，比較するローレンツ曲線が交差する場合は，この基準で判定できない。図4（a）のケースでは，低所得層はL_Aの方が不平等，反対に高所得層はL_Bの方



(a)　　　(b)

図4　ローレンツ曲線とジニ係数

が不平等ということで，分布全体としてしてはどちらが不平等であるかは判定できない。一般に，分布の部分毎に判定が異なるケースでは，分布全体を合理的な基準で判定するのには困難が伴うのである。

このようなローレンツ曲線の交差という問題はあるものの，図3の凸レンズ状の部分の面積をもって一つの格差・不平等度の尺度とすることが考えられる。この面積は，実はジニ係数に等しい。それを確認しておこう。

図4（b）に記入してあるような台形B_i，C_jを念頭において，凸レンズ状の面積Aを計算すると

$$A=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(F_i+F_{i-1})\,s_i-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(2-F_{n-i}-F_{n-i-1})\,s_{n-i}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(F_i+F_{i-1})\,s_i-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}(2-F_j-F_{j-1})\,s_j$$

$$=\Sigma\,(F_i+F_{i-1})\,s_i-1。$$

④式　$\Sigma\,(F_i+F_{i-1})\,f_i=1$を使うと

$$A=\Sigma\,(F_i+F_{i-1})\,(s_i-f_i)$$

$$=\Sigma\,(F_i+F_{i-1})\,((X_i/\overline{X})-1)\,f_i。$$

これは③式のGに等しい。

最後に，ローレンツ曲線における④式の意味について触れておこう。$(F_i+F_{i-1})\,f_i$ は，図4（b）の台形D_iの面積の2倍を表す。したがって，④式の左辺は完全均等線（45度線）より上の直角2等辺三角形の面積1／2の2倍，すなわち1になる。あるいは，$(F_i+F_{i-1})\,f_i$を，$s_i=f_i$のときの台形B_iの面積の2倍と考えてもよい。

6．指標ϕと指標λとの関係

課税前所得を標識にして階層化した第5節のデータに，税負担額の階級平均値の情報が追加されたとしよう。このとき，全体のデータは次の形式になる。

所得の階級平均値	X_1，X_2，…，X_i，…，X_n
相　対　度　数	f_1，f_2，…，f_i，…，f_n
租税の階級平均値	T_1，T_2，…，T_i，…，T_n

このデータは課税前所得を標識にして階層化したものであるから，租税負担額の階級平均値T_iは，必ずしも昇順にはならない。たとえば，逆進税の場合，逆に降順$T_1\geqq T_2\geqq\cdots\geqq T_i\geqq\cdots\geqq T_n$になる可能性が高いであろう。つまり，$T_1\leqq T_2\leqq\cdots\leqq T_i\leqq\cdots\leqq T_n$は必ずしも成立しない。なお，$T_i\geqq 0$，$T_i\leqq X_i$，$i=1，2，\cdots，n$としておくが，この条件は数理的には必須のものでない。

課税後所得の階級平均値Y_iは，$Y_i=X_i-T_i$，$i=1，2，\cdots，n$で与えられる。このY_iも昇順になるとは限らない。

このデータにたいする課税前所得X，税負担額T，課税後所得Yの平均を，それぞれ，$\overline{X}$，$\overline{T}$，$\overline{Y}$で表すと，明らかに$\overline{X}=\overline{T}+\overline{Y}$である。そして，$X$，$T$，$Y$の累積シェアを，それぞれ，$S_X(\cdot)$，$S_{T\cdot X}(\cdot)$ $S_{Y\cdot X}(\cdot)$で表すと，$i=0，1，\cdots，n$に対して，

$$S_X(i)=(X_1f_1+X_2f_2+\cdots+X_if_i)/\overline{X}$$

$$S_{T\cdot X}(i)=(T_1f_1+T_2f_2+\cdots+T_if_i)/\overline{T}$$

$$S_{Y\cdot X}(i)=(Y_1f_1+Y_2f_2+\cdots+Y_if_i)/\overline{Y}$$

である。ただし，$S_X(0)=S_{T\cdot X}(0)=S_{Y\cdot X}(0)=0$，$S_X(n)=S_{T\cdot X}(n)=S_{Y\cdot X}(n)=1$。

これら3つの累積シェアの間には次の関係が成り立つ：

$$\overline{X}\cdot S_X(i)=\overline{T}\cdot S_{T\cdot X}(i)+\overline{Y}\cdot S_{Y\cdot X}(i),\quad i=0，1，\cdots，n。$$

課税前所得のローレンツ曲線L_X，税負担額のローレンツ曲線$L_{T\cdot X}$，課税後所得のローレンツ曲線$L_{Y\cdot X}$は，それぞれ次の座標点を逐次直線補完したものである。

$$L_X;\ (F_i,\ S_X(i)),\quad i=0，1，\cdots，n$$

$$L_{T\cdot X};\ (F_i,\ S_{T\cdot X}(i)),\quad i=0，1，\cdots，n$$

$$L_{Y\cdot X};\ (F_i,\ S_{Y\cdot X}(i)),\quad i=0，1，\cdots，n$$

これらは，いずれも点（0，0）と点（1，1）を結ぶ曲線であるが，$L_{T\cdot X}$，$L_{Y\cdot X}$は下に凸となるとは限らない。ここでのデータは課税前所得で階層化しているので，税負担額と課税後所得の階級（平均）値については昇順性が保証されないからである。そのため，$L_{T\cdot X}$，$L_{Y\cdot X}$などを，本来のローレンツ曲線と区別して集中曲線（concentration curve）と呼ぶこともある。ただし，この論考では，記号の上では階層化した変数を「・の後の添字」で示すことによって区別するが，名称の区別はせず，すべてローレンツ曲線と呼ぶこ

とにする。

ジニ係数の方に移ろう。課税前所得のジニ係数をG_X，税負担額のジニ係数を$G_{T\cdot X}$，そして課税後所得のジニ係数を$G_{Y\cdot X}$で表すと，第5節で述べた議論が適用できて，③式より，

$$G_X = \Sigma\,(F_i + F_{i-1})\,((X_i/\overline{X}) - 1)\,f_i$$

⑤ $$G_{T\cdot X} = \Sigma\,(F_i + F_{i-1})\,((T_i/\overline{T}) - 1)\,f_i$$

$$G_{Y\cdot X} = \Sigma\,(F_i + F_{i-1})\,((Y_i/\overline{Y}) - 1)\,f_i$$

である。先ほどの集中曲線に対応させて，$G_{T\cdot X}$，$G_{Y\cdot X}$を集中指数（concentration index）と呼ぶことがあるが，ここでは特に区別しないで，すべてジニ係数と呼ぶことにする。これら3つのジニ係数の間には次の関係が成り立つ：

$$\overline{X}\cdot G_X = \overline{T}\cdot G_{T\cdot X} + \overline{Y}\cdot G_{Y\cdot X}。$$

両辺を$\overline{X}\cdot G_X$で割ると

⑥ $$1 = (\overline{T}/\overline{X})(G_{T\cdot X}/G_X) + (\overline{Y}/\overline{X})(G_{Y\cdot X}/G_X)。$$

第4節で取り上げた2つの要約指標ϕ，λはここでのデータの場合，それぞれ，

$$\phi = 1 - (G_{Y\cdot X}/G_X),\quad \lambda = (G_{T\cdot X}/G_X) - 1$$

であるから，⑥式に代入して整理すると，

⑦ $$\lambda = (\overline{Y}/\overline{T})\cdot\phi = ((\overline{T}/\overline{X})^{-1} - 1)\cdot\phi$$

を得る。

$\overline{T}/\overline{X} = (\Sigma T_i f_i)/(\Sigma X_i f_i)$は分布全体の税負担率を表すので，⑦式より次のことが分かる。全体としての税負担率が等しい税制の累進度を比較する場合には，λと再分配係数ϕは実質的には同じ指標とみなしてよい。しかしながら，全体としての税負担率が等しくない税制の累進度を比較する場合には，λとϕとでは判定が食い違うことがある。たとえば，ϕの値が大きくなっても，$(\overline{T}/\overline{X})^{-1}$の値が小さく（全体の税負担率$\overline{T}/\overline{X}$が大きく）なれば，$\lambda$の値は小さくなる可能性があるからである。

7．指標λと指標ϕの解釈

λとϕは，租税関数が直線で近似できる場合，それぞれ，税負担累進度，残余所得累進度として解釈できる。

いま，線形租税関数$T = a + bX$を想定する。課税後所得は$Y = X - T = -a + (1-b)X$である。この線形租税関数を第6節のタイプのデータを用いて推定することを考える。操作変数法を適用すると，b，aの推定値は

⑧ $$\hat{b} = \frac{\Sigma\,(Z_i - \overline{Z})(T_i - \overline{T})f_i}{\Sigma\,(Z_i - \overline{Z})(X_i - \overline{X})f_i} = \frac{\Sigma Z_i (T_i - \overline{T})f_i}{\Sigma Z_i (X_i - \overline{X})f_i}$$

$$\hat{a} = \overline{T} - \hat{b}\,\overline{X}$$

ただし，Z_i，$(i = 1, 2, \cdots, n)$は操作変数で，$\overline{Z}$はその平均

で与えられる。ここで，操作変数を，$Z_i = X_i$と選べば，最小自乗法に帰着することはいうまでもない。 なお，操作変数法に関してはJohnston (1984) を参照されたい。

また，

⑨ $$1 - \hat{b} = \frac{\Sigma Z_i\,[(X_i - \overline{X}) - (T_i - \overline{T})]\,f_i}{\Sigma Z_i (X_i - \overline{X})f_i} = \frac{\Sigma Z_i (Y_i - \overline{Y})f_i}{\Sigma Z_i (X_i - \overline{X})f_i}$$

が成り立つから，課税後所得Yを課税前所得Xの1次関数と想定して，直接推定しても結果は同じである。

ここで，推定された線形租税関数$T = \hat{a} + \hat{b}X$が平均の点（$\overline{X}$，$\overline{T}$）を通ることに留意すると，平均における税負担の（課税前）所得に関する弾力性$\varepsilon_{T\cdot X}$は

⑩ $$\varepsilon_{T\cdot X} = \hat{b}\cdot(\overline{X}/\overline{T}) = \hat{b}\cdot(\overline{T}/\overline{X})^{-1}$$

で，平均における課税後所得の（課税前）所得に関する弾力性$\varepsilon_{Y\cdot X}$は

⑪ $$\varepsilon_{Y\cdot X} = (1 - \hat{b})\cdot(\overline{X}/\overline{Y}) = (1 - \hat{b})\cdot(\overline{Y}/\overline{X})^{-1}$$

で与えられる。

さてここで，ジニ係数の比$G_{T\cdot X}/G_X$と$G_{Y\cdot X}/G_X$に戻ろう。この2つの比は弾力性に等しい。実際，以下のとおりである。

⑤式より，これらの比は次で表される。

$$\frac{G_{T\cdot X}}{G_X} = \frac{\Sigma\,(F_i + F_{i-1})(T_i - \overline{T})f_i}{\Sigma\,(F_i + F_{i-1})(X_i - \overline{X})f_i}\cdot(\overline{X}/\overline{T})$$

$$\frac{G_{Y\cdot X}}{G_X} = \frac{\Sigma\,(F_i + F_{i-1})(Y_i - \overline{Y})f_i}{\Sigma\,(F_i + F_{i-1})(X_i - \overline{X})f_i}\cdot(\overline{X}/\overline{Y})$$

この2つの式と⑧～⑪式とを対比して，操作変数Z_iを

$$Z_i = F_i + F_{i-1},\quad i = 1, 2, \cdots, n$$

とすれば，

$\varepsilon_{T \cdot X} = (G_{T \cdot X} / G_X)$, $\varepsilon_{Y \cdot X} = (G_{Y \cdot X} / G_X)$

を得る。

これより,

$\lambda = \varepsilon_{T \cdot X} - 1$,

$\phi = 1 - \varepsilon_{Y \cdot X}$。

つまり次のとおり。要約指標λは，操作変数法で線形租税関数を推定したときの，平均まわりの局所指標$TLP-1$（税負担累進度－1）と解釈することができる。再分配係数ϕは，操作変数法で線形租税関数を推定したときの，平均まわりの局所指標$1-RIP$（1－残余所得累進度）と解釈することができる。

（この論考は平成元年度法政大学特別研究助成金を得てまとめたものである。）

［参考文献］

Johnston,J. (1984), *Econometric Methods*, 3 rd ed., McGraw-Hill.

Kakwani, N.C. (1977), Measurement of Tax Progressivity, *Economic Journal*, 87, 71－80.

Musgrave,R.A., and,T.Thin (1948), Income Tax Progression, 1929－48, *Journal of political Economy*, 56, 498－514.

豊田敬（1987）「税の累進度と所得再分配係数」『経済研究』, 38, 166－70.