法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2024-07-28

市場のミクロ的分析としての戦略的市場ゲーム：展望編

OKUYAMA, Toshiyuki / 奥山, 利幸

(出版者 / Publisher)
法政大学経済学部学会
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
The Hosei University Economic Review / 経済志林
(巻 / Volume)
72
(号 / Number)
1・2
(開始ページ / Start Page)
135
(終了ページ / End Page)
162
(発行年 / Year)
2004-08-10
(URL)
https://doi.org/10.15002/00003244

市場のミクロ的分析としての戦略的市場ゲーム：展望編

奥　山　利　幸*

1　はじめに

本稿の目的は，市場のミクロ的分析（Microeconomic Anaysis of Market）としての戦略的市場ゲーム（Strategic Market Game）を展望することである。

戦略的市場ゲームは，Shapley & Shubik（1977），Dubey & Shubik（1980），Dubey（1982）などによって，Arrow-Debreu 型経済において財の購入に「貨幣」が必ず使用されなければならないときに，取引量の戦略的な意思決定が効率的な資源配分に至らしめるか否かを検討したことに始まった分野である[1]。現在では，Giraud（2003）が述べる通り，戦略的市場ゲームの目的は，ワルラス的な競売人が存在しない世界において，主体が戦略的に自己の利益を追求したときにパレート効率的な資源配分が達成されるか否か，より端的に言えば，アダム・スミスの「見えざる手」の妥当性にある。但し，戦略的市場ゲームは Arrow-Debreu 型経済にキャッシュ・イン・アドバンス，或いはより一般的には信用供与も含めた意味での流動性制約を導入し，この上でワルラス的な競売人の存在を前提とせず

---

*　佐々木先生の退職を記念し，それに捧げるものである。

1）マネタリー・エコノミックスにおける戦略的市場ゲームについては，例えば，Shubik（1990）を参照。

にモデル構築される。Giraud (2003) によれば，ワルラス的な競売人の存在を仮定していなくとも，Arrow-Debreu 型経済に立脚していなければ，戦略的市場ゲームの範疇に入れられることはない。

これに対し，本稿でいう「市場のミクロ的分析」とは，1980年代を中心に盛んに行われた一連の研究で，取引過程や価格形成それ自体をモデル化，あるいは演繹するといった基礎研究の一分野である。Binmore & Herroro (1988) や Rubinstein & Wolinsky (1990) などに代表される交渉モデルにマッチングを導入した理論や，近年ではマッチング自体を内生化させることに成功した Fraja & Sákovics (2001) がある[2)]。市場のミクロ的分析の目的も又，ワルラス的な競売人の存在を仮定しないときの効率的な資源配分の達成の可能性にあり，それらモデルの多くはゲーム理論を基礎に構築されるなど，問題意識，分析手法ともに戦略的市場ゲームと同じである。

戦略的市場ゲームと市場のミクロ的分析は，両者ともに同じ目的，問題意識に立脚し，更にゲーム理論を応用して研究されてきたのであるが，Giraud (2003) にもあるように，前者は Arrow-Debreu 型経済に立脚しなければならないなど，両者の間には一線が引かれてきた。本稿の意図は，それとはむしろ逆に，戦略的市場ゲームが，市場のミクロ的分析が基礎にしている交渉やオークション，サーチといったモデルをある特殊ケースとして包含するより一般的な理論ではなかろうかといった視点から，両者の関係を改めて見つめ直すことにある。そのために，拙稿 (2004) では戦略的市場ゲームの導入を行い，その基本的性質と市場のミクロ的分析に向けた論点を整理した。本稿ではそこでの議論を踏まえ，市場のミクロ的分析としての戦略的市場ゲームの展望を試みるものである。

戦略的市場ゲームの一般性を拡張するために，本稿では Shapley-

2) 市場のミクロ的分析の簡単なサーベイは，拙稿 (2001) を参照されたし。また，「市場のミクロ的分析」という用語は Wilson (1992) より借用した用語であり，Wilson の論文はこの分野の問題意識や展望を知る上で必読と言える。

Shubik 型のプロトタイプ・ゲームに Dubey（1982）が採用した指値注文と価格決定方式を導入する。そのような戦略的市場ゲームにおいて，ある特殊な交換経済を例にとり，先ずは，2人経済についてナッシュ均衡点を求める。すると，その経済のワルラス均衡，そしてナッシュ交渉解と Rubinstein（1982）型の交渉ゲームでのナッシュ均衡点が，戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点に含まれることが分かる。次に，その特殊な交換経済において，あるタイプの消費者を n 人，もう一方のタイプの消費者を1人とすると，イギリス型オークションでのナッシュ均衡点が戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点に含まれることが理解できる。このようにして，戦略的市場ゲームが交渉やオークションの理論を特殊ケースとして包含している可能性を確認して行く。

しかしながら，本稿で導入する戦略的市場ゲームにおけるナッシュ均衡点の一般的性質として，ワルラス均衡は，それが流動性制約を満たすとき，ナッシュ均衡点として実現するという命題が成り立つ。通常，交渉ゲームやイギリス型オークションでの均衡点はワルラス均衡となるので，戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点が交渉ゲームやオークションの均衡点を包含するという結果自体は，驚くべきものでもない。したがって，我々の関心は，本稿で導入する戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点が，必ずワルラス均衡を包含するという性質を有するか否か，そして，仮にそうである場合には，交渉ゲームやオークションでの均衡点がどのように戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点に包含されているのか，といったことにある。特に後者については，ある特定の条件が揃ったときに，均衡点の一致が発生するといったところまで明らかになれば，本当の意味で戦略的市場ゲームが交渉やオークションの理論を特殊ケースとして包含するより一般的な理論と結論付けられるが，本稿では，残念ながら，そこまでの成果を示すことはできない。したがって，本稿は，そのための糸口を探る第一歩，第一段階という位置づけであることを予め断る必要がある。

本稿の構成は，かくして次の通りである。次の第2節では，Shapley-

Shubik 型に Dubey 型の戦略的市場ゲームで使用された価格決定方式と指値注文を導入した戦略的市場ゲームを提示する。そして，第 3 節では，そのような戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点の一般的特徴を整理する。戦略的市場ゲーム共通の性質である取引が発生しない均衡点が存在することや，ワルラス均衡は必ずナッシュ均衡点として実現するなどの特徴を導き出す。その後第 4 節においてナッシュ均衡点が，ワルラス均衡だけでなく，ナッシュ交渉解， Rubinstein 型交渉ゲームの均衡点，そしてオークションの理論をどのように包含するかを検討する。第 5 節は結論である。

2 モデル

本稿で導入する戦略的市場ゲームは，Shapley-Shubik（1977）のキャッシュ・イン・アドバンスをもった戦略的市場ゲームに Dubey（1982）が取り入れた戦略集合の指値注文への拡大と差別的価格決定方式を適用したモデルである。

消費者が m 人，商品が $(l+1)$ 個存在する Arrow-Debreu 型の交換経済 $E\equiv((u_i, \omega_i))$ を考えよう。ここで，消費者 i の消費集合を $X_i\equiv R_+^{l+1}$ とすれば，$u_i: X_i\to R$ は消費者 i の効用関数，$\omega_i\in X_i$ は消費者 i の初期付与を表す。消費の組 $(x_i)\in\prod_i X_i$ は，$\sum_i x_i\leqq\sum_i\omega_i$ を満たすとき「資源配分」といい，価格体系 $p^*\in R_+^{l+1}$ と資源配分 (x_i^*) の組 $(p^*, (x_i^*))$ が各消費者 i について $p^*\cdot x\leqq p^*\cdot\omega_i$ なる $x\in X_i$ に対して $u_i(x_i^*)\geqq u_i(x)$ なる条件を満たすとき「ワルラス均衡」と呼ぶ。

各 Arrow-Debreu 型交換経済 $E\equiv((u_i, \omega_i))$ に対し，我々は一つのゲーム Γ を次のように与える[3)]。消費者 i の戦略 σ_i は，第 $(l+1)$ 番目の財を「貨幣」とすれば，戦略は貨幣以外の財 $h\,(h\neq l+1)$ に対する買い指値戦略 $(p_{ih}^B, b_{ih})\in R_+^2$ と売り指値戦略 $(p_{ih}^S, s_{ih})\in R_+^2$ の組の列 $\sigma_i\equiv(p_{ih}^B, b_{ih}, p_{ih}^S,$

3) $\Gamma(E)$ と書くべきであるが，混乱は特に起こらないであろうから，単に Γ で示す。

$s_{ih})_{h \neq l+1} \in R_+^{4l}$ となる。p_{ih}^B は財 h に対する買い指値（貨幣価格，すなわち，財 $l+1$ で表した財 h の価格）を，そして b_{ih} は財 h の購入量を表すものとする。また，p_{ih}^S は財 h に対する売り指値（こちらも貨幣価格で表した値）を意味し，s_{ih} はその数量である。

経済には「銀行」が存在し，各消費者は売却予定総額 $\sum_{h=1}^{l} p_{ih}^S s_{ih}$ を担保に，そのある一定比率 $\theta\,(0 \leqq \theta \leqq 1)$ の金額を支払いに充当できるものとする。したがって，任意の戦略 σ_i は，流動性制約

$$\sum_{h=1}^{l} p_{ih}^B b_{ih} \leqq \omega_{i,l+1} + \theta \sum_{h=1}^{l} p_{ih}^S s_{ih} \qquad (1)$$

を満たすように選択されなければならないものとする。Shapley & Shubik (1977) では $\theta=0$ であり，この場合，流動性制約(1)は「キャッシュ・イン・アドバンス制約」となる。また，$\theta=1$ の場合，銀行は担保の額面まで信用を供与することとなる。通常，担保の額面割れを予想するので，θ は 1 より小さいであろう。

また，上記流動性制約に加え，Shapley & Shubik (1977) や Dubey & Shubik (1980)，また Dubey (1982) などの戦略的市場ゲームの文献に習い，初期保有している数量を超えて販売量を提示できないものとする。すなわち，制約条件

$$s_{ih} \leqq \omega_{ih} \quad (h=1, \cdots, l) \qquad (2)$$

を満たさなければならないものとする。これは株式市場などにある「空売り」を排除することとなるが，銀行よりの信用供与を考えると妥当な仮定である。

各消費者 i の戦略 σ_i の組 $\sigma \equiv (\sigma_i)$ に対し，買い指値 p_{ih}^B を高い順に並べて逆需要曲線 $p_h^B(q; \sigma)$ を作成し，売り指値 p_{ih}^S を低い順に並べて逆供給曲線 $p_h^S(q; \sigma)$ を作成する。ここで，q は数量を意味する。取引は，そのように作成した需要曲線と供給曲線に対し，

$$p^B_h(q;\sigma)\geqq p^S_h(q;\sigma)$$

を満たす q の最大値 $q^*_h(\sigma)$ で行われるものとする。

取引価格は，Dubey (1982) に従い差別的 (discriminatory pricing) に決まるものとする。すなわち，各 $q\leqq q^*_h(\sigma)$ に対し，取引価格は該当する買い指値 $p^B_h(q;\sigma)$ と売り指値 $p^S_h(q;\sigma)$ の凸結合

$$p^*_h(q;\sigma)\equiv kp^B_h(q;\sigma)+(1-k)p^S_h(q;\sigma) \qquad (3)$$

で決まるものとする。ここで，$k\in[0,1]$ は取引量 q に依存しない定数とする。Dubey (1982) ではすべての取引が買い指値で行われると仮定していたので $k=1$ である。もし買手と売手の間の交渉力が同じであれば，$k=1/2$ と考えることもできる。また，消費財取引などでは売手が提示する指値で取引される傾向が強いが，そのような場合は $k=0$ となる。

このように取引価格が決まるとすれば，消費者 i の財 $h\,(h\neq l+1)$ の消費量は，

$$I^B_{ih}(\sigma)\equiv\{q\leqq q^*_h(\sigma)\mid p^B_h(q;\sigma)=p^B_{ih}\},$$

及び，

$$I^S_{ih}(\sigma)\equiv\{q\leqq q^*_h(\sigma)\mid p^S_h(q;\sigma)=p^S_{ih}\}$$

とすれば，

$$x_{ih}\equiv\omega_{ih}+\int_{I^B_{ih}(\sigma)}dq-\int_{I^S_{ih}(\sigma)}dq \qquad (4)$$

となる。また，貨幣，すなわち，財 $(l+1)$ の消費量は，

$$x_{i,l+1}\equiv\omega_{i,l+1}+\sum_{h=1}^{l}\left\{\int_{I^S_{ih}(\sigma)}p^*_h(q;\sigma)dq-\int_{I^B_{ih}(\sigma)}p^*_h(q;\sigma)dq\right\} \qquad (5)$$

で与えられる。各財の消費量がこのように与えられるとき，消費者 i の利得は，

$$\pi_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \equiv u_i(x_{i1}, \ldots, x_{il}, x_{i,l+1}) - u_i(\omega_i)$$

となる。

以上が本稿で考察対象とする戦略的市場ゲーム Γ である。

3　ナッシュ均衡点の特徴

ここでは，上記ゲームのナッシュ均衡点の特徴を探ることとしたい。本稿のゲーム Γ は，Shapley-Shubik 型ゲーム（Shapley-Shubik　1977, Dubey-Shubik 1980）を，信用を含める形でキャッシュ・イン・アドバンス制約から流動性制約へと拡張し，それに Dubey（1982）が取り上げた指値戦略への拡張と差別的価格決定を取り入れたものである。ナッシュ均衡点の特徴もまた，それら 2 つの型のゲームがもつ性質を継承する。

3.1　貨幣の非中立性

Shapley-Shubik 型の特徴として，流動性制約の明示的考慮がある。ここでは，流動性制約がもたらす効果を明確にする。

ナッシュ均衡点は流動性制約に左右される。したがって，ナッシュ均衡点の特徴が流動性制約によるものなのか，それとも他の構造的要因から派生するのかの判断材料が必要になる。ここではとりわけ，ワルラス均衡がナッシュ均衡によって実現可能か否かの観点より流動性制約の効果を明確にしておこうと思う。

価格体系 p^* と資源配分 (x_i^*) の組 $(p^*, (x_i^*)) \in R_+^{l+1} \times \prod_i X_i$ がワルラス均衡であるとき，$\hat{b}_{ih} \equiv \max\{0, x_{ih}^* - \omega_{ih}\}$, $\hat{s}_{ih} \equiv \max\{0, \omega_{ih} - x_{ih}^*\}$, $\hat{p}_{ih}^B = \hat{p}_{ih}^S \equiv p_h^*/p_{l+1}^*$ と定義して，戦略 $\hat{\sigma} \equiv (\hat{p}_{ih}^B, \hat{b}_{ih}, \hat{p}_{ih}^S, \hat{s}_{ih})_{h \neq l+1}$ を作成する。戦略 $\hat{\sigma}_i$ は売却可能制約 (2) を必ず満たすものの，銀行による信用が担保の100％未満のときに，流動性制約 (1) を必ずしも満たす訳ではない。次はそのような例である。

例1. $l=m=2$, $u_i(x_i)=(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})^{\frac{1}{3}}$, $\omega_1=(1, 9, 9)$, $\omega_2=(9, 1, 1)$.

貨幣の限界効用が正であるので「商品貨幣」(commodity money) のケースである。効用関数の準凹性，連続性，強い単調性を満たすものの，ワルラス均衡では $p_1^*/p_3^*=p_2^*/p_3^*=1$，そして $x_{21}^*=x_{22}^*=11/3$ であるので，$\theta \geqq 5/16$ でなければ戦略 $\hat{\sigma}_2$ は流動性制約(1)を満たさない。したがって，$\theta<5/16$ のとき，本稿の戦略的市場ゲーム Γ のいかなるナッシュ均衡点もワルラス均衡を実現することは不可能となる。

逆に言えば，$\theta \geqq 5/16$ であればワルラス均衡をナッシュ均衡によって実現可能となる。この結果，銀行が担保 $\sum_{h=1}^{l} \hat{p}_{ih}^{S} \hat{s}_{ih}$ に対し各消費者 i に与える信用比率 θ にはある最低水準が存在し，その最低水準以上であればワルラス均衡はナッシュ均衡点として実現可能であるように見える。しかしながら，それは誤りである。

例2. $l=m=2$, $u_i(x_i)=x_{i1}+x_{i2}+x_{i3}$, $\omega_1=(1, 9, 5)$, $\omega_2=(9, 1, 5)$.

この例でのワルラス均衡は，$p_1^*/p_3^*=p_2^*/p_3^*=1$ なる価格体系 $p^*=(p_1^*, p_2^*, p_3^*)$ と以下の条件を満たす資源配分 $(x_1^*, x_2^*) \in X_1 \times X_2$ の組である。

$$x_{1h}^*+x_{2h}^*=10, \qquad h=1, 2, 3,$$
$$x_{i1}^*+x_{i2}^*+x_{i3}^*=15, \qquad i=1, 2.$$

例えば，$(x_1^*, x_2^*)=((10, 5, 0), (0, 5, 10))$ も又ワルラス均衡の資源配分であるが，$\theta<1$ のとき流動性制約を満たさない。

このように，流動性制約が問題となってワルラス均衡をナッシュ均衡点として実現できない可能性があることが理解できる。$\theta=1$ のときに限り，流動性制約は拘束的になることはない。通常，キャッシュ・イン・アドバンスのような流動性制約は，新古典派の世界では貨幣価格には影響するものの，資源配分まで左右することはない。いわゆる「貨幣の中立性」である[4]。これと比較すると，戦略的市場ゲームでは，流動性制約の大きさがナッシュ均衡点の実現範囲に影響し，結果として，効率的な資源配分の達成にも左右する。すなわち，戦略的市場ゲームは，貨幣量や信用量が取引

に影響を与えることを示せるモデルなのである[5]。以下では，信用制約を意味する θ の大きさが1であると想定して，ナッシュ均衡点の特徴を概観することとする。

3.2 一物一価

Dubey 型の特徴をも兼ね備える本稿のゲーム Γ では，ナッシュ均衡点において「一物一価の法則」が成り立つか否かの疑問を解くことができる。戦略の組 $\sigma=(\sigma_i)$ において財 h 市場 $(h\neq l+1)$ が **tight** であるとは，$q_h^*(\sigma)>0$ であり，そのとき財 h の取引量がゼロでない消費者が同じ指値を提示するとき，すなわち，$q\leqq q_h^*(\sigma)$ に対し，$p_h^S(q;\sigma)$ と $p_h^B(q;\sigma)$ が q について定値関数となるときをいう。すべての財市場について tight となるとき，戦略の組 $\sigma=(\sigma_i)$ は tight であるという[6]。tight な戦略の組 $\sigma=(\sigma_i)$ では，一物一価の法則が成り立つ。

命題1. $\hat{\sigma}=(\hat{\sigma}_i)$ をナッシュ均衡点とする。$0<k<1$ のとき，$q_h^*(\hat{\sigma})>0$ なる財 h 市場では，

（i）任意の $\epsilon>0$ に対し，$p_h^B(q_h^*(\hat{\sigma})+\epsilon;\hat{\sigma})\leqq p_h^*(q_h^*(\hat{\sigma});\hat{\sigma})\leqq p_h^S(q_h^*(\hat{\sigma})+\epsilon;\hat{\sigma})$; そして，

（ii）tight である。

証明. $q\equiv q_h^*(\hat{\sigma})+\epsilon$ とする。もし $p_h^*(q_h^*(\hat{\sigma});\hat{\sigma})>p_h^S(q;\hat{\sigma})$ であれば，$q_h^*(\hat{\sigma})\in I_{ih}^B(\hat{\sigma})$ なる i は $p_h^S(q;\hat{\sigma})$ まで買い指値を下げるインセンティブをもつ。したがって，$p_h^*(q_h^*(\hat{\sigma});\hat{\sigma})\leqq p_h^S(q;\hat{\sigma})$。同様に，$p_h^B(q;\hat{\sigma})\leqq p_h^*(q_h^*(\hat{\sigma});\hat{\sigma})$。

さて，$I_{ih}^B(\hat{\sigma})\neq\phi$ なる i について，$\hat{p}_{ih}^B\geqq p_h^B(q_h^*(\hat{\sigma});\hat{\sigma})$。もし $\hat{p}_{ih}^B>$

4）実物体系にケンブリッジ方程式を入れても，マネーサプライやマーシャルの k が資源配分に影響することはないとする結果は，古典的である。

5）戦略的市場ゲームのマネタリーエコノミックスへの含蓄については，Shubik (1990) を参照されたし。

6）Dubey (1982), Svensson (1991)。"tight" とは，逆需要曲線と逆供給曲線が取引される範囲において同一の値をとるような状況を指す。上記定義では，逆需要曲線と逆供給曲線が取引される範囲で定値となることは要求しているものの，重なることまでは要求していない。

$p_h^B(q_h^*(\hat{\sigma});\hat{\sigma})$ であれば，消費者 i は買い指値を微小に低くするインセンティブをもつ。$I_{ih}^S(\hat{\sigma})\neq\phi$ なる i についても同様。かくして，tight。■

この結果は，Dubey（1982）が $k=1$ のときに示したナッシュ均衡点の性質を継承する。$k=1$ の場合，売手側は，買い指値より低ければ取引が保証されるので，売手側において tight となる保証はないが，買手側については tight となる。同様に，$k=0$ の場合，売手側では tight となり，買手側では tight となる保証はない。

3.3　自給自足均衡の存在とワルラス均衡の実現性

本稿の戦略的市場ゲーム Γ は，Shapley-Subik 型と Dubey 型が共通にもつ特徴，特に，自明な均衡である「自給自足均衡」（autarkic equilibrium）の存在という性質を継承する[7]。自給自足均衡とは，取引が一切発生しないナッシュ均衡点のことである。

命題2． 任意の E に対し，Γ は自給自足均衡をもつ。

証明は容易なので，読者に譲ることとしたい。ここで注意したいのは，取引が一切発生しない自給自足均衡は，すべての経済について存在する generic な性質であることである。したがって，我々の関心は，ワルラス均衡のナッシュ均衡点としての実現性が同様に generic なことなのか否かにある。この点については，Shapley-Shubik 型では成立しないが Dubey 型には見られる特徴が本稿のゲーム Γ にも適用できる。

命題3． E のワルラス均衡は，Γ のナッシュ均衡点として実現する。

証明． $(p^*,(x_i^*))\in R_+^{l+1}\times\prod_i X_i$ がワルラス均衡であるとき，$\hat{b}_{ih}\equiv\max\{0, x_{ih}^*-\omega_{ih}\}$，$\hat{s}_{ih}\equiv\max\{0, \omega_{ih}-x_{ih}^*\}$，$\hat{p}_{ih}^B=\hat{p}_{ih}^S\equiv p_h^*/p_{l+1}^*$ として，戦略 $\hat{\sigma}_i\equiv(\hat{p}_{ih}^B, \hat{b}_{ih}, \hat{p}_{ih}^S, \hat{s}_{ih})_{h\neq l+1}$ を作成する。戦略 $\hat{\sigma}_i$ は売却可能制約(2)を満たす。また，$\theta=1$ なので流動性制約(1)も満たす。x_i^* は最適消費計画であったから，消費者 i は買い指値を低く，あるいは売り指値を高くするインセン

7）例えば，拙稿（2004）参照。

ティブをもたない。また，数量を変更するインセンティブも有しない。したがって，$\hat{\sigma}\equiv(\hat{\sigma}_i)$ はナッシュ均衡点である。■

このようにして，ワルラス均衡は，必ずナッシュ均衡点として実現するのであるが，逆は真であろうか。すなわち，自給自足均衡以外のナッシュ均衡点はワルラス均衡となるのであろうか。この疑問に対しては，これまでの特徴を示すように容易に結論を導きだすことはできない。このことを見るために，先ずは，２人２財のケースについて，ナッシュ均衡点がどのようになるのかを確認してみよう。

例3． $l=1,\ m=2,\ u_i(x_i)=(x_{i1}x_{i2})^{\frac{1}{2}},\ \omega_1=(1,9),\ \omega_2=(9,1).$

この例は，２人２財の交換経済であり，先程の例と同様，商品貨幣のケースである。初期付与における資源配分と選好の対称性より，消費者１が財１の買手，消費者２が財２の買手となることが予測される。実際，この例でのワルラス均衡では，$x_i^*=(5,5)\ (i=1,2)$, $p_2^*/p_1^*=1$ となる。

これに対し，本稿で導入した戦略的市場ゲームにおけるナッシュ均衡点は，次のようになる。簡略化のため，$s_{11}=b_{21}=0$ と想定して，$b\equiv b_{11}$, $s\equiv s_{21}$, $p^B\equiv p_{11}^B$, $p^S\equiv p_{21}^S$, そして $p\equiv kp^B+(1-k)p^S$ とすると，消費者１の利得関数は，

$$\pi_1=\begin{cases}0 & p^B<p^S\\ \sqrt{(1+b)(9-pb)}-3 & p^B\geqq p^S \text{ かつ } b\leqq s\\ \sqrt{(1+s)(9-ps)}-3 & p^B\geqq p^S \text{ かつ } b>s\end{cases}$$

となる。消費者２の戦略 (p^S,s) を所与として利得最大化となる (p^B,b) を探すと，$(1+s)(9-p^Ss)\geqq 9$ となる任意の (p^S,s) に対し，$p^B=p^S$，そして，$s\leqq(9-p^S)/(2p^S)$ であれば $b\geqq s$，そうでない場合には $b=(9-p^S)/(2p^S)$ となる。同様の計算を消費者２に適用すると消費者２の最適反応は，$(9-b)(1+p^Bb)\geqq 9$ なる任意の (p^B,b) に対し，$p^S=p^S$，そして，$b\leqq(9p^B-1)/(2p^B)$ ならば $s\geqq b$，そうでない場合には $s=(9p^B-1)/(2p^B)$ となる。したがって，ナッシュ均衡点によって実現する財１の価格と取引

量の組(p, q)は，連立不等式

$$q \leqq \frac{9-q}{2p}, \quad q \leqq \frac{9p-1}{2p} \tag{6}$$

の解となる。この中には，ワルラス均衡での組$(p, q)=(1, 4)$も存在する。

一般に，２人２財の場合，ナッシュ均衡点での資源配分は，エッジワースのボックス・ダイアグラムを利用すれば，各消費者のオッファー曲線に挟まれた領域のすべてとなる。数量価格平面で言えば，ワルラス的な需要曲線と供給曲線に挟まれた領域のすべてと価格軸全体となる。２人２財の場合，自給自足均衡やワルラス均衡以外にも多くのナッシュ均衡点が存在することになる。

Dubey (1982) は，この問題に対し，「各財について売手買手双方に複数の消費者が取引をすることとなるナッシュ均衡点はワルラス均衡となる」という答えを出した。もちろん，この解答は，売手，あるいは買手の一方が一人のみの取引となる財が存在するナッシュ均衡点については，ワルラス均衡であることを保証するものではない。すなわち，ナッシュ均衡点のすべてを自給自足均衡とワルラス均衡の２つの属性によって区分できることを主張している訳ではない。

しかしながら，Dubey の結果は，経済を複製したケースではやや強い結果が成り立つことを示すことができる。この点を例３の経済を複製した場合について検討してみよう。

消費者１のタイプの消費者をタイプ１，消費者２のタイプの消費者をタイプ２と分類すると，複製を１回施せばそれぞれ２名ずつ存在する。タイプ１の消費者は買い指値p_i^Bとその数量b_i，タイプ２の消費者は売り指値p_j^Sとその数量s_jを提示するものとする。利得関数を求めるために，次のような指数を導入すると便利である。タイプ１の消費者iがタイプ２の消費者jと提示した指値の関係上取引できないときには０，そうでない場合には１をとる関数である。

$$\chi_{i,j}=\begin{cases}0 & p_i^B<p_j^S \\ 1 & p_i^B\geqq p_j^S\end{cases} \tag{7}$$

また，タイプ1の消費者 i がタイプ1のもう一人の消費者 i' に対し，価格競争上優位なときに0，そうでない場合に1をとる関数

$$\beta_{i,i'}=\begin{cases}0 & p_i^B\geqq p_{i'}^B \\ 1 & p_i^B<p_{i'}^B\end{cases} \tag{8}$$

を作成する。このとき，

$$T_i\equiv\min\{b_i, \max\{0, \chi_{i,1}s_1+\chi_{i,2}s_2-\beta_{i,i'}b_{i'}\}\}$$

とすれば，タイプ1の消費者 i の利得は，

$$\pi_i^1=\sqrt{(1+T_i)(9-pT_i)}-3$$

と書き表すことができる。

さて，消費者達を (i,j) の組と (i',j') の組に分けて，(i,j) が自給自足戦略を選択していたとしよう。このとき，i の利得は $\pi_i^1=0$ である。(i,j) が自給自足戦略を選択していれば，(i',j') は例3と同じ状況となるので，連立不等式(6)を満たす数量価格の組が最適反応となる。自給自足，およびワルラス均衡以外のナッシュ均衡点，例えば，$p_{i'}^B=p_{j'}^S=1$，$b_{i'}=s_{j'}=4-\epsilon\ (4>\epsilon>0)$ を考えてみよう。$p_i^B=1+\delta\ (\delta>0)$ および $b_i=4-\epsilon$ とすれば，十分小さい $\delta>0$ に対し $\pi_i^1>0$。したがって，当該戦略の組は，ナッシュ均衡点ではない。

以上の結果を一般化すれば，次の命題となる。

命題4． 各消費者 i の選好は，次の性質を満たすものとする。

(a)　連続性：u_i は連続関数。

(b)　凸性：u_i は準凹関数。

(c)　単調性：任意の財 h について $x'_h>x_h$ ならば，$u_i(x')>u_i(x)$。

このとき，複製経済では，すべての財が取引されるナッシュ均衡点はワルラス均衡である。

証明. すべての財が取引されるナッシュ均衡点を $\hat{\sigma}$ とする。財 $h \neq l+1$ については $p_h^* \equiv p_h^*(q_h^*(\hat{\sigma}); \hat{\sigma})$, 財 $l+1$ については $p_{l+1}^* = 1$ として, $p^* \equiv (p_h^*) \in R_+^{l+1}$ なる価格体系を考える。$\hat{\sigma}$ によって派生する x_i は(4)と(5)によって与えられる。それを x_i^* とする。

先ず, (4)と(5)によって, $\sum_i x_i^* = \sum_i \omega_i$ である。したがって, (x_i^*) は資源配分である。

次に, $(p^*, (x_i^*))$ がワルラス均衡ではないとしよう。然らば, ある消費者 i_0 が存在して, $p^* \cdot x_0 \leqq p^* \cdot \omega_{i_0}$ かつ $u_{i_0}(x_0) > u_{i_0}(x_{i_0}^*)$ なる $x_0 \in X_{i_0}$ が存在する。したがって, 選好の単調性と連続性より, $p^* \cdot x' < p^* \cdot \omega_{i_0}$ かつ $u_{i_0}(x') > u_{i_0}(x_{i_0}^*)$ なる $x' \in X_{i_0}$ が存在する。もし $\hat{\sigma}_{i_0}$ が自給自足戦略であれば, $x_{i_0}^* = \omega_{i_0}$。$x^t \equiv tx' + (1-t)\omega_{i_0}$ とすれば, 任意の $t \in (0, 1)$ に対し $p^* \cdot x^t < p^* \cdot \omega_{i_0}$。選好の凸性より任意の $t \in (0, 1)$ に対し $u_{i_0}(x^t) > u_{i_0}(x_{i_0}^*)$。$H^B \equiv \{h \mid x'_h > \omega_{i_0, h}\}$, H^S を H^B の補集合として, $h \in H^B$ ならば $p_h^B = p_h^* + \epsilon$, $b_h = t(x'_h - \omega_{i_0, h})$, そして $s_h = 0$ とし, $h \in H^S$ ならば $p_h^S = p_h^* - \epsilon$, $b_h = 0$, そして $s_h = -t(x'_h - \omega_{i_0, h})$ とする。このとき, 十分小さい $\epsilon > 0$ に対し, $\sum_{h=1}^{l}(p_h^B b_h - p_h^S s_h) + x_{l+1}^t - \omega_{i_0, l+1} < 0$。したがって, 戦略 $\sigma_{i_0} \equiv (b_h, p_h^B, s_h, p_h^S)_{h \neq l+1}$ が実行されれば, $x_{i_0, l+1} > x_{l+1}^t$ となって流動性制約を満たし, 消費者 i_0 は改善する。十分小さい $t > 0$ をとれば, $h \in H^B$ に対しては $b_h < q_h^*(\hat{\sigma})$, また $h \in H^S$ に対しては $s_h < q_h^*(\hat{\sigma})$ なので, 戦略 σ_{i_0} は実現可能である。

かくして, $x_{i_0}^* \neq \omega_{i_0}$ であり, したがって, $\hat{\sigma}_{i_0}$ は自給自足戦略ではない。経済は複製されているので, 同じタイプの消費者が少なくとももう一人存在する。その消費者も又 $x_{i_0}^* \neq \omega_{i_0}$ である。この場合, Debey (1982) の証明が適用できるので, 矛盾を得る。■

以上の結果, 複製経済のナッシュ均衡点は3つに分類することができる。第1は自給自足均衡, 第2はワルラス均衡として実現する内点均衡, そして第3として取引されない財が幾つか存在する境界均衡である。自給自足均衡も境界均衡と考えて良いので, 実質的はワルラス均衡となる内点

均衡と自給自足均衡を含む境界均衡の2種類に分割できる。

4　市場のミクロ的分析としての戦略的市場ゲーム

これまでは本稿の戦略的市場ゲーム Γ の一般的性質を整理したきた。ここでは，本稿の目的である市場のミクロ的分析としての特徴，あるいは市場のミクロ的分析との関係を探る。市場のミクロ的分析の多くは，交渉，オークション，サーチといった各種理論を基底に構築されている。ここでは，交渉理論の基本的モデルとも言えるRubinstein（1982）型の交互提案モデルと，Vickrey（1961）によって始めてゲーム理論的アプローチが試みられたオークションの理論との比較検討を行う。

本稿の戦略的市場ゲーム Γ は，元のArrow-Debreu 型経済のワルラス均衡をナッシュ均衡点として実現することができるという性質をもつ（命題3）。交渉ゲームやオークション，とりわけ後に見る「イギリス型オークション」の均衡点も又，必ずワルラス均衡である。したがって，本稿の戦略的市場ゲーム Γ のナッシュ均衡点は，必ず，それらの均衡点を包含すると推測できる。この結果，ここでの関心は，本稿の戦略的市場ゲーム Γ のナッシュ均衡点が交渉ゲームやオークションでの均衡点をどのように包含するかにある。このために，先ずは，交渉ゲームやオークションの理論と比較可能なArrow-Debreu 型経済の例が必要である。

交渉ゲームやオークションの理論で利用されている利得関数については大方共通と言える。ある特定の財について，買手 i の利得関数は，買手 i の需要価格を v_i，取引価格を p とすれば，

$$\pi_i^B \equiv v_i - p, \tag{9}$$

売手 j の利得関数は，売手 j の供給価格を c_j とすれば，

$$\pi_j^S \equiv p - c_j \tag{10}$$

という形のものが多くが使われる。但し，取引ができなかったときの利得はゼロである。したがって，$\nu_i - p < 0$ ならば買手 i は取引をするインセンティブを持たず，$p - c_j < 0$ ならば売手 j は取引に参加するインセンティブを持たない。このような利得関数は，買手，売手とも，1単位の財を取引することで交換の利益を獲得すると想定していると考えられる。

これに対して，我々の戦略的市場ゲーム Γ は，Arrow-Debreu 型経済 $E \equiv ((u_i, \omega_i))$ を基礎に構築されている。上記の利得関数とは，大きな隔たりがあるように見える。そこで，上記の利得関数と Arrow-Debreu 型経済との関係を明確にすることから出発することとしたい。次は，そのための Arrow-Debreu 型経済の例である。

例4. $l=1$ として，m 人の消費者の分割 $\{I, J\}$ $(I \neq \phi.\ J \neq \phi,\ I \cap J = \phi,\ I \cup J = \{1, \cdots, m\})$ があり，

$$u_i(x_i) = \nu_i \min\{x_{i1}, 1\} + x_{i2},\ \omega_i = (0, \overline{m}_i), \qquad i \in I,$$
$$u_j(x_j) = c_j \min\{x_{j1}, 1\} + x_{j2},\ \omega_j = (1, 0), \qquad j \in J.$$

但し，$\underline{\nu} \equiv \min_i \nu_i$，$\bar{c} \equiv \max_j c_j$ とすると，$\underline{\nu} \geqq \bar{c}$ であるとする。また，ν_i は降順，c_j は昇順に並んでいるものとする。

消費者グループ I は貨幣を初期保有するものの財1を持たない。したがって，消費者 $i \in I$ は財1の買手である。一方，グループ J は財1を初期保有するものの貨幣を持たない。したがって，消費者 $j \in J$ は財1の売手である。実際，各 $i \in I$ に対し $\overline{m}_i \geqq \nu_i$ のとき，消費者 $i \in I$ の財1の需要対応は，

$$\xi_i(p) = \begin{cases} \{0\} & p > \nu_i \\ [0, 1] & p = \nu_i \\ \{1\} & p < \nu_i \end{cases}$$

となる。また，消費者 $j \in J$ の財1の供給対応は，

$$\eta_j(p)=\begin{cases}\{0\} & p<c_j\\ [0,1] & p=c_j\\ \{1\} & p>c_j\end{cases}$$

となる。したがって，ワルラス均衡では，財1が $q=\min\{\#I,\#J\}$ 単位取引され，取引価格は $\#I<\#J$ のときは $c_{\#I}\leqq p\leqq c_{\#I+1}$ で，$\#I=\#J$ のときは $c_{\#J}\leqq p\leqq \nu_{\#I}$，そして $\#I>\#J$ のときは $\nu_{\#J+1}\leqq p\leqq \nu_{\#J}$ となる。

この例の場合，本稿の戦略的市場ゲーム Γ における利得関数は，次のようになる。消費者 $i\in I$ は財1の買手となるので戦略は買い指値 p_i^B とその数量 b_i とする。また，消費者 $j\in J$ は財1の売手となるので戦略は売り指値 p_j^S とその数量 s_j とする。消費者 i と消費者 j が取引できない場合を0，そうでない場合に1を与える関数(7)とグループ I に属する他の消費者 $i'\in I$ との価格競争の劣位性を表す関数(8)を利用すると，消費者 $i\in I$ の取引量は，

$$B_i=\min\left\{b_i,\max\left\{0,\sum_{j\in J}\chi_{i,j}s_j-\sum_{i'\neq i}\beta_{i,i'}b_{i'}\right\}\right\} \tag{11}$$

となる。したがって，消費者 $i\in I$ の利得関数は，

$$\pi_i=\begin{cases}(\nu_i-p)B_i & B_i\leqq 1\\ \nu_i-pB_i & B_i>1\end{cases}$$

で与えられることとなる。一方，消費者 $j\in J$ の利得関数は，次のように求めることができる。グループ J に属する他の消費者 $j'\in J$ との価格劣位性を表す関数

$$\alpha_{j,j'}=\begin{cases}0 & p_j^S\leqq p_{j'}^S\\ 1 & p_j^S>p_{j'}^S\end{cases}$$

を導入すれば，消費者 $j\in J$ の取引量は，

$$S_j=\min\left\{s_j,\ \max\left\{0,\ \sum_{i\in I}\chi_{i,j}b_i-\sum_{j'\neq j}\alpha_{j,j'}s_{j'}\right\}\right\}$$

と書き表すことができる。この結果，消費者 $j\in J$ の利得関数は，

$$\pi_j=(p-c_j)S_j$$

で与えられることとなる。但し，売却可能制約 $s_j\leqq\omega_{j1}=1$ の下で s_j を選ぶこととなる。

これらの利得関数と市場のミクロ的分析の多くにおいて利用されている買手の利得関数(9)あるいは売手の利得関数(10)と比較すると，後者は前者において $B_i=S_j=1$ に限定したときの利得関数であることが理解できる。例 4 は，市場のミクロ的分析において使われている利得関数の Arrow-Debreu 型経済からの基礎を与えていると言えよう。

4.1　交渉ゲームとの比較

例 4 の Arrow-Debreu 型経済において $\#I=\#J=1$ として 1 対 1 の経済を考えて，その経済の戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点と Rubinstein 型（1982）の交互提案ゲームにおける均衡点との比較検討を試みることとしたい。交互提案ゲームは展開形ゲームであるが，無限繰り返しにすることでサブゲーム完全ナッシュ均衡は定常的な戦略のみとなり，均衡利得はナッシュ交渉解（Nash 1953）に近似する。いずれの場合も，元の経済のワルラス均衡となる。

例 4 において $\#I=\#J=1$ とすれば，消費者 $1\in I$ と消費者 $1\in J$ の取引量は，

$$B_1=\chi_{1,1}\min\{b_1,\ s_1\}=S_1$$

で決まる。したがって，消費者 $1\in I$ の最適反応は，

$$\varphi_1^I(p_1^S, s_1)=\begin{cases} R_+\times R_+ & s_1=0 \\ R_+\times\{0\}\cup[0, p_1^S)\times R_+ & p_1^S>\nu_1 \text{ かつ } 0>s_1 \\ \{p_1^S\}\times[0, 1] & p_1^S=\nu_1 \text{ かつ } 0>s_1 \\ \{p_1^S\}\times[s_1, 1] & p_1^S<\nu_1 \text{ かつ } 0<s_1\leqq 1 \\ \{p_1^S\}\times\{1\} & p_1^S<\nu_1 \text{ かつ } 1<s_1 \end{cases}$$

そして，消費者 $1\in J$ の最適反応は，

$$\varphi_1^J(p_1^B, b_1)=\begin{cases} R_+\times[0, 1] & b_1=0 \\ R_+\times\{0\}\cup(p_1^B,+\infty)\times[0, 1] & p_1^B<c_1 \text{ かつ } 0>b_1 \\ \{p_1^B\}\times[0, 1] & p_1^B=c_1 \text{ かつ } 0<b_1 \\ \{p_1^B\}\times[b_1, 1] & p_1^B>c_1 \text{ かつ } 0<b_1\leqq 1 \\ \{p_1^B\}\times\{1\} & p_1^B>c_1 \text{ かつ } 1<b_1 \end{cases}$$

となる。ナッシュ均衡点で実現する数量価格の組は，したがって，ワルラス的な需要曲線とワルラス的な供給曲線に挟まれた領域と価格軸全体となる。この結果，ナッシュ均衡点には，ナッシュ交渉解において実現する取引価格と取引数量の組や，Rubinstein 型の交互提案ゲームの均衡点を含む。しかしながら，本稿の戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点の集合と比較すると，それらは点でしかない。

このような差異が発生する理由には，本稿の戦略的市場ゲーム Γ を 2 人の交換経済に適用すると，それは交渉回数が 1 回のゲームに帰着することにあると推測できる。1 回で交渉が終わる場合の均衡点は，ワルラス的な需要曲線とワルラス的な供給曲線に挟まれた数量価格の組のいずれも妥結点と言えるだけでなく，取引が発生しない，すなわち，妥結に至らないケースがあるのは想像に難しくない。これに対し，ナッシュ交渉解，あるいは Rubinstein 型の交渉ゲームは，妥結に至らなければ交渉が無限に繰り返されるという特徴を持っている。したがって，戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点がそれら交渉ゲームの解と一致するには，妥結に至るまで無

限に繰り返されるといった構造を導入する必要があることが推測される[8)]。

4.2 オークションとの比較

次なる比較検討は，オークションの理論との関係である。本稿の戦略的市場ゲームには， 差別的価格決定方式を組み込んでいる。このような価格決定方式は，卸売市場やコール市場などに見られるオークションでの価格決定方式とは異なる[9)]。例えば，$k=1$ の場合，売手は提示されている買い指値で取引をする。新規採用の労働市場に見られる価格決定方式である。逆に，$k=0$ の場合には，買手が提示されている売り指値で取引をすることとなる。普段我々が買い物をしているときの価格決定方式である。このように，現実に存在する価格決定方式であり，サザビーズや卸売市場で行われているオークションとは異質的と言える。ここでは，そのような異質的に見える価格決定方式を採用している本稿の戦略的市場ゲーム Γ とオークションとの比較検討を行う。

オークションには，大きく分けて4種類が存在する。第1は，買手が一人になるまで競り人が競り値を引き上げて行く「イギリス型オークション」(English auction) である。骨董品や卸売市場などの多くのオークションに利用されている方式である。通常は，売り物が1点あり，それに対し複数の買手が競りに参加するが，逆に，買い物が1点あり，それに対し複数の売手が競りに参加する場合もある。この場合には，売手が1人になるまで競り値を下げることとなる。

第2のオークションは，買手間の競りにおいて買手が現れるまで競り値

8) このようにすれば，ゲームの構造それ自体が変化するだけでなく，自給自足均衡をも最初から排除することとなる。逆に言えば， ナッシュ交渉解や Rubinstein 型の交渉ゲームは，自給自足均衡を最初から排除する構造を持っていることが理解できる。

9) 卸売市場やコール市場，東京証券取引所における寄付や引けの価格決定方式を「一様」(uniform pricing) という。取引をするすべての人が同一の価格で売買することを前提に価格決定する方式である。

を下げる「オランダ型オークション」(Dutch auction) である。東京証券取引所のザラバは，この方式となる。買手は売手が現れるまで買い指値を引き上げ，売手は買手が現れるまで売り指値を引き下げて行く。

第 3，第 4 のオークションは，いわゆる「封書入札方式」(sealed-bid) のオークションである。通常，買手間で行われる場合，入札価格の最も高い買手が勝者となる。このような封書入札を「第 1 価格封書入札」(first-price sealed-bid) と呼ぶ。第 1 価格封書入札は，オランダ方式と同じ環境となるので，均衡点も同じである。これに対し，Vickrey (1961) が導入した「第 2 価格封書入札」(second-price sealed-bid) という方式がある。これは，入札価格の第 2 番目に高い価格で競り落とされる方式で，イギリス方式と同じ均衡点となることを Vickrey は示した[10)]。

以上のことから，比較検討は，本稿の戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点が「イギリス型オークション」か「オランダ型オークション」のいずれの均衡点とどのように関係しているかを吟味すれば良いと言える。そこで，例 4 の Arrow-Debreu 型経済において，$\#I=n\geqq 2$，$\#J=1$ として財 1 の買手が複数，売手が 1 人としてオークションの理論が想定している状況と同じ場合を考察してみることとしたい。

先ず，自給自足均衡が存在する。そこで，自給自足均衡以外のナッシュ均衡点を探すこととしよう。自給自足均衡でなければ，$s_1>0$ かつ $p_1^S\geqq c_1$。もし $p_1^S>\nu_1$ であれば，任意の消費者 $i\in I$ が $p_i^B<p_1^S$ または $b_i=0$ であるので，$p_1^S\leqq\nu_1$。もし $p_1^S=\nu_1$ ならば，消費者 $1\in I$ のみ自給自足以外の戦略を選ぶ。すなわち，$p_1^B=p_1{}^S$ かつ $0\leqq b_1\leqq 1$。かくして，$p_1^B=p_1^S=\nu_1$ かつ $b_1=s_1\leqq 1$ なるナッシュ均衡点が存在する。

次に，$\nu_2<p_1^S<\nu_1$ の場合である。このとき，消費者 $1\in I$ 以外の消費者 $i\in I$ は $p_i^B<p_1^S$ または $b_i=0$ を選択する。消費者 $1\in I$ は $p_1^B=p_1^S$ なる p_1^B と，そして $s_1\leqq 1$ であるから $b_1\geqq s_1$ なる b_1 を選択。一方，消費者 $1\in J$

10) 但し，筆者は現実例を知らない。

は，$\nu_2 < p_1^B < \nu_1$ かつ $b_1 \leqq 1$ のとき，$p_1^S = p_1^B$ なる p_1^S と，$s_1 \geqq b_1$ なる s_1 を選択。かくして，$\nu_2 < p_1^B = p_1^S < \nu_1$ かつ $b_1 = s_1 \leqq 1$ なるナッシュ均衡点が存在する。

次に，$p_1^S = \nu_2$ の場合である。この場合は，消費者 $1 \in I$ と $2 \in I$ 以外の消費者 $i \in I$ は自給自足戦略ないしは $p_i^B < p_i^S$ を選ぶ。消費者 $2 \in I$ は，$p_2^B = p_1^S$ かつ $b_2 \geqq \max\{0, s_1 - b_1\}$ なる戦略と，$p_2^B < p_1^S$ または $b_2 = 0$ なる戦略を選ぶ。消費者 $1 \in I$ は，$p_1^B = \nu_2 + \epsilon$ なる p_1^B を選ぶことで $B_1 = s_1$ とすることができる。したがって，消費者 $2 \in I$ が $p_2^B < p_1^S$ または $b_2 = 0$ なる戦略を選び，消費者 $1 \in I$ が $p_1^B = p_1^S$，そして $b_1 = s_1 \leqq 1$ なる戦略を選ぶとき，ナッシュ均衡点となる。

次に，$p_1^S < \nu_2$ の場合である。この場合，消費者 $2 \in I$ が $p_2^B < p_1^S$ または $b_2 = 0$ なる戦略を選ぶのが最適となるのは，消費者 $1 \in I$ が $p_1^B = \max\{p_2^B + \epsilon, p_1^S\}$ なる戦略を選ぶときである。このとき，消費者 $1 \in I$ はいかなる p_2^B に対しても，$p_1^B = p_2^B + \epsilon$ なる買い指値を選ぶことで利得を改善できる。したがって，消費者 $1 \in J$ も又，p_1^S を p_1^B へ引き上げるインセンティブをもつので，$p_1^S < \nu_2$ なるナッシュ均衡点は存在しない。

以上の結果，例 4 を買手間のオークションと同じ状況に適用すると，成立するナッシュ均衡点は「イギリス型オークション」での均衡点を含むことが理解できる。というのも，オークションの理論では $b_i = s_j = 1$ に限定しているという差があるものの，イギリス型オークションでは第 2 評価の需要価格 ν_2 で落札されるのが均衡点であるからである。本稿の戦略的市場ゲームは，このようにイギリス型オークションに近い結果をもたらすことが理解できる。

4.3 ダブル・オークションとの比較

例 4 を 1 人対 1 人に限定して交渉ゲームとの比較を行った際に，交渉ゲームの均衡点は一意であるのに対し，本稿の戦略的市場ゲームの均衡点はそれを含む大きな集合となったことを見た。一方，n 人対 1 人にしてオー

クションの理論と比較すると，イギリス型オークションでの均衡点を含み，それとかなり近い均衡点のみが残ることが理解された。このようなレッスンから推測できる結果としては，参加者の人数が多くなればなる程，ワルラス均衡に近づくという予測である。実際，命題4では，複製経済の内点均衡はワルラス均衡となることを見ている。同じような結論は，Rustichini et al. (1994) が検討したダブル・オークションにおける均衡点の性質にも見られる。したがって，ダブル・オークションとの比較検討を行うことは意義深いと考えられる。とりわけ，例4を1人対1人に限定したケースを複製したときにどのようになるのかを見ることは興味深い。それは，ダブル・オークションとなるだけでなく，1人対1人ならば交渉となることが必然であると考えれば，交渉とダブル・オークションとの関係をも検討できるからである。

例4を1人対1人として，それを1回複製し，ダブル・オークションに意味があるように $0<k<1$ と想定してみることとしよう。すると，$1\in I$ なる消費者が2人，$1\in J$ なる消費者が2人存在することとなる。そこで，グループ I の消費者 i の戦略を (p_i^B, b_i)，グループ J の戦略を (p_j^S, s_j) として，$c\equiv c_1=c_2$, $\nu\equiv\nu_1=\nu_2$ とする。自給自足均衡以外の均衡点を考えると，$p_i^B>\nu$ なるナッシュ均衡点は存在しないので，先ずはグループ I の消費者が $p_i^B=\nu$ なる買い指値を提示しているケースから考察してみることとしよう。$b_1+b_2<2$ のとき，グループ J の消費者達は価格競争を行うこととなるので，$p_j^S=c$ となってしまう。このとき売却可能制約を満たし，かつ $s_1+s_2\geqq b_1+b_2$ なる任意の (s_1, s_2) が最適反応である。グループ I の消費者の中で $b_i<1$ なる消費者 i は b_i を微小に増加させることで改善できる。したがって，$p_i^B=\nu$, $p_j^S=c$, $b_1+b_2<2$, $s_1+s_2\geqq b_1+b_2$ はナッシュ均衡点ではない。

同様の結果は，$s_1+s_2<2$ のときにも妥当である。したがって，$b_i=s_j=1$ となる。この場合には，$c\leqq p_i^B=p_j^S\leqq\nu$ なる指値であれば，いずれもナッシュ均衡点となる。したがって，ナッシュ均衡点は，自給自足均衡とワ

ルラス均衡の2種類となることが理解できる。

例4のArrow-Debreu型経済での戦略的市場ゲームの利得関数は，$B_i=S_j=1$に限定すれば，Rustichini et al. (1994) が想定している利得関数と同じなる。しかしながら，取引者数が増加するにつれダブル・オークションでの均衡点がワルラス均衡に近づくという Rustichini et al. (1994) の結果とは異なり，本稿の戦略的市場ゲームでは複製することで自給自足均衡以外はすべてワルラス均衡となる。また，1人対1人の経済も，複製することで均衡点は自給自足均衡かワルラス均衡のいずれか一方となることを考えれば，交渉も又他との競争が背後にあればダブル・オークションと同じ結果を生むと解釈することができる。

5　おわりに

本稿の目的は，戦略的市場ゲームと市場のミクロ的分析との接点を模索することであった。このために，Shapley-Shubik 型の戦略的市場ゲームに Dubey 型の戦略的市場ゲームの特徴である指値戦略の考慮と差別的価格形成を組み込んだモデルを導入し，そのような戦略的市場ゲームと市場のミクロ的分析の基本モデルである交渉ゲーム，オークションの理論との接点を考察してきた。

交渉ゲームやオークションの理論で想定されている利得関数を含蓄する Arrow-Debreu 型の経済を導入して，それらと戦略的市場ゲームの接点を考察すると，先ず，交渉ゲームのように1対1に制限した経済の場合には，ナッシュ均衡点は交渉ゲームでのナッシュ均衡点を含むものの，ワルラス均衡以外の均衡点も存在するなど，余りにも多くのナッシュ均衡点が存在し，戦略的市場ゲームと交渉ゲームとには大きな隔たりが存在することが理解される。そもそも，交渉ゲームはパレート最適な資源配分に至ることを前提に組み立てられていること，妥結に至らなければ交渉が無限に繰り返されるといった構造を持っているのに対し，戦略的市場ゲームはい

ずれの性質をも前提にしていない。したがって，戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点に交渉ゲームの均衡点が含まれるという特徴より強い結果を得るには，多くの付加的仮定を導入しない限り難しいと考えられる。

次に，オークションの理論との比較検討を行うと，オークションの理論が想定しているように n 対 1 の経済では，戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点はイギリス型オークションの均衡点を含み，しかもワルラス均衡以外のナッシュ均衡点も少ないことが理解される。競争が激しくなれば，ワルラス均衡に近づくという直感は，戦略的市場ゲームでも妥当なのである。

本稿の戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点の一般的特徴として，複製することで内点均衡がワルラス均衡になるという性質があることを確認した。この特徴は，交渉ゲームやオークションの理論で想定されている利得関数を包含する Arrow-Debreu 型の経済では，更に強い結果をもたらす。すなわち，ナッシュ均衡点は，自給自足均衡かワルラス均衡のいずれかとなる。交渉ゲームのように 1 対 1 に制限した経済の場合には，ナッシュ均衡点は交渉ゲームでのナッシュ均衡点やワルラス均衡以外に多くのナッシュ均衡点が存在した。しかしながら，1 対 1 の経済も一度複製してしまえば，自給自足均衡とワルラス均衡のいずれか一方となる。このことより，1 対 1 の交渉も背後に競争があれば，ダブル・オークションと同じ結果となることが理解される。

戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点は，このようにして，交渉ゲーム，イギリス型オークション，ダブル・オークションの均衡点を包含する。本稿では，消費者の人数を変化させることで戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点とそれら価格形成のモデルでのナッシュ均衡点との接点を見た来た。より本格的な研究は，本稿での戦略的市場ゲームにどのような付加的構造を導入すると交渉ゲーム，オークション，あるいは他の価格形成ないしは取引のモデルでの均衡点を実現させるかという研究であろう[11]。そのような研究が盛んに行われ，戦略的市場ゲームにどのような構造を加えたとき

にどのような結果が得られるのかが明確にされたとき，戦略的市場ゲームは本当の意味で市場のミクロ的分析の基礎になると言える。

《参考文献》

Binmore, K., and Herrero, M. (1988), "Matching and Bargaining in Dynamic Markets," *Review of Economic Studies,* 55, pp.17-32.

Dubey, P. (1982), "Price-Quantity Strategic Market Games," *Econometrica,* 50(1), pp.111-126.

Dubey, P., and Shubik, M. (1980), "A Strategic Market Game with Price and Quantity Strategies," *Zeitschritf Natonalökonomie* (*Journal of Economics*), 40(1-2), pp.25-34.

Fraja, G. D., and Sákovics, J. (2001), "Walras Retrouvé: Decentralized Trading Mechanisms and the Competitive Price," *Journal of Political Economy,* 109(4), pp.842-863.

Giraud, G. (2003), "Strategic Market Games: An Introduction," *Journal of Mathematical Economics,* 39(5-6), pp.355-375.

Nash, J. (1953), "Two-Person Cooperative Games," *Econometrica,* 21(1), pp.128-140.

Rubinstein, A. (1982), "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model," *Econometrica,* 50(1), pp.97-109.

Rubinstein, A., and Wolinsky, A. (1990), "Decentralized Trading, Strategic Behaviour, and the Walrasian Outcome," *Review of Economic Studies,* 57, pp.63-78.

Rustichini, A., Satterthwaite, M. A., and Williams, S. R. (1994), "Convergence to Efficiency in a Simple Market with Incomplete Information," *Econometrica,* 62(5), pp.1041-63.

Shapley, L., and Shubik, M. (1977), "Trade Using One Commodity as a Means of Payment," *Journal of Political Economy,* 85(5), pp.937-968.

---

11) 繰り返しになるが，戦略的市場ゲームのナッシュ均衡点に必ずワルラス均衡が含まれるという性質を考えれば，交渉ゲームやイギリス型オークションの均衡点を戦略的市場ゲームの均衡点が包含するのは当然である。したがって，戦略的市場ゲームに追加的構造を導入したときの分析が必要なのである。しかしながら，交渉やオークションとの関係を検討したときに見られる推理は，それら理論に見られる推理を彷彿とさせる部分がある。本稿のメッセージは，まさに，そこにあると言える。

Shubik, M. (1990), "A Game Theoretic Approach to the Theory of Money and Financial Institutions," in B. M. Friedman and F. H. Hahn (eds), *Handbook of Monetary Economics,* Vol.I, North-Holland: Elsevier, pp. 171-219.

Svensson, L-G. (1991), "Nash Implementation of Competitive Equilibria in a Model with Indivisible Goods," *Econometrica,* 59(3), pp.869-877.

Vickrey, W. (1961), "Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders," *Journal of Finance,* 16(1), pp.8-37.

Wilson, R. (1992), "Game-Theoretic Analyses of Trading Processes," in T. F. Bewley (ed.), *Advances in Economic Theory: Fifth World Congress,* Econometric Society Monographs 12, Cambridge: Cambridge University Press, pp.33-70.

奥山利幸（2001）「取引過程と価格形成の理論―サーベイと今後の方向性」経済志林，第68巻第3・4号，pp.85-128.

奥山利幸（2004）「市場のミクロ的分析としての戦略的市場ゲーム：導入編」経済志林，第71巻第4号，pp.85-112.

Strategic Market Games as Microeconomic Theory of Market: A Perspective

Toshiyuki OKUYAMA

《Abstract》

This paper attempts to provide a perspective for strategic market games as microeconomic theory of market. Nash equilibria in strategic market games contain not only autarkic equilibrium but also Walrasian equilibria of the underlying economy. Therefore, a natural question to be raised is under what conditions Nash equilibria in strategic market games coincide with equilibria in bargaining game, auction, and other types of model of price formation and trading process. This paper gives a clue to the question.