

発散のないmodelの試作(4)

Furuoya, Izumi / 古尾谷, 泉

(出版者 / Publisher)

法政大学多摩研究報告編集委員会

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学多摩研究報告 / 法政大学多摩研究報告

(巻 / Volume)

17

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

11

(発行年 / Year)

2002-03-30

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00003049>

発散のない model の試作 (IV)

古尾谷 泉

An attempt toward a non divergent model (IV)

Izumi FURUOYA

1. はじめに

電磁量子力学や色量子力学は“くりこみ”の処方によって、内部に矛盾のない、しかも、すくなくとも、現エネルギー領域で、定性的には実験値を再現出来るすぐれた理論であると考えられている。しかし、これらの理論から派生したくりこみ群方程式による素粒子の質量の計算式等をながめるとすこぶる煩雑であり、物理的に意味不明瞭な多数の項が出現する。また、これらを攝道論でまともに計算したら、更に複雑なものとなろう。このことから、これらの理論が真の理論であるとは考えにくい。結合定数や質量の値が無限に大きくなってしまふのも不自然である。

素粒子物理学では対称性は重要な概念である。対称性の考えは理論を簡潔なものにしてくれる。また、本質的な側面をあぶり出してくれることも多い。より高次の対称性を導入することで、理論が改善されることは十分期待できよう。Newton力学では雑然としていた発散の問題は、Lorentz共変な理論では、電荷と質量の問題に帰着された。このことは対称性を広げることによって、理論をより真の姿に近づけたと考えられよう。

この論文は標題の一連の研究の続きである。相互作用をより広い対称性をもつ空間に拡張して、発散の問題を改善しようとする試みである。

第2章、我々の model space における相互作用について議論する。

第3章、前論文で既出の scalar 場の wave equation を Lagrangean 形式で、再導出する。また、我々の model では、Hamiltonian 形式で書いて、系の energy は保存しないことを示す。

第4章、static な potential に対する Green 関数を導出する。

第5章、何故我々の model space は歪むのか、そのことについて議論する。

2. Model space における相互作用

電磁量子力学における電子と電磁場との相互作用は、諸々の要請、例えば、局所性、エルミット性または Lorentz 変換に対する共変性等の要請を満たすように作られる。これらのうち、エルミット性は、確率は厳格に保存しなければならないから、絶対的な制約である。しかし、Lorentz 変換に対する共変性については、弱い重力場においてさえ、形がくずれてしまうことを考えると、ある程度の脆弱さはあるように思う。

相対論の考えを裏付けた最初の実験は、マイケルソン-モーレー達の実験であろう。この実験では、低 energy 領域で、しかも、相互作用のない自由な光について、光の速さは地球上の観測者の測る方向にはよらない、ということが示されたにすぎない。その後、相対性理論が作られて、物理理論は Lorentz 不変であることが当然のこととなった。しかし、energy の高い、しかも、相互作用をしている系について、同じ Lorentz 変換が適用されなければならない、というようなことはこの実験からは示されまい。相互作用場でも Lorentz 変換が支配しているかどうかは、相対論の枠組みで予測された諸々の事柄が測定値と合うかどうか、で確かめられる。つまり、その検証は、いわば、間接的であるといえよう。具体的に相互作用を作る際には、複数個の電子の spinor 場を重ね合せて、それが Lorentz 変換に対して、spinor、vector または、tensor 等の変換性をもつ形にしておき、次に、これと電磁場とを重ね合せて、Lagrangian が Lorentz scalar となるようにする。このようにして作られた相互作用の正当性は、これらの相互作用を用いて、諸々の物理量、例えば、散乱断面積等を計算し、その結果が実験と一致するかどうかで確かめられる。このように、相互作用の形の妥当性の検証は直接的ではないのである。また、このようにして作られた相互作用は、発散の問題に関しては、何も解決してくれない。非常に高 energy 領域や、強い相互作用場では、低 energy 領域において Lorentz 共変な形につくられた相互作用は変形する可能性はないとはいえないのではないか。

このことをふまえて、我々は相互作用を以下の要請、電荷の値は相互作用によって不変である、を満たすように、より広い対称性をもつ空間に拡張することを試みよう。そのために、簡単な toy model を作って、これらの考えを具体的に示そう。

まずは、話を簡単にするために、4次元 Minkowski 空間は次元を縮小して、2次元 Minkowski 空間とする。そして、この空間に1次元を付加して2 + 1次元空間とし、更に、これを曲げて定曲率空間とする。また、この空間内の時空点 (z_0, z_1, z_2) と運動量 (p_0, p_1, p_2) は同一の変換を受けるとしよう。そこで、この空間内の運動量は次の変換をすると仮定しよう。

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

ここで、 $a_{\alpha\beta}$ $\alpha, \beta=0, 1, 2$ は条件

$$\begin{aligned} -a_{00}^2 + a_{01}^2 + a_{02}^2 &= -1, & -a_{00}a_{01} + a_{10}a_{11} + a_{20}a_{21} &= 0, \\ -a_{01}^2 + a_{11}^2 + a_{12}^2 &= 1, & -a_{00}a_{02} + a_{10}a_{12} + a_{20}a_{22} &= 0, \\ -a_{02}^2 + a_{12}^2 + a_{22}^2 &= 1, & -a_{01}a_{02} + a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

を満たすとしよう。ここに、荷電粒子に電磁場との相互作用を入れる操作、

$$E \rightarrow E - e\phi, \quad p \rightarrow p - eA, \quad (3)$$

を上設置した空間内に以下のように拡張しよう。まず、Eq.(3)を

$$P_0 = E \rightarrow P_0' = E - e\phi, \quad p_1 \rightarrow P_1' = p_1 - eA, \quad \text{および} \quad P_2 \rightarrow P_2' \quad (4)$$

と3次元に拡張、これらを変換とみなして、Eq.(1)の unitary 変換でおきかえることにしよう。

Eq.(1)の変換行列

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

において、左上の 2×2 行列は Lorentz 変換に対応している。一方、

$$\begin{aligned} P_2' = P_2 = 1 \quad \text{また} \quad a_{02} = -e\phi, \quad a_{12} = -eA, \\ a_{00} = a_{11} = 1, \quad \text{および} \quad a_{01} = a_{10} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

とおけば、従来の相互作用 Eq.(3)となる。このように、従来の相互作用は、我々の model では unitary 変換の内部に含まれているのである。我々の model における相互作用と従来の理論における相互作用との違いは、従来の相互作用は energy independence であるのに反して、我々の相互作用は energy dependence があるという点であろう。我々の model では、相互作用の効果は (a_{20}, a_{21}, a_{22}) の値の変化に対応する。また、相互作用の大きさの変化は、第3軸、すなわち、 P_2 の値の変化でおきかえられる。そして、この変化は空間に歪みを生み出すことになる。我々の model では、粒子の状態は (P_0, P_1, P_2) であらわされる。自由な粒子の運動では、 P_2 の値は一定ではあるが、相互作用している粒子については、 P_2 の値は変わりうる。いずれにしても、粒子の運動は (P_0, P_1, P_2) 空間内での世界線であらわされる。この軌跡の無限小距離は、直交座標 (P_0, P_1, P_2) であらわせば、

$$-dP^2 = -dP_0^2 + dP_1^2 + dP_2^2, \quad (7)$$

となる。

我々の model では、相互作用は Lorentz 変換の半径、すなわち光の“effective な速さ”に依存

し、相互作用の強さはこの“effectiveな速さ”であらわすことが出来る。そこで、このことを明白に表示できる座標系を用いることが望ましかろう。このような座標系に Grenz Kreis 座標系がある。この座標系における成分を (E, P) であらわせれば、無限小距離は、 K を定曲率空間の半径とすれば、

$$-K^2 dp^2 = -dE^2 + e^{-\frac{2E}{K}} dP^2 \quad (8)$$

であたえられる。この座標系を Fig.1 に示す。Fig.1 において、 E 軸に垂直な AB 面や $A'B'$ 面はユークリッド的である。 AB 面内の P は $A'B'$ 面内では $P' = e^{-\frac{E}{K}} P$ となる。Eq.(8) で $dp^2 = 0$ とおけば、光の“effectiveな速さ” C' は

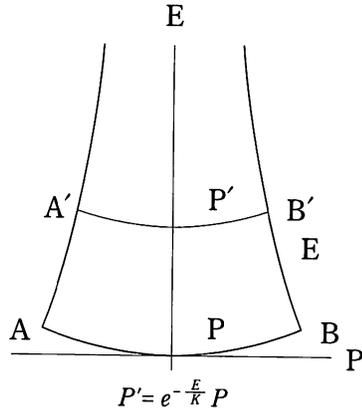


Fig.1

$$C' \sim \frac{dE}{dP} \sim e^{-\frac{E}{K}} \quad (9)$$

となる。

Eq.(8)から体積要素は

$$dV = e^{-\frac{E}{K}} dE dP \quad (10)$$

である。

時空座標についても、同様にして、直交座標 (z_0, z_1, z_2) および Grenz Kreis 座標 (ζ, η) について、無限小距離は、

$$\begin{aligned} -ds^2 &= -dz_0^2 + dz_1^2 + dz_2^2 \\ &= -d\zeta^2 + e^{-\frac{2\zeta}{K}} d\eta^2 \end{aligned} \quad (11)$$

であり、また、体積要素は

$$dV = e^{-\frac{\zeta}{K}} d\zeta d\eta, \quad (12)$$

である。

3. Lagrangean 形式および Hamiltonian 形式と energy conservation

まず、我々の model における wave equation を Lagrangean 形式で再導出しよう。自由場の wave equation は既に前論文で導出されていて、scalar 場を Φ とすると、(0123) \equiv ($z_0 z_1 z_2 z_3$) とおいて注)、

$$\Lambda \Phi(0123) = 0, \quad (13)$$

であたえられる。ここで、

$$\Lambda \equiv \Lambda_0 + \frac{e^{\frac{2z_0}{K}}}{K^2} \Lambda_{123}, \quad (14)$$

および

$$\Lambda_{123} \equiv \Lambda_1 + \frac{1}{c_1^2} \Lambda_2 + \frac{1}{c_1^2 c_2^2} \Lambda_3, \quad (15)$$

である。

$$\Phi(0123) \equiv \phi_\lambda(0) \phi_\mu(1) \phi_\nu(2) \phi_\delta(3), \quad (16)$$

とおけば、Eq.(13) は変数分離が出来て、

$$(\Lambda_0 - \lambda) \phi_\lambda(0) = 0, \quad (17)$$

$$(\Lambda_1 + \mu - \frac{1}{c_1^2} \nu) \phi_\mu(1) = 0, \quad (18)$$

$$(\Lambda_2 + \nu - \frac{1}{c_2^2} \delta) \phi_\nu(2) = 0, \quad (19)$$

および

$$(\Lambda_3 + \delta) \phi_\delta(3) = 0, \quad (20)$$

である。これより

$$(\Lambda_{123} + \mu) \phi_\mu(123) = 0, \quad (21)$$

となる。また、 λ と μ との関係は

$$\lambda = \mu e^{\frac{2z_0}{K}}, \quad (22)$$

であたえられる。

次に、これらの equation を変分で求めよう。我々の model space の metric tensor は

注) この章からは、model space は 4 次元に拡げてある。

$$(g^{\alpha\beta}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K^2} e^{\frac{2z_0}{K}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{K^2} e^{\frac{2z_0}{K}} \frac{1}{c_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K^2} e^{\frac{2z_0}{K}} \frac{1}{c_1^2 c_2^2} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

であり、Lagrangian を

$$L = \frac{1}{2} \int g^{\alpha\beta} (\partial_\alpha \Phi) (\partial_\beta \Phi) \sqrt{g} d\sigma \quad (24)$$

$$, d\sigma \equiv dz_0 dz_1 dz_2 dz_3,$$

とおき、 L の変分 $\delta L = 0$ をとる。

$$\begin{aligned} \delta L &= \frac{1}{2} \delta \int g^{\alpha\beta} (\partial_\alpha \Phi) (\partial_\beta \Phi) \sqrt{g} d\sigma \\ &= \int \partial_\beta (g^{\alpha\beta} (\partial_\alpha \Phi) \delta \Phi \sqrt{g}) d\sigma \\ &\quad - \int \partial_\beta (g^{\alpha\beta} (\partial_\alpha \Phi) \sqrt{g}) \delta \Phi d\sigma, \end{aligned} \quad (25)$$

である。2 番目の式の第一項は面積分

$$\int g^{\alpha\beta} (\partial_\alpha \Phi) \delta \Phi \sqrt{g} dS_\beta, \quad (26)$$

であり、これは 0 である。これより、wave equation

$$\begin{aligned} &\partial_\beta (g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \Phi \sqrt{g}) \\ &= g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \partial_\beta \Phi + (\partial_\beta g^{\alpha\beta}) (\partial_\alpha \Phi) + g^{\alpha\beta} (\partial_\alpha \Phi) \frac{\partial_\beta \sqrt{g}}{\sqrt{g}} = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

をうる。Eq.(23) の $g^{\alpha\beta}$ を使うと Eq.(27) は Eq.(13) となる。

次に、我々の model における energy conservation について議論しよう。そのために、まず、我々の model では Hamiltonian 形式で書けることを示そう。ここでは、Lagrangian を Eq.(24) と多少異なった形

$$L \equiv \int dZ_{123} \sqrt{g} L(\Phi \dot{\Phi}_{,k}), \quad (27)$$

とおこう。ここで、

$$dz_{123} \equiv dz_1 dz_2 dz_3, \quad \dot{\Phi} \equiv \frac{\partial \Phi}{\partial z_0}, \quad \text{および } \Phi_{,k} \equiv \frac{\partial \Phi}{\partial z_k}, \quad (28)$$

である。また、体積要素は z_0 成分と z_k 成分とに分けて、

$$\sqrt{g} \equiv \sqrt{g_0} \sqrt{g_{123}}, \quad (29)$$

とする。Action は

$$I \equiv \int_{z_{0,1}}^{z_{0,2}} L dz_0, \quad (30)$$

である。ここで、 $\Phi(0123)$, $\dot{\Phi}(0123)$ および $\Phi_{,k}(0123)$ を $\phi_{\mu}(123)$ および $\phi_{\mu,k}(123)$ で展開すると

$$\Phi(0123) = \Sigma \chi_{\mu}(0) \phi_{\mu}(123), \quad (31)$$

$$\dot{\Phi}(0123) = \Sigma \dot{\chi}_{\mu}(0) \phi_{\mu}(123), \quad (32)$$

および

$$\Phi_{,k}(0123) = \Sigma \chi_{\mu}(0) \phi_{\mu,k}(123), \quad (33)$$

となる。 ϕ_{μ} は直交関係

$$\int dz_{123} \sqrt{g_{123}} \phi_{\mu}(123) \phi_{\mu'}(123) = \delta_{\mu, \mu'}, \quad (34)$$

および

$$\Sigma_{\mu} \phi_{\mu}(123) \phi_{\mu}(\overline{123}) \sqrt{g_{123}} = \delta_{z_1 z_1} \delta_{z_2 z_2} \delta_{z_3 z_3}, \quad (35)$$

をみたす。また

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \chi_{\mu}} &= \int dz_{123} \sqrt{g_0} \\ &\times \left\{ \left(\frac{\partial L}{\partial \chi_{\mu}} \sqrt{g_{123}} - \partial_k \left(\sqrt{g_{123}} \frac{\partial L}{\partial \phi_{,k}} \right) \right) \right. \\ &\left. + \partial_k \left(\sqrt{g_{123}} \frac{\partial L}{\partial \phi_{,k}} \phi_{\mu} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (36)$$

および

$$\frac{\partial L}{\partial \chi_{\mu}} = \int dz_{123} \sqrt{g_0} \sqrt{g_{123}} \phi_{\mu}(123) \frac{\partial L}{\partial \phi}, \quad (37)$$

であり、 $\dot{\chi}_{\mu}(0)$ に共役な $P_{\mu}(0)$ は

$$P_{\mu}(0) \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{\chi}_{\mu}} = \int dz_{123} \sqrt{g} \phi_{\mu}(123) \pi(0123), \quad (38)$$

となる。但し、ここで

$$\pi(0123) \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}, \quad (39)$$

である。Hamiltonian は

$$\begin{aligned}
H &\equiv \Sigma P_\mu(0) \dot{\chi}_\mu(0) - L \\
&\equiv \int dz_{123} \sqrt{g} T^{00},
\end{aligned} \tag{40}$$

である。ここで、 T^{00} は

$$T^{00} \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \dot{\phi} - L g^{00}, \tag{41}$$

であたえられる。energy momentum tensor を

$$T^{\alpha\beta} \equiv \phi'^\alpha \frac{\partial L}{\partial \phi_{,\beta}} - L g^{\alpha\beta}, \tag{42}$$

で定義しよう。 $T^{\alpha\beta}$ の divergence をとると

$$\frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial z_\beta} = -\phi'^\alpha \frac{\partial L}{\partial \phi_{,\beta}} - L \frac{\partial g^{\alpha\beta}}{\partial z_\beta}, \tag{43}$$

となるが、これより、明らかに

$$\frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial z_\beta} \neq 0, \tag{44}$$

である。すなわち、我々の model では

系の energy は保存しない

のである。ここで、系全体の並進を許容すれば系全体の energy は保存しなければならないから、この系から漏れる energy は model space の歪みに使われると考えるべきであろう。その結果、系の energy と model space の歪みの energy との和が全体として保存されると考えるべきであらう。

4. 定常な potential に対する方程式の解、Green 関数

固有値方程式

$$(\Lambda_{123} + \delta\Lambda_{123}) \Phi_r(123) = \Gamma \Phi_r(123), \tag{45}$$

を解くことを考えよう。ここで、 Λ_{123} は Eq.(15) である。また、 $\delta\Lambda_{123}$ は攝動とし、ここでは簡単のために、 $\delta\Lambda_{123}$ は座標 (123) に関して対称的であるとしよう。すなわち、(123) 軸方向の状態は縮退していて、状態は μ のみで指定できるとしよう。 $\Phi_r(123)$ を Eq.(21) の解 $\phi_\mu(123)$ で展開すれば、

$$\Phi_r(123) = \sum_\mu a_r^\mu \phi_\mu(123), \tag{46}$$

であり、これを Eq.(45)に代入すると

$$\begin{aligned} (\Lambda_{123} - \Gamma) \Phi_r(123) &= \sum_{\mu} a_r^{\mu} (\mu - \Gamma) \phi_{\mu}(123) \\ &= -\delta \Lambda_{123} \Phi_r(123), \end{aligned} \quad (47)$$

となる。左から $\phi_{\mu}'(123)$ をかけて積分し、直交関係 Eq.(34)を開いた後 $\mu' \rightarrow \mu$ とおけば

$$a_r^{\mu} = \frac{(-)}{\mu - \Gamma} \int \phi_{\mu}(\overline{123}) \delta \Lambda(\overline{123}) \Phi_r(\overline{123}) d\sigma_{r23}, \quad (48)$$

をうる。これより

$$\begin{aligned} \Phi_r(123) &= \sum_{\mu} a_r^{\mu} \phi_{\mu}(123) \\ &= \sum_{\mu} \phi_{\mu}(123) \frac{(-)}{\mu - \Gamma} \int \phi_{\mu}(\overline{123}) \delta \Lambda(\overline{123}) \Phi_r(\overline{123}) d\sigma_{r23}, \end{aligned} \quad (49)$$

であり、したがって、Green 関数は

$$G_r(123; \overline{123}) \equiv \sum_{\mu} \phi_{\mu}(123) \frac{(-)}{\mu - \Gamma} \phi_{\mu}(\overline{123}), \quad (50)$$

となる。ここで、Eq.(22)より

$$\begin{aligned} \lambda &= \mu \langle \lambda | e^{\frac{2z}{K}} | \lambda \rangle \\ &= \mu e^{\frac{2}{K} \langle \lambda | z_0 | \lambda \rangle}, \end{aligned} \quad (51)$$

である。 $K \rightarrow \infty$ の極限では、 $\lambda \rightarrow E^2$ (energy) および $\mu \rightarrow P^2$ (momentum) であるから、 $\langle \lambda | z_0 | \lambda \rangle \sim E$ として

$$dP \sim dE e^{-\frac{1}{K} E} \quad (52)$$

である。

したがって、

$$\sum_{\mu} \int_{K \rightarrow \infty} dP = \int dE e^{-\frac{1}{K} E}$$

となる。

5. Model space の歪み

これまで、model space はアプリアリーに歪んでいると仮定してきた。何故、我々の model space は歪むのか。そのことについて考えよう。ただし、ここでの議論は正規な物理の議論とはいい難く、単に憶測にすぎないことを断っておく。というのは、議論は正確さに欠け、より掘り下げて検討しなければならない個所が多々あるからである。

歪んだ空間としてよく使われるのは Einstein 方程式の真空解であろう。しかし、ここでは、

別の可能性について考えよう。

今、自由な（禪の）電子を電場 E で引っばる場合を考えよう。電子の電荷と質量を e_0 および m_0 とすると、 α を加速度として、電子の運動方程式は

$$m_0 \alpha = e_0 E, \quad (54)$$

であたえられる。Eq.(54)は電子の運動を記述する式ではあるが、同時に、3つの量から残りの一つの量の単位を決定する方程式と考えることが出来よう。例えば、 $\alpha = e_0 = E = 1$ とおけば $m_0 = 1$ であるが、これを質量、すなわち、energyの単位に採ることは可能であろう。

電磁場との相互作用があれば、禪の電荷と質量の値は変更をうける。それらを δe および δm とすると、電荷と質量は、

$$e = e_0 + \delta e \quad \text{および} \quad m = m_0 + \delta m, \quad (55)$$

とシフトする。攝動論を用いて、 δe および δm を計算すると、それらは無限大になってしまう。諸々の物理量を計算し、それらを実験値と比較する際には、Eq.(55)であたえられた無限大量 e と m とは、それらの測定値でおきかえられる。このくりこみの処方によって、電磁量子力学は驚く程良い精度で実験値を再現出来ることが示された。くりこまれた後の e や m は space-like な 4-momentum transfer に依存する。また、ここに到るまでの途中の計算式をながめてみると、電荷や質量の値はかけられた外場の強さにも依存するように思える（このことは、詳しく検討する必要はあるが）。ここで、前者は量子効果であるが、物理の単位を決定するのは古典的な操作であるから、後者の依存性のみを考えることにしよう。いづれにしても、電荷の値は恒常的な定数ではない。実際には、電場 E 自身も変化するであろう。また、運動方程式は複雑な式となろうが、議論をしやすいするために、また、いわんとすることを明確にするために、運動方程式は象徴的に、

$$m(E) \alpha = e(E) E, \quad (55)$$

と書くことにしよう。ここで、電荷と質量は E に依存するとし、これらを、 $e(E)$ および $m(E)$ と書いた。

ここで、 $E \cong 0$ 付近では、Eq.(55)で $\alpha = e(0) = E = 1$ とおけば $m(0) = 1$ であり、質量、すなわち、energyの単位に採ることが出来よう。次に、 $E \gg 0$ の場合はどうであろうか。この場合には、実際に、観測にかかる方程式は、 $E \cong 0$ における式 $m(0) \alpha = e(0) E$ ではないので、 $E \cong 0$ で定めた単位系はもはや使用できないのではないか。 $E \gg 0$ では式そのものが変化してしまう。現代物理学は、観測量の上に組み立てられており、測定する手段のないものは意味をもたない。このことのよい例は、時刻とenergyとを同時に正確に測定する手段を人はもたないので、不確定性原理が成立し、また、光より速い伝達手段をもたないので、宇宙全体に一樣に流れる絶対時間の存在は否定される。このように考えてくると、 $E \cong 0$ で採用した単位系

$\alpha = e(0) = E = m(0) = 1$ は方程式 $m(0)\alpha = e(0)E$ から決められるが、 $E \gg 0$ では、 $e(0)$ も $m(0)$ も、それぞれ $e(E)$ と $m(E)$ に変化してしまう。したがって方程式 $m(0)\alpha = e(0)E$ は $E \gg 0$ ではもはや、使用不可能となってしまう。そのため、 $E=0$ のとき定めた単位系は、 $E \gg 0$ では、それを決定する手段を、もはや、もたないことになりはしまいか。 $E \gg 0$ で単位系を定めるためには、方程式 $m(E)\alpha = e(E)E$ を用いなければなるまい。このようなことがいえるとする、我々は、それぞれの E のところで、別々の単位系を採用しなければならないことになる。いいかえると、 E の異なる空間は、互に無関係な独立した空間になってしまう。このことが、Van Hove のいう “国有値問題を解くのに用いる空間は、Hamiltonian ごとに異なっていて、それらを結びつける unitary 変換は存在しない”、という定理の物理的解釈であると考えられはしないか。

では、一体、これらの独立した、ばらばら単位系をもつ空間を統合することが可能になるためには、どのようなことが考えられるであろうか。おそらく、そのためには、これらのばらばら空間が共有する不変量—無限大量—の存在が必要なのではなからうか。我々の model では、そのような量が存在し、それが電荷なのである。しかし、そのことの代償として、物理空間は歪んでしまうのである。

参考文献

- 1) 法政大学多摩研究報告 14 ; 55-57, 1999.
- 2) 法政大学多摩研究報告 15 ; 65-75, 2000.
- 3) 法政大学多摩研究報告 16 ; 97-112, 2001.