

骨格粒子モデルの動的追跡法

SHIMOYAMA, Chisato / 吉田, 長行 / YOSHIDA, Nagayuki / 宮崎, 明日佳 / MIYAZAKI, Asuka / 下山, 千里

(出版者 / Publisher)

法政大学情報メディア教育研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学情報メディア教育研究センター研究報告

(巻 / Volume)

21

(開始ページ / Start Page)

121

(終了ページ / End Page)

129

(発行年 / Year)

2008-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00003014>

骨格粒子モデルの動的追跡法

Dynamic Analysis for the Behavior of Particle model

下山 千里¹⁾ 宮崎 明日佳¹⁾ 吉田長行²⁾
Chisato Shimoyama, Asuka Miyazaki, Nagayuki Yoshida

¹⁾法政大学大学院工学研究科建設工学専攻

²⁾法政大学工学部建築学科

This paper simulates the behavior of collapse by the particle model analysis. The landslide and liquefaction of the soil have been studied by the distinct element method. This method usually uses the circular element as the judgment for contact is not so complex, while there is the problem that the circular element more rotates than actual particles. Therefore, we propose some method to resolve these problems.

Keyword : DEM, Elliptical element, Soil model, Contact, Rotation

1. はじめに

崖崩れや地盤の液化化などは個別要素法によって研究されている。砂などの地盤材料は本来砂粒のような粒子が集まって出来ており、従来はこうした地盤を連続体の解析手法で検討してきた。個別要素法は不連続体の解析手法であり、地盤本来の粒子群の動きを直接扱うことができるという点で地盤や岩盤の検討を行う際に非常に優れた手法である。

個別要素法における問題に、計算時間が挙げられる。そのため接触判定が単純であり計算経済性が高いという理由から、従来の研究ではほとんどの場合円形要素を用いて解析を行っている^[4]。しかし円形要素を用いた際には回転しやすく実際の円粒子以上に回転してしまうなどの問題がある^[3]。

2. 研究目的

個別要素法における要素の回転を抑制するため、次の項目に関する検討を行う。

- (1)ばね定数の検討
- (2)要素形状の検討

3. 個別要素法の概要

個別要素法 (Distinct Element Method) は Cundall によって提案された手法で、不連続な要素の集合体に対し個々の要素が運動方程式を満足し、要素間の力の伝達が作用・反作用の法則に従うことを条件に集合体の動力的挙動を数値解析するものである。要素一つ一つについて運動方程式を解き、各時間における要素の位置を逐次追跡するため、構造物の大変形問題への適用が可能である。要素間相互作用力は、接触粒子間に弾性ばね (ばね定数 K) と粘性ダッシュポット (粘性定数 η) があると想定し、それらによる力によって表現する。このとき、一つの要素に注目すれば、その並進変位 (\mathbf{u}) および回転変

原稿受付 2008 年 2 月 29 日

発行 2008 年 3 月 31 日

法政大学情報メディア教育研究センター

位 (ψ) に関する運動方程式は式(1)の形式に略記される。ここで、 I は慣性モーメントを示す。

$$m\ddot{\mathbf{u}} + \eta\dot{\mathbf{u}} + K\mathbf{u} = 0 \tag{1.a}$$

$$I\ddot{\psi} + \eta r^2\dot{\psi} + K r^2\psi = 0 \tag{1.b}$$

しかしながら、通常一つの要素は周囲の数個の要素と接触しているため、式(1)、式(2)の K や η はそれら数個の接点に挿入されたスプリングやダッシュポットの合成されたものとなり、未知変位 \mathbf{u} と ψ を陰に含む式(1)、式(2)の形式の連立方程式で解を得ることは難しい。そこで式(1)、式(2)を時間増分 Δt によって差分近似して計算する。

$$m[\ddot{\mathbf{u}}]_t = -\eta[\dot{\mathbf{u}}]_{t-\Delta t} - K[\mathbf{u}]_{t-\Delta t} \tag{2.a}$$

$$I[\ddot{\psi}]_t = -\eta r^2[\dot{\psi}]_{t-\Delta t} - K r^2[\psi]_{t-\Delta t} \tag{2.b}$$

したがって、新しい時刻 t における加速度 $[\ddot{\mathbf{u}}]_t$ は、時刻 Δt だけ前の変位と速度から得られる。新しい時刻 t における加速度 $[\ddot{\mathbf{u}}]_t$ を数値積分すると、時刻 t における変位と速度が得られる。この計算を時間刻み Δt で繰り返すことによって要素の運動軌跡が計算できる。以下に詳しい計算方法^[2]を述べる。

3.1 接触判定と相対変位増分

任意の円形要素 i が時刻 $t - \Delta t$ から時刻 t までの微小時間 Δt の間に Fig.1 に示す位置 $A(x_i, y_i)$ から位置 $B(x_i + \Delta u_i, y_i + \Delta v_i)$ に変位するものとする。このとき変位増分の x, y 成分をそれぞれ $\Delta u_i, \Delta v_i$ とし、その変位にともなう要素の回転変位増分を $\Delta\psi_i$ で表す。

Fig.2 のように半径がそれぞれ r_i, r_j である2つの円形要素 i, j は次の式(3)で表される条件を満足するとき接触する。

$$r_i + r_j \geq R_{ij} \tag{3}$$

$$\text{ただし、} R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \tag{4}$$

また接触点の位置を識別するために要素 i, j の中心を結ぶ共通法線が x 軸となす角 α_{ij} を用いる。この角度 α_{ij} と要素の座標との関係は次式で表される。

$$\sin \alpha_{ij} = -(y_i - y_j) / R_{ij} \tag{5.a}$$

$$\cos \alpha_{ij} = -(x_i - x_j) / R_{ij} \tag{5.b}$$

接触する2要素 i, j の微小時間 Δt における相対変位量の法線方向ならびにせん断方向成分は角度 α_{ij}

を用いてそれぞれ次式で与えられる。ただし、添え字 n, s はそれぞれ法線およびせん断方向を表す。

$$\Delta u_n = (\Delta u_i - \Delta u_j) \cos \alpha_{ij} + (\Delta v_i - \Delta v_j) \sin \alpha_{ij} \tag{6.a}$$

$$\Delta u_s = -(\Delta u_i - \Delta u_j) \sin \alpha_{ij} + (\Delta v_i - \Delta v_j) \cos \alpha_{ij} + (r_i \Delta \psi_i + r_j \Delta \psi_j) \tag{6.b}$$

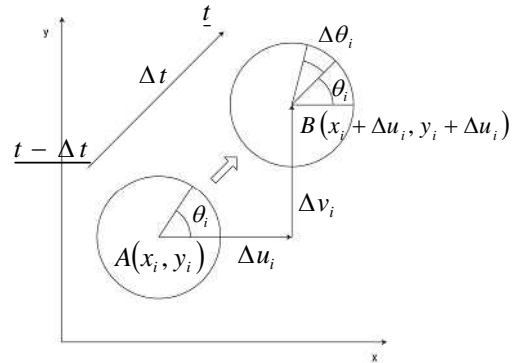


Fig.1 Coordinates and displacements of disc element

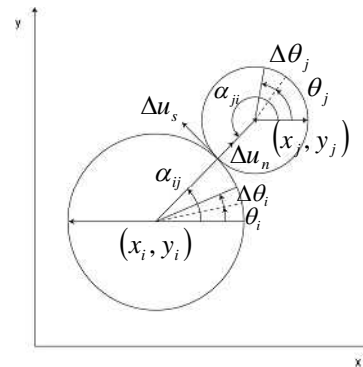


Fig.2 Relative contact displacement between two elements

3.2 粒子間作用力

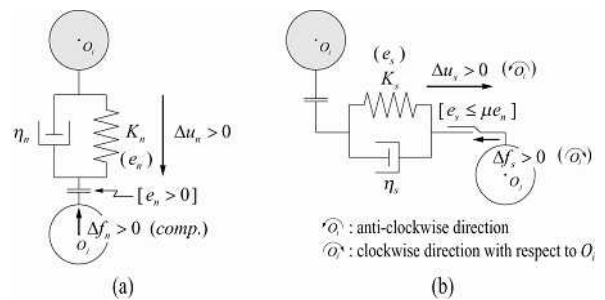


Fig.3 Elastic spring and viscous dashpot assumed for contact

Fig.3 に示すように 2 要素 i, j の接触面に作用する力を、法線方向に作用する圧縮力 f_n と接線方向に作用するせん断力 f_s (要素 i に関し時計方向を正) に分けて考える。

3.2.1 法線方向成分

Fig.3(a) に示すように、微小時間 Δt における法線方向の相対変位増分 Δu_n に比例した抗力増分 Δe_n を生じる弾性スプリング (ばね定数 k_n) と相対変位速度 $\Delta u_n / \Delta t$ に比例した抗力 Δd_n を生じる粘性ダッシュポット (粘性定数 η_n) の並列配置を仮定する。ただし、圧縮力を正とする (以下同じ)。

$$\Delta e_n = k_n \Delta u_n \quad (7.a)$$

$$\Delta d_n = \eta_n \Delta u_n / \Delta t \quad (7.b)$$

したがって時刻 t において法線方向に作用する弾性抗力 $[e_n]_t$ と粘性抗力 $[d_n]_t$ は次式のようになる。

$$[e_n]_t = [e_n]_{t-\Delta t} + \Delta e_n \quad (8.a)$$

$$[d_n]_t = \Delta d_n \quad (8.b)$$

しかし、粒子間の引張抗力を認めないので、以下のような条件を付け加える。

$$[e_n]_t < 0 \quad \text{のとき、} \quad [e_n]_t = [d_n]_t = 0 \quad (9)$$

以上より、時刻 t における 2 要素間の法線方向圧縮力 $[f_n]_t$ は次式で計算される。

$$[f_n]_t = [e_n]_t + [d_n]_t \quad (10)$$

3.2.2 接線方向成分

Fig.3(b) に示すように、接線方向の相対変位増分 Δu_s に対しても同様にせん断抗力を与える弾性スプリング (ばね定数 K_s) と粘性ダッシュポット (粘性定数 η_s) の並列配置を仮定する。要素 i に関し時計回りを正とすると、弾性抗力増分 Δe_s と粘性抗力 Δd_s は

$$\Delta e_s = K_s \Delta u_s \quad (11.a)$$

$$\Delta d_s = \eta_s \Delta u_s / \Delta t \quad (11.b)$$

したがって時刻 t において接線方向の弾性抗力 $[e_s]_t$ と粘性抗力 $[d_s]_t$ は次式のようになる。

$$[e_s]_t = [e_s]_{t-\Delta t} + \Delta e_s \quad (12.a)$$

$$[d_s]_t = \Delta d_s \quad (12.b)$$

上式には次の 2 つの条件を付け加える。

$$[e_n]_t < 0 \quad \text{のとき、} \quad [e_s]_t = [d_s]_t = 0 \quad (13)$$

$|[e_s]_t| > \mu \cdot [e_n]_t$ のとき、

$$[e_s]_t = \mu \cdot [e_n]_t \cdot \text{sign}([e_s]_t) \quad (14.a)$$

$$[d_s]_t = 0 \quad (14.b)$$

ここに μ は粒子間の摩擦係数、 $\text{sign}(z)$ は変数 z の正負表すものとする。

これらの条件は接触点近傍のせん断変形が主として要素間の摩擦力によって生ずることを意味し、条件式(13)は非接触状態を、条件式(14)は摩擦力の限界を、それぞれ表している。

以上より、時刻 t における 2 要素間の接線方向せん断力 $[f_s]_t$ は次式で計算される。

$$[f_s]_t = [e_s]_t + [d_s]_t \quad (15)$$

3.3 運動方程式の差分近似

注目する要素 i と接触するすべての要素 j について接触力 $[f_n]_t$ 、 $[f_s]_t$ を求めると、要素 i に関するそれらの x 方向分力 X_i と y 方向分力 Y_i 、ならびに要素 i の中心周りのモーメント M_i (反時計回りが正) を次式により求める。

$$[X_i]_t = \sum_j \{ -[f_n]_t \cos \alpha_{ij} + [f_s]_t \sin \alpha_{ij} \} \quad (16.a)$$

$$[Y_i]_t = \sum_j \{ -[f_n]_t \sin \alpha_{ij} - [f_s]_t \cos \alpha_{ij} \} + m_i g \quad (16.b)$$

$$[M_i]_t = -r_i \sum_j \{ [f_s]_t \} \quad (16.c)$$

ここで \sum は要素 i に接触するすべての要素 j に関する総和を表し、また m_i は要素 i の質量であり、 $m_i g$ は重力が作用することによる。

加速度を作用力の陽関数とみなして変形した運動方程式(2)を時間増分 Δt で差分近似すれば、右辺の作用力は式(16)で与えられるから、時刻 t における加速度は次式のようになる。

$$[\ddot{u}_i]_t = [X_i]_t / m_i \quad (17.a)$$

$$[\ddot{v}_i]_t = [Y_i]_t / m_i \quad (17.b)$$

$$[\ddot{\psi}_i]_t = [M_i]_t / m_i \quad (17.c)$$

ここに I_i は要素 i の慣性モーメントであり、密度を ρ として $I_i = \rho \pi r^4 / 2$ である。

時刻 t における変位速度は上式を時間増分 Δt に関し積分して、

$$[\dot{u}_i]_t = [\dot{u}_i]_{t-\Delta t} + [\ddot{u}_i]_t \cdot \Delta t \quad (18.a)$$

$$[\dot{v}_i]_t = [\dot{v}_i]_{t-\Delta t} + [\ddot{v}_i]_t \cdot \Delta t \quad (18.b)$$

$$[\dot{\psi}_i]_t = [\dot{\psi}_i]_{t-\Delta t} + [\ddot{\psi}_i]_t \cdot \Delta t \quad (18.c)$$

上式をさらに Δt で積分すれば、時間増分 Δt 間の変位増分は次式となる。

$$[\Delta u_i]_t = \{[\Delta u_i]_{t-\Delta t} + [\dot{u}_i]_t \cdot \Delta t\} / 2 \quad (19.a)$$

$$[\Delta v_i]_t = \{[\Delta v_i]_{t-\Delta t} + [\dot{v}_i]_t \cdot \Delta t\} / 2 \quad (19.b)$$

$$[\Delta \psi_i]_t = \{[\Delta \psi_i]_{t-\Delta t} + [\dot{\psi}_i]_t \cdot \Delta t\} / 2 \quad (19.c)$$

このようにして定められた変位増分を時刻 t から $t + \Delta t$ までの新たな変位増分に仮定して、再び式(6)から式(19)までの演算を繰り返す。このようにして時間増分 Δt ごとの変位増分が逐次計算できる。

4. 楕円要素の計算手法

基本的な計算手法は円形要素の場合と同じである。しかし、接触判定と粒子間作用力の計算に相違がある。まず、本節では文献[5]に示された楕円の接触判定を詳しく述べ後、接触点位置の決定手順を示す。

4.1 接触判定

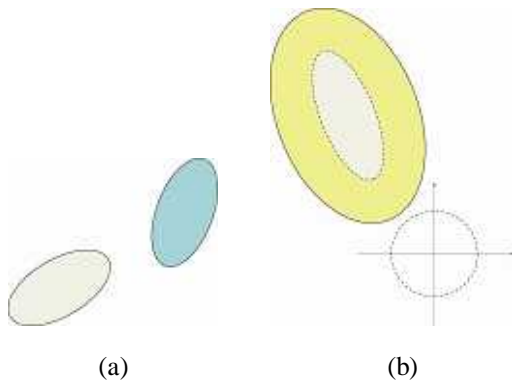


Fig.4 Contact of ellipse model

Fig.4のように2つの楕円要素 i, j の接触について考える。要素 j の中心を原点として、長軸方向に x 軸を、短軸方向に y 軸をとった local 座標系において、この要素 j を半径 1 の単位円へと変換した場合の変換後要素 i は次式で表せる。 a, b は楕円要素の長軸、短軸半径、 θ は要素の傾き、 h, k は要素の中心点位置を表す。

$$\frac{(n_x x + p_x y + o_x)^2}{a_i^2} + \frac{(n_y x + p_y y + o_y)^2}{b_i^2} = 1 \quad (20)$$

$$n_x = a_j \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (21.a)$$

$$n_y = -a_j \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (21.b)$$

$$p_x = b_j \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (21.c)$$

$$p_y = b_j \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (21.d)$$

$$o_x = \cos \theta_i (h_j - h_i) + \sin \theta_i (k_j - k_i) \quad (21.e)$$

$$o_y = -\sin \theta_i (h_j - h_i) + \cos \theta_i (k_j - k_i) \quad (21.f)$$

ここで変換後要素 i の中心点位置を (h'_i, k'_i) とし、傾きを θ'_i とする。変換後要素 i の中心を原点とした場合、楕円を表す式においてその x 項、 y 項が消去され、傾きを 0 とした場合、その xy 項が消去されることから式(20)より次式を得ることが出来る。

$$h'_i = \frac{2EB - FD}{D^2 - 4AB} \quad (22.a)$$

$$k'_i = \frac{2AF - ED}{D^2 - 4AB} \quad (22.b)$$

$$\theta'_i = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{A - B} \right) \quad (22.c)$$

$$A = b_i^2 n_x^2 + a_i^2 n_y^2 \quad (23.a)$$

$$B = b_i^2 p_x^2 + a_i^2 p_y^2 \quad (23.b)$$

$$D = 2b_i^2 n_x p_x + 2a_i^2 n_y p_y \quad (23.c)$$

$$E = 2b_i^2 o_x n_x + 2a_i^2 o_y n_y \quad (23.d)$$

$$F = 2b_i^2 p_x o_x + 2a_i^2 p_y o_y \quad (23.e)$$

$$G = b_i^2 o_x^2 + a_i^2 o_y^2 - a_i^2 b_i^2 \quad (23.f)$$

式(22)を式(20)に代入し変換後要素 i を表す次式を得る。

$$\frac{x^2}{-K/A'} + \frac{y^2}{-K/B'} = 1 \quad (24)$$

$$A' = A \cos^2 \theta_i' + B \sin^2 \theta_i' + D \sin \theta_i' \cos \theta_i' \quad (25.a)$$

$$B' = A \sin^2 \theta_i' + B \cos^2 \theta_i' - D \sin \theta_i' \cos \theta_i' \quad (25.b)$$

$$K = Ah_i'^2 + Bk_i'^2 + Dh_i'k_i' + Eh_i' + Fk_i' + G \quad (25.c)$$

式(24)より変換後要素*i*は長軸半径 $\sqrt{-K/A'}$ 、短軸半径 $\sqrt{-K/B'}$ の楕円であることがわかる。

接触判定はこの変換後要素*i*の長軸、短軸半径にそれぞれ1をプラスすることで、要素*j*を原点とみなし拡張要素*i*が原点を含むかの判定を行う。楕円要素*i, j*は次の式(26)で表される条件を満足するとき接触する。

$$\frac{(-h_i' \cos \theta_i' - k_i' \sin \theta_i')^2}{(1 + \sqrt{-K/A'})^2} + \frac{(h_i' \sin \theta_i' - k_i' \cos \theta_i')^2}{(1 + \sqrt{-K/B'})^2} - 1 \leq 0 \quad (26)$$

要素*i, j*が式(26)を満たすとき、2要素の接触点位置は拡張要素*i*上の原点である。

拡張要素*i*の表面上の任意の点は次式で表せる。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i' & -\sin \theta_i' \\ \sin \theta_i' & \cos \theta_i' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (1+a') \cos \varphi \\ (1+b') \sin \varphi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} h_i' \\ k_i' \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\text{このとき } a' = \sqrt{-K/A'}, b' = \sqrt{-K/B'} \quad (28)$$

しかし接触判定には精度誤差があり一般に原点は拡張要素*i*上には存在せず、その近傍にある。この場合、拡張要素*i*近傍の原点を接触点位置とする。拡張要素*i*近傍の原点は式(27)から次式で表せる。

$$\begin{Bmatrix} (1+a') \cos \theta_i' & -(1+b') \sin \theta_i' \\ (1+a') \sin \theta_i' & (1+b') \cos \theta_i' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \varphi_a \\ \sin \varphi_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -h_i' \\ -k_i' \end{Bmatrix} \quad (29)$$

よって次式を得る。

$$\cos \varphi_a = \frac{1}{a'+1} (-h_i' \cos \theta_i' - k_i' \sin \theta_i') \quad (30.a)$$

$$\sin \varphi_b = \frac{1}{b'+1} (h_i' \sin \theta_i' - k_i' \cos \theta_i') \quad (30.b)$$

拡張要素*i*を変換後要素*i*へと縮小したとき、拡張要素*i*上の点は偏角を変えずに変換後要素*i*上に移動する。誤差のため拡張要素*i*近傍にある原点は次のように定義される変換後要素*i*の近傍点 (x_0, y_0) に移動する。

$$\begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a' \cos \theta_i' & -b' \sin \theta_i' \\ a' \sin \theta_i' & b' \cos \theta_i' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \varphi_a \\ \sin \varphi_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} h_i' \\ k_i' \end{Bmatrix} \quad (31)$$

以上で求めた変換後要素*i*の近傍点 (x_0, y_0) に変換前要素*i*への変換を施すことにより全体座標系での接触点 (x_c, y_c) を得る。

$$x_c = x_0 a_j \cos \theta_j - y_0 b_j \sin \theta_j + h_j \quad (32.a)$$

$$y_c = x_0 a_j \sin \theta_j + y_0 b_j \cos \theta_j + k_j \quad (32.b)$$

4.2 相対変位増分

Fig.5に示すように、円要素の場合と異なり、楕円要素における接触点*C*は2要素の重心を結ぶ直線 $O_i O_j$ 上に存在しない状態が生じる。よって法線方向の相対変位増分にも2要素の回転変位増分の影響を考慮しなければならない^[3]。法線方向と接線方向の Δt 間の相対変位増分 Δu_n 、 Δu_s は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta u_n &= (\Delta u_i - \Delta u_j) \sin \omega - (\Delta v_i - \Delta v_j) \cos \omega \\ &\quad - r_i \Delta \phi_i \cos(\theta_i - \omega) + r_j \Delta \phi_j \cos(\theta_j - \omega) \end{aligned} \quad (33.a)$$

$$\begin{aligned} \Delta u_s &= (\Delta u_i - \Delta u_j) \cos \omega + (\Delta v_i - \Delta v_j) \sin \omega \\ &\quad - r_i \Delta \phi_i \sin(\theta_i - \omega) + r_j \Delta \phi_j \cos(\theta_j - \omega) \end{aligned} \quad (33.b)$$

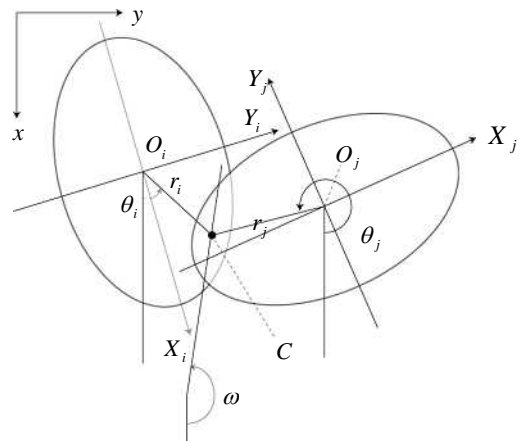


Fig.5 Contact point of Element

ただし Δu_i 、 Δv_i 、 $\Delta \phi_i$ はそれぞれ*x*軸、*y*軸、回転方向での Δt 間の変位増分、接触点から要素*i, j*の重心までの距離をそれぞれ r_i 、 r_j とし、接触点を表す角度 θ_i 、 θ_j をFig.5のように決める。せん断力が働くと考えた直線の角度 ω は、その直線と*x*軸となす角度が等しくても、点 O_i 、 O_j の*y*座標値の大小関係で π だけ変化する。

4.3 力の総和

法線と接線方向の接触力 $[f_n]_i$ 、 $[f_s]_i$ は円要素と同様に計算し、要素 i に作用する x 方向分力 X_i と y 方向分力 Y_i 、ならびに要素 i の中心モーメント M_i （反時計回りを正）を次式により求める。

$$[X_i]_i = \sum_j (-\sin \omega_i [N_{ij}]_i - \cos \omega_i [T_{ij}]_i) \quad (34.a)$$

$$[Y_i]_i = \sum_j (\cos \omega_i [N_{ij}]_i - \sin \omega_i [T_{ij}]_i) + m_i g \quad (34.b)$$

$$[M_i]_i = \sum_j \{ (\sin \omega_i [N_{ij}]_i + \cos \omega_i [T_{ij}]_i) r_i \sin \theta_i + (\cos \omega_i [N_{ij}]_i - \sin \omega_i [T_{ij}]_i) r_j \cos \theta_i \} \quad (34.c)$$

円要素と同様に式(17)から加速度を求め、式(18)から変位速度、式(19)から変位増分を計算する。

5. 材料定数の決定法

5.1 ばね定数

5.1.1 波動論に基づく方法

ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、密度 γ 、間隙比 e の解析対象媒質を波動論に基づいて質量 m と接触ばねからなる粒子モデルに置換すると、法線方向ばね k_n 、接線方向ばね k_s は次のようになる。

$$k_n = \frac{1}{4} \rho V_p^2, \quad k_s = \frac{1}{4} \rho V_s^2 \quad (35)$$

$$\text{ここに、} m = r^2 \rho, \quad \rho = (1+e)\gamma \quad (36)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\gamma}}, \quad V_p = \sqrt{\frac{\lambda_L + 2G}{\gamma}} \quad (37)$$

$$\lambda_L = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (38)$$

5.1.2 ヘルツの弾性接触理論による方法

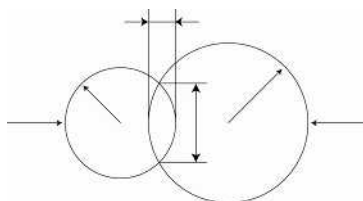


Fig.6 Hertz contact theory

円形粒子間に圧縮力が作用する時の弾性係数 K は、ヘルツの弾性接触理論にもとづいて次のように算出することが出来る。

半径がそれぞれ r_i, r_j 、ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、長さが1である2つの円形粒子に圧縮力 q が作用し、2つの粒子中心の接近量が δ で接触幅が b であるとすると、 δ と q の関係は次式で表される。

$$\delta = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi} \frac{q}{E} \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{4r_i}{b} + \ln \frac{4r_j}{b} \right) \quad (39)$$

$$b^2 = \frac{8}{\pi} \frac{r_i r_j}{r_i + r_j} \left(\frac{1-\nu^2}{E} \right) q \quad (40)$$

簡単のために、いま2つの円形粒子の大きさが等しいとすると($r_i = r_j = r$)法線方向の弾性係数 k_n は次式で与えられる。

$$k_n = \frac{\Delta e_n}{\Delta u_n} = \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)\{2/3 + 2\ln(4r/b)\}} \quad (41)$$

粒子が平板に接触する場合もそれに対応するヘルツの接触理論を用いて算出することが出来る。

一方、せん断方向の弾性係数 k_s は k_n に対応する係数 s を用いて次式から決定する。

$$k_s = \frac{\Delta e_s}{\Delta u_s} = k_n s \quad (42)$$

5.2 減衰定数

減衰について、ばねとダッシュポットからなる1質点系を想定し、法線・接線方向の減衰定数をそれぞれ h_n 、 h_s とすると以下のように表される。

$$\eta_n = h_n \cdot 2\sqrt{m \cdot k_n} \quad (43.a)$$

$$\eta_s = h_s \cdot 2\sqrt{m \cdot k_s} \quad (43.b)$$

6. 解析結果

6.1 要素ばねの検討

波動理論、ヘルツの弾性接触論に基づいてばね定数を設定し、それぞれ解析を行った。円要素3000個を自由落下により容器にパッキングし、安定状態に至るまでの要素の速度の経時変化をFig.7、Fig.8に示す。その後振幅400gal、振動数10Hzの正弦波

を水平方向に入力した。解析に用いた物性値ならびに計算条件は Table 1 である。

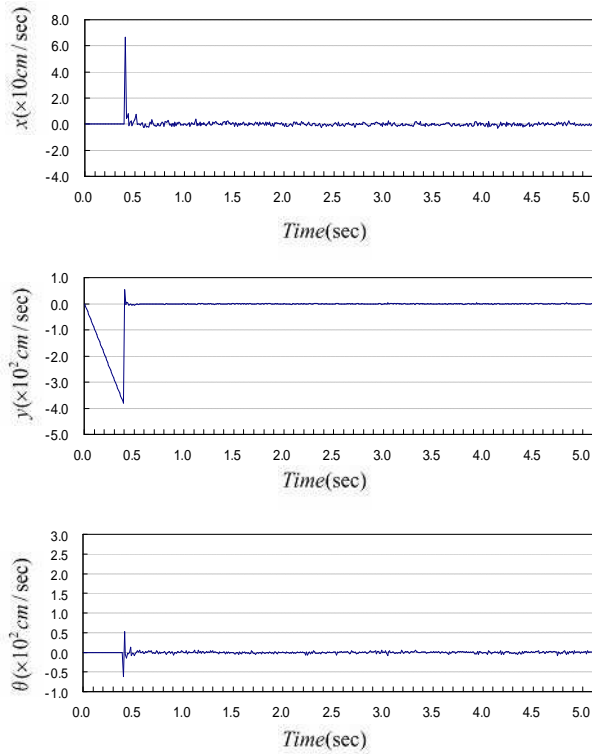


Fig.7 Velocity-1

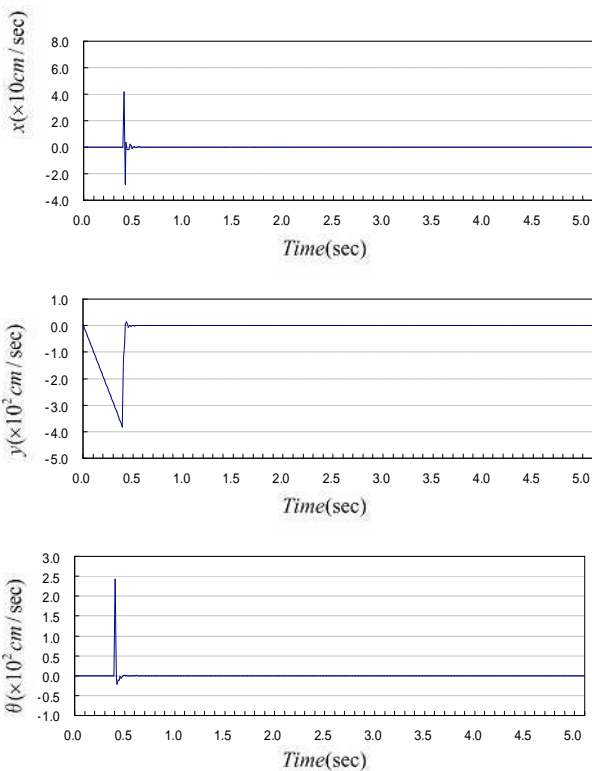


Fig.8 Velocity-2

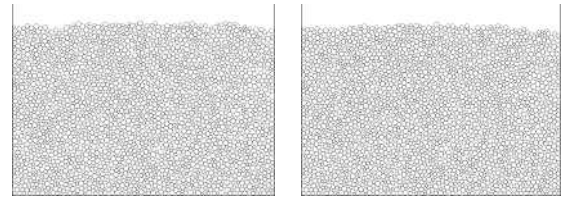


Fig.9 The analytical model-1

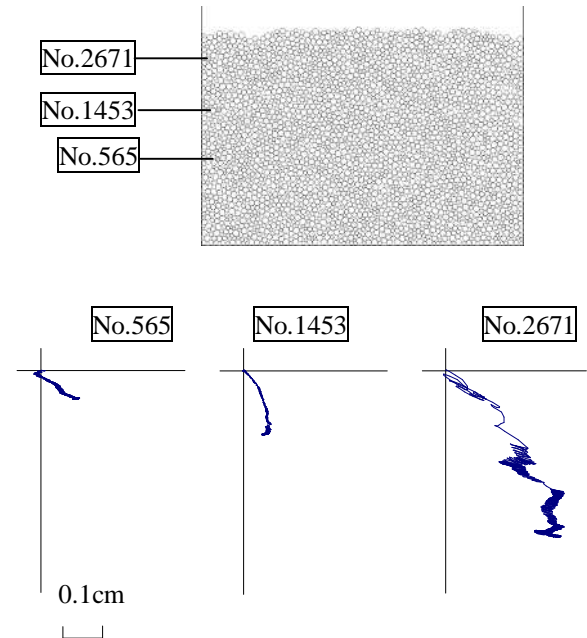


Fig.10 Trajectory of element-1

要素の x 、 y 、回転方向の挙動が Fig.8 のヘルツの弾性接触論から導いたばね定数を用いた方が Fig.7 の波動論から導いたばね定数を用いた場合よりも早く収まることが確認できる。

Fig.9 にヘルツの弾性接触論から導いたばねを用いた場合の解析モデルの加振前後の結果を示す。振動により締め固められ、間隙率は初期値が 17,95% であったのが 16,86% と減少した。また波動論から導いたばねの場合間隙率は初期値が 18,08% であったのが 16,50% となった。

Fig.10 はヘルツの弾性接触論から導いたばねを用いた場合の要素の加振時の軌跡である。要素が水平方向に振動しながら沈下していることがわかる。地底付近より地表付近の要素の方が加振による影響が大きく表れている。

Table 1 Data of the analytical model

ヤング率(粒子)	4.9×10^9	N/m^2
ヤング率(壁)	3.9×10^9	N/m^2
ポアソン比(粒子)	0.23	[-]
ポアソン比(壁)	0.25	[-]
摩擦係数(粒子)	0.17	[-]
摩擦係数(壁)	0.25	[-]
減衰定数	1.0	[-]
粒子半径	0.5-1.0	cm
粒子密度	2.48×10^{-3}	kg/cm^3
時間刻み	1×10^{-6}	[-]
粒子数	3000	[-]
容器幅	50	cm

Table 2 Data of the analytical model

楕円長軸半径	0.5-1.0	cm
ばね定数(法線方向)	3.0×10^5	N/m
ばね定数(接線方向)	5.0×10^4	N/m
容器幅	45	cm

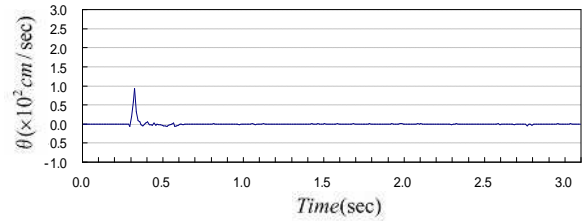


Fig.11 Velocity-3

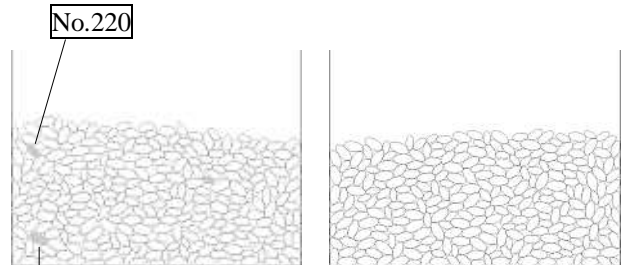


Fig.12 The analytical model-2

6.2 要素形状の検討

楕円要素 300 個を導入し円要素の場合と同様に解析を行った。解析に用いた物性値ならびに計算条件は Table 1、Table 2 である。また楕円の偏平率は 0.5 とした。計算の簡易化のためばね定数は一定とした。円と同様に安定に至るまでの要素の速度の経時変化を Fig.11 に示す。

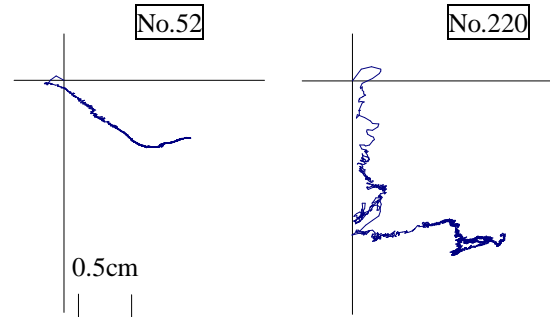
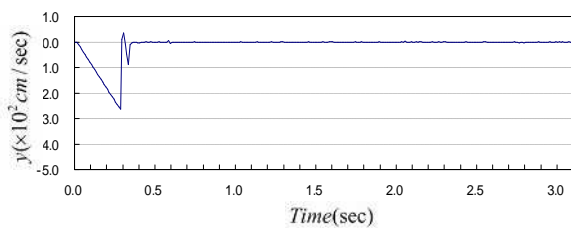
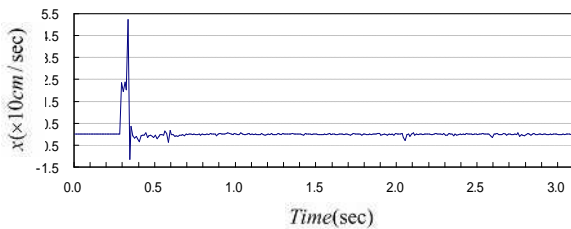


Fig.13 Trajectory of element-2



図より楕円要素を導入したことにより回転速度が早く収まることが確認できる。

Fig.12 は解析モデルの加振前後の結果である。振動による沈下を確認できる。間隙率は初期値が 16.27%であったのが 11.92%となった。

Fig.13 は楕円要素の加振時の軌跡である。要素が水平方向に振動しながら沈下していることがわかる。地底付近より地表付近の要素の方が加振による影響が大きく表れている。

7. 結論

ばね定数が解析結果へ与える影響を確認した。ヘルツの弾性理論に基づきばね定数を算定したことによる要素の回転抑制を確認した。これは接触圧や接触幅を考慮したばねが有効に作用した結果といえる。

また楕円要素を用いたことによっても要素の回転抑制を確認した。要素形状の違いによる粒子の挙動に差が認められ、今後要素形状の与える影響についても更なる検討を進める必要がある。また本論で導入した楕円の接触判定手法の誤差について、偏平率の適用可能範囲を検討する必要がある。

参考文献

- [1]伯野元彦、"破壊のシミュレーション"、森北出版、1997年
- [2]木山英朗，藤村尚、"カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析"、土木学会論文報告集第333号、1983年
- [3]粉体工学会、"粉体シミュレーション入門"、産業図書、1998年
- [4]澤田純男，岩崎好規，プラダンテージ B.S.、"楕円要素を用いた個別要素法による砂のせん断挙動の解析"、第26回土質工学研究発表会、1991年
- [5]Kao-Shing Hwang, Ming-Dar Tsai.、" On-line Collision- Avoidance Trajectory Planning of Two Planer Robots Based on Geometric Modeling "、Journal of Information Science Engineering Vol.15、1999年