

開放分岐型構造の線形及び非線形動的解析

吉田, 長行 / YOSHIDA, Nagayuki / WATANABE, Atsushi /
MIURA, Hiroo / NISHIKAWA, Motonori / 西川, 元徳 / 三浦,
寛生 / 渡邊, 敦史

(出版者 / Publisher)

法政大学情報メディア教育研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学情報メディア教育研究センター研究報告

(巻 / Volume)

21

(開始ページ / Start Page)

117

(終了ページ / End Page)

120

(発行年 / Year)

2008-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00003013>

開放分岐型構造の線形及び非線形動的解析

Linear and Nonlinear Dynamic Analysis of Open Branched Structure

西川 元徳¹⁾ 三浦 寛生¹⁾ 渡邊 敦史¹⁾ 吉田 長行²⁾
Motonori Nishikawa, Hiroo Miura, Atsushi Watanabe, Nagayuki Yoshida

¹⁾法政大学大学院工学研究科建設工学

²⁾法政大学工学部建築学科

This research defines the structure that could be seen in the upper part of the trees and their roots, as the open branched structure. Its structural property is investigated by ordinary analytical method including linear and non-linear dynamics through a very interesting simulation for the growth of trees which is based on the bibliographic search to other fields such as botany. Its aim is to make clear the secret of the earthquake-resistance characteristics of trees from the viewpoint of the structural engineering, and also to find out the useful information for the future of architectural structures.

Keyword : Open Branched Structure, Geometrical Nonlinearity, Earthquake-Resistance

1. はじめに

一般に人工物を造る工学設計では、対象物の目的・機能が明確なため、材料の経済性や強度等のコストを考慮した合目的な最適構造設計が実現できる。従って、人工的に造られた形は全て何等かの意味で目的・機能を持つ。また、生物の形態と機能の間にも、相互に密接な関係がある。生物の形は、自然環境で生命活動を営むのに都合のよいように造られ、全体あるいは各組織・器官の目的を、最も効率的に達成するような合目的的構造となっている。このような観点から、本研究では樹木の枝の機能を力学的側面から捉え、(1) その構造を規定する理論式を導き、樹木モデルの作成、(2) 等断面の線形梁理論を用いた動的解析と幾何学的非線形性を考慮した¹⁾動的解析を行い、作成したモデルの構造特性を比較し、調査・検討することにある。

2. 樹木モデルの作成

原稿受付 2008 年 2 月 29 日
発行 2008 年 3 月 31 日
法政大学情報メディア教育研究センター

2.1 樹木の枝の機能と力学的構造理論

樹木の枝の機能は、葉における光合成を効率よくかつ安定した状態で行うために必要な物質輸送機能と枝の力学的強度機能の二つである。二つとも枝の太さを必要とするが、一般の樹木では、枝の重量を支えることができる太さがあれば、物質輸送には十分であると考えられる。従って、枝の主要機能は自重を安全に支えることと見なすと、どの部分の枝も折れにくさが一様であること、すなわち枝の曲げ応力がどの部分でも一定であることが重要と考えられる。この時、枝は分岐点で応力が最大となる(曲げ応力 \geq せん断応力)。このような考えに基づく文献[2],[3]の論考を2.2、2.3で要約する。

2.2 力学的理論式

樹木の枝の構造を単純な円断面の片持梁の構造物とみなし(Fig 2.1)、以下の仮定(1),(2)を考慮したときの分岐点における最大曲げ応力 σ [N/cm²]は、(1)式となる。

仮定 1) 枝の自重は、元枝の体積に比例する。
($W = \alpha_w V$)

仮定2) 重心距離は、元枝の長さに比例する .

$$(L = \alpha_l l)$$

$$\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{32\pi^2 WL}{C^3} = \frac{128\pi^3 \alpha_l W^2}{\alpha_w C^5} = k \frac{W^2}{C^5} \quad (1)$$

k : 定数

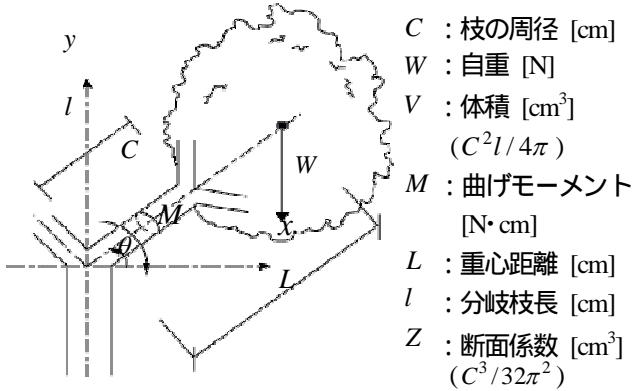


Fig.2.1 Model diagram for the theoretical analysis of the optimal structure of tree

また曲げ応力 $\sigma = const$ の条件下で W と C の関係、および L と C の関係を求めると、

$$M \propto C^3 \quad (2)$$

$$W \propto C^{2.5} \quad (3)$$

$$L^2 \propto C \quad (4)$$

となる . 式(2)は曲げ応力一定と等しいので、特に式(3)、(4)が枝の構造力学的制約を与える基本式となる .

2.3 枝の周径と長さの関係

本論は、枝の分岐様式を一様 2 分岐形態とし、末端の葉は、等価的に枝に置き換えるものとする . また枝は非対称に分岐するものと考え、各枝の周径と長さは等比数列に従って減少し、その公比をそれぞれ k_c 、 k_l とする .

$$\begin{cases} l_{i,2j-1} = k_{l1} l_{i-1,j}, & l_{i,2j} = k_{l2} l_{i-1,j} \\ C_{i,2j-1} = k_{c1} C_{i-1,j}, & C_{i,2j} = k_{c2} C_{i-1,j} \end{cases} \quad (5)$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad j = 1, 2, 3, \dots, 2^{i-1})$$

次に、元枝の支える重量 W_0 が、分岐した枝の重量 W_1 と W_2 の和に等しい(6式)より、周径と枝長さの公比の関係(7式)を求める . これらのうち 1 つの枝長さの公比 k_{l1} に乱数を用い、枝の分岐形態にばらつきを持たせる . これより、非対称一様 2 分岐モデルを次々と構築できる .

$$W_0 = W_1 + W_2 \quad (6)$$

$$k_c = k_l^2 \quad k_{l1}^5 + k_{l2}^5 = 1 \quad (7)$$

2.4 分岐角度の関係

枝の分岐角度に多様性を持たせるため、枝元には曲げ応力一定 (力学的安全率) の要因のほかにも、以下に挙げる様々な要因が作用しているものとする .

- 内的要因 : 水分・栄養分の輸送負荷など
- 外的要因 : 風、地震、重力、光合成など

これらの影響により、力学的安全率の生存確率が一律でないものとする . 例えば、力学的安全率が高い = 生存確率が高いとは言えない . 力学的安全率の発生確率に関するある種の最適化が進行したと推定した場合、種の保存により一律でない生存確率が生じ、各種固有の (分岐角) の発生確率が定まるとする . また分岐角は、曲げ応力を通じて力学的安全率に関与する . 従って、力学的安全率と分岐角の発生確率とは、密接な関係があると考えられる . 以上の考えより、新たに仮定 (3) を考慮し、これを分岐角決定式として定式化すると次式となる .

仮定 3) 分岐角の発生確率は枝分岐点の (曲げ応力に関する) 力学的安全率の発生確率と比例する .

$$\frac{1}{v} = \mu \cos \phi \quad \mu = \frac{WL}{\sigma_l Z} \quad (\leq 1.0) \quad (8)$$

ここに、 v : 枝分岐点の引張安全率、 σ_l : 枝の引張強度、 ϕ : 分岐角とする . (8) 式より、分岐角 ϕ の大小と力学的安全率 v の大小は比例的である . 一様乱数 $r (0 \leq r \leq 1)$ より、力学的安全率 v を以下の (9) 式より求める . (Appendix)

$$v = 3 - 2\sqrt{1 - \sqrt[3]{r}} \quad (9)$$

以上、(8)、(9) 式より分岐角を決定する .

2.5 成長プロセスによる最適条件

樹木は、成長するに従い成長率が次第に低下し、やがて完全に成長を止める . ここで仮定(4)を考慮し、樹木モデルにおける枝の末端での周径がある値に達したら成長を止めるようにする . また一般に樹木の成長は、若木や高齡木を除外し、平均すると胴回り(周径)と樹齡、胴回りと樹高には、以下の関係^[4]がある((10)式) . 以上により、実際の樹木の成長過程を考慮したモデルを作成することができる . ここで、ある 1 つの樹木モデルの成長過程を本研究では、1 つの成長プロセスと考える .

仮定 4) 成長段階のどの時期においても末端の枝の

周径は一定である .

$$Age = \frac{C_0}{1.3 \sim 2.5} = \frac{H}{15.0 \sim 50.0} \text{ [cm]} \quad (10)$$

ここで、Age : 樹齡、 C_0 : 基幹の周径、 H : 樹高とする .
以下に、ある1つの成長プロセスのモデル図を示す (Fig.2.2) .

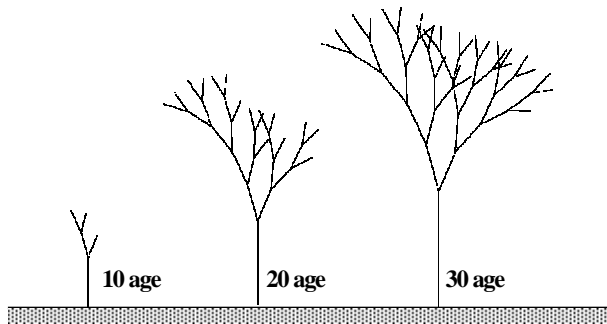


Fig.2.2 The model that considers growth

3. 解析結果

1つの成長プロセスの成長段階 (樹齡) の比較だけでなく、複数の成長プロセスによるモデルを作成し解析を行う .

3.1 固有値解析

Fig.3.1 と Fig.3.2 及び Table.3.1 に、固有値解析結果の一例を示す .

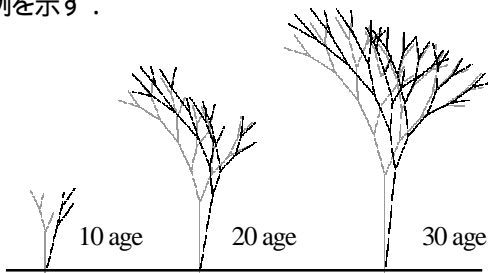


Fig.3.1 First eigen mode

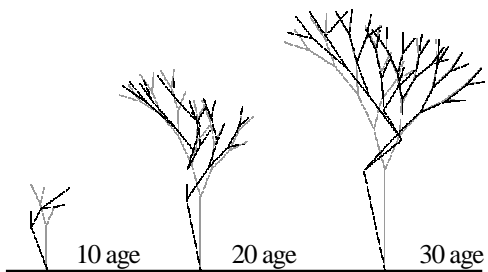


Fig.3.2 Second eigen mode

Table.3.1 Natural period

	10 age	20 age	30 age
1次	0.863	0.309	0.682
2次	0.217	0.046	0.346

[s]

3.2 時刻歴応答解析

EL CENTRO 地震波に対する枝末端の最大変位値を示す .

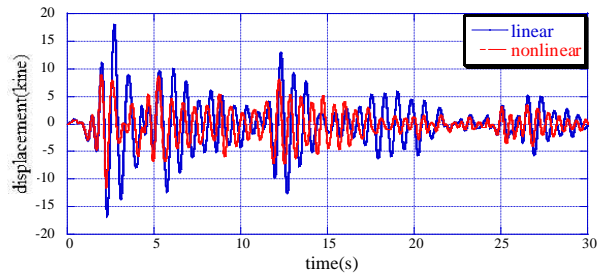


Fig.3.3 Displacement response (10age model)

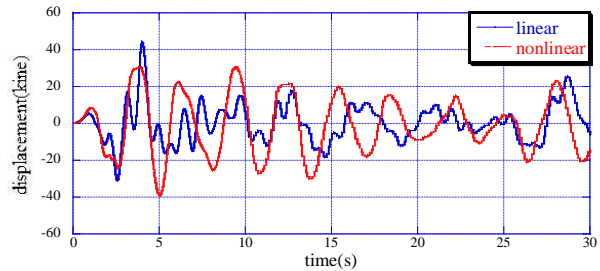


Fig.3.4 Displacement response (20age model)

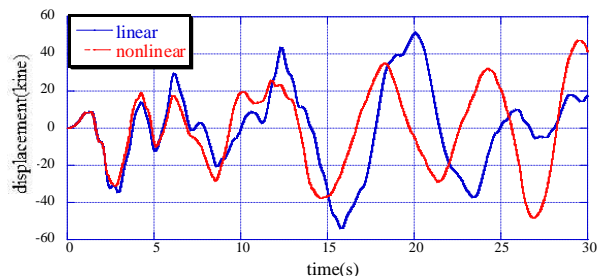


Fig.3.5 Displacement response (30age model)

線形解析・非線形解析共に、樹木は成長するに従い最大変位・固有周期が共に増加する (Fig.3.3, Fig.3.4, Fig.3.5) . 線形解析と非線形解析を比べると、非線形解析の方が、最大変位が小さく、周期が短い . これは非線形性がハードニングタイプのためである .

次に葉のある状態と無い状態を比較する . 葉のある状態は、先端の枝の平均密度を2倍にすることで評価する . 線形・非線形解析共に、葉のある方が長周期化と最大変位の増加が見られる (Fig.3.6, Fig.3.7, Fig.3.8) .

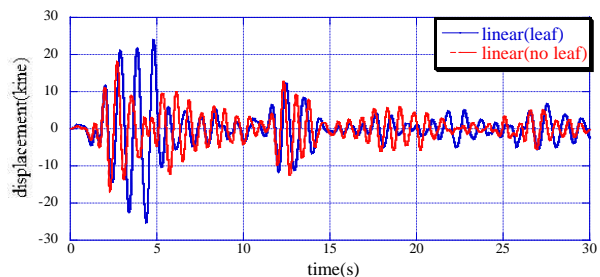


Fig.3.6 Displacement response (linear)

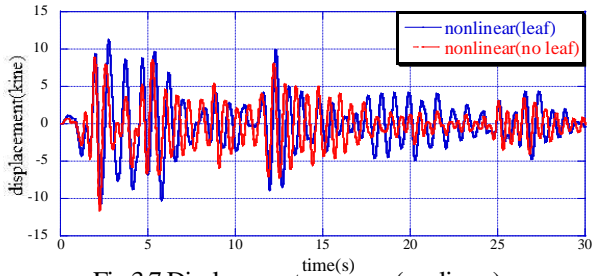


Fig.3.7 Displacement response (nonlinear)

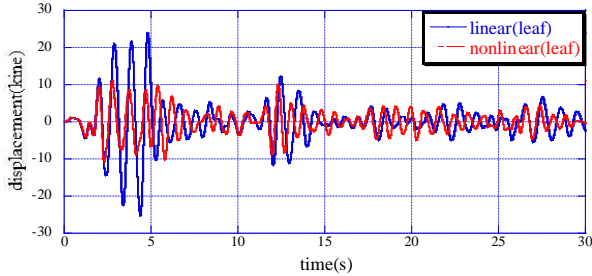


Fig.3.8 Displacement response (leaf)

3.3 線形・非線形解析による耐震性能の比較

線形解析と非線形解析による、ベースシア係数を樹齢毎に比較する。ベースシア係数は3つの成長プロセスの平均である。

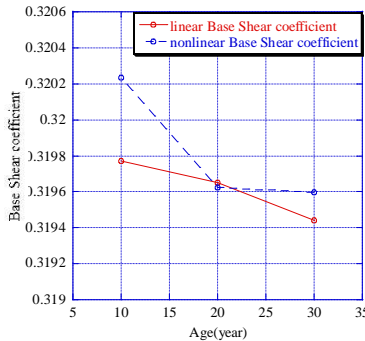


Fig.3.9 Base Shear coefficient (linear & nonlinear)

ベースシア係数は、加齢してもほぼ変化しない。このことは樹木が一定の耐震性を保ちながら成長し続けたことを意味する(Fig.3.9)。また、線形と非線形のベースシア係数値の違いもほぼ見られない。

さらに、葉がある状態と無い状態でのベースシア係数の線形・非線形各々で比較したが、ほぼ変化はない(Fig.3.10, Fig.3.11)。

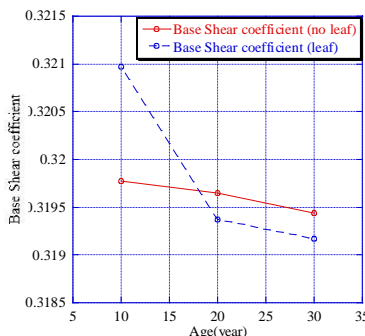


Fig.3.10 Linear base shear coefficient

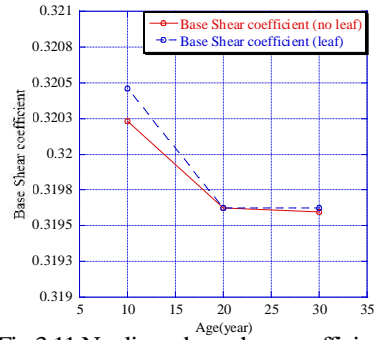


Fig.3.11 Nonlinear base shear coefficient

4. 結論

樹木の成長を考慮した樹木モデルを用いて、動的非線形解析を行い、以下の知見を得た。

- 1) 非線形応答は、剛性のハードニングのため、線形応答より変位量が小さくなる。
- 2) 樹木は、ほぼ一定のベースシア係数を維持したまま成長する。この結果は、幾何学的非線形性に対する考慮や葉の有無に左右されない。

[Appendix]

本文(9)式の計算過程を以下に示す。

まず確率分布関数を

$$f(v) = a(v-1)^n(v+b)^n, \quad n \geq 2 \quad (11)$$

と仮定し、条件 $f(3) = 1$, $df(3)/dv = 0$ より、 a, b を求めると以下となる。

$$r = f(v) = \left(\frac{v-1}{2}\right)^n \left(\frac{5-v}{2}\right)^n \quad (12)$$

(12)式を v について解くと、本文(9)式が導かれる。

[参考文献]

- [1] 鷲津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦共著; “有限要素法ハンドブック 応用編”, 培風館, pp.128-138, 1983.
- [2] 山越憲一, “樹木の枝の形態と適応”, システム/制御情報, VOL36, No4, pp.254~262, 1992.
- [3] 山越憲一, 戸川達男, 神谷瞭, “樹木の枝の形態と力学的最適構造”, 医用電子と生体工学, 1976.
- [4] ピーター・トーマス著, “樹木学”, 築地書館, 2001.