

翻訳 ヴィルフレード・パレート『経済学提要』フランス語版：付録(その1) 付録：その1

川俣, 雅弘 / KAWAMATA, Masahiro

(出版者 / Publisher)

法政大学社会学部学会

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

社会志林 / Hosei journal of sociology and social sciences

(巻 / Volume)

53

(号 / Number)

2

(開始ページ / Start Page)

91

(終了ページ / End Page)

120

(発行年 / Year)

2006-09

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00002035>

翻 訳
ヴィルフレード・パレート
『経済学提要』フランス語版
付録：その1

川 俣 雅 弘

1 解題

この翻訳はヴィルフレード・パレート (Vilfredo Pareto: 1848-1923) の『経済学提要』フランス語版

Manuel d'économie politique, traduit par A. Bonnet et revue par l'auteur avec une addition de l'appendice mathématique. Paris: Giard et Brière, 1909.

の「付録」の翻訳である。*「付録」は§1～§152 (§76bis, §87, §92, §98, §115が重複) から構成されている。本稿は「付録」§1～§51の翻訳である。

引き続き「付録」§52～§100 および §101～§152 を訳出する予定である。

1.1 『経済学提要』について

『経済学提要』は、パレートの主著の1つであり、経済理論に対するかれの主な貢献を集約した著作であると考えられる。パレートの主要著書は、『経済学講義』(Pareto 1896-97), 『社会主義体系』(Pareto 1901-02), 『経済学提要』, 『一般社会学概論』(Pareto 1916) の4つである。これらの著書のうち経済学の著書は『講義』と『提要』であるが、前者は基本的に講義ノートであり、パレート自身による経済理論への独創的な貢献は含まれていない。パレートによる経済理論への貢献はおもに『ジョルナーレ・デリ・エコノミスティ』(*Giornale degli Economisti*) に専門論文として公表された。『提要』はそれらの成果を要約した著作であり、その意味で『提要』はパレートが経済理論に対して行った貢献の集大成であるといえる。**その「付録」は『提要』本文の内容を数学的に表現し、要約しており、パレートの経済理論の核心をより簡潔に知ることができる。

ミクロ経済学の歴史において、『提要』は、一般均衡理論がワルラス (Walras 1952) の『純粋経済学要論』からヒックス (Hicks 1946) の『価値と資本』へと展開していく、序数主義的研究計画

*本稿は日本経済評論社から出版される予定の松浦保・他訳、ヴィルフレード・パレート『経済学提要』の「付録」として収録される予定である。諸般の事情により公表が遅れたが、本稿は1994年度および2002年度の法政大学特別研究助成金に基づく研究成果の蓄積を含んでいる。

の基点となる位置を占めている。パレートの貢献としては、序数的効用の理論、序数的効用関数に基づく消費者行動の理論、とくにスルツキー方程式と同値の方程式を導出したこと、生産者行動の理論の展開、不完全競争の一般均衡分析を試みたこと、パレート効率性（最適性）概念の定義、厚生経済学の基本定理の証明、補償原理や社会的厚生関数の萌芽と見なせる考え方を提示したこと、こうして新厚生経済学の分野を開拓したことなどが評価されている（Chipman 1976）。

ヒックス（Hicks 1946）やサミュエルソン（Samuelson 1947）の一般均衡分析と比較しても、ワルラスやパレートの静学的一般均衡理論の枠組みの範囲に限れば、ヒックスやサミュエルソンはパレートの分析に比較静学分析を追加したにすぎないのであり、序数主義的一般均衡分析の基礎は基本的にパレートによって築かれていると評価することができる。

1.2 『経済学提要』翻訳の底本について

パレートの『経済学提要』にはシュヴィアーとページによるフランス語版からの英訳がある。ところが、『提要』の本文をフランス語から翻訳することには重大な問題があるのであり、ジャッフェとタラッシュョから痛烈な批判を浴びることになった。訳者が『提要』フランス語版の成立事情について十分研究していなかったことに原因があったのである（松浦 1990）。『提要』にはイタリア語版とフランス語版があり、従来はフランス語版が参照されることがほとんどであったが、『提要』を翻訳するためにはその底本をどちらの版にするかという問題を考察しなければならない。

『提要』は、初めイタリア語で

Manuale de economia politica con una introduzione alla scienza sociale, Milano: Società Editrice Libreria, 1906.

として出版された。その後、フランスの出版社Giard et Brièreから出版されている経済学シリーズ『国際経済学文献録』の1冊として出版したいという依頼がそのシリーズの編集者アルフレド・ボネ（A. Bonnet）からあり、パレートはそれを承諾した。パレートはイタリア人の父とフランス人の母をもつバイリンガルであったが、イタリア語版をフランス語に翻訳することは断ったため、本文の翻訳はボネが行った。結局、本文についてはボネが翻訳したものをパレートが加筆訂正し、付録についてはパレートがほとんど書き直すことによりフランス語版が出版された。ところが、パレート自身はボネに本文の翻訳を任せてしまったことを後悔しており、***実際にフランス語版には意味の不明確なところが随所に見られる。従来フランス語版が参照されてきたのは、フランス語版の方が後から出版されたこと、イタリア語よりフランス語の方が言葉の障壁が低いこと、現代経済学におけるパレート最大の貢献と見なされているパレート効率性の明確な定義がフランス語版の付録に見いだされることなどの理由によるが、実際には本文はイタリア語版、付録はフランス語版を決定版とすること、したがって『提要』の翻訳にはそれらを底本とすることが適切なのである（松浦 1990）。

**専門論文によるパレートの貢献はチップマン（Chipman 1976）によって解説されている。

1.3 文字および式の表記に関する注意事項

文字および式の表記についてはつぎのような原則に従った。

1. 原文において太字で表記されている文字は、訳文においてボールド体で表記する。
2. 原文においてイタリックで表記されている文字は、訳文においてゴシック体で表記する。
3. 原文においては注の番号がページごとにつけられているが、訳文の注は通し番号で表記する。
4. 節の番号は重複するものも含めて原文の通りに表記する。
5. 原文において1°, 2°, 3°と表記されているものは、訳文において①, ②, ③と表記する。
6. 原文の明らかな誤植はとくに断ることなく修正して翻訳した。例えば、式の表記において「」や句読点「.」「,」などがなくても表現のルール上、当然そうあるべきところは断りなく修正した。
7. 原文においてスペースの関係で改行してある数式については、とくにその必要がない限り改行せず一行で記述した。
8. 原文では、独立行で表記される式の直前での改行が多数あり、それらを直接翻訳すると、たいてい式の直前で改行していることがわからなくなる。このときには原文にはない語句、「ここで」、「いま」、「さて」、などを文頭に補って改行されているか否かを明示した。
9. 原文の数字表記は文字とアラビア数字によるものがあるが、訳文では基本的にアラビア数字で表記した。

1.4 若干の解説

「付録」は数学を用いて表記されているので、数学の専門用語が説明なく使用されていることがある。つぎの語句は解説が必要であると思われる（日本数学会編 1985, 387C）。

*§2の「補間」とは、関数 $f(x)$ の $n + 1$ 個の点 x_0, x_1, \dots, x_n における値を f_0, f_1, \dots, f_n とする。

$f(x)$ は適当な連続性をもつものとする。このとき、他の点 $x \neq x_i$ における $f(x)$ の値を $n + 1$ 個の点 (x_i, f_i) を通る別の関数の値で代用することである。

原文にはいくつかの重要な誤植がある。本稿の範囲では少なくともつぎのような誤植がある。

1. §15の式 (20) の最後の方程式における項 $T_x(x, \dots, s, 0)$ は、原文では $T_s(x, \dots, s, 0)$ となっているが、式 (20) の第2方程式と比較すればそれが誤植であることは明白である。
2. §15の式 (20) につづく文章の x, y, \dots, s, t は、原文では z, y, \dots, s, t となっている。
3. §24の最後の段落において、原文では方程式の数が $m + 1$ となっているが、これは明らかに $m - 1$ の誤りである。

§7～§21は積分可能性について議論されている。経済学における積分可能性の問題とは、観察される需要関数の性質から最大化されているはずの効用関数を導出するという問題である。パレート

***ボネの訳文についてのパレートによる評価はパレートからパンタレオーニへの書簡 (Pareto 1960) の中に見出される。

は積分可能性条件を、効用関数が商品消費の際の時間的順序に依存しないための条件とみなしているが、それはまったく的はずれである（福岡 1979, 第 4 章）。この問題についてはしばしば言及されているが、無視して差し支えない。

参考文献

1. Chipman, John S. (1976) "The Paretian Heritage," *Cahiers Vilfredo Pareto*, Vol. 15, pp. 65-171.
2. 福岡正夫, (1979) 『一般均衡理論』 創文社.
3. Hicks, John R. (1946) *Value and Capital*, 1939; 2nd ed., Oxford: Clarendon Press, 1946.
4. 日本数学会編, (1985) 『岩波数学辞典』 第 3 版, 岩波書店.
5. 松浦保, (1989) 「Manuale vs Manuel — パレート『経済学提要』翻訳の底本はイタリア語版か, フランス語版か—」 『日伊文化研究』 日伊協会.
6. Pareto, V. (1896-97), *Cours d'Économie Politique*, 2 vols, Rouge, Lausanne, 1896-97; New ed., ed. G. -H. Bousquet and G. Busino, Genève: Librairie Droz, 1964.
7. Pareto, V. (1901-02), *Les Systèmes Socialistes*, 1901-02; Genève: Librairie Droz, 1965.
8. Pareto, V. (1916), *Trattato di Sociologia Generale*, Barbera, Florence, 1916; Genève: Librairie Droz, 1963. English translation: *The Mind and the Society: A Treatise on General Sociology*, New York, Dover.
9. Pareto, V. (1960) *Lettere a Maffeo Pantaleoni*, ed. Gabriel de Rosa, 3 Vols, Roma: Banca Nazionale del Lavoro.
10. Samuelson, P. A. (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1947; Enlarged edition, 1983.
11. Walras, Léon (1952) *Éléments d'Économie Politique Pure*, Lausanne: Corbaz, 1874-1877; definitive ed., 1926; Reprint, Paris: R. Pichon et R. Durand-Auzias, 1952.

2 翻訳

付録

1. この付録は、本文において述べられた理論についてもう少し明瞭に説明することのみを目的とするものであり、それ以外のことは目的としていない。これは数理経済学の概論ではまったくない。数理経済学について論じるためには、ここでわれわれが自由に使える紙面よりはるかに大きな紙面が必要になるだろう。^{*1}

2. x と y はある個人によって所有される経済財 X と Y の量であるとしよう。これらの財が消費される順序については考慮する必要がないと仮定しよう (IV,7)。すなわち、配列 xy と配列 yx は同一であるとみなそう。

任意の組合せ x_1y_1 を選び、当該の個人にとってはそれと同値であり、それらの間では選択が**無差別**である他の組合せ x_2y_2, x_3y_3, \dots をすべて探し出そう (III,52)。補間することにより、 x の値が

$$x_1, x_2, x_3, \dots$$

であるとき、 y の値は

$$y_1, y_2, y_3, \dots$$

となるような方程式

$$(1) \quad f_1(x, y) = 0$$

を得ることができるだろう。

方程式 (1) は**無差別線**^{*2} (III,54) のものである。先の組合せの中には含まれない別の組合せ $x'_1y'_1$ から出発すると、別の無差別線の方程式が得られることになる。他のものについても同様である。われわれが指摘したように (III,55)、それらの無差別線の1つひとつに指標 I が1つつけられる。指標

$$I_1, I_2, I_3, \dots$$

に対して、関数

$$f_1, f_2, f_3, \dots$$

が対応することになる。

^{*1}われわれは、ここで、われわれの最近の経済問題研究によって至った一部新しい成果について述べる。したがって、この付録はわれわれの以前の仕事に入れ替わって、それらを更新するにちがいない。

^{*2}無差別線と選好線の概念はF. Y. エッジワース教授により科学に導入された。かれは、既知量であると仮定される**効用** (オフェリミテ) の概念から出発して、それからこれらの線の定義を演繹した。われわれは問題を逆転させた。われわれは経験によって直接与えられる概念である無差別線の概念から出発することによって経済均衡の決定に至り、もしそれが存在するならば、オフェリミテを表すことになる特定の関数に遡れることを示した。いずれにせよ、オフェリミテ**指標**が得られることになる。

これらの関数のなかにあるパラメーターを補間してみよう。われわれは、異なる I の値に対して関数 f_1, f_2, \dots を再生する、ある関数 f を得ることになる。方程式

$$(2) \quad f(x, y, I) = 0$$

から、 I に適切な値を割り当てることにより、すべての無差別線^{*3} が得られることになる。

3. 方程式 (2) をある面の方程式と見なせば、この面において高さが等しい部分からなる等高線を xy 平面上に射影した線が無差別線である。指標 I は部分的に不定であるから、この面は部分的に不定である。つまり、その面は、その面の等高線の射影が方程式

$$f_1 = 0, f_2 = 0, \dots,$$

によって与えられる無差別曲線となる面、およびこれらの面の中間にある面の中の任意の1つであるということである。

要するに、われわれには等高線の射影しかわからず、このことはこれらの等高線をもつ面を決定するには不十分であるから、この面は部分的に不定のままである。

単純化のために、方程式 (2) を

$$(3) \quad I = \Psi(x, y)$$

の形にするのが便利である。I に一定の値を与えることにより、無差別線が得られることになる。

同じ考え方が明らかに任意の数の財に応用され、そこで

$$(4) \quad I = \Psi(x, y, z, \dots)$$

が得られる。

4. 指標方式 (3) あるいは (4) が得られると、それから、方程式

$$(5) \quad I = F(\Psi)$$

によって与えられる別の指標を無数に得る。ただし、 F は任意の関数である。

組合せ x, y, z, \dots から組合せ $x + dx, y, z, \dots$ へ移ると、指標 I は

$$(6) \quad \frac{\partial I}{\partial x} dx = F' \Psi_x dx$$

だけ増加する。ただし Ψ_x は Ψ の x に関する偏微分である。この個人は最初の組合せより後の組合せの方を選好することになる。というのは、かれは財 X をより多くもち他のすべての財を同じ量もつことになるからである。高い方の指標は低い方の指標をもつ組合せより好ましい組合せを示すことが認められれば、 dx が正であるときには、(6) によって与えられる I の増加は正でなければならぬ。したがって、(6) の右辺および y, z, \dots についての同様の方程式の右辺が正となるように、 F の恣意的選択を少し制限する必要がある。われわれは、このことがつねに成り立つと仮定していく。

5. I は一定であるとして方程式 (5) を微分すると、

^{*3}より詳細については、P. ボニンセーニ「純粋経済学の基礎」『ジヨルナーレ・デリ・エコノミステイ』ローマ、1902年2月号を参照せよ。

$$(7) \quad 0 = \Psi F'dx + \Psi F'dy + \Psi F'd + \dots$$

あるいは

$$(8) \quad 0 = \Psi_1 dx + \Psi_2 dy + \Psi_3 dz + \dots$$

が得られる。

これと同値な方程式を経験によって直接得ることができる。このためには、負の量 Δy によって表される減少分を相殺するために x を増大させる必要があるが、その増大分である正の量 $\Delta_1 x$ がどれくらいかを求める。同じように Δz に対応する $\Delta_2 x$ がどれくらいかを求める、などである。つぎに、

$$\Delta x = \Delta_1 x + \Delta_2 x + \dots$$

とおくことにより

$$0 = p'_x \Delta x + q'_y \Delta y + \dots$$

という形の方程式が得られ、さらに極限をとることにより、

$$(9) \quad 0 = q_x dx + q_y dy + q_z dz + \dots$$

が得られることになる。

この方程式は方程式 (7) あるいは方程式 (8) と同値である。したがって、この方程式は、われわれが考慮している場合においては、積分可能性をもつ因数をもたなければならないが、他の場合にはそうではない。

6. 方程式 (9) は、厳密に言えば、経済均衡の理論を構築するためにわれわれが必要とする唯一の方程式である。ところが、この方程式はオフエリミテあるいはオフエリミテ指標に対応するものは何も含まない。したがって、経済均衡の理論は(経済)効用、使用価値、オフエリミテ*4といった概念からはまったく独立であり、それはたった1つのこと、すなわち、比率

$$\frac{\Delta_1 x}{\Delta y}, \frac{\Delta_2 x}{\Delta z}, \dots$$

の極限值を知ることが必要とするにすぎない。ただし、量 $\Delta_1 x$, Δy , $\Delta_2 x$, Δz ; は組合せ

$$x, y, z, \dots; x + \Delta_1 x, y + \Delta y, z, \dots, x + \Delta_2 x, y, z + \Delta z, \dots$$

などの間の選択が無差別であるような量である。

したがって、方程式 (9) および他の同様の方程式から出発することにより純粋経済学概論をそっくり記述できるであろうし、いつかはそうすることもありうる。*5

方程式 (9) を積分することにより方程式 (4) あるいは方程式 (5) が得られる。そこで、議論を省略するために量 I になんらかの名称を付けることが都合がよいと思われる。それは、力学においてある積分に活力という名称を付け、熱力学において別の積分にエントロピーという名称を付けることが都合がよいのと同じである。しかし、そうすることによって少しでも利益を損なうようであれば、関数 (5) には何ら名称を付けず単に文字 I によってそれを指し示してもよいだろう。経済理論には何ら変わりがない。*6

7. ところで、力学においては運動量、活力、ポテンシャル、エネルギーなどを数学的に定義し

た後で、これらの量と経験的事実との間に見いだされる関係を研究する必要があるのと同じように、経済科学を研究するときには量 I は経験的事実とどのような関係にあるかを研究することになる。

これがわれわれがいま行おうとしていることであるが、読者はそれが協道にそれることであること、われわれが着手する研究は、経済均衡の理論を構築するためにはまったく必要ないこと、その研究はまさに経済均衡の理論の外にあること、を決して忘れてはならない。

8. 微分方程式 (9) は積分をもつ (§5)。この積分は (5) のような形をとり、任意の関数は §4 において述べられたように選択されたので、つぎのような2つの特性をもつ：①個人にとってどちらを選択しても無差別であるような2つの組合せに対して、それぞれ等しい I の2つの値が対応する；②ある組合せ (α) が他の組合せ (β) より好ましいならば、(α) には (β) に対応する I の値より高い I の値が対応する (§134)。

9. ある組合せ xy がもたらす快樂について考えると、同じ快樂をもたらす2つの組合せは相互に無差別である、また個人は異なる快樂をもたらす2つの組合せのうちかれに最も大きな快樂をもたらす組合せを選択すると言える。

こうして、量 I と快樂の間にある対応が確立される。 I は快樂に指標として役立つ。

ところが、この対応は一意ではない。というのはある同一の組合せ x, y に対して、 F として採用したい形式に応じて無数の I の値が対応しうるからである。対応が一意であったならば、つぎの意味において快樂の測度として I を採用できたであろう。すなわち、ある決まった快樂に対しては (測定単位のことを無視すれば) I の一つの値しか対応しない、等しい2つの快樂には等しい I の2つの値が対応する、他の快樂より大きい快樂には他の快樂に対応する I の値より大きい I の値が対応する、という意味においてである。

10. Ψ_x は x のみの関数である、 Ψ_y は y のみの関数である、などとなるような積分可能な因数を

*⁴われわれも当時すべての経済学者がそうしていたように、これらの概念から出発して、経済均衡の理論を構築することから始めた。しかし、われわれはその後、それ無しで済みますことができたことに気が付いたので、選択理論を展開したが、それにより経済均衡理論全体がより厳密でより明解になっている。

*⁵これが、われわれの理論がオーストリア学派の当該の理論と完全に袂を分かち、数多くある理由のうちの1つである。

*⁶このことは文学的経済学者や形而上学者にとってはまったく信じ難いことである。かれらの1人は、イタリアの大学の経済学教授であるが、なんと、**オフエリミテ**が何であるかを知ることに残念ながら成功することができずに、この量についての深遠な語源学的研究に没頭している非常に博学な他の教授の名をあげている。

誰が、エントロピーとはいったい何なのかの発見に成功するために、古代のギリシャの著術家の作品を広げて語源学的研究に没頭する熱力学教授を想像するであろうか。

この批評は力学、天文学、物理学、化学などのような科学と比較して、経済学がいまだに遅れた状態にあることを悟るのに十分である。

見いだせると仮定しよう。この場合には、それらの無数にある指標方式の間において、 Ψ の x に関する偏微分 Ψ_x は x のみの関数である、偏微分 Ψ_y は y のみの関数である、などであるような指標方式が1つ存在する。この方式は、方程式(6)と他の同様な方程式においても F' はある定数 A に等しいと仮定することにより得られる。このとき、

$$(10) \quad \begin{cases} \frac{\partial I}{\partial x} = A\Psi_x, & \frac{\partial I}{\partial y} = A\Psi_y, \quad \dots \\ I = A\Psi, & \Psi = \int \Psi_x dx + \int \Psi_y dy + \dots \end{cases}$$

である。

これらの財について、消費 dx から得られる快楽が x のみに依存する、消費 dy から得られる快楽が y のみに依存する、などであるならば、方程式(5)によって与えられるすべての値の中で、消費 x, y, z, \dots から得られる快楽に対応する値は方程式(10)によって与えられる値しかない。この対応は測定単位を定める A の値を別にすれば一意である。したがって、この場合には、方程式(10)によって与えられる数量 I を消費 x, y, z, \dots から得られる快楽の尺度とみなすことができる。また、そうしたければ、数量 I をこの消費の使用価値、効用、**稀少性**(Walras)、オフェリミテの尺度とみなすこともできる。

11. ところが、 Ψ_x は x のみの関数、 Ψ_y は y のみの関数、などでないならば、 I と快楽の対応はもはや一意ではない。数量 I はもはや快楽の尺度とはみなされず、快楽の指標にすぎないのである。

われわれがここで語っているのは消費の順序が無差別である財についてのみであることを忘れてはならない。反対の場合には、われわれが述べてきた結論は異なったものになるであろう。

12. 2つの経済財しかないときには、消費の順序が無差別であろうとなかろうと、関数 I は必ず存在する。

「2財のみの場合から3財の場合あるいはより多数の財の場合への経緯は『提要』における考察よりも詳細に考察するに値するかもしれない。実際、2項微分式

$$Xdx + Ydy$$

は必ず無数の積分因数を許すのに対し、3項式あるいはそれ以上の項数の式はそれをもちえないことが知られている。」*7

*7このように、ヴィト・ヴォルテッラ教授は本著のイタリア語版について『ジォルナーレ・デリ・エコノミスティ』1906年4月号で書評している。

文学的経済学者の批評はまったく価値をもたないが、ヴォルテッラ氏のような学者の所見と批評は大きな価値をもち、科学の進歩にとって貴重である。

この所見の結果として、われわれは『ジォルナーレ・デリ・エコノミスティ』1906年7月号にヴォルテッラ氏が重要な理由で注意を促した点を明らかにしようとした論文を公刊した。ところで、本文において要約されているのはこの論文であるが、われわれは紙面の不足によりそれらのうちの主要な結果のみを示し、それらの展開は削除せざるをえなかった。その代わりに、われわれはいくつかの新しい考察を付け加えている。

これこそ、われわれが現在取り組もうとしていることである。

まず、個人はかれの消費の順序を選択できるとわれわれが仮定すれば、かれは最も意にかなう順序を選択することになる、ということに注意しよう。このとき、どんな微分多項式も積分可能である。というのは、積分経路が決まっているからである。したがって、この場合は上記の場合に戻る。われわれはここでは、個人は何らかの理由で最も意にかなう順序にこだわらずにどんな順序でも財を消費できる、という場合について取り組むしかない。

13. 個人は点 x, y, z, \dots, t において、組合せ x, y, z, \dots, t と組合せ $x + \Delta x, y + \Delta y, z, \dots, t$ の間の選択が無差別であるように定められた量 $\Delta x, \Delta y$ を消費すると仮定しよう。われわれは経験によって方程式

$$\Delta x + b_y \Delta y = 0$$

を見いだすことになる。

われわれは、これからずっと、 a_x, b_y およびその他の同様の量はそれらが関係する点の座標のみに依存し、消費の順序にはまったく依存しないと仮定する。

極限をとり、

$$\Delta x = \frac{\partial x}{\partial y} \Delta y$$

とおくと、

$$(11) \quad \frac{\partial x}{\partial y} dy + b_y dy = 0$$

を得ることになる。

x と z, x と u, \dots, x と t を変化させることにより同様の他の方程式が得られる。これらの方程式を合計すると

$$dx = \frac{\partial x}{\partial y} dy + \frac{\partial x}{\partial z} dz + \dots + \frac{\partial x}{\partial t} dt$$

により

$$(12) \quad 0 = dx + b_y dy + c_z dz + \dots + n_t dt$$

を得ることになる。

この方程式に適当な係数を掛ければ、この方程式は

$$(12^{bis}) \quad 0 = A_x dx + B_y dy + \dots + M_s ds + N_t dt$$

という形になるだろう。

量 b_y, c_z, \dots, n_t は経験によって与えられる。したがって、量 A_x, B_y, \dots, N_t は1つの要素を除いて経験によって与えられる。

消費の順序が個人が行う消費の選択に影響しないときには、方程式 (12) は1つの積分可能性因数をもつ。消費の順序が個人が行う消費の選択に影響するときには、方程式 (12) は積分可能性因数をもたない。

14. 消費の順序が選択に影響すると仮定しよう。消費の順序が例えば x, y, z, \dots, s, t に定められていると考えよう。経験によって（高次元ユークリッド空間における）無差別超曲面を見だし、その方程式を (5) の形で書こう。しかし、方程式 (5) はわれわれがいま得た同じ形の方程式とはつぎの点において異なる。すなわち、方程式 (5) は消費の順序がどんなものであろうとも有効であるが、われわれがいま得た方程式はわれわれが考察した決められた順序に対してしか有効ではないのである。

したがって、つぎの2つの場合：①消費の順序が無差別である場合、②消費の順序がそれらの選択に影響するけれども、その順序があらかじめ定められている場合、において形式 (5) の方程式あるいは

対応する微分方程式が得られ、

$$(13) \quad 0 = \varphi_x dx + \varphi_y dy + \varphi_z dz + \dots + \varphi_t dt$$

と書ける、ということがわかる。

経験によって、関数 $\varphi_x, \varphi_y, \dots, \varphi_t$ そのものでなく、それらのうちの1つに対するそれらの比率のみ、例えば

$$\frac{\varphi_y}{\varphi_x}, \frac{\varphi_z}{\varphi_x}, \dots, \frac{\varphi_t}{\varphi_x}$$

のみが与えられる。決められた順序にしたがって、個人は点 $0, 0, \dots, 0$ から出発し、経路

$$(a) \quad 0, 0, \dots, 0; x, 0, \dots, 0; x, y, \dots, 0; \dots; x, y, \dots, s, t$$

を通過して点 x, y, \dots, s, t に至る。

もし後で、かれが新しい経路

$$(b) \quad 0, 0, \dots, 0; x + dx, \dots, 0; \dots; x + dx, y + dy, \dots, t + dt$$

を通るとしても、(5) を微分して得られる方程式 (7) が立証されるかぎりにおいて、かれは依然として点 x, y, \dots, s, t を通る無差別超曲面の上にいる。

経路 $0, 0, \dots, 0; x, 0, \dots, 0$ および $0, 0, \dots, 0; x + dx, dy, \dots, 0$ は上記の経路の特殊な場合である。したがって、当然

$$(14) \quad \begin{aligned} 0 = & \Psi_x(x, 0, \dots, 0) F'(\Psi(x, 0, \dots, 0)) dx + \\ & \Psi_y(x, 0, \dots, 0) F'(\Psi(x, 0, \dots, 0)) dy \end{aligned}$$

が得られる。

ところが、他方、組合せ $x, 0$ と $x + dx, dy$ の間の選択は無差別であるから、つぎの方程式

$$0 = A_x(x, 0, \dots, 0) dx + B_y(x, 0, \dots, 0) dy$$

の係数が1つだけ異なる方程式が必ず得られる。

この方程式と前述の方程式はともに成り立たなければならないから、

$$(15) \quad \begin{cases} \Psi_x(x, 0, \dots, 0) F'(\Psi(x, 0, \dots, 0)) = A_x(x, 0, \dots, 0) G(x), \\ \Psi_y(x, 0, \dots, 0) F'(\Psi(x, 0, \dots, 0)) = B_x(x, 0, \dots, 0) G(x) \end{cases}$$

が必ず得られる。ただし G は任意の関数である。

決められた順序で消費されるときには、消費から得られる快楽が消費の順序と独立であるような商品と同値であるとみなすことができる。しかし、まさしくそれゆえに、これらの想定的な快楽は実際の快楽と異なる。

第2クラス。項 $\chi_s, \chi_u, \dots, \chi_x$ はすべてあるいは一部がゼロではない。この場合にはこれらの快楽 P_x, Q_y, \dots, T_t は消費の順序に応じて変化する。したがって、この第2のクラスにおいてこそ実際の快楽の表現式を見いだすよう努力しなければならない。

18. このためには、§10においてそうしたように、不定関数から解放される方法を見いだす必要がある。

個人は経路

$$(r) \quad \begin{aligned} &0, 0, \dots, 0; h, 0, \dots, 0; h, k, \dots, 0; \dots; h, k, \dots, m, n; \\ &x, k, \dots, n; x, y, \dots, n; \dots; x, y, \dots, t \end{aligned}$$

を通ると仮定しよう。

経験によって、この種類の経路に対応する無差別超曲面を決定すると、定石通りに

$$(22) \quad I = F(\varphi)$$

あるいは

$$(23) \quad 0 = \varphi_x F' dx + \varphi_y F' dy + \dots + \varphi_t F' dt$$

という形の方程式を得ることになる。

量 Ψ_x, Ψ_y, \dots は経験によって与えられる。

こうして個人が享受する快楽、オフエリミテは

$$(24) \quad \begin{aligned} G = &\int_0^h P_x(x, 0, \dots, 0) dx + \int_0^k Q_y(h, y, \dots, 0) dy + \dots \\ &+ \int_0^n T_t(h, k, \dots, m, t) dt + \dots + \int_h^x P_x(x, k, \dots, n) dx \\ &+ \int_k^y Q_y(x, y, l, \dots, n) dy + \dots + \int_n^t T_t(x, y, \dots, t) dt \end{aligned}$$

となるであろう。

この方程式を微分すれば、方程式

$$(25) \quad 0 = \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial y} dy + \dots + \frac{\partial G}{\partial t} dt$$

を得ることになるが、この式は方程式 (23) と同値でなければならない。ところが、(24) によれば、

$$\frac{\partial G}{\partial t} = T(x, y, \dots, t)$$

が得られ、この値は h, k, \dots, n から独立である。したがって、方程式 (23) あるいは同値の方程式は、経験的に得られるが、この方程式の最終項が h, k, \dots, n から独立であるように、積分可能な因数をもたなければならない。しかも、それらの因数は1つしかない。というのは、それを Γ によ

って表せば、他の因数は

$$\Gamma F(\varphi)$$

ただし F は任意の関数である、という形になることが知られているからである。ところが、 φ は $h, k; \dots, n$ に依存し、その結果 $F(\varphi)$ もこれらに依存するから、これらの量から独立であるのは因数 Γ しかない。実験によって与えられる方程式に因数 Γ をかけると、 T_i かける定数 a として任意の関数を除いた値を得る。

われわれは、関数 A_x, B_y, \dots ではなく、それらのうちの1つに対するそれらの関数の比率しか知らないことを思い起こす必要がある。というのは、それらは恣意的な因数を含むからである (§13)。

方程式 (19) から

$$(26) \quad P_x = \frac{A_x}{N_t} T_t, Q_y = \frac{B_y}{N_t} T_t, \dots;$$

あるいは

$$(26\text{bis}) \quad P_x = \frac{1}{n_t} T_t, Q_y = \frac{b_y}{n_t} T_t, \dots;$$

が得られ、量、 T_i 経験的に決定されるように、1つの定数を除いて他のすべての量 P_x, Q_y, \dots も同じように経験的に決定される。

こうして、快樂あるいはオフエリミテ P_x, Q_y, \dots, T_i と経験的に与えられる量の間の一意の対応が確立された。したがって、経験的に与えられる量は快樂あるいはオフエリミテの尺度として役立つことができる。

19. 得られた結果を要約しよう。測定単位を定める役割を果たす定数は別として、無差別線あるいは（高次ユークリッド空間における）無差別超曲面を決定するのに役立つ経験的に与えられる量と、点 x, y, \dots, t に達した個人がつぎの2つの場合に $dx, dy; \dots, dt$ を消費して享受する快樂（オフエリミテ）の間の一意の対応が得られる。2つの場合とは、①消費の順序が無差別であり、 dx を消費して得られる快樂は x にのみ依存する、 dy を消費して得られる快樂は y にのみ依存する、などということが知られている；②快樂が消費の順序に応じて異なり、人がこの決定のために必要な実験をすることができるということが許されている、場合である。

したがって、排除されている場合は、消費の順序が無差別であり、 dx を消費して得られる快樂が x, y, \dots, t に依存する、あるいは dy を消費して得られる快樂が x, y, \dots, t に依存する、などの場合である。^{*8}

消費の順序が無差別である場合には、 $x, y; \dots, t$ の関数が1つ存在し、その単一の関数の偏導関数が点 x, y, \dots, t から実行された消費の快樂の指標あるいは快樂を表している。

消費の順序が快樂に影響する場合には、通過する経路が決定されないかぎり、この単一の関数は存在しない。

20. われわれが考察してきた量に名称を与えておくのが都合がよい。

量 I はあらゆる場合に快樂の指標として役立つことができる。われわれはそれを**オフエリミテ指**

標と名付けよう。^{*9}

この量が快楽を測定するのに役立つときには、それは**オフエリミテ**である。それが有限量の財の消費に対応するならば、それは**総オフエリミテ**と名付けられる。 I の変数 x, y, \dots 、に関する偏導関数 I_x, I_y, \dots 財 X, Y, \dots の**基本オフエリミテ**と名付けられる。

点 x, y, \dots, t から出発してこの点に戻る消費に対する途絶えることのない経路を考えるならば、そこから出発したときのオフエリミテ指標と同じ指標でこの点に戻るならば**閉サイクル**を巡回するといわれる。この場合は消費の順序が無差別であることに対応する。

出発したときのオフエリミテ指標と異なる指標で出発点に戻るならば**開サイクル**を巡回するといわれる。この場合は消費の順序がその消費から得られる快楽に影響するときのオフエリミテ指標に対応する。

21. これらの表記法を用いることにより、§19の結果をつぎのように述べることができる。

測定単位を固定するのに役立つ定数を別とすれば、つぎの2つの場合に無差別超曲面を与える実験のおかげでオフエリミテを決定することができる：①サイクルが閉でそれぞれのオフエリミテはそれが関係する変数にしか依存していない。②サイクルが開。

排除されている場合は、基本オフエリミテが2つあるいは2つ以上の変数の関数であるときの閉サイクルの場合である。

総オフエリミテは閉サイクルの場合にはつねに存在する。それはまた決められた順序を通り抜ける経路ならば開サイクルの場合にも存在する。それは経路が決められていないときの開サイクルにおいては存在しない。

ここで、われわれは、§7において告げられた脱線を終了し、経済均衡の基本的概念に取り組むことにしよう。

22. **1人の個人と2つの財の場合の均衡**^{*10} — 個人は点 x_0, y_0 から出発し、

$$(27) \quad f(x, y) = 0$$

を xy 平面上の射影としてもつ、ある経路をたどらなければならないと仮定しよう。

また、点 x_0, y_0 から方程式 (3) によって与えられる指標は増大し始めると仮定しよう。他の組合せより大きな指標をもつ組合せはその組合せより選好されるから、個人は指示された経路に沿って移動し始め、指標が増大し終り、減少し始める点まで移動し続けるであろう。ところが、この点はその経路が無差別線と接する点、すなわち曲線 (27) が無差別線の射影と接する点である。し

^{*8}これらの結果は『ジョルナーレ・デリ・エコノミスティ』1906年7月号のわれわれの論文において初めて公刊された。

^{*9}ジード氏は**望ましき**という名称を提案している。その名称を採用することを妨げるものは何もない。しかし、すでに消費したものの**望ましき**について語るのは少し奇妙である。一般に、人が望むものはまだ消費されていないものである。

これらの名称はどれもあまり重要ではない。重要なことは指し示されるものをよく知ることであり、そのテーマについて如何なる誤解もありえないということである。

たがって、この点は2つの方程式

$$(28) \quad f_x dx + f_y dy = 0, \quad \varphi_x dx + \varphi_y dy = 0$$

および方程式 (27) によって決定されることになる。したがって、2つの未知数 x, y を決定するための2つの方程式

$$(29) \quad f = 0, \quad f_x \varphi_y + f_y \varphi_x = 0$$

が得られることになる。

φ_x, φ_y は指標を与える関数の偏導関数を表している。

均衡は効用 (オフェリミテ)、価格などの概念を用いなくて決定されたことに注意する必要がある。

23. xy 水平面より低い等高線の高さが (3) によって与えられる凹面があると仮定しよう。この面の上に影射が (27) になる線を引こう。この線上に重心をとろう。重心が平衡点となるのは、ちょうどその点が方程式 (29) によって与えられるときである。重心の平衡と経済均衡は2つの類似した現象である。

24. **多数の経済財** — 任意の数の財があると仮定しよう。個人は (高次ユークリッド空間において) **超曲面**

$$(30) \quad f(x, y, z, \dots) = 0$$

の上を移動するはずであり、かれは、移動し続けながら実行できる選択が無差別であるときに止まることになる。

われわれは §14 において、選択の順序が無差別であるかあるいはそうでなくても選択の順序が予め定められているときには、無差別超曲面の微分方程式 (13) が得られることを確認した。この方程式はつぎの方程式

$$\frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{\varphi_y}{\varphi_x}, \quad \frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{\varphi_z}{\varphi_x}, \dots ;$$

*10 この場合は、経済均衡の一般の場合の研究への準備にすぎないとみなせば役に立つ。

一般的な場合において均衡を決定する連立方程式体系を考察する必要があるということだけが経済学における数学の利用を正当化する、という見解をわれわれがもっているという点において、われわれはオーストリア学派と言われる経済学者たちばかりではなく、マーシャル教授のような他の経済学者からも完全に袂を分かたず。

1人の個人と2つあるいは複数の財の場合というような種類の問題に対しては、数学を使用しても一般的経済均衡の場合に得られる結果と比較できるほどの重要な結果をもたらすことはない、われわれは考えている。

われわれの意見では、数学的論理を使用せざるをえないのは経済現象の相互依存があるからである。

この見方は正しいかもしれないし、正しくないかもしれない。しかし、いずれにしても、この見方はこの相互依存をすっかり無視して理論を構築する経済学者の見方とは混同してはならない。

と同値であり、右辺の値は実験によって提供される。

他方、方程式 (30) から

$$(31) \quad f_x \frac{\partial x}{\partial y} + f_y = 0, f_x \frac{\partial x}{\partial z} + f_z = 0, \dots$$

である。

したがって、これらの方程式を上記の方程式と組み合わせることにより

$$(32) \quad \varphi_x = \frac{f_x}{f_y} \varphi_y = \frac{f_x}{f_z} \varphi_z = \dots$$

が得られることになる。

財の数が m であるならば、方程式 (32) は全部で $m - 1$ 本であり、方程式 (30) と合わせると、 m 個の未知数 x, y, \dots を決定するために必要な m 本の方程式を得る。

25. 消費の順序が選択に影響するならば、均衡点を決定する前にその順序を必ず固定しなければな

らない。この順序が固定されれば、選択のための指標として役立つ x, y, \dots の関数が得られ、上記の場合に戻ることになる。

26. 方程式 (30) と (32) は経済均衡の理論にとって基本的である。方程式 (30) は障害の方程式であり、それを特定化することにより、経済均衡の無数の事例を見つけることになる。

われわれは、障害を曲線、曲面、超曲面の方程式によって与えられるものとみなした。それはしばしば曲線、曲面、超曲面の族によって与えられる。そこで方程式 (30) は

$$f_1(x, y, \dots, \mu_1, \mu_2, \dots) = 0, f_2(x, y, \dots, \mu_1, \mu_2, \dots) = 0, \dots;$$

によって置き換えられる。ただし μ_1, μ_2, \dots は決定すべきパラメーターである。それらを決定するためには、別の方程式が必要である。

27. 問題となった事例と類似する均衡の事例を考えてみよう。(IV.4)

個人は X から Y に変形する。

かれは X を x_0 所有している。かれはまず何も生産しないで X を a 消費することから始め、その後で Y を 1 単位生産するたびに X を b 必要とする。したがって、

$$x_0 - x = a + by$$

あるいは

$$(33) \quad a + by - x_0 + x = 0$$

が得られることになる。

これは方程式 (27) である。方程式 (29) は

$$(34) \quad \varphi_y - b\varphi_z = 0$$

となる。

方程式 (33) と (34) から Y に変形される X の量がわかる。

28. われわれは先ほど**個人経済**の問題を取り扱った。つぎに、多数の個人がいると仮定しよう。

かれらのうちの1人が他の人々がたどるべき経路を定める力をもつならば、そのほかの人々には、われわれが解決したばかりの種類の問題しかない。われわれが経済現象を支配すると仮定した個人には他の問題がある。われわれはその個人を2と名づけることにする。まずは、われわれは、個人2はわれわれが1と名づけるもう1人の個人^{*11}とのみ取引すると仮定することにする。

29. あらゆる交換に先だって第1の個人によって所有される財の量は x_{10}, y_{10} であり、均衡においては x_1, y_1 である。選択を決定する指標の偏導関数は $\varphi_{1x}, \varphi_{1y}$ である。第2個人についてこれらの量は $x_{20}, y_{20}, x_2, y_2, \varphi_{2x}, \varphi_{2y}$ である。

それぞれの財の総量は交換が行われても一定のままであるから、

$$(35) \quad x_{10} + x_{20} = x_1 + x_2, \quad y_{10} + y_{20} = y_1 + y_2$$

が得られる。

30. もし2人の個人の嗜好が満足されなければならないとすれば、均衡点は第1個人の無差別曲線と第2個人の無差別曲線の接点以外にはありえない。しかし、これらの点は無限にあり、この問題を決定するためには他の条件が必要である。

個人1がかれに定められた経路をくまなく移動する自由が残されているならば、かれは x_{10}, y_{10} を通る無差別線より上を維持するようにその経路を移動するしかないで、せいぜい最終的にこの無差別線をくまなく移動することになる。したがって、この無差別線と個人2の無差別線の接点において、個人2にとって最も有利な均衡点が見いだされることになる。

われわれは

$$(36) \quad \varphi_1(x_1, y_2) = \varphi_1(x_{10}, y_{10}), \quad \varphi_{1x}\varphi_{2y} - \varphi_{1y}\varphi_{2x} = 0$$

を得ることになるが、この式と2つの方程式(35)を合わせて方程式は4つになり、こうして4つの未知数 x_1, y_1, x_2, y_2 を決定することができる。

31. 個人2は単に X を可能な限り大量に得ようとするかもしれない。この場合には、かれは依然として、個人1に無差別線上を移動するように強いることになるが、かれは個人1にできるだけこの線上での交換を続けさせるであろう。もしその無差別線が x 軸と交差するならば、この点において均衡が成立する。

32. 個人2は、個人2が好き勝手に決めたどんな経路でも個人1にたどらせる力があるというわけではなく、単に無差別曲線の族

$$(37) \quad f(x_1, y_1, \mu) = 0$$

の中から個人2が選ぶ経路を個人1にたどらせる力があるだけである。

すなわち、個人2は μ を決定することができるだけである。

まず、均衡として方程式(29)すなわち

^{*11}この問題の研究もまた、経済均衡の一般的な場合の研究への準備として役立つにすぎない。

しかも、交換者が2人だけの場合は現実にはありそうもない。これは多数の交換者と多数の商品の現実的な場合の構成要素の1つにすぎない

$$(38) \quad f_1(x_1, y_1, \mu) = 0, f_{1x}\varphi_{1y} - f_{1y}\varphi_{1x} = 0$$

を得る必要があり、つぎに、2が定める条件にしたがって μ を決定する必要がある。

33. ① かれが獲得できるすべての組合せの中で最も好ましいものを決定する条件を定めれば、その指標はかれにとって μ を変化させるときに極大であることを表していなければならない。したがって、

$$(39) \quad \varphi_{2x} \frac{dx_2}{d\mu} + \varphi_{2y} \frac{dy_2}{d\mu} = 0$$

が得られ、方程式 (35) から

$$(39^{bis}) \quad \varphi_{2x} \frac{dx_1}{d\mu} + \varphi_{2y} \frac{dy_1}{d\mu} = 0$$

が得られることになる。

この方程式と方程式 (38) の最初の方程式を μ に関して微分して得られる方程式において

$$\frac{dx_1}{d\mu}, \frac{dy_1}{d\mu}$$

を消去すると、方程式 (35) と方程式 (38) と併せて、5つの未知数 x_1, y_1, x_2, y_2, μ を決定するために必要な5本の方程式が得られる。

② 個人2がYの極大量を得る条件を定めれば、方程式 (35) と (37) によって与えられる y_2 の値は μ が変化するとき極大であることを表していなければならない。

y_2 が極大であるときには方程式 (35) から、 y_1 は極大である。したがって、方程式 (37) を μ に関して微分し、

$$\frac{dy_1}{d\mu} = 0,$$

とにおいて、 $\frac{dx_1}{d\mu}$ を消去する必要があるだろう。こうして μ を決定するために必要な5番目の方程式が得られる。

34. 最後に、2人の個人のどちらも他の個人に特定の μ の値を押しつける力はないと仮定してもよい。それぞれの個人は交換において、 μ の値を直接修正しようなどと考えず、かれに最も有利な選択を行うように心がけるしかない。これが自由競争の場合である。(III.41,46.)

個人1については、われわれは依然として方程式 (38) が得られる。これらの方程式うちの最初の方程式に、(35) によって与えられる x_1, y_2 の値を代入すれば、個人2がたどる経路の方程式を得るが、この経路は個人2の無差別曲線に接していなければならない。したがって、

$$(40) \quad \varphi_{2x} dx_2 + \varphi_{2y} dy_2 = 0$$

が得られ、方程式 (35) より

$$\varphi_{2x} dx_1 + \varphi_{2y} dy_1 = 0$$

が得られることになる。

したがって、

$$f_{1x}\varphi_{2y} - f_{1y}\varphi_{2x} = 0$$

である。

この事例は非常に重要であり、われわれはそれに関係する方程式をひとまとめにして記述しよう。

$$(41) \quad \begin{cases} x_{10} + x_{20} = x_1 + x_2, & y_{10} + y_{20} = y_1 + y_2, \\ f_{1x}\varphi_{1y} - f_{1y}\varphi_{1x} = 0, & f_{1x}\varphi_{2y} - f_{1y}\varphi_{2x} = 0, \\ f_1(x_1, y_1, \mu) = 0 \end{cases}$$

これが5つの未知数 x_1, y_1, x_2, y_2, μ を決定するのに役立つ5つの方程式である。

35. つぎのことを指摘しておくのが有益である。

われわれは個人2が絶対的支配力をもって行動する2つの場合を考察した。かれはたどるべき経路を個人1に課す。§32

つぎにわれわれは、個人2の支配力が弱くなった2つの場合を考察した。かれは個人1がたどるべき曲線の族のパラメーターを決定できるだけである。これは独占の場合である。§33

最後に、個人2は個人1が個人2に対して支配力をもたないのと同じように個人1に対して支配力をもたない。これは§34の自由競争の場合である。

独占の場合には、パラメーター μ は個人2の意思によって決定される。自由競争の場合には、それは個人1と個人2の行動によって間接的に決定される。

方程式 (39) と方程式 (40) を比較すれば、方程式 (39) は族 (37) のある曲線から他の曲線へ移ることを仮定していること、方程式 (40) は族 (37) の同一の曲線上に常にとどまることを仮定していることがわかる (III, 4142)。

つぎのことに注意しなければならない。すなわち、ある無差別曲線との接点を決定するために、方程式 (37) を微分するときには、 μ を変化させる必要はない。というのは、 μ を変化させてしまうとある無差別線から他の無差別線に移ってしまうからである。

この指摘はあまりにも基本的であるので余計なことだと思われるかもしれない。われわれが注意を促したのは、ある著者が μ を変化させるという重大な誤りに陥ったからに他ならない。^{*12}

方程式 (35) と (37) は変数 x_1, y_1 の任意の値に対して成立するが、方程式

$$f_x\varphi_y - f_y\varphi_x = 0$$

は均衡点に対応する x_1, y_1 の値に対してしか成立しない。一般に方程式 (32) についても同様である。

何人かの著者はこの非常に基本的な事実を無視したために重大な誤りに陥ってしまった。

方程式 (41) の3番目の方程式は個人2に関係するものであるが、それを削除すると、他の方程式から個人1によって交換される商品の量が μ の関数として得られる。これらの関数は μ の任意の値に対して**需要と供給の法則**を表現していると見なせる。

36. 3財の場合には高次元ユークリッド空間の考察に頼る必要はない。

^{*12}より正確に言えば、 μ に対応する価格である。傑作なことに、この著者は、これらの経済環境においてわれわれがつねに価格を一定とおいて微分するのは誤謬によるものであると思い込んでいたのである。

一人の個人については、無差別曲線の代わりに無差別曲面になる。障害から、曲線 (27) の代わりに曲面の方程式

$$f(x, y, z) = 0$$

が得られる。

この曲面が無差別曲面に接する点において均衡が成立する。消費の順序が無差別であるときには、その局面上に引かれた線ならばどんな線でも障害を表し、この曲面が無差別曲面に接する点に接する点に至るから、その線はある均衡点に通じる。

37. 方程式

$$(42) \quad f(x, y, z, \dots) = 0$$

を偏微分すると

$$-\frac{\partial x}{\partial y} dy = \frac{f_y}{f_x} dy, \quad -\frac{\partial x}{\partial z} dz = \frac{f_z}{f_x} dz, \dots$$

となる。

これらの方程式の左辺はそれぞれ Y を dy , Z を dz などと受け取るのに対し、方程式 (42) が成り立ち続けるとすると、個人が提供しなければならない X の量を表している。また、その逆でもある。量

$$(43) \quad \frac{f_y}{f_x}, \frac{f_z}{f_x}, \dots$$

に名称をつけておくと便利である。これらを X に対する Y の**価格**, X に対する Z の**価格**, と名づけ、

$$(43^{bis}) \quad P_y = \frac{f_y}{f_x}, P_z = \frac{f_z}{f_x}, \dots$$

とおく。

X が貨幣であるときには、量 (43) は同じように日常言語でも**価格**という名称を授かる。

交換が問題であるときには、市場において観察されるのは価格である。したがって、観察から得られるのは量 (43) であり、これらの量から方程式 (42) を演繹しなければならない。 X に対する Y の価格を p_y , X に対する Z の価格を p_z などと表示すると、

$$(44) \quad \frac{\partial x}{\partial y} = -p_y, \frac{\partial x}{\partial z} = -p_z, \dots$$

が得られることになり、方程式 (42) を得るためにはこれらの方程式を積分する必要がある。

38. 価格は量 x, y, z, \dots とともにしばしば変化してもよい。買占めのようなある特定の現象を研究しなければならないときには、この事情を無視することはできない。しかし、非常に多数のきわめて重要な他の現象においては価格は定数と見なすことができる。

価格が定数のときには、方程式 (44) はただちに積分され、方程式 (42) の代わりに、

$$x + p_y y + p_z z + \dots = c,$$

ただし c は定数である，となる。ところが， x_0, y_0, z_0, \dots は x, y, z, \dots の初期値であるから，同じように

$$x_0 + p_y y_0 + p_z z_0 + \dots = c$$

が得られるはずであり，したがって方程式 (42) は

$$(45) \quad x - x_0 + p_y (y - y_0) + p_z (z - z_0) + \dots = 0$$

となる。

この方程式は経済学においては，特別な意味をもつ。それは，当該個人の収入と支出の貸借対照表を与える。(III,175)

価格が定数であっても変数であっても，個人の収支は交換 dx, dy, \dots に対してつねに

$$(46) \quad dx + p_y dx + p_z dz + \dots = 0$$

によって与えられる。

39. 価格が変数であるときには，この方程式は積分可能ではない。この場には，個人の収支は有限の量 x, y, \dots に対して消費の順序に依存する。障害の効果を表現するために (30) のような関数はもはや得られない。この効果は (46) によって表現される。個人の収支を知りたければ消費の順序を定めなければならない。この順序が定められることにより方程式 (46) は積分可能になり，形式 (30) の方程式が得られるけれども，このことその定められた順序に対してしか有効ではない。

40. あまり議論が長くならないように，何か特殊な場合に限定することにしよう。3つの財があると仮定し，定数を a と b によって表示し，

$$p_y = \frac{ay}{x}, p_z = \frac{bz}{x}$$

とおくことにしよう。

方程式

$$dx + \frac{ay}{x} dx + \frac{bz}{x} dz + \dots = 0$$

は積分可能であり，これから

$$(47) \quad x^2 - x_0^2 + a(y^2 - y_0^2) + b(z^2 - z_0^2) + \dots = 0$$

となる。

いま，その方程式が積分可能にならない値，例えば

$$p_y = \frac{ay + cz}{x}, p_z = \frac{dz}{x}$$

を選んでみよう。

はじめに Y が購入され後で Z が購入されると仮定しよう。例えば，積分の経路が決定され，

$$(48) \quad x^2 - x_0^2 + a(y^2 - y_0^2) + 2cz_0(y - y_0) + b(z^2 - z_0^2) = 0$$

が得られることになる。

逆に、はじめに Z が購入され次いで Y が購入されるならば、
 (49)
$$x^2 - x_0^2 + b(z^2 - z_0^2) + a(y^2 - y_0^2) + 2cz_0(y - y_0) = 0$$
 が得られることになる。

もし

$$y_0 = 0, z_0 = 0$$

となれば、2つの方程式 (47) および (48) は同じものになり、

$$x^2 - x_0^2 + ay^2 + bz^2 = 0$$

という形をとる。

ところが、それらが同一であるのは見かけ上のことでしかない。というのは、方程式 (48) においては積分経路が決定されているのに対し、方程式 (47) においてはそれは任意でもよいからである。この経路が変えられ、 Y を購入する前に Z を購入するならば、われわれが考察している事例では方程式 (48) ではなく

$$x^2 - x_0^2 + bz^2 + ay^2 + 2czy = 0$$

が得られるが、方程式 (47) の形式は変わらない。

p_y, p_z の値は継続的購入の法則のみを表示している。それらの値を、均衡点において価格がもつことになる値と混同してはならない。均衡点において価格がもつ値はその均衡点の座標の関数として表現される。(III,169)。

例えば、均衡点においては

$$p_y = f(x', y', z', \dots)$$

が得られる。ただし x', y', z', \dots は均衡点に対応する x, y, z, \dots の値である。この価格は均衡に達するまでの一連の購入の間ずっと同じままであってもよい。(III,169,?)。そして、われわれが価格は一定であるというのは、この意味においてである。あるいは、価格は

$$p_y = F(x, y, z, \dots)$$

によって表現される法則にしたがって継続的購入の間に変化してもよい。(III,169,a)。われわれが価格は可変であるというのは、この意味においてである。もちろん、均衡においては、

$$(50) \quad F(x', y', z', \dots) = f(x', y', z', \dots)$$

が得られなければならない。

この原理はきわめて単純なものであるが、それを忘れると重大な誤りに陥るかもしれないし、陥ったのである。

41. **1人の個人、任意の数の財と一定の価格に対する均衡**—均衡は方程式 (45) と方程式 (32) によって決定される。方程式 (43bis) を考慮することにより、この方程式体系は

$$(51) \quad \varphi_x = \frac{1}{p_y} \varphi_y = \frac{1}{p_z} \varphi_z = \dots x - x_0 + p_y(y - y_0) + p_z(z - z_0) + \dots = 0$$

と記述できる。

これは全部で m 本の方程式であり、均衡点において m 個の量 x, y, z, \dots を決定する。

この方程式体系の 1 行目の方程式は

$$(52) \quad p_y = \frac{\varphi_y}{\varphi_x}, p_z = \frac{\varphi_z}{\varphi_x}, \dots$$

この方程式と方程式 (43bis) は同じように p_y, p_z, \dots の値を与えるが、それらの間には本質的な 1 つの相違がある。方程式 (43bis) は変数のすべての値に対して妥当であるが、方程式 (52) は均衡点に対応する x, y, z, \dots の値に対してのみ妥当である。方程式 (43bis) からは変数 x, y, z, \dots に関する価格の導関数を導出することができるが、方程式 (52) からこの導関数を導出することはできない。これはわれわれが §35 においてすでに行った考察と同じような考察である。

文体を簡単にするために、§40 でそうしたように異なる方法で記述するとはかぎらない。値 x, y, z, \dots はたどる経路の任意の点に対して妥当な値である。値 x', y', z', \dots は均衡点に関する値である。しかし、これは決して忘れてはならない区別である。

Y が個人の販売する商品であるならば、 y_0 は明らかにゼロではありえない。 Y が個人の購入する商品であるならば、反対に y_0 は一般にゼロである。

42. オフェリミテを見いだす新しい方法を示すために再び本題から離れよう。

無差別線あるいは無差別超曲面を決定するために実験を行うのではなく、所与のある価格のもとで個人がどのくらいの量の商品を購入するかを知るために実験を行おう。

いま

$$y_0 = 0, z_0 = 0, \dots$$

とにおいて、 x_0 にある特定の値を与えよう。実験から、個人が所有する X の量 x_0 の一部を処分することによりかれが購入する量 y, z, u, \dots がどのくらいであるかがわかる。 x_0 を変化させることにより、この実験を繰り返すと、 x_0, p_y, p_z, \dots の関数として y, z, u, \dots の値を得る。方程式 (45) によって x_0 を消去すると、 y, z, \dots の値は x, p_y, p_z, \dots の関数として与えられる。この演算によって、 $2m - 1$ 個の量と価格 $x, y, z, \dots, p_y, p_z, \dots$ の間に $m - 1$ 本の方程式を得る。したがって、これらの方程式は m 個の量の関数として $m - 1$ 個の価格の値を決める、すなわち実験から x, y, z, \dots の関数として p_y, p_z, \dots が得られると考えられる。方程式 (52) にこれらの値を代入すると、例えば実験によって量 $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \dots$ のうち 1 つに対するそれらの量の比率が得られることになる。これはまさに無差別超曲面を考察することによって得たこと (§14) である。

さらに、論証は以前に行ったものと同一である。

これらの実験を実際に実行するときに伴うかもしれない多少大きな困難、不可能性でさえ、ほとんど重要ではない。われわれが検討した場合においてオフェリミテ指標の存在を証明するため、またオフェリミテ指標のいくつかの特徴を知るためには、理論的な可能性があればそれだけで十分である。

43. 先ほど示された実験から直接経済均衡の理論を導出できるかもしれない。実際これらの実験から、

$$p_y = a_y, p_z = b_z, \dots$$

となる。ただし a_y, b_z, \dots は既知の関数である。これらの方程式は方程式 (51) の第 1 行目の方程式の代わりをし、均衡点は決定される。しかし、この方法では、実験が実際に行われないうち、量 a_y, b_z, \dots に関して少なくとも選択についての考察によってもたらされる知識はほとんど得られない。

44. **無差別線の特性**— この論拠について日常の実験からわかることを調べることにまことに取り組もう。

方程式

$$(53) \quad \varphi(x, y) = 0$$

をある無差別曲線の方程式としよう。

① まず、われわれは x の減少は y の増大によって相殺されなければならないことまたその逆も正しいことを知っている。したがって、必ず

$$(54) \quad \frac{dy}{dx} < 0$$

が得られるだろう。

② 一般に、いくつかの例外的事例を別にすれば、一定の量 dx に対して、ある無差別線に沿って引き渡されることになる変分 dy は x が増大するに応じて減少する。こうして無差別曲線の 2 番目の特徴が得られ、それは

$$(55) \quad \frac{d^2y}{dx^2} > 0$$

によって表現される。

③ しかし、 x が大きいほど dy は少なく減少する。このことから、例外的場合をつねに除いて、必ず

$$(56) \quad \frac{d^3y}{dx^3} < 0$$

が得られる。

2 番目の種類に従属する財に対して行うべきいくつかの留保があるので、このことについてつぎの節においてより詳しく調べることにしよう。

45. いま、ある無差別線から他の無差別線に移ると仮定してみよう。ある線から他の線への x 軸に平行な変分を δ_x 、 y 軸に平行な変分を δ_y と名付けよう。

上記のように推論することにより、

$$(57) \quad \delta_x \frac{dy}{dx} > 0, \delta_y \frac{dy}{dx} < 0$$

を得ることになる。

abc がある無差別線の要素を表しているとする、 $a'b'$ は他の無差別曲線の要素を表している。 ox に対する $a'b'$ の傾き a' は ab の傾き α より大きく bc の傾き β より小さい。

この特徴は間違いなく消費が独立である財のものであるように思われる。例えば、 X を 5, Y を 5 もっている人が他の無差別線に移り、 Y を 5 もったまま、 X を 10 もつとするならば、この 2 番目の状態においてはかれは 1 番目の状態におけるより Y の 1 に対して X をより多く与えようとするのが、われわれが消費について知っているすべてのことに基づいて、適当であるように思われる。第 1 の種類に属す財に対しても同じ結果に達する。しかし、このことは第 2 の種類に属す財に対しては疑わしい。もし Y が下級財で X が上級財であるならば (VI

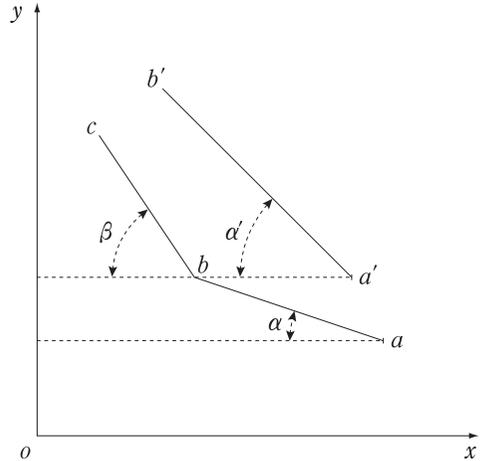


図 59

, 19), X と Y が 1 人の個人によって同時に消費されるときには、この個人は Y のある一定量に対して X のある一定量例えば Y の 3 に対して X を 1 交換できることがわかる。しかし、その個人が X を豊富に保有し、 Y がかれの消費から消えようとしているときには、かれは Y の非常に大きな量に対して X を 1 譲ることを拒否するかもしれない。このことは、

$$\delta_z \frac{dy}{dx} > 0$$

によって表現される仮説に反する。

実際、量 $\frac{dy}{dx}$ は負であるから、この不等式は X が増大するときに dy は絶対値で減少することを表している。

他方、一般に、つぎのことは認めがたい。すなわち、ゼロと消費において財 X が完全に財 Y に置き換わるときに X がとる価値の中間の X の価値に対して、財 X はより豊富になるに応じて貴重でなくなるから、個人は X の量が増大するときに減少していく Y の量に甘んじようとしなないということはない。

したがって、新しい観察がこの原因を明らかにするために必要である。その観察によりおそらく第 2 の種類に従属する財の多数のカテゴリーを確立することになる。

有用であるのは直接的観察よりむしろ間接的観察である。他の自然科学において行われていることに倣えば、値 (57) に関する異なる仮説をたて、それらの仮説の結果を現実と比較することが必要である。

46. 指標の性質 — 指標を

$$I = \varphi(x, y)$$

とする。

無差別曲線に沿って

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\varphi_x}{\varphi_y}$$

が得られることになる。 dy と dx は反対の符号でなければならないから、 φ_x と φ_y は必ず同じ符号をもつことになる。この符号を正とすることができる。これは、他方の組合せより選好される一方の組合せはより大きな指標をもつという条件に対応する。 dx が正であるならば、組合せ $x + dx, y$ は x, y より選好される。したがって、 $\varphi_x dx$ は正の量でなければならない (§134)。したがって、指標の第1の特徴 (IV. 32) は

$$\varphi_x > 0, \varphi_y > 0$$

によって与えられる。

不等式 (57) は

$$-\frac{\partial}{\partial x} \frac{\varphi_x}{\varphi_y} > 0, -\frac{\partial}{\partial y} \frac{\varphi_x}{\varphi_y} < 0$$

したがって、

$$(58) \quad \begin{cases} \varphi_{xx}\varphi_y - \varphi_{xy}\varphi_x < 0, \\ \varphi_{yy}\varphi_x - \varphi_{xy}\varphi_y < 0 \end{cases}$$

によって表現できる。ただし $\varphi_{xx}, \varphi_{xy}, \varphi_{yy}$ は2階の偏微分である。

指標方式が

$$\varphi_{xy} = 0$$

であるようなときには、不等式 (58) は

$$(59) \quad \varphi_{xx} < 0, \varphi_{yy} < 0$$

とならなければならない、指標の第2の特徴 (IV33) が得られる。

同様の仮定にしたがって、無差別線の第3の特徴から指標について

$$\varphi_{xxx} > 0, \varphi_{yyy} > 0, \dots$$

である。

47. 量 dx, dy, dz, \dots はすべて正であると仮定しよう。組合せ x, y, z, \dots より選好されることになる。したがって、必ず

$$d\varphi > 0$$

が得られることになる。

ところで、

$$(60) \quad d\varphi = \varphi_x dx + \varphi_y dy + \varphi_z dz + \dots,$$

かつ

$$(61) \quad d^2\varphi = \varphi_{xx}dx^2 + \varphi_{yy}dy^2 + \dots + 2\varphi_{xy}dxdy + \dots$$

である。

われわれは3つの場合について検討しなければならない。第1の場合。 φ_x が x にのみ依存する、 φ_y が y にのみ依存する、などである (IV8)。そのときには

$$(62) \quad \varphi_{xy} = 0, \varphi_{xz} = 0, \dots, \varphi_{yz} = 0, \dots$$

が得られる。

第2の場合。財は第1の種類に属す (IV9)。指定された (IV35) 下位の区分 (β) のいくつかの例外は別として、一般に

$$(63) \quad \varphi_{xy} < 0, \varphi_{xz} < 0, \dots, \varphi_{yz} < 0, \dots$$

が得られる (IV39)。

第3の場合。財は第2の種類 (IV14) に属す。そのときには一般に

$$(64) \quad \varphi_{xy} > 0, \varphi_{xz} > 0, \dots, \varphi_{yz} > 0, \dots$$

が得られる (IV40)。

3つの場合において、指標は方程式 (59) によって表される特徴をもつ。そして

$$(65) \quad \varphi_{xx} < 0, \varphi_{yy} < 0, \varphi_{zz} < 0, \dots$$

が得られる。

量 dx, dy, \dots , はすべて正であるかあるいは単に同じ符号をもつと仮定されているが、第1と第3の場合には

$$(64) \quad d^2\varphi < 0$$

が得られる。

量 dx, dy, \dots , がすべて同じ符号でないならば、この不等式はもはや成立しないかもしれない。この場合は非常に重要であるが、もっと後で研究することにする (§124)。

48. 先ほど考察したいくつかの場合の第2の場合において、量 dx, dy, \dots , がすべて同じ符号であるときには、前述の考察は $d^2\varphi$ がどのような符号をもつかを決定するためには不十分である。他の考察に頼らざるをえない。われわれは、この場合には固定された比率で X, Y, Z, \dots , から構成された商品はあたかもそれが単一の商品であるかのように取り扱えること、したがって不等式 (64) が得られることを確認した (IV42)。このことは φ の偏微分に関するある結論を導く。

x, y, z, \dots から商品を構成するためには

$$(65) \quad y = \alpha x, z = \beta x, \dots$$

とおくことが必要である。ただし α, β, \dots , は正の定数である。そのときには不等式 (64) は

$$(66) \quad \varphi_{xx} + \alpha^2 \varphi_{yy} + \dots + 2\alpha \varphi_{xy} + 2\alpha\beta \varphi_{yz} + \dots < 0$$

となる。これに対しては、周知のように

$$(67) \quad \varphi_{xx} < 0, \begin{vmatrix} \varphi_{xx} & \varphi_{yx} \\ \varphi_{xy} & \varphi_{yy} \end{vmatrix} > 0, \begin{vmatrix} \varphi_{xx} & \varphi_{xy} & \varphi_{xz} \\ \varphi_{xy} & \varphi_{yy} & \varphi_{yz} \\ \varphi_{xz} & \varphi_{yz} & \varphi_{zz} \end{vmatrix} < 0, \dots;$$

でなければならない。このことから、考察されている場合において指標の新しい特徴が得られる。

方程式 (67) においては、変数 x, y, z, \dots を可能な限りすべての方法で並べ換える必要がある。それにより方程式 (67) と同じような方程式が他にも得られる。

2財の場合には、方程式 (67) は

$$\varphi_{xx} < 0, \varphi_{xx}\varphi_{yy} - \varphi_{xy}^2 > 0$$

となる。

2番目の不等式は、周知のように、曲面の指標

$$I = \varphi$$

が楕円であるための条件である。

49. しばらくの間、不等式 (58) は第2の種類に従属する財に対して成り立つと認めてもよいと仮定してみよう。

2つの負の量の積は正の量である。したがって、(58)の2つの式を掛け合わせることにより

$$(\varphi_{xx}\varphi_{yy} - \varphi_{xy}^2)\varphi_x\varphi_y - (\varphi_{xx}\varphi_y^2 - \varphi_{yy}\varphi_x^2 - 2\varphi_{xy}\varphi_x\varphi_y)\varphi_{xy} > 0$$

が得られることになる。第2の種類に従属する財に対して

$$\varphi_{xy} < 0$$

が得られる。したがって、前述の式の第1項から引く必要があるのは正の量であり、その結果は正でなければならない。したがって、

$$\varphi_{xx}\varphi_{yy} - \varphi_{xy}^2 > 0$$

が得られなければならない。

ところが、これはまさに

$$\delta^2\Phi = \varphi_{xx}dx^2 + \varphi_{yy}dy^2 + 2\varphi_{xy}dxdy$$

がつねに同一の符号であるための条件である。ただし、この場合にはこの式の符号は負である。

したがって、それらの不等式 (58) が第2の種類に従属する財に対して成り立つことを認めてよいならば、2財の場合に対してオフエリミテの2階の変分は負になることがわかる。(§124)

50. われわれが先ほど採用した手順と逆の手順にしたがえば、オフエリミテの性質から出発して、そこから無差別線の特徴を演繹することができる。^{*13}

51. 無差別線の形は確かにきわめて複雑であり、われわれが本文において与えた例から、無差別線の形を代数的に分析することが、特殊な場合^{*14}を除いていかに難しいかわかる。その困難さは、例えば図31 (IV.55)あるいは図33 (IV.57)の関数のような不連続な関数を表すために分析が容易に用いられることはほとんどないということから生じる。

したがって、問題の領域をすべて取り扱おうと試みるのは無駄である。考察しようとする要点 (IV.67) 点の周辺の小さな領域についてその問題を研究することに甘んじなければならない。さらに、オフエリミテを厳密に表すことになる関数に、たいがい非常に大ざっぱにしか取り組まれることがない他の関数を置き換えなければならない。

(つづく)

^{*13}詳細についてはイタリア語版を参照するとよい。

^{*14}『ジォルナーレ・デリ・エコノミステ』ローマ1904年9月号において、ボニンセーニ教授は基本オフエリミテが線形である場合において需要関数と供給関数に関する非常に優れた研究を公刊した。