

### 限られたリソースを有効に活用するスケ ジューリング方法

五島, 洋行 / GOTO, Hiroyuki

---

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

科学研究費助成事業 研究成果報告書

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

5

(発行年 / Year)

2017-05-13

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 5 月 13 日現在

機関番号：32675

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26350436

研究課題名(和文) 限られたリソースを有効に活用するスケジューリング方法

研究課題名(英文) Efficient scheduling methods under limited resources

研究代表者

五島 洋行 (GOTO, Hiroyuki)

法政大学・理工学部・教授

研究者番号：00398950

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：機械や作業員などのリソースが複数のタスクを掛け持ちし、かつ各タスクの実行時間の不確実性が高い状況下で、納期短縮と遅延防止を両立させるスケジューリング方法について検討した。クリティカル・チェーン・プロジェクト・マネジメントと呼ばれる手法をベースに、メイクスパンを最小化する組合せ最適化問題を混合整数線形計画問題に変換し、タスク数が大きくない場合に厳密な最適解が求められる枠組みを構築した。またタスク数が多い場合にはメタヒューリスティクスによって近似解を求める枠組みを構築した。さらにメイクスパン算出までの枠組みをmax-plus代数系の線形方程式で表現し、簡潔な表現形で解を求める方法も考案した。

研究成果の概要(英文)：We have focused on scheduling methods to both shorten the makespan and avoid delay. The targeted situation was that a single resource such as machine or worker is engaged in multiple tasks, and the duration of each task is highly uncertain. Based on a method called CCPM (Critical Chain Project Management), we reduced the combinatorial optimization problem of minimizing the makespan to a mixed-integer-linear-programming problem. The constructed framework can compute the exact optimal solution for a smaller number of tasks. By contrast, for a greater number of tasks, the developed metaheuristics can obtain an approximate solution within a realistic time. Furthermore, we represented the framework of calculating the makespan with a set of max-plus-linear algebraic equations, for which the solution can be obtained with simple operations.

研究分野：数理計画

キーワード：プロジェクトスケジューリング 資源制約 max-plus代数 混合整数線形計画問題 CCPM法

## 1. 研究開始当初の背景

人や加工設備などのリソースが限られた状況下で、プロジェクトの遂行や製品の生産を行う際に、完成までの所要時間を短縮し、かつ納期遅れを防止するスケジューリング方法の枠組みの検討を目指した。

特に、タスクの実行時間の不確実性が大きく、かつ少数の作業や設備でのやりくりが必要であるなど、中小規模の組織において数か月程度の時間スケールで生産業務を行う際に現実的に見られる制約を考慮できるようにすることが、構想の発端であった。

クリティカル・チェーン・プロジェクト・マネジメント (Critical Chain Project Management; 以下 CCPM) と呼ばれるプロジェクト管理手法と、max-plus 線形 (Max-Plus Linear; 以下 MPL) システム表現と呼ばれる、事象駆動型の離散事象システムのモデリングと解析に適したアプローチを用い、元来は設計思想や解析対象が異なる両手法を融合させ、互いの利点を生かした新たな手法や枠組みの構築を目指した。

CCPM 法はマネジメント実務の手法から派生した方法論であり、長期のプロジェクトを早く遅滞なく終了させることに主眼が置かれ、解の最適性などについては考慮されていなかった。発見的に得られた解の採否については、キーワード“good enough”の基本精神に基づき、十分に受け入れられるものであればそれを採用し、他に良い解が存在するかどうかにはほとんど関心を払わない。

一方の MPL システム表現に基づく手法は、制御工学分野における最適制御の枠組みを基本としている。この方法は、小さな外乱が混入した場合にシステムを望ましい状態に戻したり保ったりするにはよいが、大きな外乱が混入しうる場合、例えば実行時間に大きな不確実性がある場合などの取り扱いには不向きである。

このように、CCPM 法と MPL システム表現とでは、その生い立ちや基本思想がかなり異なっているが、複数タスクの同期や並列実行可能なシステムのスケジューリングに適用可能であるという点で両者は共通しており、研究代表者らはこの点に着目した。

## 2. 研究の目的

本研究課題では、CCPM 法の基本的枠組みを踏襲しつつ、適用範囲の拡大を試み、より現実的な制約を考慮できるスケジューリング方法を構築することを主な目的とする。特に、以下の4点について重点的に検討する。

(1) CCPM 法 - MPL システム表現の関係性の解明

研究代表者らによる先行研究において、古典的な PERT に基づくプロジェクトスケジューリングの方法は、簡潔な MPL システム表現で完全に記述できることが明らかにされている。しかし、PERT よりも複雑な方法論である CCPM 法が、MPL システム表現の

記述能力の範囲で表現できるのか、純粋な max-plus 代数の演算系のみで表現しきれるのは明らかになっておらず、まずこの点を明らかにする。

### (2) CCPM 法の拡張と適用範囲の拡大

CCPM 法では、古典的なプロジェクトスケジューリングと同様、開始状態と終了状態がそれぞれ単一のノードで表現され、これは単一入力単一出力系のシステムとして解釈できる。しかし実際のプロジェクトでは、特定の作業のみ早く稼働可能、あるいは逆に着手が遅くなる状況も多々発生し、成果物も単一ではなく複数の成果物を別々に納品する状況もある。これは多入力多出力系のシステムとして解釈でき、既存の CCPM 法を拡張することで、こうしたシステムも取り扱えるようにする。

### (3) 最適化問題としての定式化

CCPM 法では、一人の作業による複数タスクの掛け持ちを考慮できることが、古典的なプロジェクトスケジューリングと異なる大きな特徴である。しかし作業毎のタスクの実行順序の決定は、単純な視覚的手法に頼って行っており、メイクスパン最小化についてはこれまで全く検討されていない。実行順序の決定と所要日数の最小化は、本来は組合せ最適化問題に帰着されるはずであり、本課題では資源配分問題の一種として定式化し、効率的な求解方法も検討する。

### (4) ヒューリスティクスによる大規模問題の解法の考案

上記(3)で定式化される最適化問題は、タスク数が多くなると厳密な最適解を求めることが困難になることが予想されるため、現実的な時間で近似解を求める発見的手法を考案する。

## 3. 研究の方法

研究遂行に必要な機材は、基本的に計算機関連資源のみである。数値シミュレーション用のプログラミング・実行環境として MATLAB を、最適化問題のソルバーとして主に SCIP を用いた。

実施体制としては、研究代表者の五島、研究分担者の島川、連携研究者の千葉、および五島が指導する大学院生のべ2名の計5名で推進した。五島は上記2.の研究の目的のうち(1)~(3)全般を担当し、島川および千葉は(3)の一部を、大学院生は(1)の一部および(4)を担当した。

## 4. 研究成果

2014年度は上記2.の研究目的のうち、主に(1)と(4)について検討した。

研究代表者らの過去の研究において、CCPM 法の枠組みを max-plus 代数を用いて表す CCPM-MPL 法が提案されていたが、同一資源で時間競合が発生していない状況か、競合する場合でもタスクの実行順序は所与であることを前提としていた。またクリティ

カルパスとクリティカルチェーンを同一視して扱っていたため、ある特定の条件下ではオリジナルの CCPM 法と同一の結果を返さない場合があった。このため当該年度は、特に時間競合が発生する場合にも簡素な MPL 表現で競合が解消可能な方法論を新たに考案し、従前の半分程度のステップ数で同様の枠組みが記述できるようになった。ただし、CCPM 法の完全な上位互換を目指して行った MPL 表現の定式化が、ある特殊なケースにおいて上位互換にならないことが翌年度中に判明し、この点は 2016 年度に検討し直した。

(4) については、遺伝的アルゴリズムによる実装を行い、タスク数が 100 程度の大規模な問題についても数分程度以内の現実的な時間で近似解が求められるようになった。

2015 年度は、特に(3)について集中的に検討した。既存の CCPM 法において最適解の求解を難しくしているのは、遅延を防止するための時間バッファの存在であり、その挿入位置とバッファサイズの決定方法が複雑であり、よく知られたタイプの組合せ最適化問題と比較して、求解より定式化そのものを困難にしていた。

そこで当該年度は、CCPM 法の手順一つ一つを混合整数線形計画問題 (Mixed-Integer Linear Programming; 以下 MILP) に帰着させる検討を行い、メイクスパンを目的関数とする最小化問題として定式化し、汎用ソルバーを用いて最適解を求めることを試みた。文献のタスク数 15, 16 の場合の例題について、これまで知られていた最も良い解よりもさらに良い解を求めることに成功した。限定的なケースを対象としてはいるが、厳密解を求めることに成功したのはおそらく本研究課題が初めてである。

2016 年度は主に(1),(2),(4)の検討、および検討の過程で新たに発生した課題について検討した。(1)については、2014 年度に検討した CCPM-MPL 法に問題が見つかったため、その修正と改良を行い、従来法の完全互換となる方法論を構築した。この検討過程において、(2)についても同時に検討を行ったため、両方の研究目的が同時に達成され、CCPM 互換で多入力多出力系対応の CCPM-MPL 法が構築できた。(4)については、焼きなまし法と呼ばれるアルゴリズムを用いた実装を行い、扱う問題によっては 2014 年度に検討した遺伝的アルゴリズムよりも高速に求解できるようになった。

#### <引用文献>

- ① Lawrence P. Leach, "Critical Chain Project Management, 3rd Edition", Artech House, 2014.

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 12 件)

Hiroyuki Goto, Yoichi Shimakawa, "Storage-efficient reconstruction framework for planar contours", *Geo-spatial Information Science*, 査読有, vol.20, no.1, pp.14–28, 2017. DOI: 10.1080/10095020.2016.1194603

Hajime Yokoyama, Hiroyuki Goto, "Reduction and analysis of a max-plus linear system to a constraint satisfaction problem for mixed integer programming", *American Journal of Operations Research*, 査読有, vol.7, no.2, pp.113–120, 2017. DOI: 10.4236/ajor.2017.72008

Hiroyuki Goto, "Forward-compatible framework with critical-chain project management using a max-plus linear representation", *OPSEARCH*, 査読有, vol.54, no.1, pp.201–216, 2017. DOI: 10.1007/s12597-016-0276-3

Hiroyuki Goto, "Reduction of max-plus algebraic equations to constraint satisfaction problems for mixed integer programming", *IEICE Transactions on Fundamentals*, 査読有, vol.E100-A, no.2, pp.427–430, 2017. DOI: 10.1587/transfun.E100.A.427

Hajime Yokoyama, Hiroyuki Goto, "Resolution of resource contentions in the CCPM-MPL using simulated annealing and genetic algorithm", *American Journal of Operations Research*, 査読有, vol.6, no.6, pp.480–488, 2016. DOI: 10.4236/ajor.2016.66044

Eishi Chiba, "On the redundancy of delivery time in an in-line machine model", *Journal of Information Processing*, 査読有, vol. 24, no. 1, pp. 83–87, 2016. DOI: 10.2197/ipsjjip.24.83

Eishi Chiba, Shinji Imahori, "Maximizing the total weight of just-in-time jobs under multi-slot conditions is NP-hard", *IEICE Transactions on Information and Systems*, 査読有, vol. E99-D, no. 2, 525–528, 2016. DOI: 10.1587/transinf.2015EDL8171

Hiroyuki Goto, Yoichi Shimakawa, "Storage-efficient method for generating contours focusing on roundness", *International Journal of Geographical Information Science*, 査読有, vol.30, no.2, pp.200–220, 2016. DOI: 10.1080/13658816.2015.1080830

Eishi Chiba, "Heuristics for the buffer allocation problem with collision probability using computer simulation", *Mathematical Problems in Engineering*, 査読有, vol. 2015, Article ID 424370, 7 pages, 2015. DOI: 10.1155/2015/424370

Hiroyuki Goto, "Coexisting two scheduling policies in a class of discrete event systems", Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems, 査読有, vol.6, no.4, pp.1-12, 2014.

古賀 裕紀, 五島 洋行, 千葉 英史, "CCPM法の枠組みにおける資源競合の解消方法", 法政大学理系学部研究集報, 査読無, vol.50, no., pp.7-12, 2014.

Shinsuke Odagiri, Hiroyuki Goto, "On the greatest number of paths and maximal paths for a class of directed acyclic graphs", IEICE Transactions on Fundamentals, 査読有, vol.E97-A, no.6, pp.1370-1374, 2014.  
DOI: 10.1587/transfun.E97.A.1370

[学会発表](計 19 件)

横山 朔, 五島 洋行, "CCPM-MPLにおける Simulated Annealing に基づいた資源競合の解消方法", 計測自動制御学会 システム・情報部門学術講演会, 2016/12/6, 滋賀県立体育館 (滋賀県・大津市).

Yuki Sato, Yoichi Shimakawa, Hiroyuki Goto, "Elevator performance estimation model based on square lattices", 2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, 2016/12/5, バリ島 (インドネシア).

Hajime Yokoyama, Hiroyuki Goto, "Resolution of resource contentions in the CCPM using two metaheuristics", SICE Annual Conference 2016, 2016/9/22, つくば国際会議場 (茨城県つくば市).

Hiroyuki Goto, Yoichi Shimakawa, "Solving methods for several max-plus linear equations based on mixed-integer programming", 28th European Conference on Operational Research, 2016/7/5, ポズナン (ポーランド).

Yoichi Shimakawa, Hiroyuki Goto, Yasushi Sumitani, "Optimization of traffic counting point for the estimation of traffic demand using the flow capturing model", 28th European Conference on Operational Research, 2016/7/4, ポズナン (ポーランド).

Hajime Yokoyama, Hiroyuki Goto, "Resolution of resource contentions in the critical chain project management based on simulated annealing", Sixth International Conference on Industrial Engineering and Operations Management, 2016/3/7, クアラルンプール (マレーシア).

Yoichi Shimakawa, Hirotaka Takahashi, Hiroyuki Goto, Yasushi Sumitani, "An analytical framework for local impacts of road pricing policy: a case study of the tokyo metropolitan area", Sixth International Conference on Industrial Engineering and Operations Management, 2016/3/7, クアラルンプール (マレーシア).

Yuki Hosokawa, Eishi Chiba, Hiroyuki Goto, "Performance evaluation of a heuristics for the prize collecting Steiner tree problem", Sixth International Conference on Industrial Engineering and Operations Management, 2016/3/7, クアラルンプール (マレーシア).

Hiroyuki Goto, Hajime Yokoyama, "Minimization of the makespan of a project in the critical chain project management framework using a max-plus linear representation", 2015 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, 2015/12/7, シンガポール.

豊田 一裕, 五島 洋行, "MMPS を用いた滑走路と誘導路の最適スケジューリング", 計測自動制御学会 システム・情報部門学術講演会, 2015/11/20, 函館アリーナ (北海道・函館市).

Yoichi Shimakawa, Hiroyuki Goto, "A mathematical model used to estimate average daily link traffic from momentary traffic", The 10th Triennial Conference Of The Association Of Asia-Pacific Operational Research Societies, 2015/8/5, サラワク (マレーシア).

Kazuhiro Toyoda, Hiroyuki Goto, "Optimization of the processing and input times in a model predictive control-based scheduler", The 10th Triennial Conference Of The Association Of Asia-Pacific Operational Research Societies, 2015/8/5, サラワク (マレーシア).

Hiroyuki Goto, Yoichi Shimakawa, "Extension of the critical chain project management based framework to MIMO-structured projects using a max-plus-linear representation", The 10th Triennial Conference Of The Association Of Asia-Pacific Operational Research Societies, 2015/8/3, サラワク (マレーシア).

Hiroki Koga, Hiroyuki Goto, Eishi Chiba, "Resolution of resource conflicts in the CCPM framework using a local search method", The IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, 2014/12/11, セランゴール (マレーシア).

Hiroyuki Goto, Hajime Yokoyama, "Mixture of two different scheduling policies in a class of discrete event systems", The IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, 2014/12/10, セランゴール (マレーシア).

古賀 裕紀, 五島 洋行, 千葉 英史, "CCPM法の枠組みにおける資源競合の解消方法 ~ 遺伝的アルゴリズムの活用 ~", 計測自動制御学会 システム・情報部門学術講演会, 2014/11/23, 岡山大学 (岡山県・岡山市).

豊田 一裕, 五島 洋行, "作業時間の不確実性を考慮した max-plus 線形システムでのモデル予測制御", 計測自動制御学会 システム・情報部門学術講演会, 2014/11/23, 岡山大学 (岡山県・岡山市).

Yoichi Shimakawa, Hirotaka Takahashi, Hiroyuki Goto, "Mathematical models for a location-allocation problem of traffic flow capturing facilities", 20th Conference of the International Federation of Operational Research Societies, 2014/7/15, パルセロナ (スペイン).

古賀 裕紀, 五島 洋行, 千葉 英史, 豊田 一裕, "CCPM 法の枠組みにおける遺伝的アルゴリズムを利用した資源競合の解消法", 計測自動制御学会 第 55 回離散事象システム研究会, 2014/6/6, 高千穂コミュニティーセンター (宮崎県・高千穂町).

[その他]

ホームページ等

<http://syslab.k.hosei.ac.jp/research.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

五島 洋行 (GOTO, Hiroyuki)

法政大学・理工学部・教授

研究者番号: 00398950

### (2) 研究分担者

島川 陽一 (SHIMAKAWA, Yoichi)

サレジオ工業高等専門学校・情報工学科・教授

研究者番号: 10446239

### (3) 連携研究者

千葉 英史 (CHIBA, Eishi)

法政大学・理工学部・准教授

研究者番号: 70434892